

Численное моделирование распространения гравитационного течения в сжимаемой атмосфере

© 2015 М.В. Шокуров, Н.Ю. Германкова

*Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь, Россия
E-mail: shokurov.m@gmail.com, loogaru9@rambler.ru*

Поступила в редакцию 16.03.2015 г.

Проведено численное моделирование распространения гравитационного течения в атмосфере с использованием двумерной гидродинамической модели сжимаемой атмосферы. В результате получено детальное описание развития и распространения гравитационного течения на стадии постоянной скорости фронта. Исследована зависимость характеристик течения от двух параметров – начальной разности потенциальных температур между областью с холодным воздухом и окружающей атмосферой, а также начальной высоты холодной области. Безразмерная скорость фронта (число Фруда Fg) рассчитана тремя методами: с использованием характерной высоты «головы» и «тела» течения, находящегося за «головой», а также начальной высоты холодного резервуара. Расчеты показали, что в первом приближении Fg , вычисленное по высоте гравитационного течения, действительно является универсальной постоянной, приблизительно равной 1. Более подробный анализ показал, что Fg и высота гравитационного течения слабо зависят от отношения начальной высоты холодного бассейна к толщине атмосферы, этот вывод согласуется с результатами других исследований.

Ключевые слова: гравитационное течение, численное моделирование, число Фруда.

1. Введение

Гравитационные, или плотностные, течения, вызываемые горизонтальными градиентами плотности, широко распространены в океане и в атмосфере. Они могут распространяться как по горизонтальной, так и по наклонной подстилающей поверхности, на свободной поверхности в океане, а также в виде интрузий между слоями разной плотности в стратифицированной жидкости. Различия в плотности жидкости могут быть обусловлены разностью температур и солености в океане, концентраций мелкодисперсных примесей или взвесей в атмосфере и океане. Типичными примерами гравитационных течений в атмосфере являются морская бриз, растекание по поверхности земли холодного воздуха, формирующегося в грозových облаках, холодные мезомасштабные фронты, горно-долинные склоновые ветры, пыльные бури, снежные лавины и селевые потоки на горных склонах, лавовые и пирокластические потоки при извержении вулканов. В океане характерные примеры гравитационных течений – распространение пресных вод из устьев рек в соленой морской воде, мутьевые потоки в подводных каньонах, обмен водными массами между бассейнами в узких проливах, таких, как Босфор или Гибралтар, и многое другое [1].

Гравитационное течение в атмосфере – одна из составляющих бризовой циркуляции. Ее детальное исследование является актуальной задачей, что

определяется значительным влиянием бриза на локальные погоду и климат. Движение холодного морского воздуха на сушу при типичных синоптических условиях приобретает характер гравитационного течения с формированием резкого бризового фронта.

Традиционно исследование гравитационных течений осуществляется с помощью лабораторных экспериментов [2 – 4]. В последнее время широко используется также численное моделирование гравитационных течений [1, 5, 6]. Анализ лабораторных и численных экспериментов с использованием аналитических результатов для упрощенной постановки задачи [4, 7] привел в настоящее время к созданию достаточно развитой, хотя и не законченной теории гравитационных течений [8].

Классическим экспериментом для изучения гравитационных течений является полное или частичное высвобождение плотины [3 – 5]. Рассматривается разделенный перегородкой на две части объем, в котором находятся жидкости с различной плотностью. После поднятия перегородки более плотная жидкость распространяется в область с легкой жидкостью. В этом эксперименте гравитационное течение проходит несколько стадий развития. На первом этапе наблюдается его ускорение, далее течение переходит в стадию с постоянной скоростью фронта, за которой следует инерционная стадия. На последнем этапе становятся важными силы вязкости и течение продолжает распространяться в вязкой стадии. Для исследования бризовой циркуляции наибольший интерес представляет стадия с постоянной скоростью, поскольку именно она реализуется в природе в типичных синоптических условиях. Изучению этой стадии посвящено большинство теоретических исследований.

