

УДК 551.46:532.59

А.Е. Букатов, В.В. Жарков

Гидродинамическое давление в жидкости при движении области постоянных возмущений по плавающему ледяному покрову

Рассмотрена зависимость гидродинамического давления, формируемого в жидкости при перемещении нагрузки постоянной интенсивности по плавающему ледяному покрову, от цилиндрической жесткости льда и характера распределения нагрузки в движущейся области. Дана оценка вклада прогиба льда в окрестности нагрузки, а также возбуждаемых изгибных и изгибно-гравитационных волн в формировании поля гидродинамического давления вблизи поверхности лед – вода.

Фазовая структура трехмерных поверхностных волн и амплитудные характеристики изгибных деформаций плавающего льда, возбуждаемые движущейся нагрузкой, исследовались в ряде работ, обзор которых приведен в [1 – 3]. В настоящей работе на основе построенной теоретической модели выполнен анализ распределения гидродинамического давления, обусловленного в жидкости под ледяным покровом изгибно-гравитационными поверхностными волнами перед движущейся нагрузкой, вблизи нее и в волновом следе. Рассмотрена зависимость гидродинамического давления от изгибной жесткости льда, скорости перемещения нагрузки и вида ее распределения в движущейся области.

1. Постановка задачи и основные уравнения

Пусть по сплошному ледяному покрову, плавающему на поверхности бассейна постоянной глубины H , заполненного идеальной несжимаемой жидкостью, прямолинейно перемещается с постоянной скоростью v осесимметрично распределенная нагрузка вида

$$p = p_0 f(x_1, y), \quad x_1 = x = vt. \quad (1.1)$$

Проведем анализ распределения гидродинамического давления p_ω в жидкости у поверхности лед – вода, формируемого возбужденными установившимися изгибно-гравитационными волнами. Движение жидкости будем считать потенциальным, а ее возмущение и амплитуду изгиба льда — малыми. Отметим, что в системе координат, связанной с эпицентром движущейся нагрузки, гидродинамическое давление в жидкости у поверхности лед – вода ζ определяется по формуле

$$p_\omega = \rho \left(g\zeta + \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right). \quad (1.2)$$

Задача сводится к определению потенциала скорости φ из уравнения Лапласа

$$\Delta\varphi = 0, 0 < z < H, -\infty < x, y < \infty \quad (1.3)$$

с граничными и начальными условиями

$$p_\omega + p_i = -p, \quad \frac{\partial\zeta}{\partial t} = \frac{\partial\varphi}{\partial z}, \quad z = 0, \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z} = 0, \quad z = -H, \quad (1.5)$$

$$\varphi(x, y, z, t) = \zeta(x, y, t) = 0, \quad t = 0. \quad (1.6)$$

Здесь

$$p_i = D\Delta_{xy}\zeta + \kappa \frac{\partial^2\zeta}{\partial t^2}, \quad D = Eh^3[12(1-\nu^2)]^{-1}, \quad \kappa = \rho^*h,$$

$$\Delta_{xy} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \quad \Delta = \Delta_{xy} + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

E, h, ρ^*, ν — модуль нормальной упругости, толщина, плотность и коэффициент Пуассона ледяного покрова; ρ — плотность морской воды; g — ускорение свободного падения. Задача (1.3) – (1.6) решается методом интегральных преобразований Фурье по горизонтальным координатам и Лапласа — по времени. После применения обратных преобразований, учитывая, что [4]

$$\int_{-\pi/2}^{3\pi/2} e^{iRr\cos(\theta-\gamma)} d\theta = 2\pi J_0(Rr),$$

для осесимметрично распределенной движущейся нагрузки в связанной с ее эпицентром полярной системе координат из (1.2) в установившемся режиме находим:

$$p_\omega = \frac{Mg}{2\pi} \int_0^\infty \frac{r f^*(r)}{1 + \kappa_1 \tau_\omega^2} [2\pi J_0(Rr) - (\tau_0^2 - \tau_{\omega 0}^2) I_0] dr, \quad (1.7)$$

где

$$I_0 = \int_{-\pi/2}^{3\pi/2} \frac{e^{iRr\cos(\theta-\gamma)}}{\tau_0^2 - \cos^2\theta} d\theta, \quad f^*(r) = \frac{F^*(r)}{2\pi H^2}, \quad \tau_w^2 = rg \operatorname{th} rH,$$

$$\tau^2 = \frac{\tau_\omega^2 (D_1 r^4 + 1)}{1 + \kappa_1 \tau_\omega^2}, \quad \tau_0 = \frac{\tau}{r\nu}, \quad \tau_{\omega 0} = \frac{\tau_\omega}{r\nu}, \quad \{D_1, \kappa_1, p_1\} = \{D, \kappa, p\} (\rho g)^{-1}$$

R, γ и r, θ — полярные координаты в физической плоскости и плоскости Фурье соответственно ($x = R \cos \gamma, y = R \sin \lambda$); $F^*(r)$ — трансформанта Фурье функции $f_0(R) = f(x, y)$; $M = \rho H^2 p_1$ — интегральная масса нагрузки. Отметим, что в случае сосредоточенной нагрузки $f^*(r) \equiv 1$.

