

## Влияние придонного пограничного слоя на ветровые морские течения

В статье исследуется вызванная ветром стационарная баротропная циркуляция вод в поперечном сечении открытого канала, расположенного на вращающейся плоскости. Показано, что в канале постоянной глубины структура течений существенно зависит от соотношения значений коэффициентов горизонтального и вертикального турбулентного обмена. При относительно небольшой интенсивности горизонтальной турбулентности экмановский дрейф по направлению к берегу канала практически полностью компенсируется потоком, сосредоточенным в пределах придонного пограничного слоя. При учете рельефа дна канала аналогичная концентрация возвратных течений в придонном пограничном слое наблюдается в районах больших градиентов глубины бассейна и при значительной интенсивности горизонтальной турбулентности.

Рассматривается пример циркуляции вод над материковым склоном, параметры которого близки к наблюдаемым в Черном море. Обсуждаются возможные применения представленной теории.

**Ключевые слова:** морские течения, интегральная функция тока, топография дна.

### 1. Введение

Классическая теория ветровых морских течений, интенсивно развивавшаяся в конце 40-х годов прошлого века, позволила достичь больших успехов в объяснении наблюдающейся структуры океанических круговоротов, формирования Межпассатного противотечения и западных пограничных течений. Для исследования особенностей крупномасштабной океанической циркуляции применялись модели, основанные на использовании проинтегрированных по вертикали линейризованных уравнений гидродинамики океана, отражающих сохранение импульса и неразрывности морской среды. Проинтегрированные по вертикали уравнения движения и неразрывности морской среды сводятся к уравнению для интегральной функции тока, через которую выражается вектор полного потока, характеризующий интегральный перенос водной массы в вертикальном столбе жидкости. Таким образом, уравнение для интегральной функции тока позволяет рассматривать горизонтальную структуру течений, не учитывая их изменений по вертикали.

Строгий вывод замкнутой системы уравнений для полных потоков, сводящейся затем к уравнению для интегральной функции тока, при учете горизонтального турбулентного обмена возможен только для бассейна постоянной глубины и в предположении об отсутствии касательного напряжения трения на дне бассейна или при задании его пропорциональным полному потоку. При задании последней параметризации уравнение для интегральной функции тока выводится и без учета горизонтального турбулентного обмена.

Именно такое уравнение использовалось Стоммелом [1] для объяснения физики формирования западных пограничных течений в океане, таких как Гольфстрим и Куроисио.

Таким образом, интегральная функция тока явилась мощным инструментом для объяснения механизмов формирования горизонтальной циркуляции в океане. При этом довольно продолжительное время для исследований изменений морских течений по вертикали использовались подходы, не основанные на строгой теории. Наконец, в середине 50-х годов А.И. Фельзенбаум [2] показал, что уравнение для интегральной функции тока выводится абсолютно точно из теории ветровых течений Экмана. Более того, знание интегральной функции тока позволяет рассчитать вертикальную структуру течений в однородном по плотности море произвольной – и даже переменной – глубины, а также вертикальную проекцию скорости морских течений, вообще остававшуюся вне рамок теории полных потоков. Отметим, что в теории А.И. Фельзенбаума в случае глубокого моря для интегральной функции тока получено в точности такое же уравнение, как и в теории Стоммела, однако без привлечения дополнительной гипотезы о пропорциональности трения о дно полному потоку, а удовлетворяя естественному условию обращения в нуль всех трех компонент скорости течений на дне бассейна.

Вытекающая из теории А.И. Фельзенбаума связь компонент трения о дно с градиентами интегральной функции тока позволила ему в дальнейшем [3] вывести приближенное уравнение для интегральной функции тока в глубоком море, в котором учитываются как горизонтальный турбулентный обмен, так и трение о дно. Замечательно, что при этом вычисление градиентов уровня поверхности моря и вертикальной структуры течений вне узких прибрежных пограничных слоев по-прежнему описывается формулами теории Фельзенбаума – Экмана. В настоящее время правильное воспроизведение довольно слабых вертикальных движений является актуальной задачей, и, как представляется, приложение теории А.И. Фельзенбаума может дать интересные результаты.

В предлагаемой работе на основе теории А.И. Фельзенбаума проводится анализ циркуляции вод в открытом канале на вращающейся плоскости. Во втором разделе приводятся уравнения, описывающие циркуляцию вод в поперечном сечении канала. В третьем разделе анализируется влияние рельефа дна на интегральный перенос вод вдоль канала. В четвертом разделе обсуждается роль вертикального и горизонтального турбулентного обмена количеством движения в формировании вертикальной ячейки циркуляции вод в канале постоянной глубины. В пятом разделе рассматриваются особенности вертикальной ячейки циркуляции вод в шельфовой зоне и на свале глубин. В заключении обсуждается значение полученных результатов.

## 2. Уравнения линейной теории ветровых течений

Линейная теория ветровых течений в однородном море основана на следующих уравнениях:

$$-fv = g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + A_l \Delta u + A_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \quad (1)$$

$$-fu = g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + A_l \Delta v + A_z \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (3)$$

где  $u, v, w$  – проекции скорости течений на ось  $X$ , направленную на восток, ось  $Y$ , направленную на север и ось  $Z$ , направленную вертикально вниз;  $\zeta$  – уровень моря;  $g$  – ускорение силы тяжести;  $f$  – параметр Кориолиса;  $A_l$  и  $A_z$  – коэффициенты горизонтальной и вертикальной турбулентной вязкости. Отметим, что  $f = \text{const}$ , если движение рассматривается на вращающейся плоскости.