Гравитационное течение с постоянной скоростью фронта можно считать установившимся. Используя законы сохранения массы, импульса, энергии, т. е. постоянство их потоков вдоль течения, можно получить зависимость скорости распространения фронта и высоты гравитационного течения от исходных параметров задачи – начального дефицита плавучести и высоты резервуара холодного воздуха. Такой подход привел к определению важного параметра – числа Фруда (Fr), связывающего скорость распространения течения с его высотой и дефицитом плавучести тяжелой жидкости [7, 8].

Для рассмотрения эволюции гравитационных течений в более реальных ситуациях используется численное моделирование с различными видами упрощений уравнений движения. Наиболее простой системой уравнений, подходящей для моделирования гравитационного течения, служит система уравнений мелкой воды [2, 5, 8]. Эти уравнения можно применять, когда горизонтальный масштаб гравитационного течения намного превышает вертикальный и ускорением по вертикали можно пренебречь в отличие от горизонтального ускорения, т. е. когда выполняется гидростатическое приближение. Эти условия не соблюдаются на начальной стадии ускорения при высвобождении плотины, а также в области «головы» и фронта гравитационного течения в любой момент времени. Однако уравнения мелкой воды достаточно хорошо описывают распространение гравитационных течений, если на фронте задать граничное условие, связывающее между собой скорость фронта и

высоту течения. Само же это граничное условие может быть получено из экспериментов, аналитической теории или более сложных численных моделей.

Следующим по сложности классом численных моделей для исследования гравитационных течений являются двумерные модели на основе полных уравнений гидродинамики [5, 6]. Они используются в вертикальной плоскости, перпендикулярной фронту гравитационного течения, поскольку основные динамические процессы в таком течении двумерны. На первых этапах применялись уравнения движения для несжимаемой жидкости с учетом приближения Буссинеска, что является вполне приемлемым для гравитационных течений, наблюдающихся в океане или в достаточно тонких слоях нижней части атмосферы. Со временем для моделирования атмосферных гравитационных течений стали использовать систему уравнений движения с учетом сжимаемости в так называемой неупругой форме. При этом предполагается, что характерные скорости рассматриваемого процесса значительно меньше скорости звука, по этой причине гравитационно-звуковые волны можно не рассматривать, они могут быть отфильтрованы из уравнений движения. На современном этапе развития большинство исследователей используют описывающие сжимаемую атмосферу полные негидростатические уравнения, в которых гравитационно-звуковые волны учитываются.

Для исследования бризовых гравитационных течений уравнения мелкой воды не являются подходящим инструментом. Это связано в первую очередь с тем, что реальная атмосфера имеет достаточно сложную стратификацию и профиль фонового синоптического ветра с вертикальным сдвигом скорости. Эти черты реальной атмосферы нельзя учесть в модели мелкой воды, в то же время известно, что они могут приводить к таким важным эффектам, как генерация внутренних волн или развитие сильной конвекции над бризовым фронтом. Поэтому более приемлемым инструментом является полная двумерная модель. Использование приближений Буссинеска или несжимаемости также ограничивает класс рассматриваемых задач малой амплитудой возмущения плотности и малым вертикальным масштабом.

Цель настоящей работы – создание высококачественной двумерной численной атмосферной модели высокого пространственного разрешения, основанной на полных уравнениях движения и переноса тепла с учетом сжимаемости, для ее использования при численном моделировании бризовых гравитационных течений. Результатом численного моделирования должно быть полное детальное описание структуры и динамики гравитационного течения, а также определение зависимости основных характеристик гравитационного течения – таких, как высота течения и скорость распространения фронта, – от исходных параметров задачи. В разделе 2 приведено краткое описание используемой модели и ее конечно-разностной реализации, в разделе 3 – постановка задачи, описание и методика выполненных численных экспериментов, в разделе 4 – результаты моделирования. Выводы по результатам моделирования даны в заключительном разделе статьи.

2. Описание модели

Уравнения модели.

