

Генерация длинных волн в бассейне при кратковременных смещениях боковой границы

Рассмотрена упрощенная модель генерации цунами при землетрясениях на суше. Передача жидкой среде горизонтального импульса осуществляется посредством горизонтальных смещений вертикальной боковой границы по заданному временному закону. Задача решается конечно-разностным методом для упругих и неупругих смещений боковой границы бассейна. Дан анализ эффективности генерации волн типа цунами подобными внешними возмущениями. Показано, что эффективность генерации поверхностных волн упругими смещениями боковой границы бассейна значительно выше, чем при смещениях границы с остаточными деформациями.

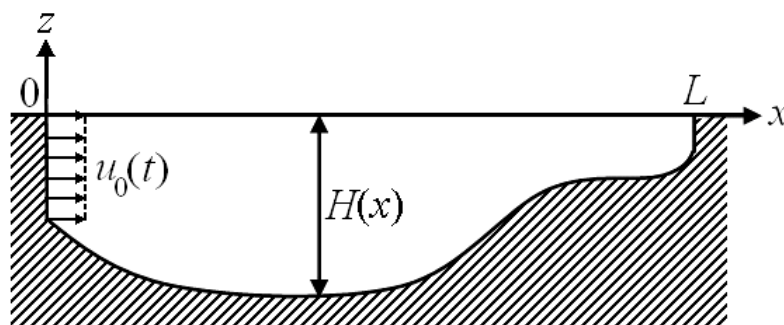
Ключевые слова: волны цунами, генерация, смещения боковой границы, уравнения длинных волн, аналитические решения, численные решения.

Введение. Источники генерации волн цунами как одного из видов поверхностных длинных волн в Мировом океане весьма разнообразны. В их число входят подводные землетрясения [1, 2] и инициированные ими оползни [3], обвалы скал [2], интенсивные атмосферные возмущения (метеоцунами) [4, 5] и др. Известны случаи генерации цунами землетрясениями с эпицентрами на суше. Применительно к Черному морю – это разрушительное Эрзинджанское землетрясение с магнитудой 8, произошедшее 26.12.1939 г. Его эпицентр располагался на суше приблизительно в 150 км от северо-восточного побережья Турции. Цунами было зарегистрировано инструментально в нескольких пунктах кавказского и крымского участков Черноморского побережья [6].

Очевидно, что генерация цунами землетрясениями на суше связана с передачей жидкости горизонтального импульса, например, при горизонтальных подвижках крутых участков донной поверхности или подводных склонов. Ниже рассматривается упрощенная модель генерации длинных волн типа цунами, когда горизонтальный импульс передается жидкости при достаточно кратковременных горизонтальных смещениях вертикальной боковой стенки бассейна. Для такого внешнего воздействия на жидкость анализируется (в рамках плоской задачи) эффективность генерации волн цунами посредством этого механизма и ее зависимость от параметров модели.

Математическая постановка задачи. Рассматривается бассейн переменной глубины, занимающий в вертикальной плоскости Oxz область $0 \leq x \leq L, -H(x) \leq z \leq 0$ (рис. 1), где x, z – горизонтальная и вертикальная координаты; ось z направлена вверх и ее начало $z = 0$ совпадает с положением невозмущенной свободной поверхности жидкости; L – ширина, $H = H(x) > 0$ –

глубина бассейна в невозмущенном состоянии. Боковые границы бассейна, расположенные в точках $x = 0$ и $x = L$, являются вертикальными, и глубина около них отлична от нуля. В начальный момент времени $t = 0$ жидкость неподвижна, свободная поверхность – горизонтальная. При $t > 0$ левая вертикальная стенка совершает в течение конечного временного интервала $0 \leq t \leq T$ горизонтальные поступательные смещения по известному временному закону $x = s(t)$. Исследуем движение жидкости, вызванное таким внешним воздействием. Условно будем считать, что движения вертикальной боковой стенки имитируют передачу горизонтального импульса при смещениях участка шельфовой зоны бассейна во время землетрясения с эпицентром на суше.