На поверхности моря ( $z = 0$ ) задается тангенциальное напряжение трения ветра

$$A_z \frac{\partial u}{\partial z} = -T_x, \quad A_z \frac{\partial v}{\partial z} = -T_y \quad (4)$$

(компоненты тангенциального напряжения трения ветра в формуле (4) нормированы на плотность) и принимается условие «твердой крышки»

$$w = 0. \quad (5)$$

На дне бассейна ( $z = H(x, y)$ ) все три компоненты скорости течения обращаются в нуль как при постоянной, так и переменной глубине бассейна:

$$u = v = w = 0. \quad (6)$$

Для определенности и простоты будем в дальнейшем рассматривать течения в открытом канале шириной  $2L$ , ориентированном вдоль меридиана. В этом случае все переменные не зависят от продольной координаты  $y$ , и поэтому все производные по этой координате в уравнениях (1) – (3) обращаются в нуль. На стенках канала  $x = \pm L$  ставятся граничные условия обращения в нуль горизонтальных компонент скорости течений:

$$u = v = 0. \quad (7)$$

Отметим, что при условии  $u = 0$  полный поток  $S_x = \int_0^H u dx$  также обращается в нуль на стенках канала, так что при пренебрежении горизонтальной турбулентной вязкостью, т. е. в рамках экмановской теории, при  $\pm L$  следует полагать

$$S_x = 0. \quad (8)$$

В дальнейшем будем считать рассматриваемый бассейн удовлетворяющим условию глубокого моря, т. е. его глубина принимается существенно большей толщины слоя трения Экмана. Примем также еще одно упрощение, позволяющее сократить выкладки. Будем считать, что ветер действует только

вдоль оси канала и соответствующая компонента тангенциального напряжения трения ветра является линейной нечетной функцией  $x$ . В таком случае горизонтальные компоненты скорости течений также будут нечетными, а вертикальная – четной функцией  $x$ , и достаточно будет найти решение задачи только для одной из половин канала.

Отметим, что антисимметричные течения в канале имеют структуру, качественно соответствующую осесимметричной циркуляции вод в круглом бассейне, который, в свою очередь, можно рассматривать как упрощенную модель Черного моря. Положительное значение меридиональной компоненты тангенциального напряжения трения ветра при этом соответствует циклонической циркуляции вод в Черном море. Относительно небольшой размер Черного моря позволяет с достаточным основанием рассматривать движение на вращающейся плоскости вместо  $\beta$ -плоскости.

Остановимся прежде всего на качественных особенностях решения при типичных значениях параметров задачи. Как известно, вертикальная турбулентная вязкость существенна только в пограничных слоях у поверхности бассейна и у его дна. Влияние этих пограничных слоев на основную толщу вод бассейна сказывается через вертикальную скорость на границах пограничных слоев. У берега бассейна также возникает пограничный слой, ролью которого является замыкание вертикальной ячейки циркуляции. Вне пограничных слоев выполняются следующие соотношения:

$$-fv = g \frac{\partial \zeta}{\partial x}, \quad (1')$$

$$fu = A_t \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}, \quad (2')$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad (3')$$

Поскольку уровень моря является функцией только горизонтальной координаты, то меридиональная (в силу уравнения (1')) и зональная (в силу уравнения (2')) компоненты скорости течений вне пограничных слоев не зависят от глубины:

$$u = U(x, y), \quad v = V(x, y). \quad (9)$$

Тогда в силу уравнения неразрывности (3) вертикальная скорость изменяется линейно с глубиной и имеет вид

$$w = w_e \left(1 - \frac{z}{H}\right) + w_b \frac{z}{H}, \quad (10)$$

где  $w_e$  и  $w_b$  – значения вертикальной скорости на внешних границах верхнего и нижнего пограничных слоев. Выражение для  $w_e$  хорошо известно, в нашем случае

$$w_e = -\frac{1}{f} \frac{dT_y}{dx} = \text{const.} \quad (11)$$

Отметим, что при положительном значении тангенциального напряжения трения ветра на нижней границе экмановского слоя происходит подъем вод.

Таким образом, для вычисления вертикальной компоненты скорости течения на всех горизонтах нам останется определить ее значение на внешней границе придонного пограничного слоя. Наиболее простой путь состоит в применении метода погранслойных добавок. Введем с этой целью погранслойную переменную  $\xi = H - z$  и представим горизонтальные компоненты скорости в виде суммы двух слагаемых:

$$u = U + u_b, \quad v = V + v_b, \quad (12)$$

где  $U, V$  – компоненты скорости течений в основной толще бассейна, а  $u_b, v_b$  – погранслойные добавки. Подставляя выражения (12) в уравнения (1), (2) и сохраняя основные слагаемые, получим типичную для экмановского пограничного слоя систему уравнений

$$-fv_b = A \frac{\partial^2 u_b}{\partial \xi^2}, \quad (13)$$

$$fu_b = A \frac{\partial^2 v_b}{\partial \xi^2}, \quad (14)$$

здесь  $A = A_1 \left( \frac{dH}{dx} \right)^2 + A_2$  и погранслойные добавки  $u_b, v_b$  удовлетворяют условию затухания при  $\xi \rightarrow \infty$ , а при  $\xi = 0$

$$u_b = -U, \quad v_b = -V. \quad (15)$$

Отметим особо, что уравнения (13), (14) имеют вид, типичный для экмановской теории, однако в них фигурирует эффективный коэффициент турбулентной вязкости  $A$ , зависящий, в частности, от уклона дна бассейна. Интегрируя затем уравнение неразрывности (3') относительно погранслойной координаты, найдем

$$w_b = U \frac{dH}{dx} + \frac{dS_x^b}{dx}, \quad (16)$$

где  $S_x^b$  – зональная компонента полного потока в придонном пограничном слое.

