

## **Ассимиляция климатических гидрологических данных в $\sigma$ -координатной модели Черного моря посредством алгоритма адаптивной статистики**

Реализован алгоритм адаптивной статистики ошибок прогноза для ассимиляции климатических полей температуры и солёности в  $\sigma$ -координатной модели динамики Черного моря. Приведены основные соотношения этого алгоритма и его упрощенного варианта, базирующиеся на фильтре Калмана. Обсуждаются особенности реализации алгоритма, обусловленные моделью. Приводятся результаты сопоставления гидрофизических полей Черного моря, восстановленных по алгоритму адаптивной статистики и по упрощенной схеме ассимиляции климатических данных. Показано, что учет зависимости источников в уравнениях переноса – диффузии тепла и соли от четырехмерных дисперсий ошибок прогноза и трехмерных ошибок измерений позволяет более точно реконструировать взаимно согласованные климатические параметры моря.

### **Введение**

В ряде работ последних нескольких лет [1 – 4] были предложены различные методики и выполнены восстановления сезонных гидрофизических полей Черного моря на основе ассимиляции климатических полей температуры и солёности в модели циркуляции. Использовалась численная нелинейная модель, созданная в Морском гидрофизическом институте (МГИ) НАН Украины и подробно описанная в работе [5]. Особенность методики усвоения данных в модели заключалась в том, что в уравнения переноса – диффузии тепла и соли включались источники, пропорциональные разностям между климатическими и модельными температурой и солёностью соответственно. Коэффициент пропорциональности не зависел от статистических характеристик ошибок прогноза (упрощенный алгоритм ассимиляции [1 – 3]) либо зависел от изменяющихся во времени трехмерных дисперсий ошибок прогноза [4]. В последнем случае обеспечивались не только быстрое (геострофическое) согласование гидрофизических параметров моря, но и адаптация статистик ошибок к данным наблюдений. Используемый в работе [4] подход, базирующийся на оптимальной фильтрации Калмана [6], был назван алгоритмом адаптивной статистики.

Отметим, что к настоящему времени в модели из работы [5] вертикальное перемешивание описывается с помощью модернизированной в статье [2] параметризации турбулентного обмена Пакановского – Филандера. В  $\sigma$ -координатной модели *Princeton Ocean Model (POM)*, адаптированной к Черному морю в [7], используется модель турбулентности с уровнем замыкания 2,5, основанная на гипотезах турбулентности Ротта – Колмогорова и обоб-

© А.И. Мизюк, В.В. Кныш, А.И. Кубряков, Г.К. Коротаев, 2009

шенная Меллором и Ямадой [8], что позволяет более корректно описывать термодинамику верхнего слоя моря. С учетом этого сезонная изменчивость климатических гидрофизических полей Черного моря была восстановлена в работе [9] посредством ассимиляции в  $\sigma$ -координатной модели [7] климатических данных о температуре и солености, но по упрощенному алгоритму ассимиляции.

В данной работе в  $\sigma$ -координатной модели реализован алгоритм адаптивной статистики, что позволило одновременно использовать преимущества и динамической модели и алгоритма ассимиляции. В отличие от работы [4] здесь основные соотношения этого алгоритма приведены в более полном виде. Обсуждаются особенности реализации алгоритма, обусловленные моделью. Приводятся результаты сопоставления гидрофизических полей Черного моря, которые восстановлены по двум алгоритмам ассимиляции климатических данных о температуре и солености в модели циркуляции.

### **Теоретические основы конструирования алгоритмов ассимиляции климатических данных о температуре и солености в модели циркуляции вод моря**

*Упрощенные уравнения и соотношения модели оптимальной фильтрации Калмана.* В основу упрощенных алгоритмов ассимиляции данных наблюдений в модели положена обобщенная на случайные пространственно-временные поля модель оптимальной фильтрации Калмана [6]. Представим ее следующим образом.

Пусть  $\vec{U}(\vec{x}, t) = \|u(\vec{x}, t), v(\vec{x}, t), T(\vec{x}, t), S(\vec{x}, t), \zeta(x, y, t)\|$  – вектор состояния динамической системы, в котором:  $u, v$  – горизонтальные компоненты вектора скорости течения;  $T, S$  – температура и соленость морской воды;  $\zeta$  – приведенный уровень моря;  $\vec{x} = (x, y, z)$ , ось  $x$  направлена на восток, ось  $y$  – на север, ось  $z$  – вертикально вверх;  $t$  – время.

В случае пренебрежения погрешностями моделирования для линеаризованной модели динамики моря (например, на временном шаге  $t_n \leq t \leq t_{n+1}$ ,  $t_n = n\Delta t$ ,  $n = 0, 1, \dots, N_1$ ,  $\Delta t$  – шаг по времени) между моментами поступления данных измерений компонентов вектора состояния уравнения для оптимальной оценки вектора  $\hat{\vec{U}}(\vec{x}, t)$  (в смысле среднеквадратичного критерия) и для ковариационной функции  $P(\vec{x}, \vec{x}', t) = E[\delta\vec{U}(\vec{x}, t) \cdot \delta\vec{U}^T(\vec{x}', t)]$  ошибок  $\delta\hat{\vec{U}}(\vec{x}, t) = \vec{U}(\vec{x}, t) - \hat{\vec{U}}(\vec{x}, t)$  ( $E$  – оператор осреднения) имеют вид [6]:

$$\frac{\partial \hat{\vec{U}}(\vec{x}, t)}{\partial t} = L_{\vec{x}} \hat{\vec{U}}(\vec{x}, t), \quad (1)$$

$$\frac{\partial P(\vec{x}, \vec{x}', t)}{\partial t} = L_{\vec{x}} P(\vec{x}, \vec{x}', t) + [L_{\vec{x}'} P(\vec{x}', \vec{x}, t)]^T. \quad (2)$$

В уравнениях (1), (2)  $L_{\bar{x}}, L_{\bar{x}'}$  – линейные матричные дифференциальные операторы (их вид определяется гидротермодинамической моделью течений),  $T$  означает транспонирование.

В дальнейшем рассматривается случай, когда в дискретные моменты времени  $t_l$  поступают данные «измерений» климатической температуры и солености в  $N$  точках пространства. Тогда в эти моменты оценки температуры и солености корректируются по формулам [10]:

$$\widehat{T}(\bar{x}, t_l^+) = \widehat{T}(\bar{x}, t_l^-) + \sum_{r=1}^N \left[ \Delta_r^{3T}(\bar{x}, t_l^-) \delta T(\bar{x}_r, t_l^+) \right], \quad (3)$$

$$\widehat{S}(\bar{x}, t_l^+) = \widehat{S}(\bar{x}, t_l^-) + \sum_{r=1}^N \left[ \Delta_r^{4S}(\bar{x}, t_l^-) \delta S(\bar{x}_r, t_l^+) \right], \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta^{3T}(\bar{x}, t_l^-) &= \text{col} \left[ \Delta_1^{3T}(\bar{x}, t_l^-), \Delta_2^{3T}(\bar{x}, t_l^-), \dots, \Delta_N^{3T}(\bar{x}, t_l^-) \right] = \\ &= \left[ P_T(\bar{x}_r, \bar{x}_p, t_l^-) + R_T(\bar{x}_r, \bar{x}_p, t_l) \right]^{-1} \times P_T(\bar{x}, \bar{x}_r, t_l^-), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \Delta^{4S}(\bar{x}, t_l^-) &= \text{col} \left[ \Delta_1^{4S}(\bar{x}, t_l^-), \Delta_2^{4S}(\bar{x}, t_l^-), \dots, \Delta_N^{4S}(\bar{x}, t_l^-) \right] = \\ &= \left[ P_S(\bar{x}_r, \bar{x}_p, t_l^-) + R_S(\bar{x}_r, \bar{x}_p, t_l) \right]^{-1} \times P_S(\bar{x}, \bar{x}_r, t_l^-), \quad p = 1, 2, \dots, N, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\delta T(\bar{x}_r, t_l^+) = T(\bar{x}_r, t_l) - \widehat{T}(\bar{x}_r, t_l^-), \quad \delta S(\bar{x}_r, t_l^+) = S(\bar{x}_r, t_l) - \widehat{S}(\bar{x}_r, t_l^-). \quad (7)$$

Цифры 3 и 4 в верхних индексах весовых функций (5), (6) обозначают, что эти функции относятся соответственно к 3-му и 4-му компонентам вектора состояния. В формулах (3) – (7) знаками « $\rightarrow$ » и « $\leftarrow$ » отмечены значения функций до и после коррекции соответственно;  $P_T(\cdot), P_S(\cdot)$  – ковариационные функции ошибок оценок температуры и солености соответственно;  $R_T(\cdot), R_S(\cdot)$  – ковариационные функции ошибок измерений температуры и солености соответственно.