Как уже говорилось, для понимания и количественного описания основных особенностей атмосферных гравитационных течений достаточно успешно можно использовать двумерные модели, что было подтверждено многочисленными работами по моделированию атмосферных процессов, в основе которых лежит гравитационное течение [1, 5, 6]. В данной работе для исследования использовалась двумерная модель сжимаемой атмосферы, основанная на полных уравнениях движения и переноса тепла. Уравнения модели записываются в вертикальной плоскости, перпендикулярной фронту гравитационного течения, с координатами x, z . Система уравнений состоит из четырех прогностических уравнений: уравнений движения для компонент скорости (u, w), уравнения для безразмерного давления (π), выведенного из уравнения неразрывности, и уравнения переноса тепла для потенциальной температуры (θ). Характерный временной масштаб процесса формирования бризового гравитационного течения составляет ~ 1 ч, поэтому силой Кориолиса можно пренебречь. Турбулентный перенос – важный процесс в пограничном слое атмосферы. В настоящей работе выбрана наиболее простая параметризация этого процесса – используются постоянные коэффициенты вязкости и теплопроводности. Уравнения, включающие турбулентную вязкость и теплопроводность, без учета вращения Земли выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial u}{\partial t} &= -\frac{\partial uu}{\partial x} - \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{\rho}uw}{\partial z} - C_p \bar{\theta} \frac{\partial \pi'}{\partial x} + k_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + k_z \frac{\partial^2 u'}{\partial z^2}, \\
 \frac{\partial w}{\partial t} &= -\frac{\partial uw}{\partial x} - \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{\rho}ww}{\partial z} - C_p \bar{\theta} \frac{\partial \pi'}{\partial z} + g \frac{\theta'}{\bar{\theta}} + k_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + k_z \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}, \\
 \frac{\partial \pi'}{\partial t} &= -\frac{\bar{c}_s^2}{\bar{\rho} C_p \bar{\theta}^2} \left[\bar{\rho} \bar{\theta} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\rho} \bar{\theta} w}{\partial z} \right] + k_x \frac{\partial^2 \pi'}{\partial x^2} + k_z \frac{\partial^2 \pi'}{\partial z^2}, \\
 \frac{\partial \theta'}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho u \theta'}{\partial x} + \frac{\partial \rho w \theta'}{\partial z} + \frac{\partial \rho w \bar{\theta}}{\partial z} \right) + k_x \frac{\partial^2 \theta'}{\partial x^2} + k_z \frac{\partial^2 \theta'}{\partial z^2},
 \end{aligned} \tag{1}$$

где ρ – плотность воздуха; C_p – удельная теплоемкость при постоянном давлении для сухого воздуха; k_x, k_z – коэффициенты турбулентной вязкости и теплопроводности; g – ускорение свободного падения. Уравнения системы (1) записаны для полных переменных ($u = \bar{u} + u'$). Переменные со штрихом соответствуют возмущениям, с чертой – основному состоянию, которое задается в начальный момент времени.

Безразмерное давление (функция Экснера) определяется следующим образом:

$$\pi = \left[\frac{p}{p_0} \right]^{\frac{R_d}{C_p}}, \tag{2}$$

где p – давление, мбар; p_0 – давление на уровне моря ($p_0 = 1000$ мбар); R_d – универсальная газовая постоянная для сухого воздуха ($R_d = 287$ Дж/кг). Некоторые члены исключены из рассмотрения в силу их малого влияния на рассматриваемое явление.

Система уравнений (1) неоднократно успешно использовалась при моделировании глубокой конвекции, оттока холодного воздуха, формирующегося в грозовом облаке, и других атмосферных процессов. Более подробное описание используемой системы уравнений приведено в [6, 9]. В настоящем варианте модели не учитываются атмосферная влажность, облачность, а также перенос излучения в видимом и длинноволновом диапазонах.

Граничные условия.

При выборе граничных условий основным требованием является устранение возможного влияния границ на рассматриваемый процесс.

В задаче о высвобождении плотины для конечного резервуара холодного воздуха в силу симметрии удобно выбрать левую границу области в центре холодного резервуара и считать ее твердой стенкой. Таким образом, горизонтальная компонента скорости приравнивается на этой границе к нулю (условие непротекания). На правой границе для этой переменной используется условие излучения для предотвращения возможного отражения возмущений.