Р и с. 1. Схема задачи

В рамках нелинейной теории длинных поверхностных волн плоское движение идеальной несжимаемой однородной жидкости описывается системой двух уравнений

$$u_t + uu_x = -g\zeta_x, \quad (1)$$

$$\zeta_t + [(H + \zeta)u]_x = 0 \quad (2)$$

с начальными

$$u = \zeta = 0 \quad (t = 0) \quad (3)$$

и граничными

$$u = u_0(t) \quad (x = 0), \quad u = 0 \quad (x = L) \quad (4)$$

условиями, где $u = u(x, t)$ – осредненная по глубине горизонтальная скорость; $z = \zeta(x, t)$ – отклонение свободной поверхности жидкости от горизонтального положения $z = 0$; $u_0 = ds/dt$ – горизонтальная скорость смещений левой боковой границы бассейна; g – ускорение свободного падения. В краевом условии (4) горизонтальная скорость боковой стенки бассейна отнесена к точке $x = 0$, а поэтому изменения ширины бассейна при смещениях стенки не учитываются.

Линейные волны в бассейне постоянной глубины. В линейном приближении задача (1) – (4) упрощается:

$$u_t = -g\zeta_x, \quad \zeta_t + Hu_x = 0, \quad (5)$$

$$u(x,0) = \zeta(x,0) = 0, \quad (6)$$

$$u(0,t) = u_0(t), \quad u(L,t) = 0. \quad (7)$$

Найдем аналитическое решение этой задачи. Для этого исключим ζ из соотношений (5), (6). Получим начально-краевую задачу для волнового уравнения относительно горизонтальной скорости $u(x, t)$:

$$u_{tt} = c^2 u_{xx}, \quad (8)$$

$$u(x,0) = u_t(x,0) = 0, \quad (9)$$

$$u(0,t) = u_0(t), \quad u(L,t) = 0, \quad (10)$$

где $c = \sqrt{gH}$ – скорость распространения длинных волн.

Применим к (8) и (10) интегральное преобразование Лапласа по времени t с учетом условий (9). Придем к краевой задаче

$$U_{xx} - \frac{\alpha^2}{c^2} U = 0, \quad U|_{x=0} = U_0, \quad U|_{x=L} = 0, \quad (11)$$

в которой $U(x,\alpha)$ и $U_0(\alpha)$ – преобразование Лапласа по t функций u и u_0 ; α – параметр интегрального преобразования. Решение задачи (11) имеет вид

$$U = U_0(\alpha) \frac{\text{sh}k(L-x)}{\text{sh}kL}, \quad k = \frac{\alpha}{c}. \quad (12)$$

Применение к функции (12) обратного преобразования Лапласа и теоремы о свертке [7] позволяет найти аналитическое выражение для распределения горизонтальной скорости в виде бесконечного функционального ряда:

$$u = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(x,t), \quad u_n = \frac{2c}{L} \int_0^t \sin\left[\frac{n\pi c}{L}(t-\tau)\right] u_0(\tau) d\tau \cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right). \quad (13)$$

Преобразование Лапласа смещений свободной поверхности $Z(x,\alpha)$ находится с помощью уравнения неразрывности (второе уравнение в (5)):

$$Z = \sqrt{\frac{H}{g}} U_0(\alpha) \frac{\text{ch}k(L-x)}{\text{sh}kL}. \quad (14)$$

Формула (14) позволяет найти аналитическое выражение для формы свободной поверхности жидкости

$$\zeta = \sum_{n=1}^{\infty} \zeta_n(x,t), \quad \zeta_n = \frac{2H}{L} \int_0^t \cos\left[\frac{n\pi c}{L}(t-\tau)\right] u_0(\tau) d\tau \cdot \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right). \quad (15)$$

Ряды (13) и (15) сходятся медленно. Выражения (13) и (15) можно интерпретировать как разложение решения по горизонтальным модам.