2. Аналитическое решение

Исследование интегральных выражений (1.7) проведем аналогично [3]. Рассмотрим три диапазона скорости перемещения нагрузки.

2.1. Пусть $v < v_0$, где v_0 — минимальная фазовая скорость свободных волн в системе лед – вода [5]. При этом $v_0 = \tau(r_0)/r_0$, где r_0 — корень уравнения $\tau - r\partial\tau/\partial r = 0$. В таком диапазоне скорости интеграл I_0 не содержит особенности на пути интегрирования по θ .

Воспользовавшись соотношением

$$e^{iRr \cos(\theta-\gamma)} = J_0(Rr) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k J_{2k}(Rr) \cos[2k(\theta-\gamma)] + 2i \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k J_{2k+1}(Rr) \sin[(2k+1)(\theta-\gamma)],$$

приходим к выражению

$$I_0 = \frac{2\pi}{\tau_0 \sqrt{\tau_0^2 - 1}} \left\{ J_0(Rr) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{J_{2k}(Rr) \cos(2k\gamma)}{[\tau_0 + \sqrt{\tau_0^2 - 1}]^{2k}} \right\}. \quad (2.1)$$

Анализ показал, что если значение v отличается от v_0 не менее, чем на 5%, то для обеспечения относительной погрешности в пределах 0,5% суммирование в (2.1) можно ограничить 10 – 12 членами. Подстановка (2.1) в (1.7) дает выражения в виде однократных интегралов по r , которые можно считать численными методами (особенностей на пути интегрирования нет). Так как значение τ_0 растет с увеличением r , то достаточная точность может быть достигнута, если взять верхний предел интегрирования порядка $50D_1^{1/4}$. Отметим, что сами по себе члены с $J_0(Rr)$ и $\tau_0^2 I_0$ в выражении (1.7) при интегрировании могут расходиться (за счет роста τ_0^2). Но так как при их суммировании расходимость взаимно компенсируется, запишем:

$$2\pi J_0(Rr) - \tau_0^2 I_0 = -\frac{2\pi}{\sqrt{\tau_0^2 - 1}} \left\{ \frac{J_0(Rr)}{\tau_0 + \sqrt{\tau_0^2 - 1}} + 2\tau_0 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{J_{2k}(Rr) \cos(2k\gamma)}{[\tau_0 + \sqrt{\tau_0^2 - 1}]^{2k}} \right\}. \quad (2.2)$$

Тогда выражение в квадратных скобках в (1.7) можно привести к виду

$$\frac{2\pi}{\tau_0 \sqrt{\tau_0^2 - 1}} \left\{ J_0(Rr) \left[\frac{\tau_0}{\tau_0 + \sqrt{\tau_0^2 - 1}} - \tau_{\omega 0}^2 \right] + 2(\tau_0^2 - \tau_{\omega 0}^2) \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{J_{2k}(Rr) \cos(2k\gamma)}{[\tau_0 + \sqrt{\tau_0^2 - 1}]^{2k}} \right\}. \quad (2.2a)$$

2.2. Рассмотрим теперь диапазон $v_0 < v < c$, где $c = (gH)^{1/2}$ — скорость длинных волн. В этом случае интервал интегрирования по r следует разбить на три интервала с границами в точках r_1, r_2 ($r_2 > r_1$), являющихся корнями уравнения $\tau_0 = 1$:

$$P_{\omega} = \sum_{i=1}^3 P_{\omega i}, \quad (2.3)$$

где выражения для $p_{\omega 1}, p_{\omega 2}$ и $p_{\omega 3}$ получаются из (1.7) заменами интервала интегрирования по r на $[0, r_1]$, $[r_1, r_2]$ и $[r_2, \infty)$ соответственно.

Для $p_{\omega 1}$ и $p_{\omega 3}$ исследование проводится, как и для диапазона $\nu < \nu_0$, поскольку на пути интегрирования по θ в I_0 особенности не возникают. На пути интегрирования по r при подстановке (2.1) и (2.2) в выражения для $p_{\omega 1}$ и $p_{\omega 3}$ могут возникать только интегрируемые особенности в точках r_1 и r_2 соответственно.

Для вычисления $p_{\omega 2}$ при $r_1 < r < r_2$ в интеграле I_0 путь интегрирования по θ следует деформировать в контур L_0 , обходящий полюса θ_1, θ_4 в нижней, а θ_2, θ_3 — в верхней полуплоскостях. Здесь $\theta_{1,2} = \mp \arccos \tau_0$; $\theta_{3,4} = \pi \mp \arccos \tau_0$.

Для такого интервала I_0 представляется в виде

$$I_0 \Big|_{r_1 < r < r_2} = I_{00} - \sum_{k=1}^7 I_{0k}, \quad (2.4)$$

$$I_{00} = \int_{L^*} \frac{e^{iRr \cos(\theta - \lambda)}}{\tau_0^2 - \cos^2 \theta} d\theta, \quad I_{0k} = \int_{L_k} \frac{e^{iRr \cos(\theta - \gamma)}}{\tau_0^2 - \cos^2 \theta} d\theta,$$

где L^* — замкнутый контур, образованный L_0 и контурами L_k , на которых $\text{Re}[iRr \cos(\theta - \gamma)] \leq 0$. Выбор L^* зависит от угла γ [3].