На нижней и верхней границах к горизонтальной компоненте скорости применено условие скольжения (т. е. нулевого сдвига) на подстилающей поверхности, которое традиционно используется при исследованиях гравитационных течений. Это связано с тем, что условие прилипания на нижней границе усложняет структуру течения, приводит к развитию пограничного слоя внутри гравитационного течения и в итоге – к его замедлению, обусловленному вязкостью. Для устранения влияния вязкости и упрощения анализа результатов и вводится условие скольжения.

Для вертикальной компоненты скорости на верхней и нижней границах выбираются условия непротекания, т. е. нулевые значения. На боковых границах в качестве граничного условия для этой величины используется условие нулевого сдвига скорости. Для потенциальной температуры и давления на всех четырех границах используется условие нулевого градиента, т. е. отсутствия притоков тепла и массы через границы.

Конечно-разностная реализация.

Для конечно-разностной реализации модели применяется пространственная сетка, в которой скалярные переменные (потенциальная температура и давление) рассчитываются в центре ячейки, горизонтальная компонента скорости вычисляется на боковых гранях ячейки, а вертикальная компонента – на ее верхней и нижней гранях. Перенос значений переменных из центра на грань ячейки или наоборот, когда это требуется для конечно-разностной аппроксимации различных членов уравнений модели, осуществляется с помощью интерполяции по горизонтали и вертикали.

При численном моделировании для описания адвекции во всех четырех уравнениях используется схема с центральными разностями по пространству

и схема «чехарда» – по времени. Для описания вязкости и теплопроводности применяются центральные разности второго порядка по пространству и явная схема – по времени.

Использование центральных разностей для расчета адвекции приводит к вычислительной дисперсии на малых масштабах, однако этот недостаток численной схемы не имеет существенного значения, поскольку возмущения малых масштабов эффективно подавляются турбулентной вязкостью и теплопроводностью с постоянными одинаковыми значениями коэффициентов. По горизонтали $k_x = 100 \text{ м}^2/\text{с}$, по вертикали $k_z = 15 \text{ м}^2/\text{с}$.

3. Методика проведения численных экспериментов

В настоящей работе была выбрана наиболее простая постановка задачи – распространение гравитационного течения из ограниченного объема холодного воздуха в нейтральное окружение. Влияние стратификации и сдвига ветра в окружающей атмосфере будет более детально исследовано в следующих работах.

Рассматриваемая область занимает $L_x = 50 \text{ км}$ по горизонтали и $H = 5 \text{ км}$ по вертикали. Шаги сетки по горизонтали и вертикали одинаковы и равняются $\Delta x = \Delta z = 50 \text{ м}$. Таким образом, сетка имеет размеры $N_x = 1000$ узлов, $N_z = 100$ узлов. Такое высокое разрешение выбрано для более детального описания гравитационного течения. Шаг по времени равен $\Delta t = 0,05 \text{ с}$ для выполнения двух критериев — критерия Куранта – Фридрихса – Леви для адвекции и критерия устойчивости явной схемы для вязкости и теплопроводности. Расчет выполняется до момента времени, когда гравитационное течение достигает правой границы рассматриваемой области.

За основное состояние в начальный момент времени принимается изотропическая атмосфера, которая находится в гидростатическом равновесии. При этом поля потенциальной температуры и давления однородны по горизонтали. Скорость ветра принимается равной нулю.

Давление и плотность в основном состоянии вычисляются следующим образом:

$$\frac{d\bar{\pi}}{dz} = -\frac{g}{\theta C_p}, \quad (3)$$

$$\bar{\rho} = \frac{p_0 \bar{\pi}^{\frac{C_v}{R_d}}}{\theta R_d}, \quad (4)$$

$$C_v = C_p - R_d, \quad (5)$$

где C_v – удельная теплоемкость при постоянном объеме.

Для задания начального возмущения используется область длиной 20 км, в которой находится холодный воздух. Далее будем называть эту область холодным резервуаром.

Было проведено пять численных экспериментов (табл. 1). В первых трех заданы одинаковые значения разности потенциальных температур ($\Delta\theta = 5$ К), при этом изменяется высота высвобождаемого объема D , равная 1; 1,5; 2 км. В двух других экспериментах высота холодной области взята постоянной ($D = 1,5$ км), а начальная разность потенциальных температур принимает различные значения (2 и 8 К).

4. Результаты

Структура гравитационного течения.