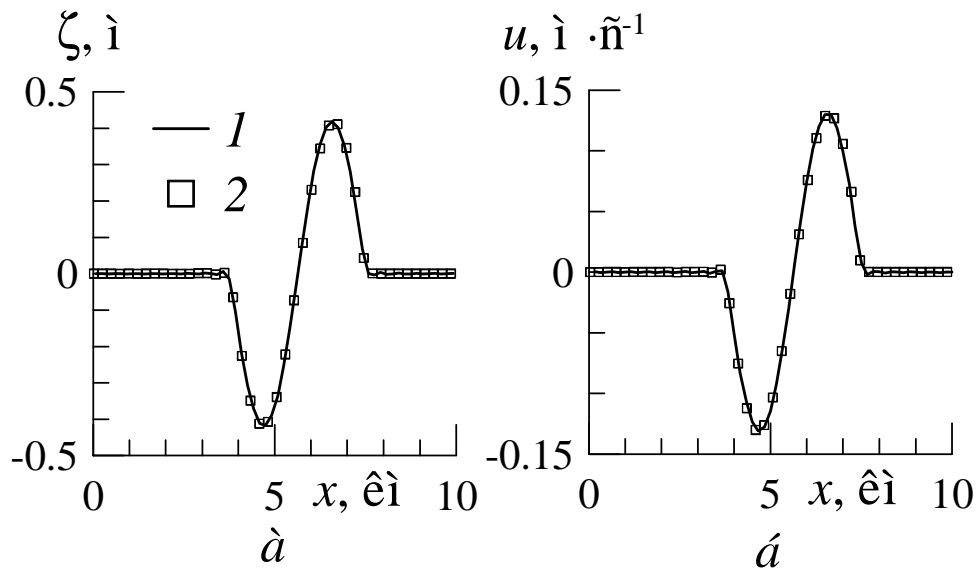
Численная процедура решения задачи (1) – (4) для бассейна переменной глубины. Для расчета нелинейных волн в бассейне переменной глубины необходимо применение численных методов. В данной работе для решения задачи (1) – (4) использована явно-неявная конечно-разностная схема на разнесенных для u и ζ равномерных по переменной x сетках [8].

При расчетах рассмотрено два закона изменения горизонтальных смещений боковой стенки со временем:

$$s_1 = s_0 \sin^2(\pi t/T) \quad (0 \leq t \leq T), \quad s_1 = 0 \quad (t \leq 0, t \geq T); \quad (16)$$

$$s_2 = s_0 \sin^2[\pi t/(2T)] \quad (0 \leq t \leq T), \quad s_2 = 0 \quad (t \leq 0), \quad s_2 = s_0 \quad (t \geq T), \quad (17)$$

где s_0 – максимальное смещение боковой стенки, T – длительность горизонтальных смещений боковой границы. При законе (16) левая стенка бассейна смещается вправо на расстояние s_0 за время $T/2$ и возвращается в первоначальное положение $x = 0$ при $t = T$. Подобные движения боковой стенки назовем упругими. В случае закона (17) левая боковая стенка смещается вправо на расстояние s_0 за время T и остается в этом положении. Такие движения границы имеет смысл назвать неупругими, поскольку они характеризуются остаточными смещениями стенки $x = s_0 \neq 0$.



Р и с. 2. Распределения смещений свободной поверхности (а) и горизонтальной скорости (б) в момент времени $t = 2T$ ($T = 120$ с), найденные аналитически (1) и численно (2) для амплитуды смещения боковой стенки $s_0 = 5$ м бассейна длиной $L = 50$ км и глубиной $H = 100$ м

Тестирование численной схемы проведено на аналитическом решении задачи (13), (15) для бассейна постоянной глубины при законе смещений вертикальной боковой стенки (16). Рис. 2 иллюстрирует сопоставление формы

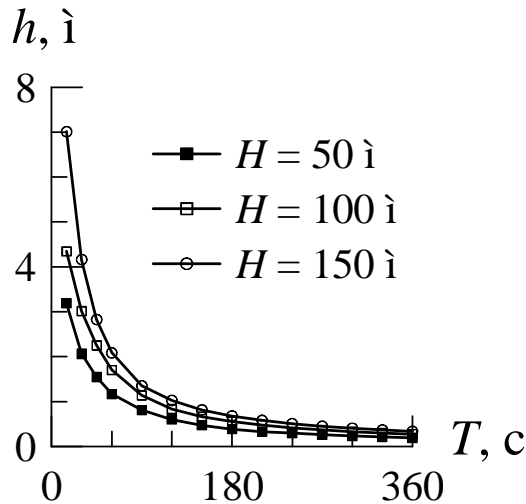
волны и распределения горизонтальной скорости для шагов интегрирования $\Delta x = 30$ м, $\Delta t = 0,6$ с; при расчетах было взято 200 членов рядов (13) и (15). В результате поступательных упругих движений стенки образуется знакопеременная поверхностная волна с близкими значениями высоты гребня и глубины подошвы волны. Аналитическое и численное решения для ζ и u практически совпадают. При увеличении шагов интегрирования и с течением времени в численном решении возникают слабые осцилляции полей относительно нулевых значений непосредственно за волной, что является проявлением вычислительной дисперсии.