После применения теоремы Коши найдем:

$$I_{00} = 2\pi(\Phi_1 + \Phi_2), \quad (2.5)$$

где

$$\Phi_1 = \begin{cases} 0 & \text{при } \pi - \theta_0 < \gamma \leq \pi, r_1^* \leq r \leq r_2^* \\ \Phi_-(r) & \text{в остальных случаях,} \end{cases}$$

$$\Phi_2 = \begin{cases} \Phi_+(r) & \text{при } 0 \leq \gamma \leq \theta_0, r_1^* \leq r \leq r_2^* \\ 0 & \text{в остальных случаях,} \end{cases}$$

$$\Phi_m = \frac{1}{\tau_0 \sqrt{1 - \tau_0^2}} \sin \left[Rr \left(\tau_0 \cos \gamma \mp \sqrt{1 - \tau_0^2} \sin \gamma \right) \right],$$

$$\theta_0 = \max_{r_1 < r < r_2} \arccos \tau_0,$$

$r_{1,2}^*(\gamma)$ — корни уравнения $\theta_2(r) = \gamma$, если $0 < \gamma < \theta_0$, и уравнения $\theta_3(r) = \gamma$ при $\pi - \theta_0 < \gamma < \pi$.

Особенностей по r на рассматриваемых отрезках функции $\Phi_{1,2}$ не имеют, за исключением интегрируемых в r_1 и r_2 .

Можно показать, что сумма интегралов по всем интервалам L_k обращается в ноль, за исключением бесконечных контуров L_3 и L_5 , параллельных мнимой оси. После соответствующих замен переменных и алгебраических преобразований сумма интегралов по этим отрезкам приводится к виду

$$I_{03} + I_{05} = \frac{1}{\tau_0 \sqrt{1 - \tau_0^2}} \sum_{m,n=1}^2 (-1)^{m+n+1} \sin \vartheta_{mn} \int_1^{\infty} \Phi^* du, \quad (2.6)$$

где

$$\Phi^* = \sin(Rru)(u^2 - 1)^{-1/2} (u - \cos \vartheta_{mn})^{-1},$$

$$\vartheta_{mn} = \gamma + (-1)^{m+n} \arccos \tau_0 + [1 + (-1)^n] \pi / 2.$$

Замена $\sqrt{u^2 - 1}$ на $\sqrt{2(u-1)}$ в малой ε -окрестности $u=1$ помогает устранить возможную особенность интегрирования и дает

$$\sin \vartheta_{mn} \int_1^{u_0^*} \Phi^* du \approx \sqrt{2(1 + \cos \vartheta_{mn})} (A_1 - A_2) \operatorname{sign}(\sin \vartheta_{mn}),$$

$$A_1 = \sin[Rr(1 + \varepsilon)] \operatorname{arctg}[\varepsilon^{1/2} (1 - \cos \vartheta_{mn})^{-1/2}], \quad (2.7)$$

$$A_2 = Rr \int_1^{u_0^*} \cos(Rru) \operatorname{arctg}[(u-1)^{1/2} (1 - \cos \vartheta_{mn})^{-1/2}] du, \quad u_0^* = 1 + \varepsilon.$$

Интеграл $\int_{u_0^*}^{\infty} \Phi^* du$ можно приближенно вычислить аналитически, заменяя

$(u^2 - 1)^{-1/2}$ на конечных отрезках пути интегрирования $[u_{k-1}^*; u_k^*]$ ($k=1, \dots, j$) выражениями вида $p_k(u - a_k)^2 + q_k(u - a_k) + b_k$. На участке $[u_j^*, \infty)$ функцию $(1 - u^{-2})^{1/2}$ при $u^{-2} \ll 1$ заменим первыми двумя членами ее разложения в ряд Тейлора по степеням (u^{-2}) . Значение j , длины отрезков интегрирования и коэффициенты p_k, q_k, a_k, b_k можно выбирать так, чтобы погрешность аппроксимации не превышала заданной. В результате получаем

$$\int_{u_{k-1}^*}^{u_k^*} \Phi^* du \approx A_4(u_k^*) - A_4(u_{k-1}^*), \quad \int_{u_j^*}^{\infty} \Phi^* du \approx \sum_{l=1}^2 F_l(r). \quad (2.8)$$