В момент усвоения данных измерений соответствующие ковариационные функции должны также корректироваться. В качестве примера выпишем здесь формулу коррекции функции  $P_T(\cdot)$  [10]:

$$P_T(\bar{x}, \bar{x}', t_l^+) = P_T(\bar{x}, \bar{x}', t_l^-) - \sum_{r=1}^N \Delta_r^{3T}(\bar{x}, t_l^-) P_T(\bar{x}_r, \bar{x}', t_l^-). \quad (8)$$

По отношению к полному фильтру Калмана сделаны два дальнейших упрощения: 1) компоненты вектора скорости  $u, v$  и уровень моря  $\zeta$  не корректируются непосредственно измерениями – они восстанавливаются в модели; 2) при коррекции температуры и солености пренебрегаем взаимными влияниями данных измерений этих параметров на их оптимальные оценки. Первое упрощение оправдывается результатами, полученными в работе [11], где

показано, что основным фактором в процессе восстановления гидрофизических полей океана является поле плотности (температуры и солёности). Второе упрощение связано со сложностями проблемы прогнозирования взаимно ковариационных функций типа  $P_{TS}(\cdot)$ .

Известно, что основную трудность при практической реализации фильтра Калмана представляет расчет ковариационных функций матрицы  $P(\cdot)$  (уравнение (2)). Следуя работам [6, 10], ковариационные функции  $P_T(\cdot), P_S(\cdot)$  аппроксимируем в виде

$$P_T(\bar{x}, \bar{x}', t) \approx \sigma_T(\bar{x}, t) \sigma_T(\bar{x}', t) P_T^i(|x - x'|, |y - y'|, z), \quad (9)$$

$$P_S(\bar{x}, \bar{x}', t) \approx \sigma_S(\bar{x}, t) \sigma_S(\bar{x}', t) P_S^i(|x - x'|, |y - y'|, z), \quad (10)$$

где  $\sigma_T(\cdot), \sigma_S(\cdot)$  – среднеквадратические отклонения ошибок оценок температуры и солёности соответственно, а  $P^i(\cdot)$  – нормированные автокорреляционные функции соответствующих полей температуры и солёности, зависящие в плоскости  $x, y$  только от расстояния. Их можно оценить по данным наблюдений [12].

Предположим, что известные климатические поля температуры  $T^{\text{cl}}$  и солёности  $S^{\text{cl}}$  с помощью специальных процедур интерполяции, описание которых выходит за рамки данной работы, были трансформированы в узлы сетки выбранной модели циркуляции вод Черного моря. В этом случае ковариационные функции (9), (10) в каждом узле сетки модели редуцируются в соответствующие дисперсии. Тогда формулы (3), (4) имеют вид

$$T(\bar{x}, t_l^+) = T(\bar{x}, t_l^-) + \frac{\sigma_T^2(\bar{x}, t_l^-)}{\sigma_T^2(\bar{x}, t_l^-) + \sigma_{T_m}^2(\bar{x})} [T^{\text{cl}}(\bar{x}, t_l^-) - T(\bar{x}, t_l^-)], \quad (11)$$

$$S(\bar{x}, t_l^+) = S(\bar{x}, t_l^-) + \frac{\sigma_S^2(\bar{x}, t_l^-)}{\sigma_S^2(\bar{x}, t_l^-) + \sigma_{S_m}^2(\bar{x})} [S^{\text{cl}}(\bar{x}, t_l^-) - S(\bar{x}, t_l^-)], \quad (12)$$

где  $T(\cdot), S(\cdot)$  – температура и солёность, рассчитанные в модели (крышка здесь и далее опущена), а  $\sigma_{T_m}^2(\bar{x})$  и  $\sigma_{S_m}^2(\bar{x})$  – дисперсии ошибок измерений температуры и солёности. Отметим, что корреляции ошибок «измерений» климатической температуры и солёности здесь не учитываются.

Дисперсии ошибок оценок температуры и солёности в момент ассимиляции данных корректируются в соответствии с формулами, которые следуют из (8):

$$\sigma_T^2(\bar{x}, t_l^+) = \sigma_T^2(\bar{x}, t_l^-) - \frac{\sigma_T^2(\bar{x}, t_l^-) \sigma_T^2(\bar{x}, t_l^-)}{\sigma_T^2(\bar{x}, t_l^-) + \sigma_{T_m}^2(\bar{x})}, \quad (13)$$

$$\sigma_S^2(\bar{x}, t_l^+) = \sigma_S^2(\bar{x}, t_l^-) - \frac{\sigma_S^2(\bar{x}, t_l^-) \sigma_S^2(\bar{x}, t_l^-)}{\sigma_S^2(\bar{x}, t_l^-) + \sigma_{S_m}^2(\bar{x})}. \quad (14)$$

При использовании коррекций вида (11), (12) численное решение претерпевает разрыв. Кроме этого возникает рассогласование между полем масс и полем скорости течений, что может приводить к нелинейной неустойчивости [13]. Она проявляется в колебательном поведении со временем кинетической энергии. Амплитуда колебаний зависит от количества усваиваемой информации. Для предотвращения отмеченных эффектов необходимо применение специальной процедуры [13]. В частности, в работе [4] в правые части уравнений переноса – диффузии тепла и соли включались функции мощности источников в виде:

$$Q_T(\bar{x}, t_l) = \sigma_T^2(\bar{x}, t_l) / REL \left[ \sigma_T^2(\bar{x}, t_l) + \sigma_{T_m}^2(\bar{x}) \right] \left[ T^{cl}(\bar{x}, t_l) - T(\bar{x}, t_l) \right], \quad (15)$$

$$Q_S(\bar{x}, t_l) = \sigma_S^2(\bar{x}, t_l) / REL \left[ \sigma_S^2(\bar{x}, t_l) + \sigma_{S_m}^2(\bar{x}) \right] \left[ S^{cl}(\bar{x}, t_l) - S(\bar{x}, t_l) \right], \quad (16)$$

где  $REL$  – параметр релаксации,  $t_l$  – момент включения источников (15), (16). Следовательно, для расчета функций мощности источников (15), (16) необходимо определить дисперсии ошибок оценок температуры и солёности.

Отметим, что выражения (15) и (16) можно упростить следующим образом. Числитель и знаменатель коэффициентов при разностях между климатическими и модельными температурой и солёностью разделим на  $\sigma_T^2(\bar{x}, t_l)$  и  $\sigma_S^2(\bar{x}, t_l)$  соответственно. Введем одинаковую для климатических температуры и солёности безразмерную меру ошибки измерений [14], зависящую только от координаты  $z$ :  $\eta^2(z) = \sigma_{T_m}^2 / \sigma_T^2 = \sigma_{S_m}^2 / \sigma_S^2$ . Тогда

$$Q_T(\bar{x}, t_l) = 1 / REL \left[ 1 + \eta^2(z) \right] \left[ T^{cl}(\bar{x}, t_l) - T(\bar{x}, t_l) \right], \quad (15a)$$

$$Q_S(\bar{x}, t_l) = 1 / REL \left[ 1 + \eta^2(z) \right] \left[ S^{cl}(\bar{x}, t_l) - S(\bar{x}, t_l) \right]. \quad (16a)$$

Источники вида (15a), (16a) использовались ранее в работах [1 – 3, 9].

**Основные уравнения и соотношения алгоритма адаптивной статистики.** Реализация алгоритма адаптивной статистики ошибок проводилась на базе региональной модели [7], подробно описанной в работе [9]. Приведем здесь лишь уравнения переноса – диффузии тепла и солей (аргументы функций не приводятся):

$$\frac{\partial TD}{\partial t} + \frac{\partial TuD}{\partial x} + \frac{\partial TvD}{\partial y} + \frac{\partial T\omega}{\partial \sigma} = \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[ \frac{K_H}{D} \frac{\partial T}{\partial \sigma} \right] + F_T + DQ_T, \quad (17)$$

$$\frac{\partial SD}{\partial t} + \frac{\partial SuD}{\partial x} + \frac{\partial SvD}{\partial y} + \frac{\partial S\omega}{\partial \sigma} = \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[ \frac{K_H}{D} \frac{\partial S}{\partial \sigma} \right] + F_S + DQ_S, \quad (18)$$

где  $D = H + \zeta$ ,  $H(x, y)$  – рельеф морского дна,  $\zeta(x, y, t)$  – уровень моря;  $\sigma$  – координата, имеющая вид  $\sigma = \frac{z - \zeta}{H + \zeta}$ ;  $\omega$  – нормальная к  $\sigma$ -поверхности ско-

рость;  $F_\phi \equiv \frac{\partial}{\partial x}(Hq_x) + \frac{\partial}{\partial y}(Hq_y)$ ,  $q_x \equiv A_H \frac{\partial \phi}{\partial x}$ ,  $q_y \equiv A_H \frac{\partial \phi}{\partial y}$ , функция  $\phi$  представляет  $T$  и  $S$ ;  $K_H$  и  $A_H$  – коэффициенты вертикальной и горизонтальной турбулентной диффузии соответственно; источники  $Q_T$  и  $Q_S$  имеют вид (15), (16).