Во всех экспериментах после задания начального состояния наблюдается движение более тяжелого воздуха из холодного резервуара в окружающую атмосферу. Сразу же после высвобождения холодного воздуха в течение 1 – 2 мин происходит его ускорение, после чего гравитационное течение начинает двигаться с постоянной скоростью.

Рассмотрим подробно распределение возмущений потенциальной температуры θ' , двух компонент скорости u , w , а также давления для момента времени $t = 16$ мин после начала интегрирования в эксперименте. Начальная высота высвобождаемого объема холодного воздуха $D = 2$ км, начальная разность температур $\Delta\theta = 5$ К.

На рис. 1 приведено возмущение потенциальной температуры. Со временем в передней части течения образуется фронт с большим горизонтальным градиентом температуры. За фронтом формируется «голова» гравитационного течения, за которой отчетливо выделяется минимум высоты. Далее расположено «тело», в котором наблюдается постепенное повышение толщины слоя холодного воздуха.

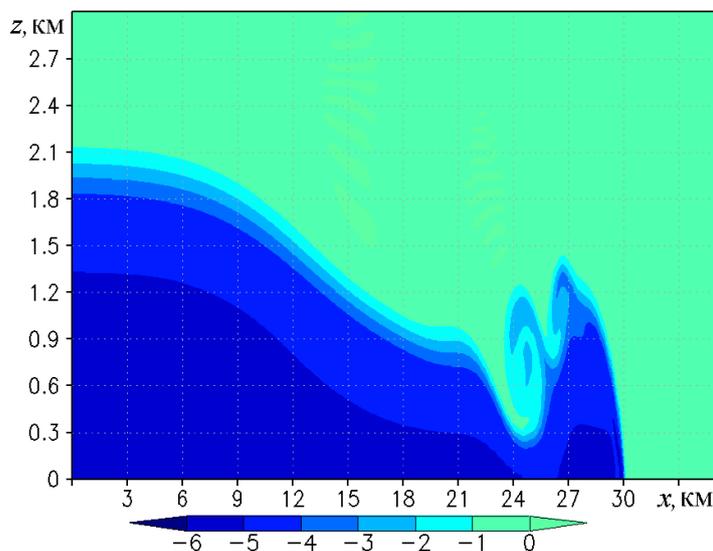


Рис. 1. Вертикальное сечение возмущения потенциальной температуры (К) при $t = 16$ мин

При движении течения происходит его постепенное размывание вследствие влияния турбулентной теплопроводности, что приводит к уменьшению градиента плотности на границе раздела воздушных масс. В верхней части «головы» наблюдаются вихри, вызванные неустойчивостью Кельвина – Гельмгольца, которая развивается на границе двух воздушных масс разной плотности вследствие сдвига скорости на границе раздела. Образовавшись, вихри передвигаются в сторону «тела» гравитационного течения.

На рис. 2 показано распределение горизонтальной компоненты скорости ветра и линий тока. В поле горизонтальной скорости наблюдается постепенное ускорение движения воздуха из холодного резервуара (где он имеет нулевую скорость) в сторону «головы» гравитационного течения, где скорость воздуха составляет 12 – 15 м/с. В области минимума высоты за «головой» гравитационного течения скорость воздуха достигает еще больших значений, 18 м/с. С течением времени все большая часть холодного воздуха вовлекается в движение, и затем в движение переходит весь воздух, находившийся внутри начального холодного резервуара.