Важно соблюсти определенную осторожность для того, чтобы получить правильное выражение для  $S_x^b$ . С этой целью необходимо проинтегрировать полное уравнение (2) в пределах придонного пограничного слоя и учесть граничные условия (15). В итоге получим следующую формулу:

$$f S_x^b = A_l \frac{d^2 S_y^b}{dx^2} + 2A_l \frac{dH}{dx} \frac{dV}{dx} + A_l \frac{d^2 H}{dx^2} V - A_l \frac{\partial v_b}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0}. \quad (17)$$

Последнее слагаемое в формуле (17) находится из решения уравнений (13), (14) с граничными условиями (15) и при условии затухания пограничных добавок на бесконечности. Учитывая также, что  $U \ll V$ , получим

$$f S_x^b = A_l \frac{d^2 S_y^b}{dx^2} + 2A_l \frac{dH}{dx} \frac{dV}{dx} + A_l \frac{d^2 H}{dx^2} V - \sqrt{\frac{fA}{2}} V. \quad (18)$$

Меридиональную компоненту полного потока в придонном пограничном слое  $S_y^b$  также можно выразить через  $V$ , однако первое слагаемое в формуле (18) всегда относительно мало, и мы в дальнейшем его не учитываем. Таким образом, подставляя (18) в (16), а затем и в (10), найдем, что вертикальная скорость выражается через меридиональную компоненту скорости  $V$  и ее производные. Подставляя затем (10) в (3'), с учетом (2') получим уравнение для нахождения  $V$ :

$$H \frac{d}{dx} \left( A_l \frac{d^2 V}{dx^2} \right) + A_l \frac{d^2 V}{dx^2} \frac{dH}{dx} + \frac{d}{dx} \left( 2A_l \frac{dH}{dx} \frac{dV}{dx} + A_l \frac{d^2 H}{dx^2} V - \sqrt{\frac{fA}{2}} V \right) = w_e. \quad (19)$$

Это уравнение интегрируется один раз по  $x$ . Учитывая антисимметрию функции  $V$ , получим окончательно

$$A_l \frac{d^2(HV)}{dx^2} - \frac{1}{H} \sqrt{\frac{fA}{2}} (HV) = w_e x = -S_x^e, \quad (20)$$

где  $S_x^e$  – чисто дрейфовый полный поток. Таким образом, уравнение (20) отражает равенство нулю зонального полного потока, вытекающее из уравнения (3) и граничных условий (5), (6).

### 3. Влияние рельефа дна канала на интегральный перенос вод

Прежде всего покажем в настоящем разделе, что уравнение (20), в котором учитывается переменная глубина канала, полностью соответствует уравнению для интегральной функции тока, выведенному А.И. Фельзенбаумом [3]. Проинтегрируем с этой целью уравнения (1) – (3) от поверхности до дна бассейна. Переставляя порядки интегрирования и дифференцирования по горизонтали, с учетом граничных условий на поверхности и дне моря, получим:

$$-f S_y = gH \frac{\partial \zeta}{\partial x} + A_l \Delta S_x - A_l \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{z=H} \frac{\partial H}{\partial x} - A_l \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{z=H} \frac{\partial H}{\partial y} - A_z \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=H} + T_x, \quad (21)$$

$$f S_x = gH \frac{\partial \zeta}{\partial y} + A_l \Delta S_y - A_l \frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{z=H} \frac{\partial H}{\partial x} - A_l \frac{\partial v}{\partial y} \Big|_{z=H} \frac{\partial H}{\partial y} - A_z \frac{\partial v}{\partial z} \Big|_{z=H} + T_y, \quad (22)$$

$$\frac{\partial S_x}{\partial x} + \frac{\partial S_y}{\partial y} = 0, \quad (23)$$

здесь, как и ранее,  $S_x = \int_0^H u dx$ , а  $S_y = \int_0^H v dx$ .

Учтем теперь, что на дне бассейна  $u$  и  $v$  обращаются в нуль. Тогда

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{z=H} + \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=H} \frac{\partial H}{\partial x} = 0, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{z=H} + \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=H} \frac{\partial H}{\partial y} = 0, \quad (24)$$

$$\left. \frac{\partial v}{\partial x} \right|_{z=H} + \left. \frac{\partial v}{\partial z} \right|_{z=H} \frac{\partial H}{\partial x} = 0, \quad \left. \frac{\partial v}{\partial y} \right|_{z=H} + \left. \frac{\partial v}{\partial z} \right|_{z=H} \frac{\partial H}{\partial y} = 0. \quad (25)$$

Подставляя горизонтальные градиенты компонент скорости течений из (24), (25) в (21), (22) и решая уравнения для придонного пограничного слоя (13), (14) с граничными условиями (15), найдем

$$f S_y = gH \frac{\partial \zeta}{\partial x} + A_l \Delta S_x - \frac{1}{H} \sqrt{\frac{fA}{2}} S_x + T_x, \quad (21')$$

$$f S_x = gH \frac{\partial \zeta}{\partial y} + A_l \Delta S_y - \frac{1}{H} \sqrt{\frac{fA}{2}} S_y + T_y, \quad (22')$$

$$\frac{\partial S_x}{\partial x} + \frac{\partial S_y}{\partial y} = 0, \quad (23')$$

где теперь  $A = A_l \left[ \left( \frac{\partial H}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial H}{\partial y} \right)^2 \right] + A_z$ .