Дисперсии ошибок прогноза температуры и солёности находились путем численного решения одноподобных дифференциальных уравнений. Для краткости приведем здесь только уравнение для  $\sigma_s^2$ . Оно имеет вид:

$$\frac{\partial \sigma_s^2 D}{\partial t} + \frac{\partial \sigma_s^2 u D}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_s^2 v D}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_s^2 \omega}{\partial \sigma} = \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[ \frac{K_H}{D} \frac{\partial \sigma_s^2}{\partial \sigma} \right] + F_S + \frac{D}{REL1} (\sigma_{*s}^2 - \sigma_s^2), \quad (19)$$

где  $F_S \equiv \frac{\partial}{\partial x}(Hq_x) + \frac{\partial}{\partial y}(Hq_y)$ ,  $q_x \equiv A_H \frac{\partial \sigma_s^2}{\partial x}$ ,  $q_y \equiv A_H \frac{\partial \sigma_s^2}{\partial y}$ ,  $REL1$  – параметр релаксации,  $\sigma_{*s}^2$  – некоторая «типичная» дисперсия ошибок прогноза.

Уравнения вида (19) следуют из более общих уравнений, в которых пренебрегли взаимными дисперсиями полей ошибок оценок солёности (температуры) и компонент вектора скорости, а также средними квадратами производных ошибок оценок солёности (температуры). Последнее слагаемое в правой части уравнения (19) введено с той целью, чтобы дисперсия ошибок при отсутствии измерений стремилась к некоторой «типичной» дисперсии ошибок прогноза [4].

Уравнения вида (19) решались численно совместно с уравнениями модели при нулевых начальных значениях дисперсии ошибок прогноза солёности (температуры). На поверхности моря, дне и боковых границах ставились условия отсутствия потоков дисперсии. Численная схема решения уравнений типа (19) соответствовала схеме решения уравнений переноса – диффузии тепла и соли. Отличительной чертой динамики Черного моря является наличие фронтов солёности и температуры, обусловленных, в частности, меандрированием Основного Черноморского течения и поступлением вод втекающих рек. Поэтому при построении численных схем необходимо обеспечить получение монотонных решений исходной системы уравнений, при этом желательно не понижать порядок аппроксимации. С этой целью в данной работе используется метод «антидиффузии» с коррекцией потока, предложенный Смоларкевичем [15, 16]. В этом методе на первом шаге вычисления решения используется монотонная схема первого порядка точности. На втором шаге полученное численное решение модифицируется с тем, чтобы повысить его порядок до второго по пространству.

Уравнения (17) – (19) и соотношения (13) – (16) использовались для ассимиляции климатических полей температуры и солёности в модели циркуляции Черного моря.

**Параметры модели, использованные статистические характеристики и поля гидрометеорологических параметров.** Расчеты проводились на сетке с шагами по горизонтали  $0,1^\circ$  вдоль параллели и  $0,0625^\circ$  вдоль меридиана.

диана. По вертикали использовалось 26  $\sigma$ -поверхностей. Коэффициенты турбулентного обмена импульсом, теплом и солью по горизонтали принимались  $A_M = 300 \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $A_H = 60 \text{ м}^2/\text{с}$ . Коэффициенты вертикальной турбулентной вязкости и диффузии рассчитывались согласно модели Меллора и Ямады [8]. Шаг по времени полагался равным: для баротропной моды – 10 с, для бароклинной моды – 5 мин. Параметры релаксации  $REL = REL1 = 1$  сут.

Суточные поля касательного напряжения трения ветра, среднемесячные поля суммарного климатического потока тепла, осадков, испарения, суточные климатические поля температуры, солёности брались из работы [9].

Данные о среднемесячных климатических значениях расходов через Керченский пролив, верхнебосфорского течения, а также основных рек, впадающих в Черное море, взяты из работы [9]. Значения расходов воды через нижнебосфорское течение оценивались исходя из предположения, что в целом за год масса воды в Черном море остается постоянной.

Дисперсии ошибок измерений приравнялись к оцененным в работе [17] дисперсиям ошибок расчета средних климатических значений температуры и солёности в соответствующих квадратах бассейна моря. В  $z$ -координатной модели они зависели только от глубины (см. работу [4]).

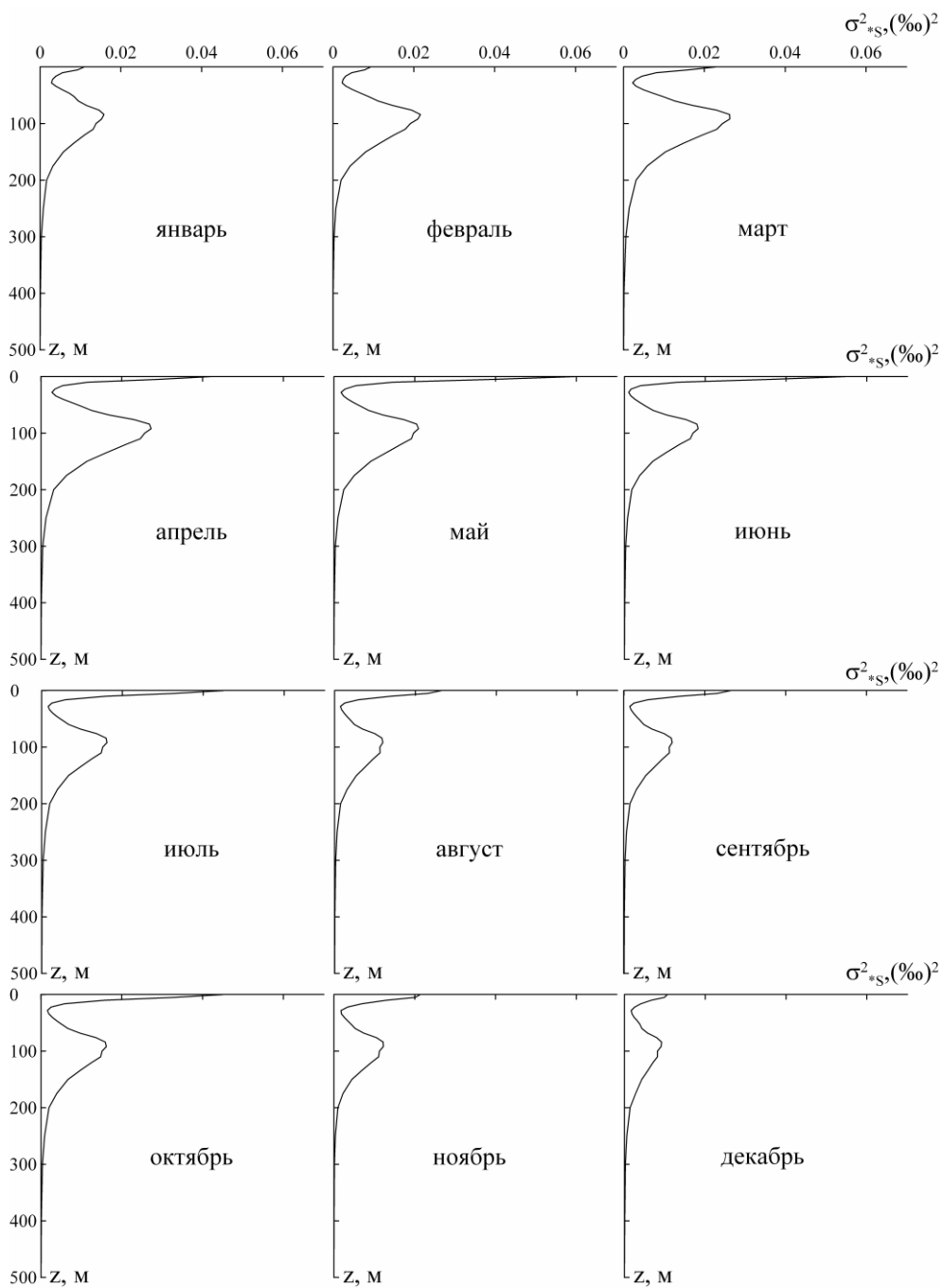
«Типичные» дисперсии ошибок прогноза температуры и солёности не известны. Возможно получение лишь их приближенных оценок. С этой целью были оценены дисперсии ежемесячных климатических полей температуры и солёности на 33 горизонтах, восстановленных в модели по упрощенному алгоритму ассимиляции [9] (выражения (15а), (16а)). Значения этих дисперсий, уменьшенные на порядок, использовались в качестве «типичных» дисперсий ошибок прогноза. Такая оценка «типичных» дисперсий оправдывается тем, что значения дисперсий ошибок прогноза должны быть меньше естественной изменчивости самих климатических полей температуры и солёности.

Графики изменений по глубине «типичных» дисперсий ошибок прогноза солёности приведены на рис. 1. Наблюдается схожий качественный характер изменчивости дисперсий ошибок для разных месяцев. Заметна также сезонная изменчивость значений дисперсий ошибок в верхнем 300-метровом слое. Видны три экстремума: максимум на поверхности, минимум на глубинах 25 – 30 м и максимум на глубине ~100 м. Значимые величины наблюдаются до 300 м, глубже значения дисперсии малы.

Характер поведения с глубиной «типичной» дисперсии ошибок прогноза температуры (рис. 2) несколько иной. В осеннее-зимний период максимум дисперсии ошибок наблюдается на поверхности, с глубиной значения нелинейно уменьшаются. С июня по октябрь максимальные значения дисперсии отмечаются на глубине ~30 м, причем с июня по сентябрь они увеличиваются, а затем уменьшаются. Значимые величины дисперсий ошибок прогноза температуры наблюдаются до глубин 75 – 100 м.