Здесь

$$A_4 = A_{41} + A_{42},$$

$$A_{41} = p_k (rR)^{-2} \sin(rRu) - [p_k(u - a_k - \beta_k) + q_k] (rR)^{-1} \cos(rRu),$$

$$A_{42} = (p_k \beta_k^2 - q_k \beta_k + b_k) [\sin \beta_0 \operatorname{Ci}(rR\beta) + \cos \beta_0 \operatorname{Si}(rR\beta)],$$

$$\beta_k = a_k - \cos \vartheta_{mn}, \quad \beta_0 = rR \cos \vartheta_{mn}, \quad \beta = u - \cos \vartheta_{mn},$$

$$F_l = \begin{cases} \left[2(\cos \vartheta_{mn} - \beta_*) \right]^{-1} A_5, & \cos \vartheta_{mn} \neq \beta_*, \\ A_6, & \cos \vartheta_{mn} = \beta_*, \end{cases}$$

$$A_5 = \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{Si} \beta_4 \right) \cos \beta_0 - \operatorname{Ci} \beta_4 \sin \beta_0 - \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{Si} \beta_5 \right) \cos \frac{rR}{\sqrt{2}} - (-1)^l \operatorname{Ci} \beta_5 \sin \frac{rR}{\sqrt{2}},$$

$$A_6 = \frac{\sin(u_j^* rR)}{2u_j^* + (-1)^l \sqrt{2}} + \frac{rR}{2} [(-1)^l \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{Si} \beta_5 \right) \sin \frac{rR}{\sqrt{2}} - \operatorname{Ci} \beta_5 \cos \frac{rR}{\sqrt{2}}],$$

$$\beta_4 = rR(u_j^* - \cos \vartheta_{mn}), \quad \beta_5 = rR(u_j^* - \beta_*), \quad \beta_* = \frac{(-1)^{l+1}}{\sqrt{2}}.$$

После подстановки (2.4) – (2.8) в выражение для $p_{\omega 2}$ из (2.3) можно проводить численное интегрирование по r от r_1 до r_2 . Отметим, что устранение расходимости интегралов с отдельными членами в квадратных скобках в выражении (1.7) здесь не требуется, так как интервал интегрирования конечный.

2.3. Пусть $v > c$. Тогда уравнение $\tau_0 = 1$ имеет только один корень $r = r_2$. В этом случае вместо (2.3) имеем

$$P_{\omega} = p_{\omega 2} + p_{\omega 3}, \quad (2.9)$$

где в интеграле $p_{\omega 2}$ нижний предел равен нулю. При этом вид (2.4) сохраняется.

Формулы (2.5) остаются в силе, когда r_1^* является меньшим корнем уравнения $\theta_2(r) = \gamma$, если $\theta^* < \gamma < \theta_0$, и уравнения $\theta_3(r) = \gamma$ при $\pi - \theta_0 < \gamma < \pi - \theta^*$, где $\theta^* = \arccos(c/v)$. Если же $0 \leq \gamma \leq \theta^*$ или $\pi - \theta^* \leq \gamma \leq \pi$, то $r_1^* = 0$. Условия для r_2^* остаются прежними.

3. Асимптотический анализ

Проанализируем асимптотическое представление полученных выражений вдали от эпицентра нагрузки (при больших значениях R). При $v < v_0$ волновые возмущения не возникают. В случае $v > v_0$ основной вклад в выражения I_0 дают вычеты от действительных полюсов интегрирования по θ в I_{00} . С учетом (2.5) интеграл (1.7) по r можно проанализировать с помощью метода стационарной фазы.

В результате получаем параметрическое (в зависимости от r) представление уравнений для линий постоянной фазы с номерами $N = 1, 5, 9, \dots$ и $N = 3, 7, 11, \dots$ соответственно для волновых гребней и впадин, если ближайшим к эпицентру движущейся нагрузки является гребень, или впадин и гребней — в противном случае:

$$R = \frac{\pi N \sqrt{\tau_1^2 - 2\tau_0\tau_1 + 1}}{4r|\tau_0 - \tau_1|}, \quad \gamma = \begin{cases} \gamma_0 + \pi(1 - \text{sign} \gamma_0)/2, & \gamma_0 \neq 0 \\ \pi(1 \pm 1)/2, & \gamma_0 = 0, \end{cases} \quad (3.1)$$

где $\gamma_0 = \text{arctg} \left[\tau_1 \sqrt{1 - \tau_0^2} (1 - \tau_0\tau_1)^{-1} \right]$, а также для амплитуды гидродинамического давления вдоль рассматриваемой линии:

$$P_{\omega} \Big|_{\varphi} = -\frac{Mg}{2\pi} \frac{r f^*(r)}{1 + \kappa_1 \tau_{\omega}^2} (\tau_0^2 - \tau_{\omega 0}^2) A(r). \quad (3.2)$$

Здесь

$$A(r) = \frac{4\pi r}{\tau_0} \left| \frac{2(\tau_0 - \tau_1)}{N[\tau_1(\tau_0 - \tau_1)^2 + \tau_2(1 - \tau_0^2)]} \right|^{1/2}, \quad \tau_1 = \frac{1}{v} \frac{\partial \tau}{\partial r}, \quad \tau_2 = \frac{r}{v} \frac{\partial^2 \tau}{\partial r^2},$$

значения r меняются от r_1 до r_2 при $v_0 < v < c$ и от 0 до r_2 при $v > c$, а обозначение $\left|_{\sigma}\right.$ соответствует линии постоянной фазы.