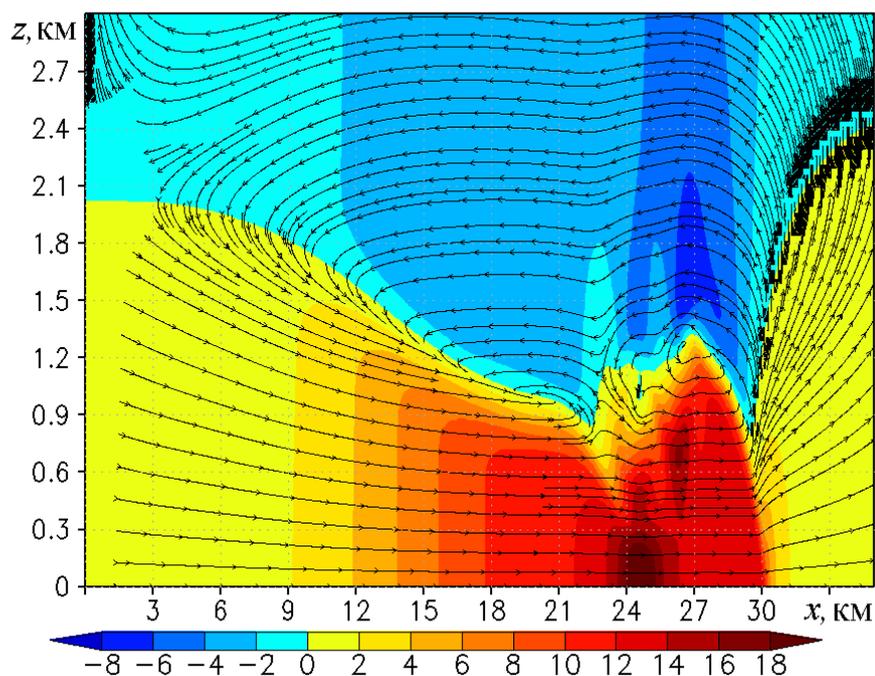


Рис. 2. Вертикальное сечение горизонтальной скорости ветра (показано цветом) и распределение линий тока (линии со стрелками) при $t = 16$ мин

При распространении гравитационного течения над ним формируется теплое возвратное течение. Его высота в верхней части рассматриваемой области в несколько раз превышает высоту самого гравитационного течения, поэтому скорость в верхнем течении примерно в два раза меньше, чем в ниж-

нем. При развитии гравитационного течения перед его фронтом наблюдается горизонтальная конвергенция, что приводит к быстрому подъему воздуха перед фронтом и его опусканию за «головой» течения.

Между гравитационным течением холодного воздуха и возвратным течением теплого воздуха над ним отчетливо виден тонкий слой с большим сдвигом скорости (рис. 2). В результате этого сдвига над «головой» формируются вихри Кельвина – Гельмгольца.

На рис. 3 показано распределение возмущения давления, которое носит в основном гидростатический характер, о чем свидетельствует повышенное давление в холодном резервуаре. Со временем давление в этой части исследуемой области уменьшается. Однако существуют возмущения давления, связанные с негидростатическими эффектами, такими, как большие значения вертикальной скорости в области фронта, а также резкие изменения скорости в вихрях. В районе «головы» течения, где образуются вихри Кельвина – Гельмгольца, и в самих вихрях наблюдается пониженное давление, которое связано со скоростью вращения вихря уравнением циклострофического баланса [6].