Уравнения (21') – (23') являются исходными для вывода уравнения А.И. Фельзенбаума для интегральной функции тока. Уравнение неразрывности (23') позволяет ввести интегральную функцию тока  $\psi$ , через которую

полные потоки выражаются формулами  $S_x = -\frac{\partial \psi}{\partial y}$ ,  $S_y = \frac{\partial \psi}{\partial x}$ . Разделив каж-

дое из уравнений (21'), (22') на  $H$  и исключив перекрестным дифференцированием уровень моря, получим уравнение для интегральной функции тока

$$\begin{aligned} -A_l \left( \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{H} \frac{\partial \Delta \psi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{H} \frac{\partial \Delta \psi}{\partial y} \right) + \left( \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{H^2} \sqrt{\frac{fA}{2}} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{H^2} \sqrt{\frac{fA}{2}} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) + \\ + \frac{\partial(f/H, \psi)}{\partial(x, y)} = \text{rot}_z \frac{\bar{T}}{H}, \end{aligned} \quad (26)$$

где  $\frac{\partial(f/H, \psi)}{\partial(x, y)}$  – якобиан функций  $f/H$  и  $\psi$ .

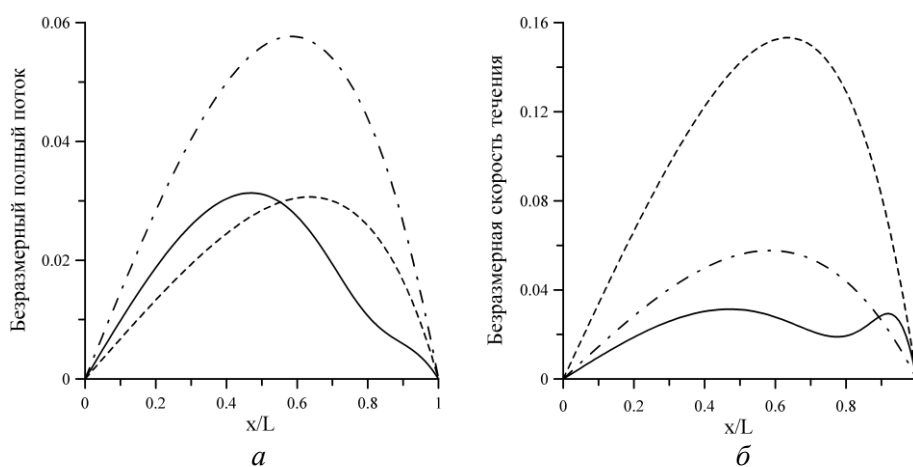
Отметим, что уравнение (22') при рассмотрении движений в канале, расположенном на вращающейся плоскости, в точности переходит в уравнение (20), являющееся, таким образом, следствием общей теории А.И. Фельзенбаума.

Прежде чем перейти к рассмотрению характера движений в поперечном сечении канала, остановимся на решении уравнения (18), которое нам понадобится в дальнейшем. Это уравнение легко решается при постоянной глубине канала, но, к сожалению, не может быть решено аналитически в общем виде. Для нас представляет интерес исследование течений в районе материкового склона, поэтому зададим рельеф дна, соответствующий относительно мелкому шельфу, сменяющемуся резким свалом глубин и затем почти плоской абиссалью. При такой топографии дна в случае очень крутого материкового склона решение уравнения (18) может быть найдено приближенно методами пограничного слоя. К сожалению, приближенное решение зависит от логарифма глубины бассейна, оно дает хорошую аппроксимацию точного решения при ширине свала глубин не более 1 км. Поэтому ниже будет представлено численное решение уравнения (18). Рельеф дна при нахождении решения задавался формулой

$$H(x) = H_0 \{0,55 - 0,45 \operatorname{th}[(x/L - 0,7)/0,1]\}, \quad (27)$$

где  $H_0 = 2$  км – максимальная глубина бассейна.

На рис. 1 представлены графики полного потока и скорости течений в направлении оси канала при одинаковых значениях его полуширины и коэффициентов турбулентного обмена, но при различных глубинах. Наибольшее значение полный поток имеет в случае канала постоянной глубины, равной 2 км. Если же глубина канала, оставаясь постоянной, уменьшается до 200 м (глубины шельфа в формуле (27)), то максимальная интенсивность полного потока уменьшается вдвое, а положение максимума сдвигается ближе к берегу.



**Р и с. 1.** Безразмерные полный поток жидкости (а) и скорость течения (б) в направлении оси канала при  $L = 150$  км и типичных значениях коэффициентов турбулентного обмена  $A_1 = 5 \cdot 10^7 \text{ см}^2 / \text{с}$ ,  $A_2 = 50 \text{ см}^2 / \text{с}$  (сплошная линия – при переменной глубине бассейна, заданной формулой (27); штрихпунктирная линия – при постоянной глубине бассейна 2 км; штриховая – при постоянной глубине бассейна 200 м)



При учете изменений глубины канала в соответствии с формулой (27) наибольшее значение полного потока оказывается примерно таким же, как и в случае мелкого канала постоянной глубины, однако его максимальное значение оказывается наиболее удаленным от берега. Такие изменения профиля полного потока, как мы увидим в дальнейшем, связаны с влиянием придонного трения.

Скорость течения в направлении оси канала, напротив, оказывается наибольшей в случае его наименьшей глубины. Влияние рельефа дна сказывается в появлении двух максимумов скорости струи течения, причем один из максимумов располагается на шельфе, а другой – в глубоководной части бассейна.

#### 4. Вертикальная циркуляция вод в канале постоянной глубины

В настоящем разделе уделим внимание структуре циркуляции вод в вертикальном сечении канала постоянной глубины и рассмотрим два предельных случая – интенсивного и очень слабого придонного пограничного слоя трения.