На трассе (при $r = r_1; \gamma = 0$ или $r = r_2; \gamma = \pi$) имеем $\tau_0 = 1$, что дает

$$R = \pi N / (4r); \quad A(r) = 4\pi r \left(\frac{2}{N\tau_1 |1 - \tau_1|} \right)^{1/2}.$$

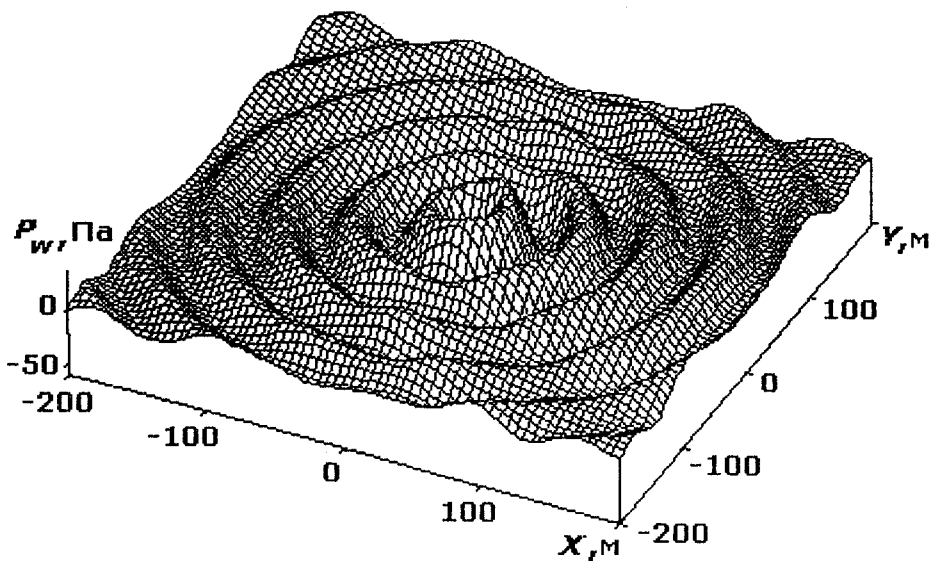
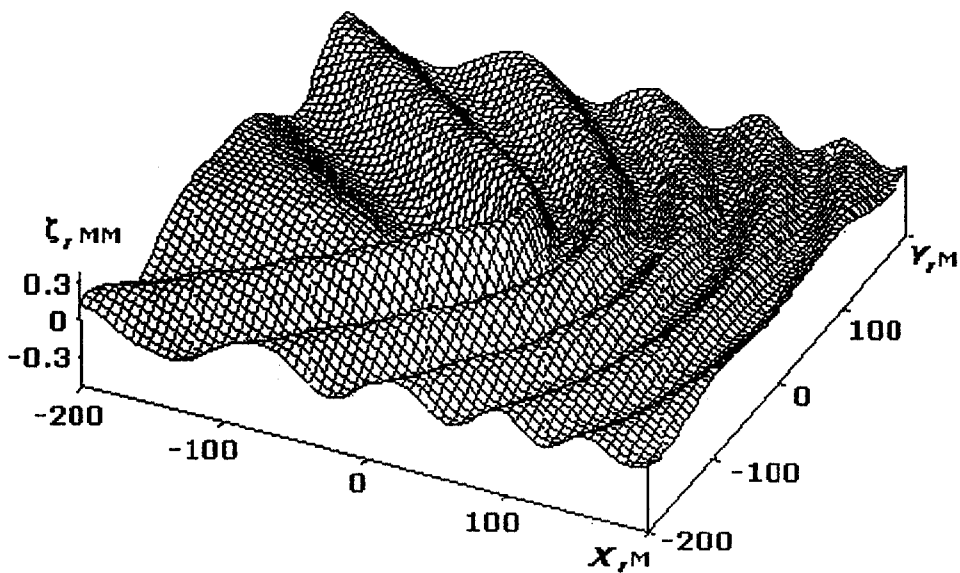
Отметим, что линии постоянной фазы гидродинамического давления совпадают с аналогичными линиями для возвышения поверхности лед – вода (изгиба льда). Четные номера N отвечают нулевым значениям как давления, так и изгиба льда.

Используя метод стационарной фазы для оценки гидродинамического давления перед нагрузкой вблизи трассы ее перемещения, где погрешность этого метода приемлемая [6, 7], можно показать, что при больших скоростях перемещения сосредоточенной нагрузки p_w имеет порядок $O[2Mv(D_1\kappa_1)^{-1/2}]$. В то же время для распределенной в области нагрузки $p_w \rightarrow 0$ при $v \rightarrow \infty$.