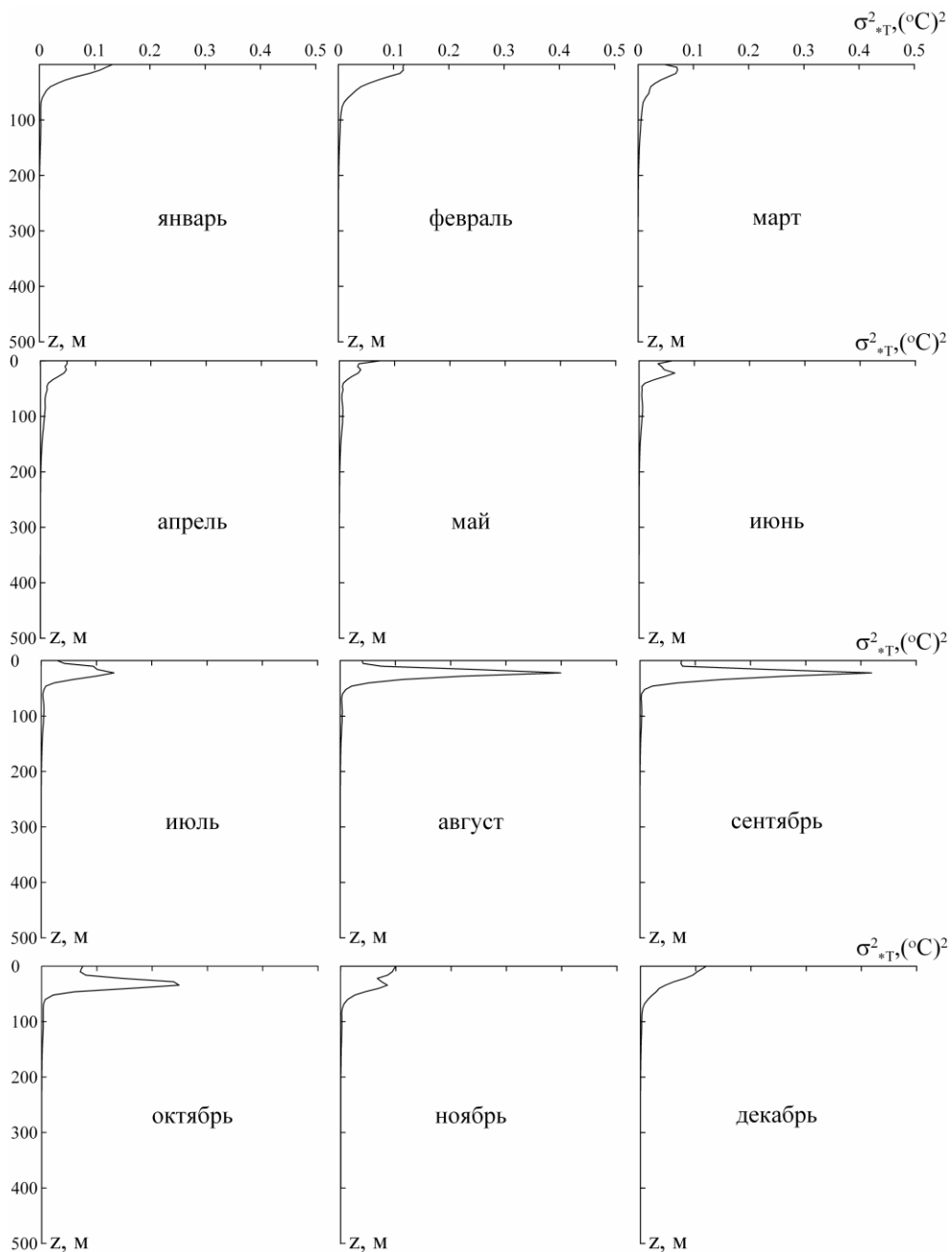
Суточные климатические поля температуры и солёности, дисперсии ошибок измерений и ежемесячные «типичные» дисперсии ошибок прогноза температуры и солёности были линейно проинтерполированы с  $z$ -горизонтов на  $\sigma$ -поверхности. Поля отмеченных параметров, данные о среднемесячных

климатических значениях расходов, а также поля атмосферного воздействия интерполировались линейно на каждый шаг по времени бароклинной моды.



**Р и с. 1.** Графики ежемесячных изменений по глубине «типичных» дисперсий ошибок прогноза солености





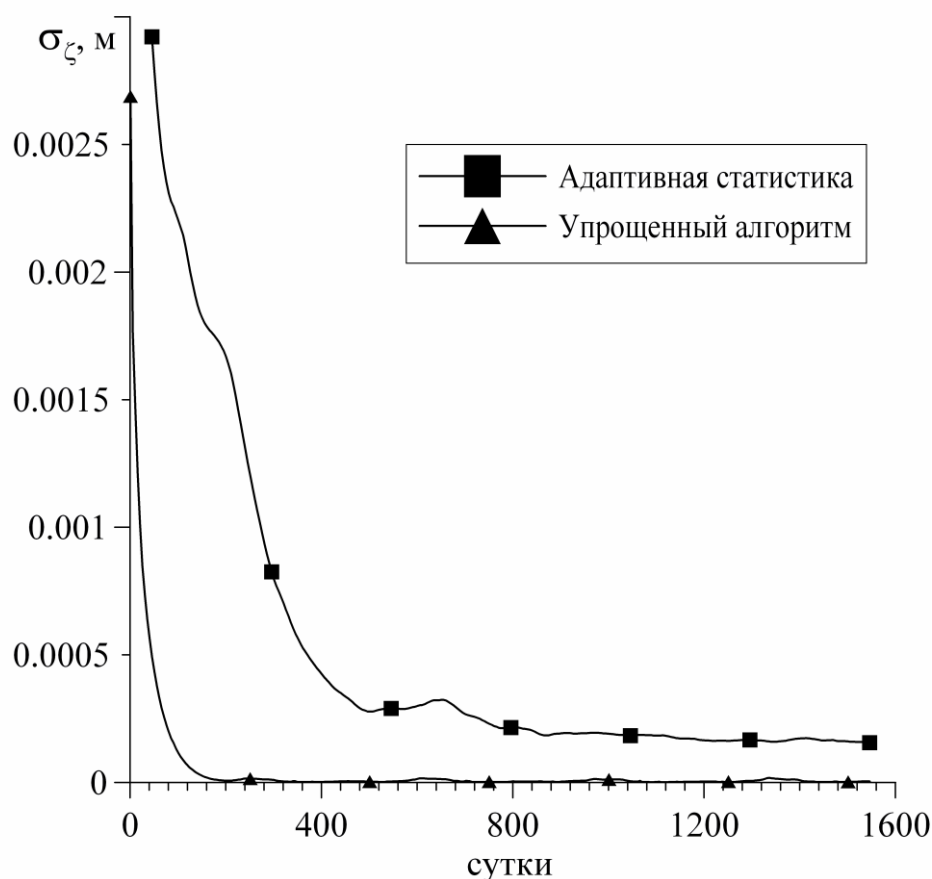
**Р и с. 2.** Графики ежемесячных изменений по глубине «типичных» дисперсий ошибок прогноза температуры

### **Анализ результатов численных экспериментов**

С использованием приведенного выше алгоритма адаптивной статистики ошибок расчет проводился на 5,25 года с ассимиляцией в модели климатических полей температуры и солености на каждом шаге по времени бароклин-

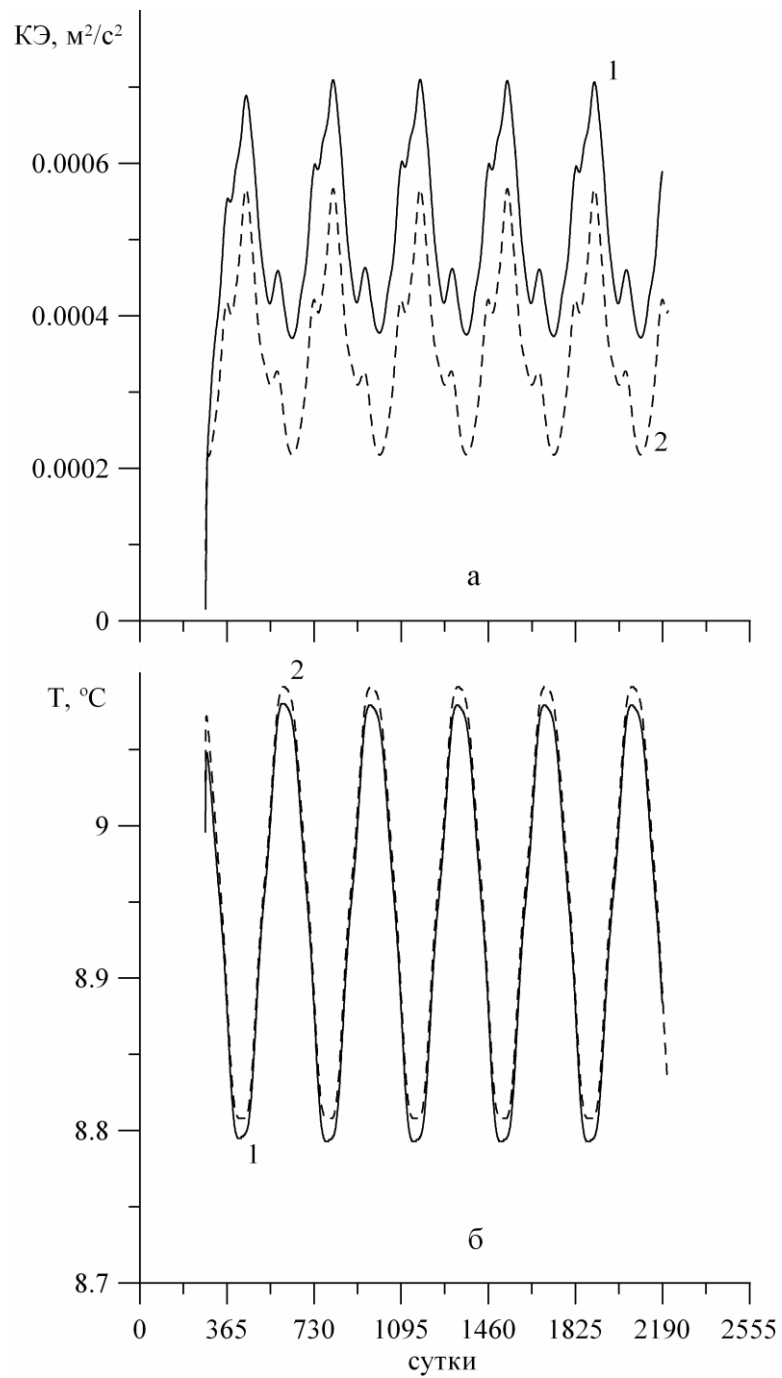
ной моды. Для анализа использовались результаты расчетов для последнего года с дискретностью в 5 сут.