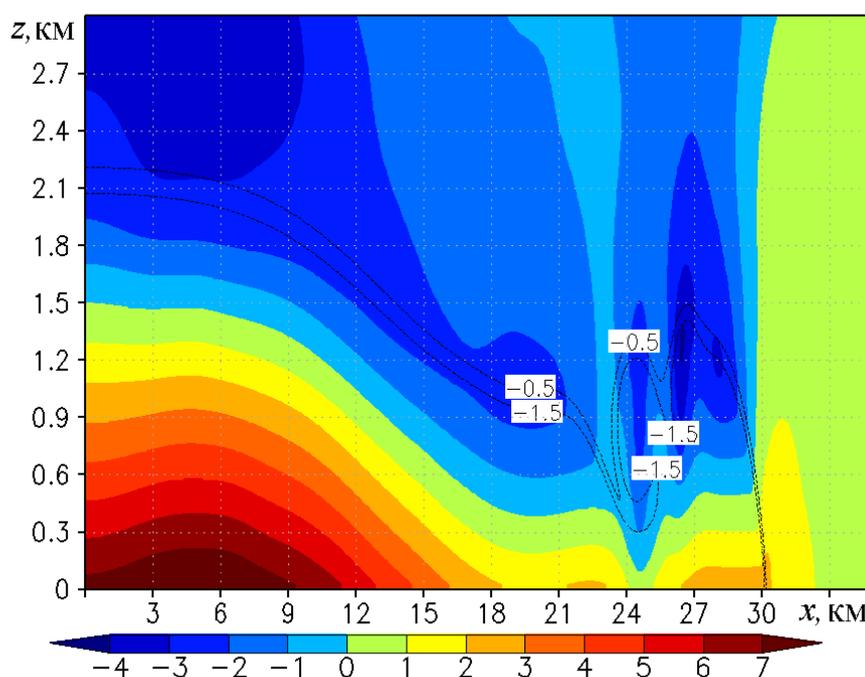


Рис. 3. Вертикальное сечение возмущений давления ($\times 10^4$, показано цветом) и потенциальной температуры $-0,5$ и $-1,5$ К (обозначено изолиниями) при $t = 16$ мин

На рис. 4 приведена традиционно используемая при исследованиях гравитационных течений диаграмма в координатах x, t (диаграмма Хофмюллера), описывающая эволюцию возмущения потенциальной температуры на

высоте 100 м в эксперименте с начальной высотой холодной области 2 км и разностью температур 5 К. Распространение фронта гравитационного течения представлено в виде четкой границы, разделяющей воздушные массы с разной потенциальной температурой. Видно, что на протяжении всего эксперимента фронт движется с постоянной скоростью, а стадия ускорения в начале движения занимает только 1 – 2 мин. Также на диаграмме Хофмюллера внутри области с холодным воздухом наблюдаются узкие полосы с повышенной температурой, это связано с образованием вихрей Кельвина – Гельмгольца, которые осуществляют перемешивание двух воздушных масс, что приводит к постепенному прогреву холодного воздуха.

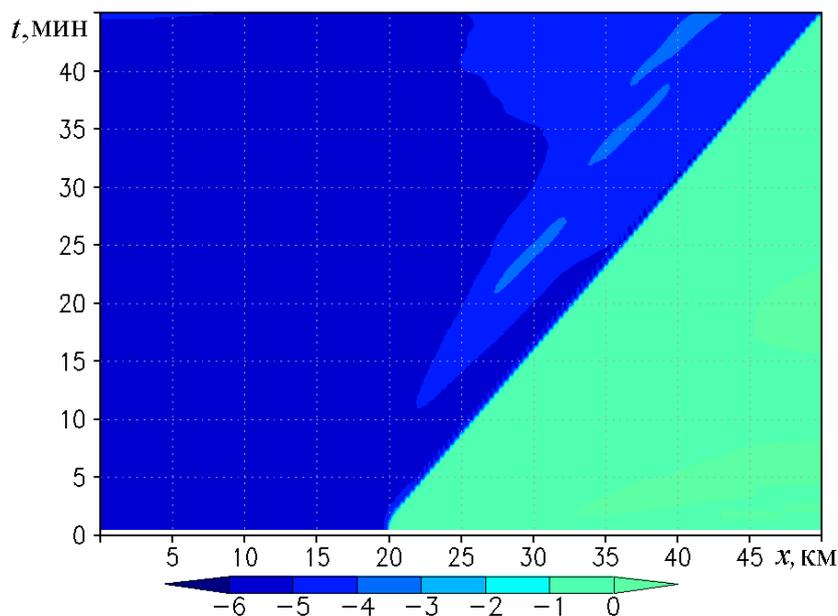


Рис. 4. Диаграмма Хофмюллера, описывающая эволюцию возмущения потенциальной температуры на высоте 100 м

Определение характеристик гравитационного течения.

Определим основные характеристики гравитационного течения, полученного путем численного моделирования в пяти экспериментах. К таким характеристикам традиционно относятся скорость распространения фронта течения (U), высота гравитационного течения (h) и приведенная гравитация (g'), или дефицит плавучести.

Традиционно принято также рассматривать безразмерное число Фруда, составленное из трех указанных характеристик. Оно позволяет количественно описывать распространение гравитационного течения:

$$\text{Fr}_h = \frac{U}{\sqrt{g'h}}, \quad (6)$$

здесь U определяется с помощью метода наименьших квадратов с использованием данных о положении фронта на каждом последовательном шаге по времени; g' находится как

$$g' = \frac{g(\theta_0 - \theta)}{\theta_0}, \quad (7)$$

где θ_0 – начальная потенциальная температура окружающей жидкости ($\theta_0 = 300$ К); θ – потенциальная температура области с холодной жидкостью.