4. Количественный анализ распределения гидродинамического давления

Для количественной оценки величин гидродинамического давления проводились численные расчеты по формулам (1.7), (2.1) – (2.9). При этом плотность морской воды полагалась равной $1030 \text{ кг}\cdot\text{м}^{-3}$, а глубина бассейна 100 и 1000 м. Модуль нормальной упругости и коэффициент Пуассона ледяного покрова принимались [8] соответственно равными $3 \cdot 10^9 \text{ н}\cdot\text{м}^{-2}$ и 0,34, а его толщина изменялась от 0,6 до 2,5 м. Скорость перемещения нагрузки принималась равной 25 м/с. При этом за счет изменения толщины ледяного покрова это значение скорости попадало в диапазоны с качественно различной структурой генерируемой волновой картины. Рассматривалась как сосредоточенная нагрузка ($f_0(R) = \delta(R)$), так и нагрузка, распределенная по закону $f_0(R) = k^2 e^{-(kR/H)^2} / \pi$ для различных значений безразмерного параметра k . Этот параметр характеризует распределение нагрузки в движущейся области. Чем меньше k , тем медленнее происходит спад ее интенсивности с удалением от эпицентра. Полная масса нагрузки M при этом остается неизменной. Для сосредоточенной нагрузки $k = \infty$.

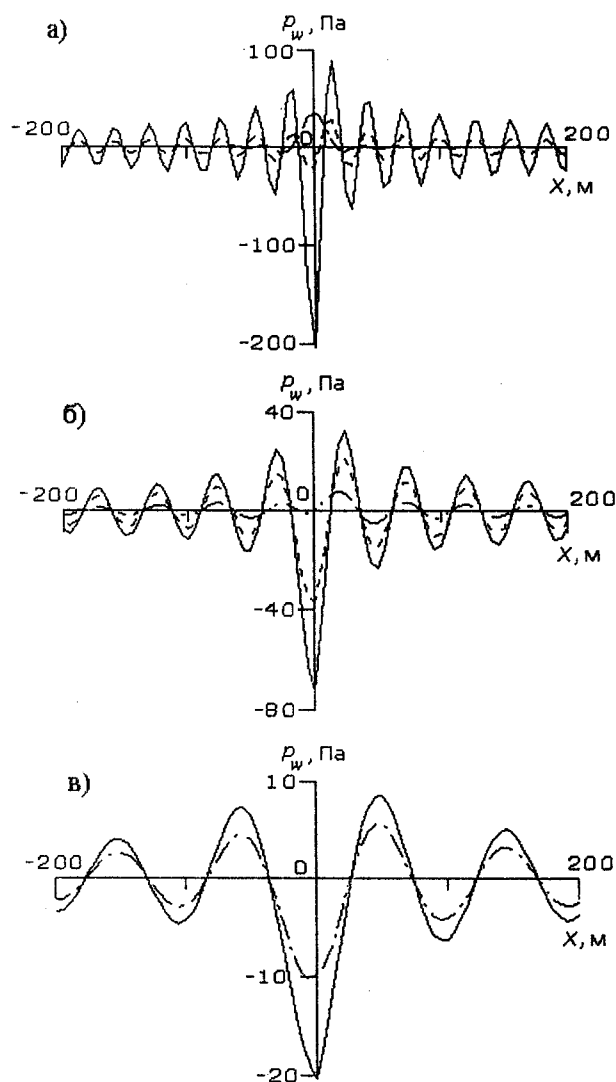
На рис. 1 показаны трехмерные картины изгиба льда [3] и распределения гидродинамического давления у поверхности лед – вода для случая движущейся сосредоточенной нагрузки массой 10^3 кг при $h = 1 \text{ м}$, $H = 100 \text{ м}$. Нагрузка движется в сторону положительных значений x . На верхнем рисунке видны гребни изгибных волн перед движущейся областью и волновой след за ней. Высоты гребней изгибных волн слабо меняются с удалением от трассы (в масштабах рисунка).



Р и с. 1. Изгибная деформация ледяного покрова (верхний рисунок) и гидродинамическое давление у поверхности лед – вода (нижний рисунок) для сосредоточенной нагрузки при $h = 1$ м

Картина гидродинамического давления подо льдом носит качественно иной характер. На нижнем рисунке гребни окаймляют нагрузку. В следе за нагрузкой их высота мало меняется с удалением от трассы. Перед нагрузкой по обе стороны от трассы ее перемещения в формирование гребневой структуры распределения давлений заметный вклад вносят не только возмущения, окаймляющие прогиб льда под нагрузкой [1, 3], но и изгибные волны. Это

их гребней с удалением от трассы. Линии максимальных амплитуд возмущений перед нагрузкой расходятся под некоторым углом к трассе (для условий рассматриваемого рисунка — около 40°).