Процедуры ассимиляции данных в модели по упрощенному алгоритму (15а), (16а) и алгоритму адаптивной статистики (15), (16) оказались устойчивыми и сходящимися (рис. 3). Уровень значений среднеквадратической разности  $\sigma_\zeta$  при выходе на квазипериодический режим изменения во времени в алгоритме адаптивной статистики на порядок выше. Это объясняется тем, что в этом алгоритме влияние модели на результаты восстановления гидрофизических полей оказалось бóльшим, чем при использовании упрощенного алгоритма ассимиляции.



Р и с. 3. Поведение со временем среднеквадратических разностей между значениями уровня моря, относящимися к моментам времени с разницей в один год в двух вариантах расчетов

Графики поведения со временем средних по объему кинетической энергии (КЭ) и температуры (рис. 4) подтверждают устойчивость алгоритма адаптивной статистики. Сезонный сигнал хорошо прослеживается в течение каждого года.

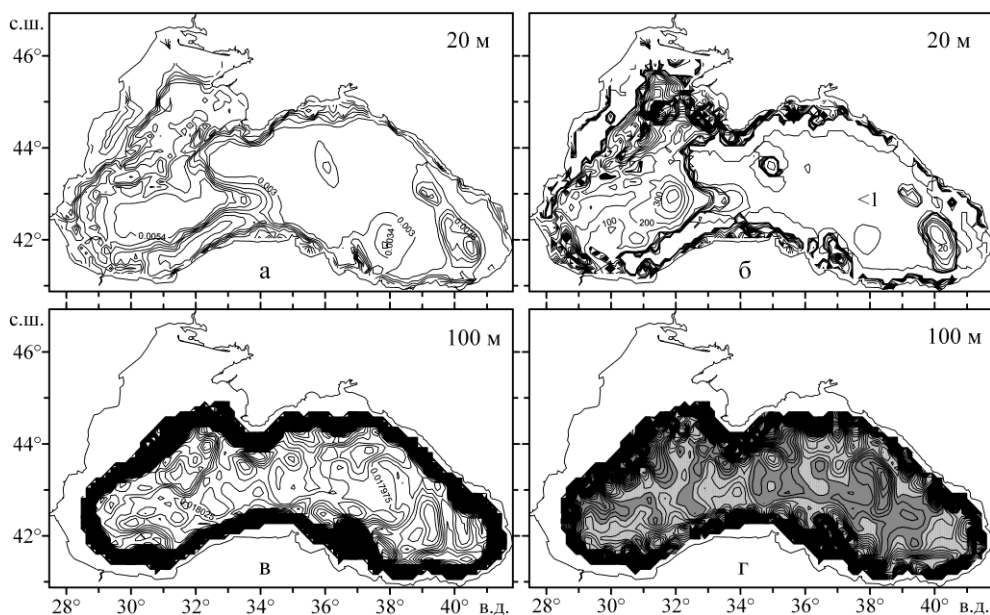


**Р и с. 4.** Графики поведения со временем средней по объему моря кинетической энергии (*а*) и температуры (*б*): кривые 1 – по алгоритму адаптивной статистики; кривые 2 – по упрощенному алгоритму

Пространственное распределение дисперсии ошибок прогноза солёности зимой на горизонтах 20 и 100 м показано на рис. 5, *а, в*. Для сравнения на

*ISSN 0233-7584. Мор. гидрофиз. журн., 2009, № 6* 13

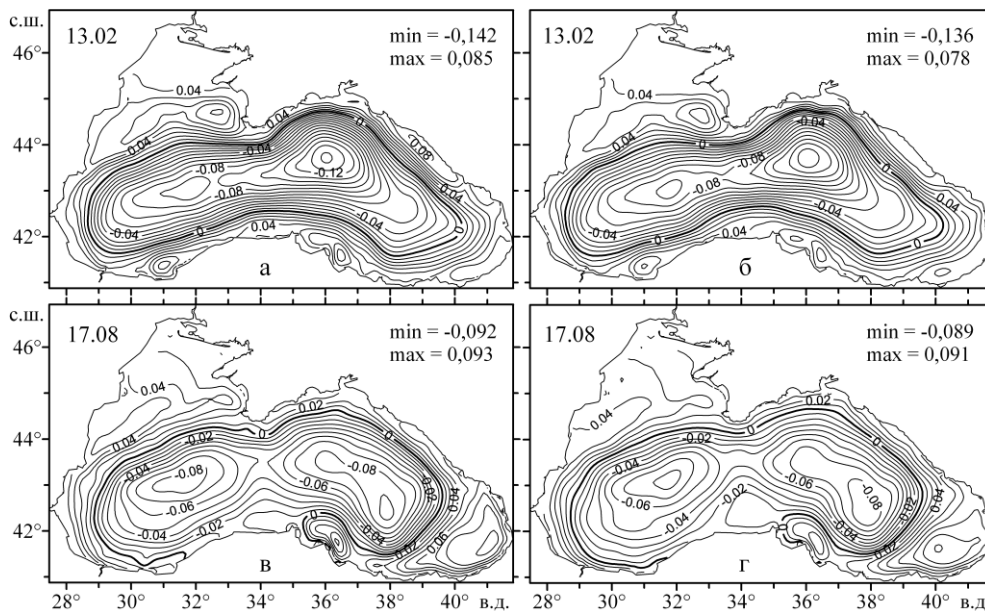
рис. 5, б, г даны распределения коэффициента вертикальной турбулентной диффузии и вертикальной скорости на соответствующих горизонтах. Отметим, что величины дисперсий ошибок оптимальных оценок солёности на каждом горизонте определяются характером изменения по глубине и значениями «типичных» дисперсий. Из сравнения рис. 5, а, б видно, что структура дисперсии ошибок прогноза солёности в верхнем перемешанном слое определяется вертикальной турбулентной диффузией. Вследствие этого наблюдается корреляция между полями коэффициента вертикальной турбулентной диффузии и дисперсии. Поскольку в верхнем 30-метровом слое моря «типичная» дисперсия ошибок прогноза солёности уменьшается с глубиной (рис. 1), то областям с большими значениями коэффициента диффузии соответствуют зоны с большими величинами дисперсии и наоборот. Глубже перемешанного слоя структура дисперсии ошибок прогноза солёности по горизонтали определяется вертикальной адвекцией (рис. 5, в, г). При этом зонам подъёма вод соответствуют области с меньшими величинами дисперсии вследствие уменьшения значений «типичной» дисперсии на глубинах, больших 100 м (рис. 1). Аналогичные корреляции были получены в работе [4], в которой использовалась модель МГИ [5]. Отмеченные выше корреляции характерны также для полей дисперсии ошибок прогноза температуры, коэффициента вертикальной турбулентной диффузии и вертикальной скорости.