Результаты численного анализа. Эффективность генерации волн при упругих и неупругих смещениях боковой стенки зависит от амплитуды и длительности движений границы, а также от глубины бассейна у стенки. Амплитуда смещений боковой границы принималась равной 0,5 – 6 м, что соответствует диапазону изменения наблюдавшихся горизонтальных смещений земной поверхности при землетрясениях [9].

Генерация волн при упругих смещениях боковой границы. При поступательно-возвратных смещениях боковой границы формируется волна, включающая волну повышения и волну понижения свободной поверхности жидкости (рис. 2, а). В качестве характеристики интенсивности возбужденной волны примем высоту волны h при $t > T$, определяемую по формуле

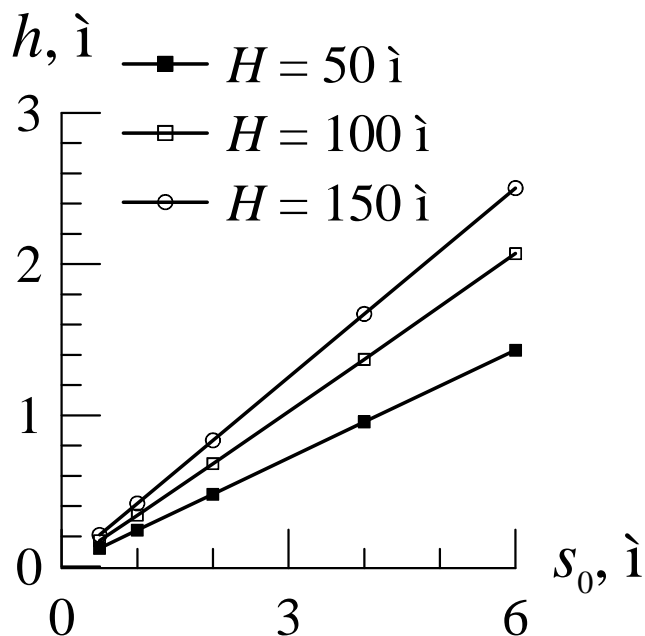
$$h(t) = \max_{0 \leq x \leq L} \zeta(x, t) - \min_{0 \leq x \leq L} \zeta(x, t).$$

На рис. 3 приведены зависимости высоты возбужденной волны от длительности смещений границы и глубины бассейна у стенки. Уменьшение длительности движений T и увеличение глубины H приводят к росту высоты излученной поверхностной волны. Она может достигать 1 – 7 м при упругих деформациях длительностью 15 – 120 с. Наиболее эффективны для генерации волн типа цунами – кратковременные смещения боковой границы.



Р и с. 3. Зависимость высоты возбужденной волны от длительности горизонтальных смещений боковой границы T и глубины бассейна H при $s_0 = 5$ м в момент времени $t = 2T$

На стадии генерации и начальном этапе распространения длинной волны нелинейные эффекты проявляются слабо. Это подтверждают представленные на рис. 4 линейные зависимости высоты волны от амплитуды упругих смещений боковой границы. Как и следовало ожидать, высота генерируемой знакопеременной волны практически пропорциональна амплитуде смещений левой границы s_0 .



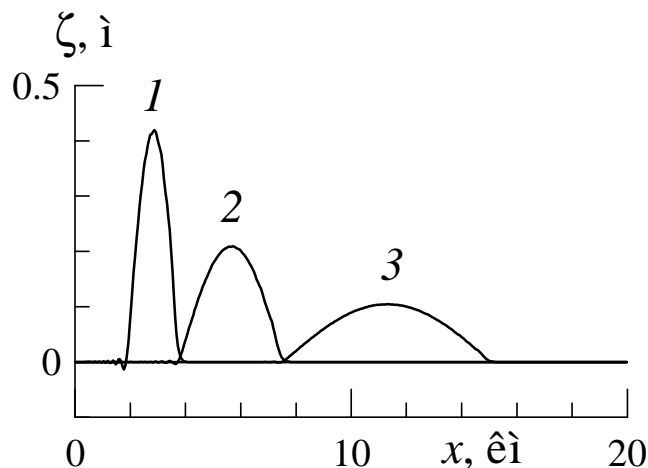
Р и с. 4. Зависимость высоты волны от амплитуды смещений стенки s_0 и глубины бассейна H при $T = 60$ с в момент времени $t = 2T$