Интенсивный придонный пограничный слой развивается при полном пренебрежении горизонтальным турбулентным обменом. В этом случае следует положить  $A_f = 0$  во всех формулах, и тогда из (18), (20) находим, что

$$S_x^b = -S_x^e, \quad (28)$$

и, следовательно, вертикальная скорость постоянна по глубине:

$$w = w_e. \quad (29)$$

Если ввести в силу уравнения неразрывности (3') функцию тока поперечной циркуляции, так что

$$u = -\frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad w = \frac{\partial \Psi}{\partial x}, \quad (30)$$

то, учитывая (29) и обращение функции тока в нуль при  $x = 0$ , получим

$$\Psi = w_e x. \quad (31)$$

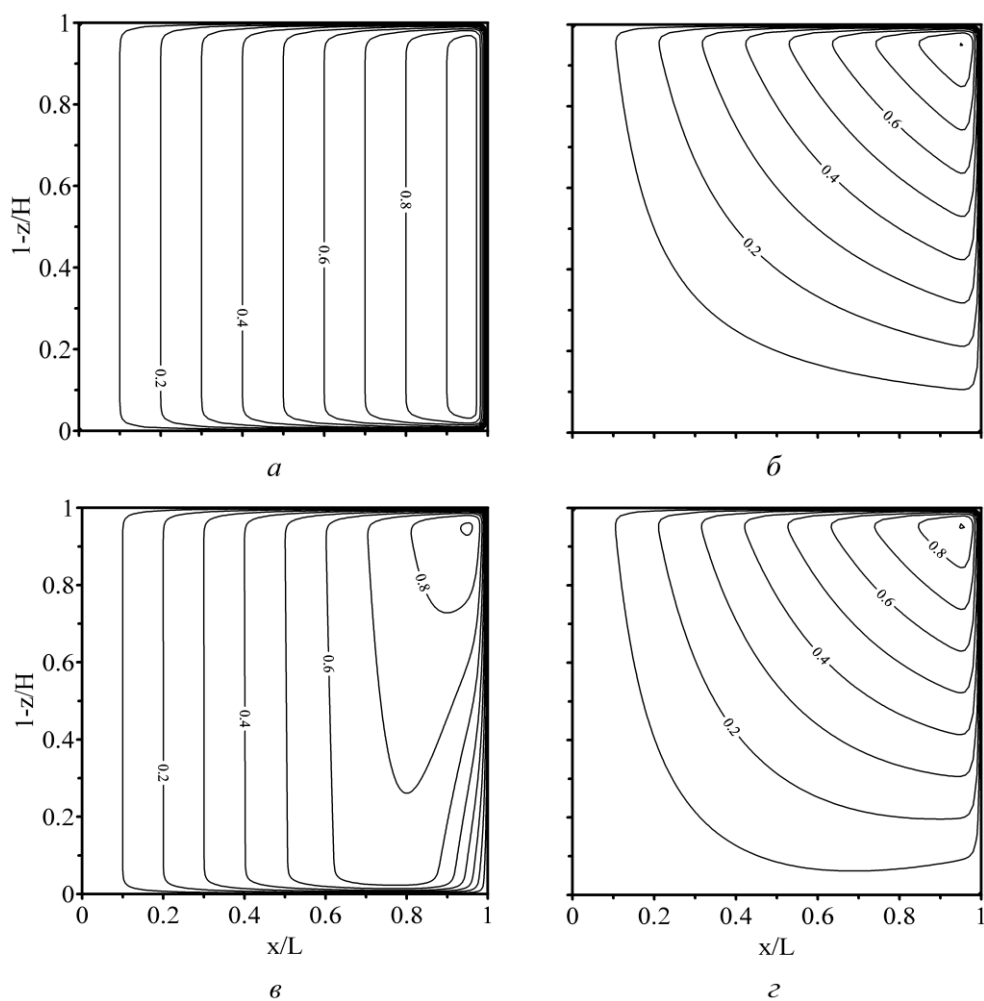
Циркуляция вод в вертикальной плоскости представлена на рис. 2, а. На этом рисунке хорошо видно положение пограничных слоев у поверхности и дна канала, а также у его границы.

Рассмотрим теперь другой крайний случай, когда придонный пограничный слой не формируется вовсе. В этом случае следует положить в формулах (17) и (18) равным нулю коэффициент  $A$ . В результате получим, что вертикальная скорость на верхней границе придонного пограничного слоя равна нулю, а в основной толще она изменяется линейно, достигая значения  $w_e$  при  $z = 0$ :

$$w = w_e (1 - z/H). \quad (32)$$

Функция тока (30) при этом задается выражением

$$\Psi = w_e x (1 - z/H). \quad (33)$$



**Р и с. 2.** Изолинии функции тока в поперечном сечении канала постоянной глубины: *a* – при пренебрежимо малых значениях коэффициента горизонтального турбулентного обмена; *б* – при граничном условии скольжения на дне; *в* – при достаточно малых значениях коэффициента горизонтального турбулентного обмена; *г* – при типичных значениях коэффициентов турбулентного обмена  $A_x = 5 \cdot 10^7 \text{ см}^2/\text{с}$ ,  $A_z = 50 \text{ см}^2/\text{с}$  ( $L = 150 \text{ км}$ ,  $H = 2 \text{ км}$  для всех приведенных рисунков)

Циркуляция вод в этом случае представлена на рис. 2, *б*. На всех рисунках показаны одни и те же изолинии функции тока.