**Р и с. 5.** Распределения зимой (30. 01) дисперсии ошибок прогноза солёности ( $(\%)^2$ ) на горизонтах 20 м (а) и 100 м (в), а также коэффициента вертикальной турбулентной диффузии ( $\text{см}^2/\text{с}$ ) на 20 м (б) и вертикальной скорости ( $\text{см}/\text{с}$ ) на 100 м (г) (темно-серым цветом показаны зоны подъема вод, светло-серым – зоны опускания)

Уровень моря, восстановленный по двум алгоритмам ассимиляции климатических данных, представлен на рис. 6. Увеличение интенсивности поверхностной геострофической циркуляции отмечается при использовании

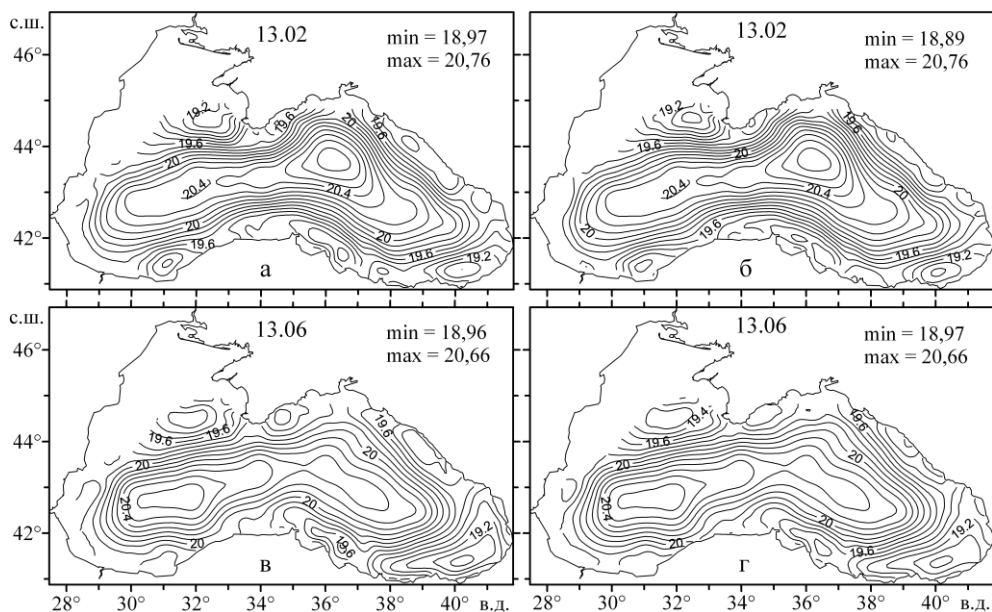
алгоритма адаптивной статистики. Это особенно заметно по усилению антициклонических вихрей справа от Основного Черноморского течения. Зимой более четко выражены Сакарьякский, Кизилрмакский и кавказские антициклоны. Летом – Сакарьякский, Синопский и Кизилрмакский вихри. Отметим, что интенсификация антициклонических вихрей, восстановленных посредством алгоритма адаптивной статистики, наблюдается также весной и осенью.



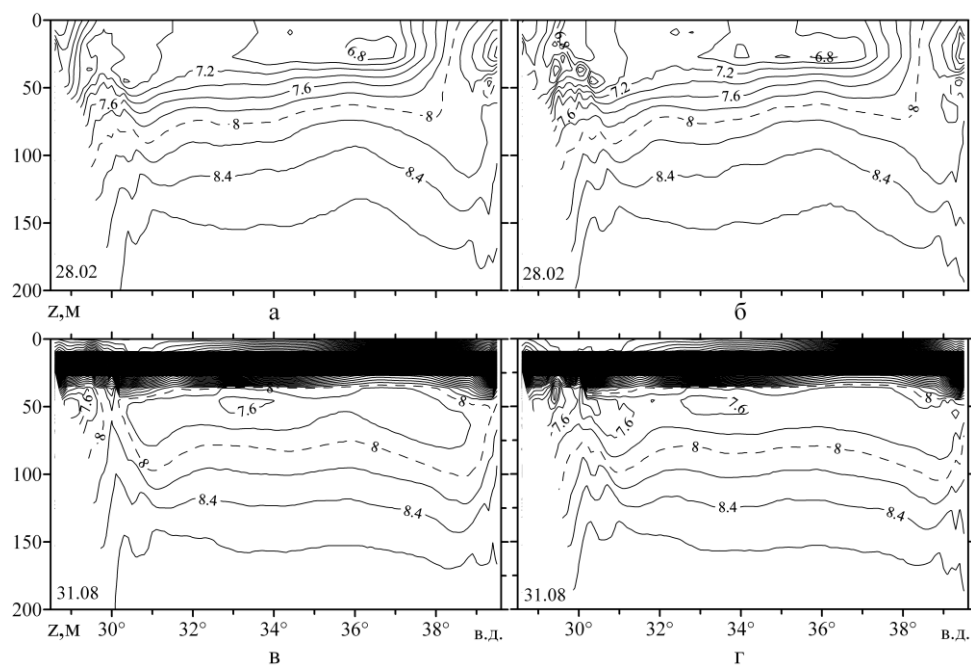
**Р и с. 6.** Топография уровня моря (м) зимой и летом: *a, в* – по алгоритму адаптивной статистики; *б, г* – по упрощенному алгоритму

Распределения солености на глубине 100 м (рис. 7) отражают структуру циркуляции вод моря в области постоянного галоклина. На рисунке видно, что в варианте усвоения данных, когда дисперсия ошибок прогноза зависит от пространственных координат и времени, расположение изохалин в антициклонических вихрях более упорядоченное. Это особенно заметно в летний сезон по отношению к Босфорскому, Кавказскому (Туапсе) и Крымскому вихрям.

На картах температуры на широтном разрезе 43,7°с.ш. (рис. 8) показана вертикальная термическая структура вод Черного моря, характерной особенностью которой является наличие в деятельном слое anomalно холодной воды с температурой ниже 8°C – холодного промежуточного слоя (ХПС). В феврале в результате зимней конвекции температура воды в верхнем слое меньше 8°C (за исключением восточной зоны). В летний период в результате прогрева холодные воды изолируются от поверхности моря. Холодозапас ХПС в этот период, рассчитанный с применением алгоритма адаптивной статистики (рис. 8, *в*), меньше, чем полученный по упрощенному алгоритму. Средняя по объему температура воды летом также меньше (рис. 4, *б*).



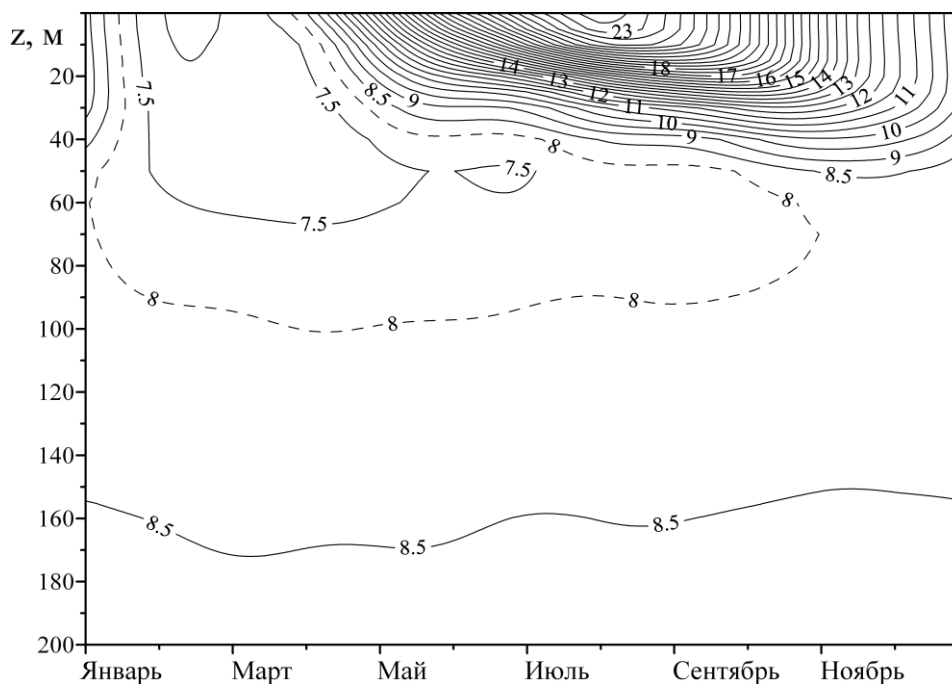
**Р и с. 7.** Распределение солености (‰) зимой и летом на горизонте 100 м: а, в – по алгоритму адаптивной статистики; б, г – по упрощенному алгоритму



**Р и с. 8.** Распределение температуры (°C) на вертикальном разрезе вдоль 43,7° с. ш.: а, в – по алгоритму адаптивной статистики; б, г – по упрощенному алгоритму