Генерация волн при неупругих смещениях боковой границы. Переход от закона смещений боковой границы (16) к закону (17) приводит к качественному изменению формы излученной поверхностной волны (рис. 5): вместо знакопеременной волны генерируется одиночная поверхностная волна, длина которой возрастает, а высота убывает с ростом длительности неупругих смещений боковой границы бассейна.

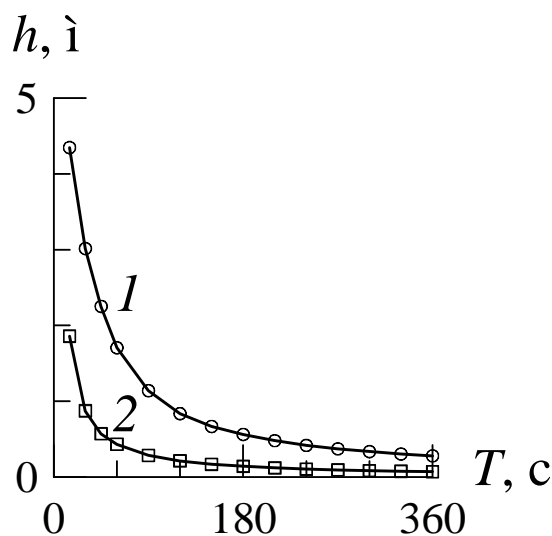
Представляет интерес сравнение эффективности генерации волн при упругих и неупругих горизонтальных смещениях боковой границы бассейна. Как следует из зависимостей, приведенных на рис. 6, при одной и той же длительности упругие смещения стенки (16) приводят к генерации волны, высота которой в 2 – 4 раза больше высоты волны при неупругих движениях (17) боковой границы.

Заметим, что эффективность генерации волн типа цунами при осесимметричных деформациях дна бассейна также зависит от закона деформаций дна. Так, в работах [10, 11] в рамках теории длинных волн и в общей линейной постановке выполнено сопоставление амплитудных и энергетических характеристик волн, генерируемых при неупругих и упругих деформациях

дна бассейна (соответственно «поршневых» и «мембранных» по терминологии [10, 11]). Показано, что форма и характеристики излученных волн зависят от временного закона деформаций дна при подводном землетрясении. Для океанических условий неупругие смещения участка дна бассейна генерируют, как правило, наиболее интенсивные поверхностные гравитационные волны. Этот вывод противоположен сделанному выше заключению относительно эффективности генерации волн при горизонтальных смещениях боковой границы бассейна. При большой продолжительности толчка, а также на мелководье или для зон деформаций дна малого радиуса упругие смещения дна – наиболее эффективный генератор поверхностных гравитационных волн.