Отметим прежде всего, что первый предельный случай соответствует экмановской теории ветровых течений в однородном море, детально исследованной А.И. Фельзенбаумом [2]. Второй предельный случай соответствует модели В.Б. Штокмана [4], основанной на учете горизонтального турбулентного обмена и предположении о применимости условия скольжения (обращения в нуль тангенциального напряжения трения) на дне бассейна. Как правило, обе модели дают качественно близкую интегральную циркуляцию вод, в том числе и в открытом канале. Однако, сравнивая рис. 2, *a* и 2, *б* между собой, видим, что циркуляции вод в вертикальном сечении канала в двух предельных случаях

различаются кардинально. В экмановской теории зональный перенос сконцентрирован в пограничных слоях, тогда как при учете горизонтального турбулентного обмена и при условии пренебрежения трением о дно возвратное течение, компенсирующее направленный к берегу канала экмановский перенос, равномерно распределено во всей толще бассейна. В первом предельном случае вертикальная скорость равна экмановской вплоть до верхней границы придонного пограничного слоя, тогда как во втором предельном случае она имеет максимум на нижней границе приповерхностного слоя трения Экмана.

Очевидно, что промежуточные ситуации, когда учитываются и горизонтальный турбулентный обмен и трение о дно, будут давать циркуляцию, являющуюся комбинацией двух предельных. Вес каждой из циркуляционных схем зависит от величин коэффициентов горизонтальной и вертикальной турбулентной вязкости.

На рис. 2, *а* приведена картина изолиний функции тока при достаточно малых значениях коэффициента горизонтального турбулентного обмена. Как видно из рисунка, вдали от берега вертикальные движения поддерживаются придонным пограничным слоем, тогда как ближе к берегу увеличивается влияние горизонтальной вязкости.

При типичных значениях коэффициентов турбулентного обмена (рис. 2, *з*) изолинии функции тока подобны тем, которые получены при задании скольжения на дне (рис. 2, *б*), и, таким образом, влияние придонного трения при постоянной глубине бассейна в общем случае относительно мало. Тем не менее вертикальная циркуляция вод может изменяться в масштабах всего бассейна в зависимости от соотношения коэффициентов горизонтальной и вертикальной турбулентной вязкости.

## **5. Особенности вертикальной циркуляции вод в канале переменной глубины**

Рассмотренная в предыдущем разделе зависимость циркуляции в вертикальном сечении канала от величин коэффициентов горизонтальной и вертикальной турбулентной вязкости позволяет нам получить качественное представление о характере вертикальной циркуляции вод в районе свала глубин. Как отмечалось в разделе 2, придонный пограничный слой при наличии рельефа дна характеризуется эффективным коэффициентом турбулентной вязкости, величина которого зависит от уклона дна. Рассмотрим уклоны дна, характерные для материкового склона Черного моря, где значения  $dH/dx$  в среднем находятся в диапазоне 0,09 – 0,14. Полагая  $A_l = 5 \cdot 10^7 \text{ см}^2/\text{с}$ ,  $A_z = 50 \text{ см}^2/\text{с}$ , найдем, что эффективный коэффициент турбулентной вязкости имеет порядок  $10^6 \text{ см}^2/\text{с}$ . Таким образом, следует ожидать, что течение, компенсирующее направленный к берегу экмановский зональный перенос, будет сконцентрировано в придонном пограничном слое трения Экмана над материковым склоном.

Для того чтобы более отчетливо продемонстрировать роль придонного экмановского пограничного слоя над материковым склоном, рассмотрим циркуляцию вод в вертикальном сечении канала также в двух предельных случаях. При очень малом горизонтальном турбулентном обмене зональная скорость в основной толще бассейна по-прежнему пренебрежимо мала и вся компенсация направленного к берегу чисто дрейфового переноса осуществляется в придонном пограничном слое. Таким образом, при учете рельефа

дна циркуляция в вертикальном сечении канала практически такая же, как и в случае постоянной глубины бассейна. Единственное отличие заключается в том, что придонный пограничный слой теперь следует топографии дна.

Рассмотрим другой предельный случай, когда возможно пренебречь влиянием трения о дно. В этом случае вертикальная компонента скорости течений в основной толще вод выражается формулой

$$w = w_e \left(1 - \frac{z}{H}\right) + \frac{z}{H} U \frac{dH}{dx}, \quad (34)$$

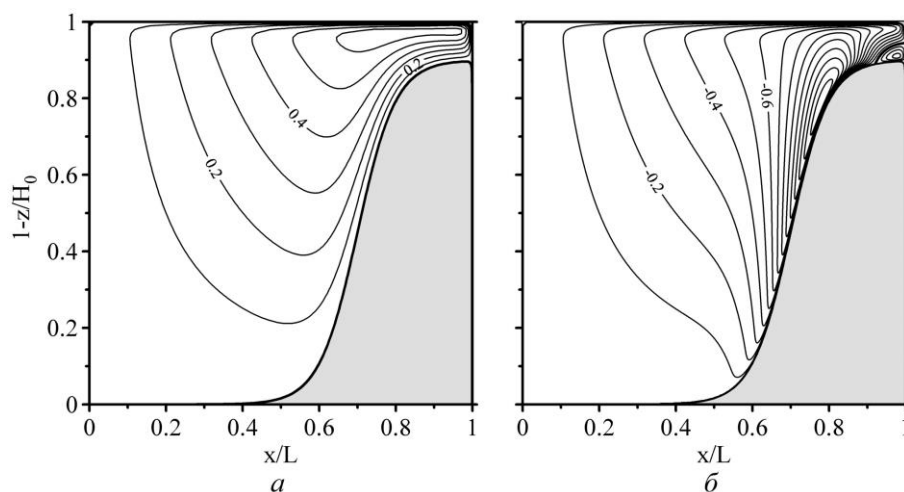
а зональная компонента скорости течений, в силу равенства нулю переноса в пределах придонного пограничного слоя, имеет следующий вид:

$$U = w_e (x/H). \quad (35)$$

Выражения (34) и (35) позволяют найти функцию тока течений в вертикальном сечении канала:

$$\Psi = w_e x (1 - z/H). \quad (36)$$

Отметим, что функция тока описывается тем же выражением, что и при постоянной глубине, и обращается в нуль на дне бассейна. На рис. 3, *a* приведена картина циркуляции вод в вертикальном сечении канала для топографии дна, задаваемой формулой (27). Жирной линией на рис. 3, *a* показан контур топографии дна бассейна. Видно, что формула (27) позволяет воспроизвести узкий шельф, материковый склон с резким свалом глубин и глубоководную часть бассейна, где градиенты его глубины уже незначительны.