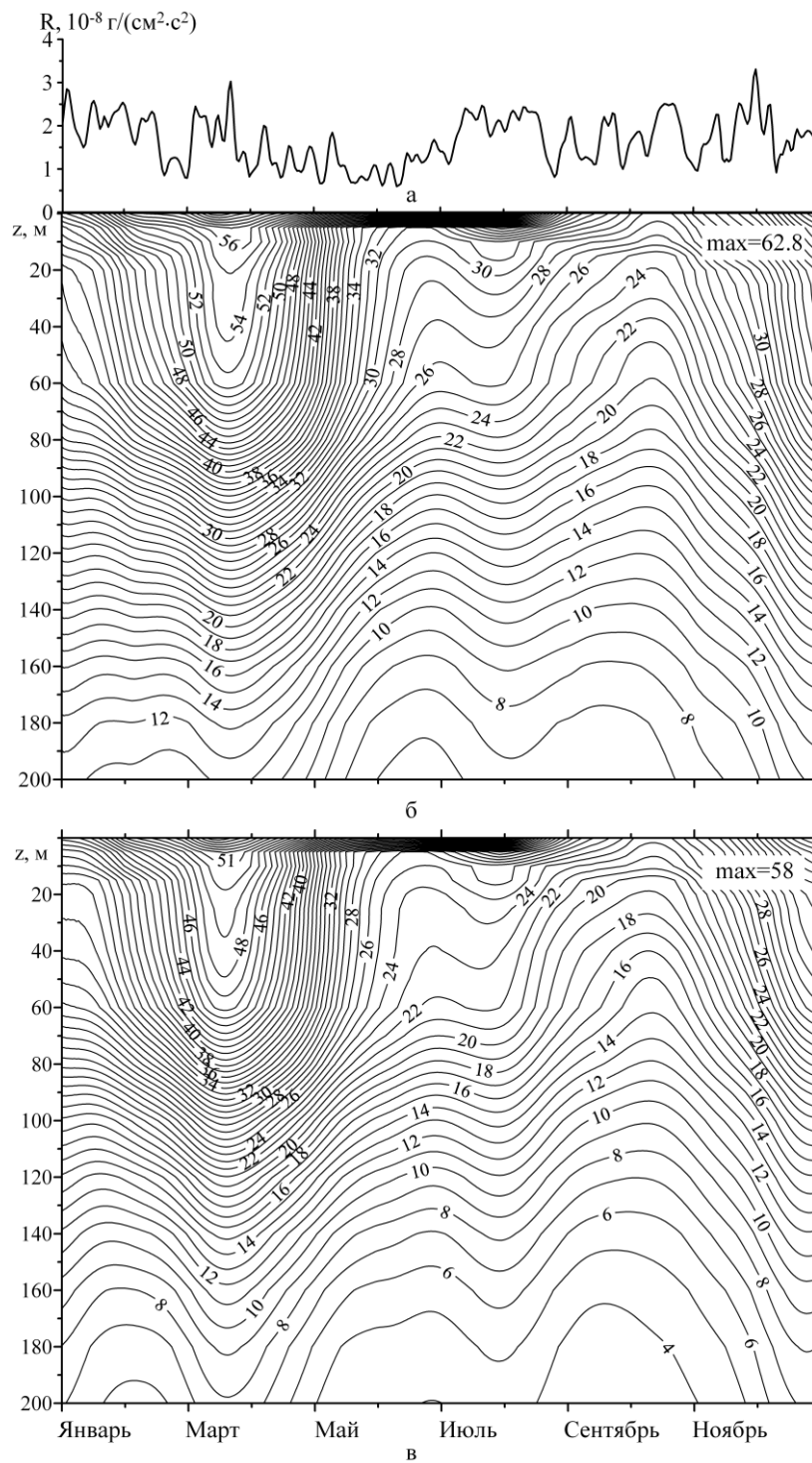
Вертикально-временная диаграмма распределения средней по горизонтам температуры в слое 0 – 200 м (горизонты 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 120, 140, 160, 180, 200 м) дает общее представление о внутри-

годовой изменчивости этого параметра (рис. 9). В осенне-зимний период проявляются процессы формирования верхнего перемешанного слоя, его толщина колеблется в пределах 30 – 50 м. В летний период сезонный термоклин располагается в основном на глубинах 10 – 30 м. На диаграмме выделяются глубины залегания ХПС и их изменчивость. Верхняя и нижняя границы ХПС определяются по расположению изотермы 8°C. Видно, что в весенне-летний период толщина ХПС уменьшается главным образом из-за заглубления его верхней границы в результате поверхностного прогрева вод, вертикальной адвекции и турбулентной диффузии тепла. Нижняя граница ХПС приподнимается. В ноябре и декабре средняя температура на всех горизонтах в слое 0 – 200 м выше 8°C. Сплошность вод ХПС на отдельных горизонтах нарушается.



**Р и с. 9.** Вертикально-временная диаграмма средней по горизонтам температуры (°C) в слое 0 – 200 м, полученная при использовании алгоритма адаптивной статистики

Представление о внутригодовой изменчивости и интенсивности климатических течений дают вертикально-временные диаграммы средней по акватории моря кинетической энергии (рис. 10). В варианте расчетов по алгоритму адаптивной статистики ошибок КЭ несколько выше, чем в расчетах по упрощенному алгоритму. Это согласуется с результатами работы [2], в которой использовалась обладающая меньшими сглаживающими свойствами модель течений [5]. Алгоритм адаптивной статистики ошибок позволяет лучше воспроизводить климатические поля Черного моря.

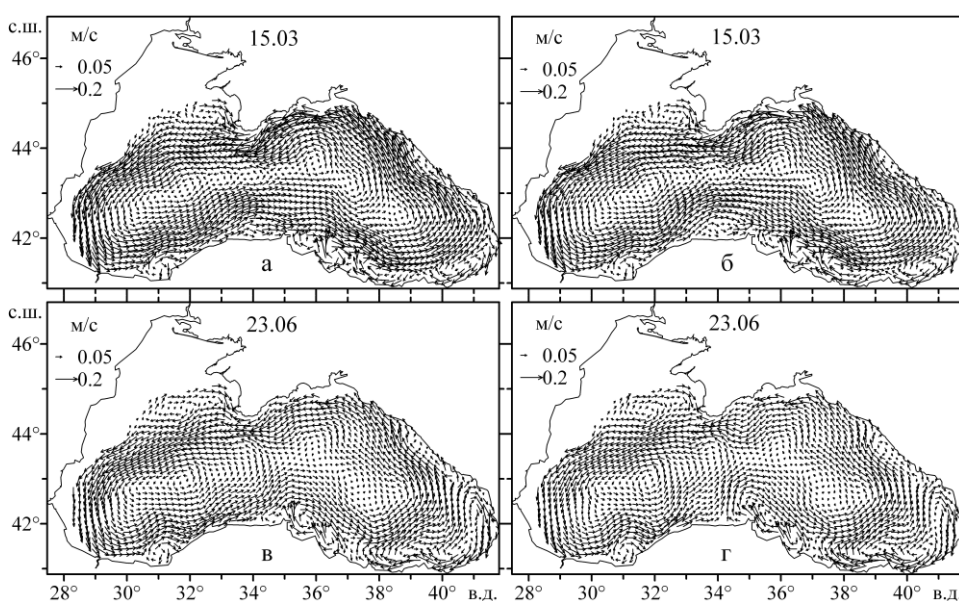


**Р и с. 10.** Поведение со временем осредненного по акватории моря вихря скорости ветра  $R$  (а) и вертикально-временные диаграммы средней по акватории моря кинетической энергии ( $\text{см}^2/\text{с}^2$ ) в слое 0 – 200 м по алгоритму адаптивной статистики (б) и упрощенному алгоритму (в)



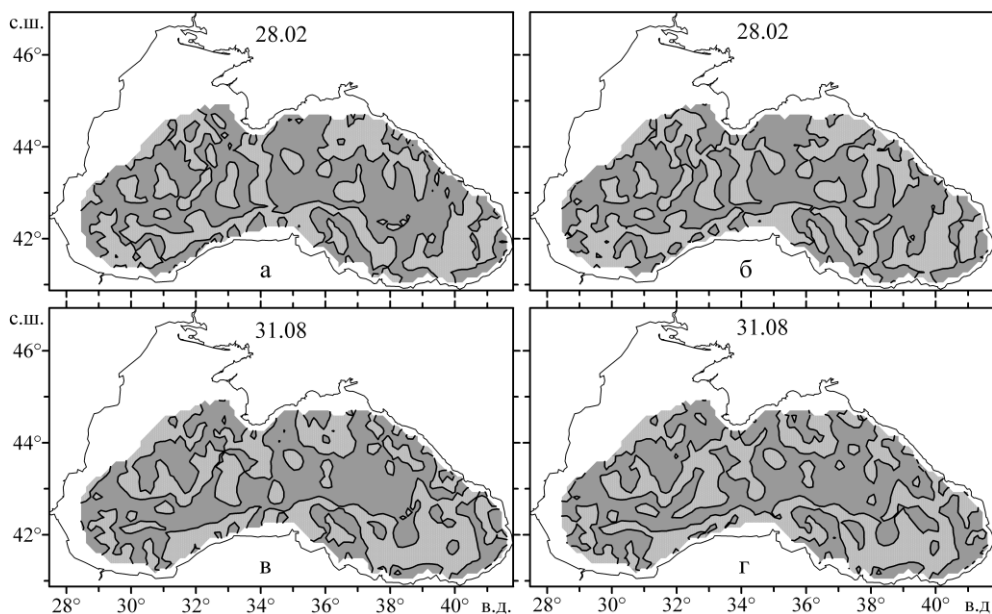
Наибольшая по интенсивности циркуляция вод наблюдается в марте (15.03), наименьшая – в октябре (11.10). С конца первой декады июня до конца первой декады августа слой 10 – 60 м в целом характеризуется тем, что в нем КЭ изменяется по глубине гораздо слабее, чем в слоях над ним и под ним.