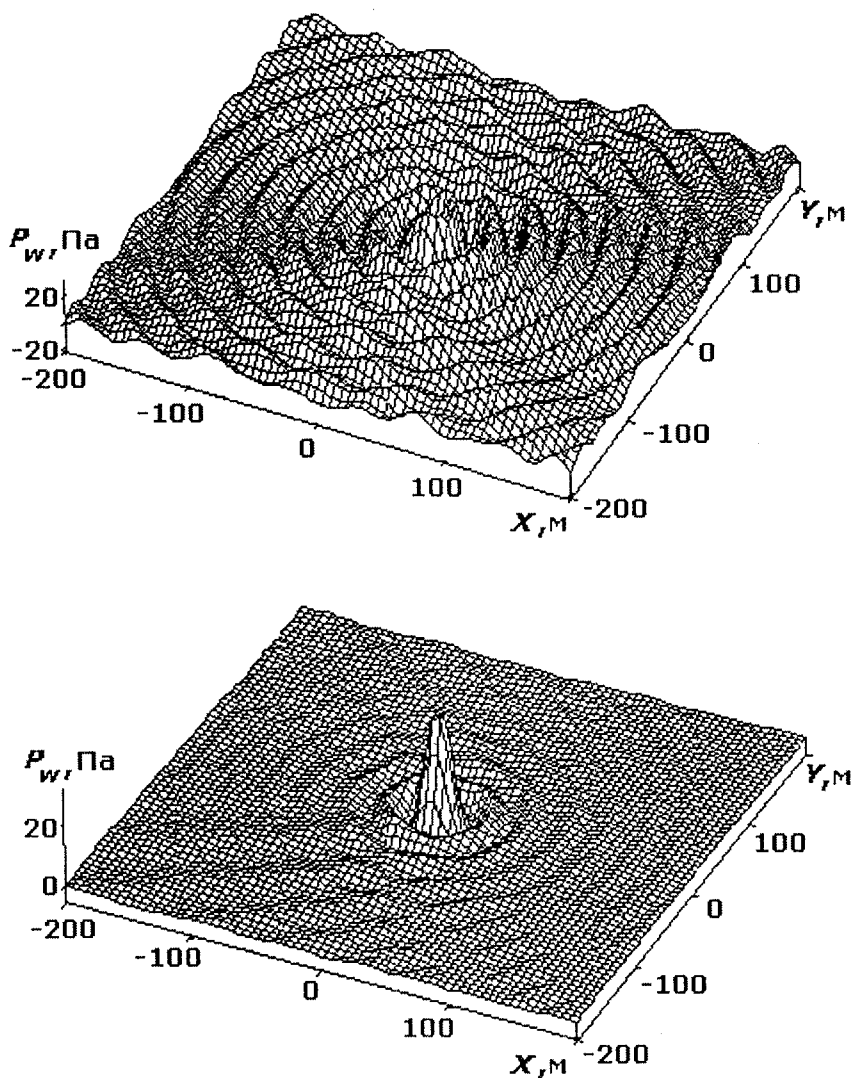
Р и с. 2. Распределение гидродинамического давления вдоль трассы перемещения эпицентра нагрузки при $h = 0,6$ м (а), 1 м (б) и 1,9 м (в). Сплошные линии отвечают сосредоточенной нагрузке, а штриховые и штрихпунктирные — распределенной с коэффициентами $k = 20$ и $k = 10$ соответственно

На рис. 2, а – в представлено распределение давлений под ледяным покровом по трассе перемещения эпицентра нагрузки при $h = 0,6$; 1 и 1,9 м соответственно. Сплошные, штриховые и штрихпунктирные линии отвечают значениям k , равным ∞ , 20 и 10 при $H = 100$ м.

Видно, что для случая сосредоточенной нагрузки ($k = \infty$) под ней возникает отрицательный пик величины давления, убывающего с ростом толщины льда. Размах колебаний значений давления с удалением от эпицентра уменьшается. Причем слева (за нагрузкой) спад амплитуды колебаний значительно больше, чем справа (перед нагрузкой). Это можно объяснить более быстрым затуханием обуславливающих давление возмущений, охватывающих прогиб, по сравнению с возмущениями, обусловленными изгибными волнами. Отметим, что вклад гравитационных волн в след в колебания давления практически незаметен на фоне возмущений от прогиба.

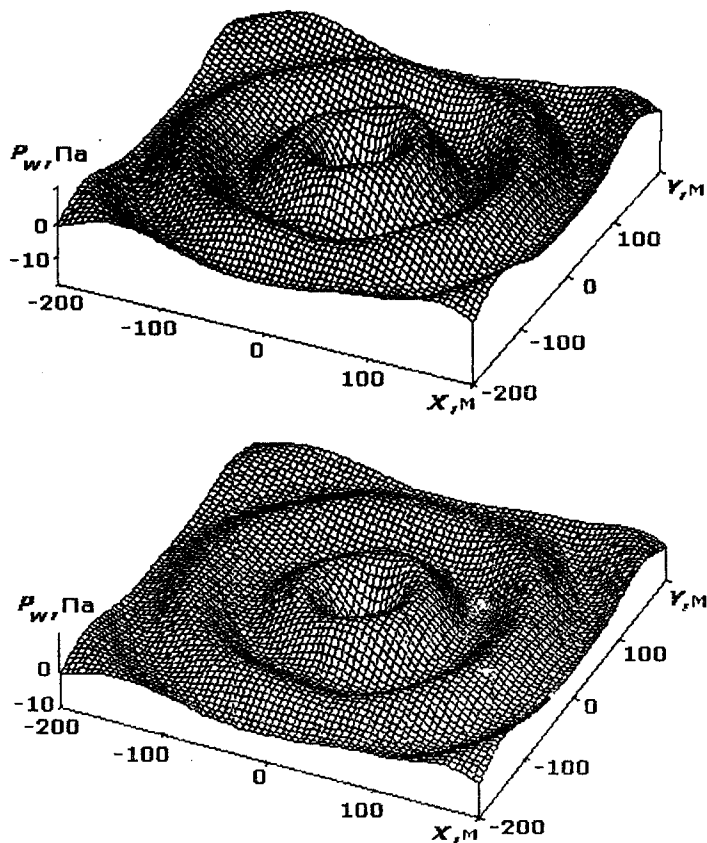
С уменьшением k (рассредоточением нагрузки в движущейся области) как величина пика, так и размах колебаний давления убывают. Величина пика уменьшается быстрее амплитуды колебаний давления вне эпицентра нагрузки. Для льда малой толщины при значениях k , меньших некоторого k^* ,