**Р и с. 3.** Изолинии функции тока в поперечном сечении канала переменной глубины, заданной формулой (27): *a* – при отсутствии придонного пограничного слоя; *б* – при типичных значениях коэффициентов турбулентного обмена  $A_t = 5 \cdot 10^7 \text{ см}^2/\text{с}$ ,  $A_z = 50 \text{ см}^2/\text{с}$  ( $L = 150 \text{ км}$ )

На рис. 3, *a* видно, что поток, компенсирующий чисто дрейфовый перенос в верхнем слое Экмана, по-прежнему распределен равномерно по всей толще вод. В районе свала глубин наблюдается естественное расширение потока, сопровождающееся опусканием вод в нижней его части.

Рассмотрим теперь общий случай, когда придонный пограничный слой играет существенную роль в формировании картины циркуляции вод в вертикальной плоскости канала. Найдем сначала удобное для последующего анализа точное выражение для функции тока.

Отметим прежде всего еще раз, что в основной толще бассейна зональная компонента скорости течений не меняется с глубиной. Тогда в силу первой из формул (30) можно заключить, что функция тока, как и ранее, изменяется по вертикали линейно. Используя далее формулы (10) и (16), а также второе из соотношений (30), найдем, что функция тока задается следующей формулой:

$$\Psi = w_e x \left(1 - \frac{z}{H}\right) + S_x^b \frac{z}{H} = -S_x^e \left(1 - \frac{z}{H}\right) + S_x^b \frac{z}{H}. \quad (37)$$

Заметим, что формула (37) включает оба описанных ранее предельных случая. При пренебрежении горизонтальным турбулентным обменом  $S_x^b = -S_x^e$  и функция тока зависит только от переменной  $x$ . Если же придонный пограничный слой отсутствует, то  $S_x^b = 0$  и выражение (32) переходит в (36).

В общем случае необходимо найти решение уравнения (20) и затем вычислить  $S_x^b$  по формуле (18). Воспользуемся с этой целью результатами раздела 3, где уже вычислен полный поток для рельефа дна, задаваемого формулой (27). Изолинии функции тока для этого случая представлены на рис. 3, б. Как видно из этого рисунка, учет трения о дно существенно меняет характер циркуляции в вертикальном сечении канала. Перенос вод в придонном пограничном слое в районе материкового склона оказывается настолько сильным, что над свалом глубин формируется замкнутая ячейка циркуляции, блокирующая перенос вод от берега в глубоководную часть бассейна в основной толще вод. Весь возвратный перенос прибрежных вод происходит в пределах узкого придонного пограничного слоя. Отметим также, что поступление вод из придонного потока в основную толщу происходит на достаточно больших глубинах, начиная примерно с 500 – 600 м. Выше вверх по склону происходит вовлечение вод из основной толщи в придонный пограничный слой.

Подчеркнем также, что образовавшаяся над материковым склоном интенсивная ячейка с вращением вод по часовой стрелке формирует на шельфе еще одну ячейку циркуляции вод противоположного направления вращения.

## 6. Заключение

Представленный в настоящей публикации анализ показывает, что, основываясь на хорошо известной классической модели ветровых течений в морском бассейне, можно получить любопытные и довольно неожиданные результаты. Большое значение, которое имеет придонный пограничный слой при рассмотрении движений однородной жидкости на вращающейся плоскости, хорошо известно [5]. Однако в теории морских течений придонному пограничному слою, как правило, отводится второстепенная роль. Это связано с влиянием неравномерности вращения на вертикальную структуру течений. Дифференциальное соотношение Свердрупса обеспечивает компенсацию чисто дрейфового экмановского переноса в основной толще бассейна и существенно снижает

значение придонного пограничного слоя. Вместе с тем влияние  $\beta$ -эффекта не столь важно в бассейнах относительно небольшого размера, и, возможно, в исследованиях динамики их вод целесообразно более внимательно относиться к процессам, связанным с придонным пограничным слоем.

Наш анализ показывает также, что значение придонного пограничного слоя существенно возрастает в районе материкового склона. Скорее всего, придонный пограничный слой над свалом глубин будет интенсивен и при учете  $\beta$ -эффекта, т. е. и в бассейнах океанского масштаба. Физически роль придонного пограничного слоя на свале глубин проявляется в концентрации у дна компенсационных потоков вод с шельфа, причем интенсивность придонных течений при этом может быть сравнима и даже превышать интенсивность чисто дрейфового переноса.

Результаты исследования, проведенного в данной работе, показывают, что аккуратный учет характеристик придонного пограничного слоя является существенным при проведении численных расчетов циркуляции вод морей и океанов. Неточности в воспроизведении придонной динамики могут существенно изменить картину вертикальных движений в районе материкового склона и, возможно, по мере интегрирования уравнений модели, иметь и глобальные последствия.