Карты течений иллюстрируют отмеченные особенности вертикального распределения средней по морю КЭ. На рис. 11, а, б видно, что во время максимума КЭ течения на глубине 75 м в обоих вариантах расчетов практически не различаются. Справа от Основного Черноморского течения хорошо видны Сакарьякский, Кизилрмакский, Батумский, Кавказский (Туапсе) и Севастопольский антициклоны. В последней декаде июня течения слабее, чем в марте. На карте течений (рис. 11, в), реконструированных посредством алгоритма адаптивной статистики ошибок, кроме отмеченных выше вихрей, присутствует Синопский антициклон. Наличие дополнительных вихрей либо их интенсификация на отдельных горизонтах характерны для результатов, полученных при использовании алгоритма адаптивной статистики. Эти эффекты хорошо видны также на картах интегральной функции – уровня моря (рис. 6).



**Р и с. 11.** Течения весной и летом на глубине 75 м: а, б – по алгоритму адаптивной статистики; в, г – по упрощенному алгоритму

Анализ карт вертикальной скорости течений (рис. 12) позволяет сделать следующие выводы. Зимой и летом в обоих вариантах расчетов наблюдается перемежаемость вертикальных движений (зон подъема и опускания вод). В области восточного циклонического круговорота площадь подъема вод, полученная при использовании алгоритма адаптивной статистики, больше, чем во втором варианте ассимиляции данных наблюдений. В зоне Батумского антициклонического вихря в период наибольшей его интенсификации наблюдается опускание вод.



**Р и с. 12.** Распределение вертикальной скорости (см/с) зимой и летом на горизонте 100 м: *а, в* – по алгоритму адаптивной статистики; *б, г* – по упрощенному алгоритму (темно-серым цветом показаны зоны подъема вод, светло-серым – зоны опускания)

Модуль значений вертикальной скорости течений в обоих вариантах расчетов на горизонте 100 м в глубоководной области моря имеет порядок  $10^{-4}$  см/с, на горизонте 200 м – порядок  $10^{-3} - 10^{-4}$  см/с.

### Выводы

Алгоритм адаптивной статистики ошибок прогноза, приведенный в статье, реализован в  $\sigma$ -координатной модели.

Процедуры ассимиляции климатических данных по температуре и солености в модели циркуляции Черного моря по алгоритму адаптивной статистики и упрощенному алгоритму [9] оказались устойчивыми и сходящимися.

Структура дисперсии ошибок прогноза температуры и солености в верхнем перемешанном слое определяется вертикальной турбулентной диффузией. Вследствие этого наблюдается корреляция между полями коэффициента вертикальной диффузии и дисперсии. Глубже перемешанного слоя структура дисперсии ошибок прогноза температуры и солености по горизонтали определяется вертикальной адвекцией.

В случае, когда дисперсия ошибок прогноза зависит от пространственных координат и времени, вихревые образования в восстановленных полях температуры и солености выражены лучше. Процессы формирования верхнего перемешанного и холодного промежуточного слоев воды хорошо видны на вертикально-временной диаграмме распределения средней по горизонтам температуры в слое 0 – 200 м.

Интенсивность поверхностной геострофической циркуляции увеличивается при использовании алгоритма адаптивной статистики. Вертикально-

временные диаграммы средней по акватории моря кинетической энергии показали, что КЭ в варианте расчетов по алгоритму адаптивной статистики ошибок несколько выше, чем в расчетах по упрощенному алгоритму. В области восточного циклонического круговорота при использовании алгоритма адаптивной статистики площадь подъема вод больше, чем во втором варианте ассимиляции данных наблюдений. Наличие дополнительных вихрей в полях скорости течений либо их интенсификация на отдельных горизонтах характерны для результатов, полученных при использовании алгоритма адаптивной статистики.

Таким образом, получено, что применение алгоритма адаптивной статистики ошибок в процедуре ассимиляции данных позволяет лучше воспроизводить климатические поля Черного моря.

Авторы выражают благодарность В.А. Моисеенко за полезные замечания по содержанию работы и Н.В. Инюшиной за подготовку массивов данных по климатическим температуре, солёности и «типичной» дисперсии ошибок прогноза на  $\sigma$ -поверхностях.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кныш В.В., Демьшев С.Г., Коротаев Г.К.* Методика реконструкции климатической сезонной циркуляции Черного моря на основе ассимиляции гидрологических данных в модели // *Морской гидрофизический журнал*. – 2002. – № 2. – С. 36 – 52.
2. *Демьшев С.Г., Кныш В.В., Инюшина Н.В.* Сезонная изменчивость и трансформация с глубиной климатических горизонтальных течений Черного моря по результатам ассимиляции в модели новых климатических данных температуры и солёности // *Там же*. – 2005. – № 6. – С. 28 – 45.
3. *Демьшев С.Г., Кныш В.В., Коротаев Г.К.* Результаты расчета адаптированных полей Черного моря на основе ассимиляции в модели климатической температуре и солёности // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. – 2006. – 42, №4. – С. 604 – 617.
4. *Кныш В.В., Демьшев С.Г., Инюшина Н.В., Коротаев Г.К.* Ассимиляция климатических гидрологических данных в модели Черного моря на основе алгоритма адаптивной статистики ошибок прогноза // *Морской гидрофизический журнал*. – 2008. – №1. – С. 44 – 55.
5. *Демьшев С.Г., Коротаев Г.К.* Численная энергосбалансированная модель бароклинных течений океана с неровным дном на сетке  $C$  // *Численные модели и результаты калибровочных расчетов течений в Атлантическом океане*. – М.: ИВМ РАН, 1992. – С. 163 – 231.
6. *Саркисян А.С., Кныш В.В., Демьшев С.Г. и др.* Многоэлементный четырехмерный анализ гидрофизических полей на основе динамико-стохастических моделей (для программы «Разрезы») // *Итоги науки и техники. Атмосфера, океан, космос – программа «Разрезы»*. – М.: ВИНТИ, 1987. – Т. 9. – С. 5 – 64.
7. *Кубряков А.И.* Применение технологии вложенных сеток при создании системы мониторинга гидрофизических полей в прибрежных районах Черного моря // *Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа*. – Севастополь: МГИ НАН Украины, 2004. – Вып. 11. – С. 31 – 50.
8. *Mellor G.L., Yamada T.* Development of a turbulence closure model for geophysical fluid problem // *Rev. Geophys.* – 1982. – 20, № 4. – P. 851 – 875.
9. *Кныш В.В., Кубряков А.И., Инюшина Н.В. и др.* Восстановление климатической сезонной циркуляции Черного моря на основе модели в  $\sigma$ -координатах с использованием ассимиляции данных о температуре и солёности // *Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа*. – Севастополь: МГИ НАН Украины, 2008. – Вып. 16. – С. 243 – 265.

10. *Кныш В.В., Моисеенко В.А., Чернов В.В.* Некоторые результаты четырехмерного анализа гидрофизических полей в Тропической Атлантике // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. – 1988. – 24, №7. – С. 744 – 752.
11. *Демьшев С.Г., Кныш В.В.* Модельные численные эксперименты по оценке достоверности многоэлементного четырехмерного анализа основных физических полей океана // Теория океанических процессов. – Севастополь: МГИ НАН Украины, 1981. – С. 61 – 69.
12. *Моисеенко В.А., Белокопытов В.Н.* Оценка качества массива данных измерений, подготовленного для решения задачи реанализа состояния Черного моря за период 1985 – 1994 гг. // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа. – Севастополь: МГИ НАН Украины, 2008 – Вып. 16. – С.184 – 189.
13. *Саенко О.А.* Четырехмерный анализ гидрофизических полей в Тропической Атлантике в рамках полной нелинейной модели течений: численный эксперимент и обработка реальной съемки // Морской гидрофизический журнал. – 1992. – №2. – С. 26 – 33.
14. *Гандин Л.С., Каган Р.А.* Статистические методы интерпретации метеорологических данных. – Л.: Гидрометеиздат, 1976. – 357 с.
15. *Smolarkiewicz P.K.* A simple positive definite advection transport scheme with small implicit diffusion // Mon. Wea. Rev. – 1983. – 111, № 3 – P. 479 – 486.
16. *Smolarkiewicz P.K.* A fully multidimensional positive definite advection transport algorithm with small implicit diffusion // J. Comput Phys. – 1984. – 54. – P. 325 – 362.
17. *Белокопытов В.Н.* Термохалинная и гидролого-акустическая структура вод Черного моря // Дис. ... канд. геогр. наук. – Севастополь: МГИ НАН Украины, 2004. – 160 с.

Морской гидрофизический институт НАН Украины,  
Севастополь

Материал поступил  
в редакцию 14.08.08  
После доработки 11.09.08

ABSTRACT Algorithm of adaptive statistics of forecast errors is realized to assimilate temperature and salinity climatic fields in a sigma-coordinate model of the Black Sea dynamics. Basic relations between the algorithm and its simplified version based on the Kalman filter are given. The model-conditioned features of the algorithm realization are discussed. Results of comparison of the Black Sea hydrophysical fields reconstructed based on the algorithm of adaptive statistics of climatic data assimilation and its simplified variant are represented. It is shown that in the equations of transport – diffusion of heat and salt, consideration of dependence of their sources upon four-dimensional dispersion of the forecast errors and three-dimensional measurement errors permits to reconstruct mutually adjusted climatic parameters of the sea more accurately.