непосредственно под эпицентром нагрузки может иметь место максимальное положительное значение давления. Для $h = 0,6$ м величина k^* примерно равна 10.



Р и с. 3. Гидродинамическое давление у поверхности лед – вода при $h = 0,6$ м для коэффициентов распределения нагрузки $k = 20$ (верхний рисунок) и $k = 10$ (нижний рисунок)

С уменьшением k при относительно малых толщинах льда вклад изгибных волн и окаймляющих прогиб возмущений в формирование гидродинамического давления убывает, в то время как роль изгибно-гравитационных волн усиливается. Это иллюстрируют картины, представленные на рис. 3 при значениях $h = 0,6$, $H = 100$ м для k , равных 20 и 10.



Р и с. 4. Гидродинамическое давление у поверхности лед – вода при $h = 1,9$ м для сосредоточенной (верхний рисунок) и распределенной с коэффициентом $k = 10$ (нижний рисунок) нагрузки

С увеличением толщины льда влияние рассредоточения нагрузки на гидродинамическое давление ослабевает. Это демонстрирует рис. 4 при $h = 1,9$ м и $H = 100$ м для сосредоточенной ($k = \infty$) и распределенной ($k = 10$) нагрузки. Видно, что уменьшение k не привело к структурным деформациям картины распределения давлений. Имеют место лишь некоторые количественные изменения.

Изменение глубины бассейна от 100 до 1000 м не приводит к заметным изменениям распределения гидродинамического давления.

Заключение

Выполнен анализ распределения гидродинамического давления, формируемого вблизи поверхности лед – вода при перемещении по плавающему ледяному покрову осесимметричной области постоянной нагрузки. Показано, что для сосредоточенной нагрузки основной вклад в распределение гидродинамического давления вносят возмущения, окаймляющие прогиб льда в окрестности нагрузки, и возбуждаемые изгибные волны. Максимальные возмущения давления могут возникать непосредственно под движущейся областью. В случае распределенной нагрузки под ее эпицентром может воз-

никать положительный максимум величины давления. При этом вне эпицентра возмущения давления имеют слабую интенсивность и обуславливаются в основном изгибно-гравитационными волнами в следе за областью.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Takizawa T.* Response of a floating sea ice sheet to a steadily moving load // *J. Geophys. Res.* — 1988. — 93, № C5. — P. 5100 – 5112.
2. *Squire V.A., Hosking R.J., Kerr A.D., Langhorne P.J.* Moving Loads on Ice Plates. — Dordrecht: Kluwer, 1996. — 230 p.
3. *Bukatov A.E., Zharkov V.V.* Formation of the ice cover's flexural oscillations by action of surface and internal ship waves. Part 1. Surface waves // *Int. J. Offsh. Pol. Eng.* — 1997. — 7, № 1. — P. 1 – 12.
4. *Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган.* — М.: Наука, 1979. — 830 с.
5. *Хейсин Д.Е.* Динамика ледяного покрова. — Л.: Гидрометеоздат, 1967. — 215 с.
6. *Жарков В.В.* О применимости метода стационарной фазы для исследования вынужденных волн в двухслойном море с ледяным покровом // *Теоретические и экспериментальные исследования волновых процессов в океане.* — Севастополь: МГИ АН УССР, 1991. — С. 129 – 139.
7. *Milnazzo F., Shinbrot M., Evans N.W.* A mathematical analysis of the steady response of a floating ice to the uniform motion of a rectangular load // *J. Fluid Mech.* — 1995. — 287. — P. 173 – 197.
8. *Богородский В.В., Гаврило В.П.* Лед. Физические свойства. Современные методы гляциологии. — Л.: Гидрометеоздат, 1980. — 384 с.

Морской гидрофизический институт НАН Украины,
Севастополь

Материал поступил
в редакцию 04.08.03

ABSTRACT Dependence of hydrodynamic pressure formed in the fluid when the load of constant intensity propagates over the floating ice sheet, upon the ice flexural rigidity and the character of the load distribution in the moving area is considered. The contribution of ice deflection in the load vicinity and the induced flexural and flexural-gravity waves to the formation of the hydrodynamic pressure field near the ice-water interface is estimated.