Читателю может показаться, что представленная модель ветровых течений слишком проста для столь значительных обобщений. Однако заметим, что, начиная с работы Стоммела и Аронса [6], общепризнано, что циркуляция в глубинах океана может исследоваться в рамках баротропной модели. Подъем вод на нижней границе термоклина при этом является полным аналогом экмановского подъема вод, рассматриваемого в данной статье.

Отметим, в частности, применимость приведенной в статье модели к описанию процессов в глубинах Черного моря. Во многих работах [7 – 10] показано, что на нижней границе пикноклина в Черном море наблюдается подъем вод. Поэтому можно ожидать, что возвратное течение вдоль свала глубин концентрируется в пределах придонного пограничного слоя. Возможно, распространение вод нижнебосфорского течения вдоль материкового склона происходит не только из-за их стремления двигаться под действием гравитации, но и по причине выявленных в данной статье общих закономерностей. В этом отношении представляется любопытным, что наиболее интенсивные интрузии нижнебосфорских вод в Черное море наблюдаются как раз на глубинах 500 м, что находится в соответствии с результатами данного исследования.

Существенным, однако, является вопрос о природе горизонтальной турбулентности, традиционная параметризация которой используется в представленном анализе. Синоптические процессы, параметризуемые гармоническим оператором с постоянным коэффициентом горизонтальной турбулентной вязкости в рамках классической теории течений, в настоящее время разрешаются явно в численных моделях общей циркуляции океана. Вопрос о том, каким образом суммарное влияние синоптических вихрей, меандров течений и разного рода планетарных волн может способствовать концентрации течений над материковым склоном в придонных пограничных слоях, также требует серьезного дополнительного исследования.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Stommel H.* The westward intensification of wind-driven ocean currents // *Trans. Amer. Geophys. Union.* – 1948. – 29, № 2. – P. 202 – 206.
2. *Фельзенбаум А.И.* Метод полных потоков в классической теории морских течений // *Тр. Ин-та океанологии АН СССР.* – 1956. – № 19. – С. 57 – 82.
3. *Фельзенбаум А.И.* Об учете горизонтального обмена количеством движения в теории установившихся течений // *Проблемы теории ветровых и термохалинных течений.* – Севастополь: МГИ АН УССР, 1968. – С. 59 – 67.
4. *Штокман В.Б.* Уравнения полных потоков, возбуждаемых ветром в неоднородном море // *Докл. АН СССР.* – 1946. – 54, № 5. – С. 407 – 410.
5. *Greenspan H.P.* The Theory of Rotating Fluids. – Cambridge University Press, 1968. – 327 p.
6. *Стоммел Г., Аронс А.* Абиссальная циркуляция в Мировом океане: Идеализированная модель циркуляции в Мировом океане // *Проблемы океанической циркуляции.* – М.: Мир, 1965. – С. 204 – 252.
7. *Водяницкий В.А.* Основной водообмен и формирование солёности Чёрного моря // *Тр. Севастопольской биологической станции.* – 1948. – Т. VI. – С. 386 – 432.
8. *Булгаков С.Н., Коротаев Г.К.* Возможный механизм стационарной циркуляции вод Чёрного моря // *Комплексные исследования Чёрного моря.* – Севастополь: МГИ АН УССР, 1984. – С. 32 – 40.
9. *Ivanov L.I., Samodurov A.S.* The role of lateral fluxes in ventilation of the Black Sea // *J. Mar.Syst.* – 2001. – 31, № 1 – 3. – P. 159 – 174.
10. *Кныш В.В., Демьшев С.Г., Коротаев Г.К.* Методика реконструкции климатической сезонной циркуляции Чёрного моря на основе ассимиляции гидрологических данных в модели // *Морской гидрофизический журнал.* – 2002. – № 2. – С. 36 – 52.

Морской гидрофизический институт НАН Украины,  
Севастополь  
E-mail: gkorotaev@gmail.com

Материал поступил  
в редакцию 16.08.12  
После доработки 08.11.12

АНОТАЦІЯ У статті досліджується викликана вітром стаціонарна баротропна циркуляція вод у поперечному перетині відкритого каналу, розташованого на обертовій площині. Показано, що в каналі постійної глибини структура течій істотно залежить від співвідношення значень коефіцієнтів горизонтального та вертикального турбулентного обміну. При відносно невеликій інтенсивності горизонтальної турбулентності екмановський дрейф у напрямку до берега каналу практично повністю компенсується потоком, зосередженим у межах придонного прикордонного шару. При урахованні рельєфу дна каналу аналогічна концентрація зворотних течій у придонному прикордонному шарі спостерігається в районах великих градієнтів глибини басейну та при значній інтенсивності горизонтальної турбулентності.

Розглядається приклад циркуляції вод над материковим схилом, параметри якого близькі до спостережуваних в Чорному морі. Обговорюються можливі застосування представленої теорії.

**Ключові слова:** морські течії, інтегральна функція струму, топографія дна.

ABSTRACT Wind induced stationary barotropic water circulation in the open channel cross section located on the rotating plane is studied in the paper. It is shown that in the channel with constant depth the currents' structure significantly depends on the ratio between the values of the horizontal and vertical turbulent exchange coefficients. At rather small intensity of horizontal turbulence, the coastward Ekman drift in the channel is practically completely compensated for the flux centered within the near-bottom boundary layer. When the channel bottom topography is taken into account, the analogous concentration of reverse currents in the near-bottom boundary layer is observed around high gradients of a basin depths as well as at considerable intensity of horizontal turbulence.

The example of water circulation above the continental slope whose parameters are close to those observed in the Black Sea is considered. Possible application of the represented theory is discussed.

**Keywords:** sea currents, current integral function, bottom topography.