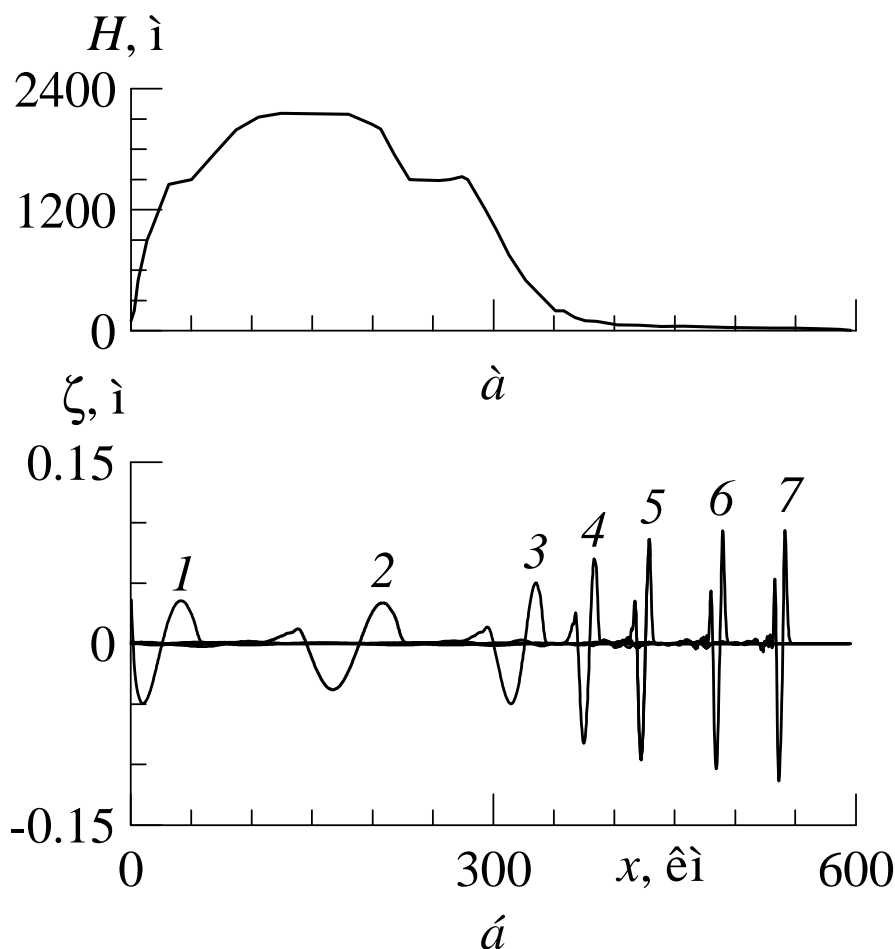


Р и с. 5. Форма волны при неупругих смещениях боковой границы в момент времени $t = 2T$: 1 – $T = 60$ с; 2 – $T = 120$ с; 3 – $T = 240$ с (параметры подвижной границы: $s_0 = 5$ м, глубина $H = 100$ м)



Р и с. 6. Зависимости высоты генерируемой волны от длительности горизонтальных смещений боковой границы в момент времени $t = 2T$: 1 – упругие смещения границы; 2 – неупругие смещения боковой границы (параметры боковой границы: $s_0 = 5$ м, $H = 100$ м)

Распространение волны от одной боковой границы к другой. В случае ограниченных бассейнов переменной глубины волна, возбужденная на левой границе бассейна, пересекает его и может значительно усилиться у противоположной, правой боковой границы. Такой случай демонстрирует рис. 7. Распределение глубины соответствует сечению Черноморской котловины вдоль меридиана $31,00^\circ$ в. д. Оно характеризуется протяженной шельфовой зоной у правой границы бассейна (северо-западная часть Черного моря).



Р и с. 7. Распределение глубины бассейна (а) и трансформация волны при пересечении бассейна слева направо (б) (для кривых 1 – 7 значения времени $t = T, 3T, 5T, 7T, 10T, 15T, 20T$ соответственно; параметры подвижной границы: $s_0 = 5$ м, $T = 600$ с, глубина у стенки $H = 100$ м)

Длинная волна, возбужденная при упругих смещениях левой границы бассейна, пересекает бассейн и входит в шельфовую зону моря у правой границы. На шельфе происходит рост высоты волны в несколько раз. Таким образом, нельзя исключать возможности образования опасных колебаний уровня моря при землетрясениях на суше, произошедших на противоположном берегу замкнутого бассейна.

Выводы. Землетрясения на суше сопровождаются передачей жидкости горизонтального импульса при смещениях подводных склонов. В результате возможно возбуждение поверхностных гравитационных волн типа цунами в близлежащих морских бассейнах, озерах и водохранилищах. Рассмотрена упрощенная модель генерации длинных волн при таком процессе, когда в качестве внешнего возмущения выступает вертикальная боковая граница, совершающая горизонтальные перемещения по заданному временному закону.

Задача решается численно конечно-разностным методом для упругих и неупругих смещений вертикальной боковой границы бассейна. Дан анализ эффективности генерации волн типа цунами подобными внешними возмущениями и ее зависимости от параметров задачи.

Показано, что при упругих смещениях боковой границы бассейна уменьшение длительности воздействия и увеличение глубины бассейна приводят к росту высоты излученной поверхностной волны. Кратковременные упругие смещения боковой границы – наиболее эффективный механизм генерации волн типа цунами. Эффективность генерации волн упругими смещениями боковой границы бассейна значительно выше, чем при неупругих деформациях, а именно, при одной и той же длительности упругие смещения стенки генерируют волну, высота которой в 2 – 4 раза больше высоты волны, вызванной неупругими смещениями боковой границы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Государственного фонда фундаментальных исследований Украины, договор Ф28/435-2009 от 1.07.2009 г., проект Ф28.6/025.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Соловьев С.Л.* Проблема цунами и ее значение для Камчатки и Курильских островов // Проблема цунами. – М.: Наука, 1967. – С. 7 – 50.
2. *Мурти Т.С.* Сейсмические морские волны цунами. – Л.: Гидрометеиздат, 1981. – 447 с.
3. *Bardet J.-P., Synolakis C.E., Davies H.L. et al.* Landslide tsunamis: recent findings and research directions // *Pur. Appl. Geophys.* – 2003. – 160. – P. 1793 – 1809.
4. *Рабинович А.Б.* Длинные гравитационные волны в океане: захват, резонанс, излучение. – С.-Петербург: Гидрометеиздат, 1993. – 325 с.
5. *Montserrat S., Vilibić I., Rabinovich A.B.* Meteotsunamis: atmospherically induced destructive ocean waves in the tsunami frequency band // *Nat. Haz. Earth Syst. Sci.* – 2006. – № 6. – P. 1035 – 1051.
6. *Григораш З.К., Корнева Л.А.* Мареографические данные о цунами в Черном море при Турецком землетрясении в декабре 1939 г. // *Океанология.* – 1972. – 12, вып. 3. – С. 417 – 422.
7. *Диткин В.А., Прудников А.П.* Интегральные преобразования и операционное исчисление. – М.: Физматгиз, 1961. – 524 с.
8. *Вольцингер Н.Е., Пяковский Р.В.* Основные океанологические задачи теории мелкой воды. – Л.: Гидрометеиздат, 1968. – 300 с.

9. *Рикитаке Т.* Предсказание землетрясений. – М.: Мир, 1979. – 388 с.
10. *Доценко С.Ф., Соловьев С.Л.* Сравнительный анализ возбуждения цунами «поршневыми» и «мембранными» подвижками дна // Исследования цунами. – М., 1990. – № 4. – С. 21 – 27.
11. *Доценко С.Ф., Соловьев С.Л.* О роли остаточных смещений дна океана в генерации цунами подводными землетрясениями // Океанология. – 1995. – 35, № 1. – С. 25 – 31.

Морской гидрофизический институт НАН Украины,
Севастополь
E-mail: sf_dotsenko@mail.ru

Материал поступил
в редакцию 26.11.09
После доработки 14.12.09

АНОТАЦІЯ Розглянуто спрощену модель генерації цунамі при землетрусах на суші. Передача рідкому середовищу горизонтального імпульсу здійснюється за допомогою горизонтальних зсувів вертикальної бічної межі по заданому часовому закону. Задача розв'язується кінцево-різницеvim методом для пружних і непружних зсувів бічної межі басейну. Проведений аналіз ефективності генерації хвиль типу цунамі подібними зовнішніми збуреннями. Показано, що ефективність генерації поверхневих хвиль пружними зсувами бічної межі басейну значно вища, ніж при зсувах межі із залишковими деформаціями.

Ключові слова: хвилі цунамі, генерація, зсуви бічної межі, рівняння довгих хвиль, аналітичні рішення, чисельні рішення.

ABSTRACT Simplified model of tsunami generation by earthquakes on land is considered. The horizontal momentum is transmitted to the liquid medium by means of horizontal displacements of the vertical lateral boundary according to the specified time law. The problem is solved by the method of finite differences for elastic and non-elastic shifts of the basin lateral boundary. Efficiency of generation of tsunami type waves by similar external disturbances is analyzed. It is shown that efficiency of surface wave generation by the elastic displacements of the basin lateral boundary is essentially higher than that induced by the boundary displacements with residual deformations.

Keywords: tsunami waves, generation, displacement of a lateral boundary, long wave equation, analytical solution, numerical solution.