Приведенные выше формулы можно применять для двух несмешивающихся воздушных масс, однако в нашем случае температура распределена непрерывно. Поэтому используется следующий метод определения g' и h . Величина, стоящая в знаменателе формулы (6), получается интегрированием дефицита плавучести по вертикали:

$$g'h(x,t) = \int_0^H g \left(\frac{\theta_0 - \theta}{\theta_0} \right) dz. \quad (8)$$

Высота гравитационного течения рассчитывается следующим образом:

$$h(x,t) = \frac{1}{g'_0} g'h(x,t), \quad (9)$$

где $g'_0 = \frac{g\Delta\theta}{\theta_0}$ – начальный дефицит плавучести.

Эти две рассчитанные величины зависят от x и t . Для расчета единых интегральных характеристик, описывающих гравитационное течение в целом, необходимо выполнить их осреднение по определенной части гравитационного течения.

В литературе нет общего мнения по поводу выбора высоты, которую нужно использовать для расчета числа Фруда. Поэтому в различных источниках существует большой разброс значений Fr в зависимости от используемой характерной высоты.

В данной работе для расчета Fr берутся две характерные высоты течения, которые отличаются выбором области осреднения по оси x . Первой из них является высота «головы» течения (h_1), которая осредняется по ширине области, начиная от фронта течения до минимума высоты, расположенного за «головой» течения. Вторая характерная высота – это высота «тела» течения (h_2). При расчете она осредняется от минимума высоты течения до правой границы начальной области с холодным воздухом.

Для получения более достоверных значений после расчета высоты h_1 и h_2 также осредняются по времени. За начальный момент считается время,

когда в структуре течения образуется минимум по высоте и он находится за пределами изначально заданной области с холодным воздухом. Конечный момент осреднения по времени – конец расчета модели.

В третьем варианте расчета Fr в качестве характерной высоты используется высота начального холодного резервуара D , а в качестве приведенной гравитации – начальный дефицит плавучести g'_0 [4, 5]:

$$Fr_D = \frac{U}{\sqrt{g'_0 D}}. \quad (10)$$

При таком расчете числа Фруда нет неопределенности в выборе осреднения по вертикали, горизонтали и времени, поскольку Fr зависит от точно известных начальных значений D и g'_0 .

В табл. 1 приведены интегральные характеристики гравитационных течений, рассчитанные по результатам пяти численных экспериментов. При этом в качестве характерной высоты использовалась высота «головы» течения h_1 . В первой колонке даны значения начальной высоты холодной области D , во второй – значения начальной разности температур между окружающим воздухом и холодной областью $\Delta\theta$. Скорость фронта течения U , значения корня из интегральной приведенной гравитации $g'h_1$, высота h_1 , рассчитанная по «голове» течения, представлены в третьей, четвертой и пятой колонках соответственно. В шестой колонке приведены числа Фруда Fr_{h_1} , рассчитанные по результатам численных экспериментов.

Таблица 1. Характеристики гравитационного течения, заданные в начальных условиях (колонки 1 и 2) и рассчитанные (колонки 3 – 7) в численных экспериментах с использованием высоты «головы» течения h_1

D , км	$\Delta\theta$, К	U , м/с	$\sqrt{g'h_1}$, м/с	h_1 , км	Fr_{h_1}	Fr_{theor}
1	5	8,6	7,7	0,37	1,1	1,3
1,5	5	10	9,7	0,58	1,1	1,2
2	5	11	11	0,80	1	1,1
1,5	2	6,4	6,2	0,58	1	1,2
1,5	8	12	12	0,58	1	1,2

В табл. 2 представлены интегральные характеристики гравитационных течений, полученные по результатам пяти численных экспериментов, и числа

Фруда Fr_{h_2} , рассчитанные с использованием высоты «тела» течения h_2 . Обозначения такие же, как в табл. 1.

Таблица 2. Характеристики гравитационного течения, заданные в начальных условиях (колонки 1 и 2) и рассчитанные (колонки 3 – 7) в численных экспериментах с использованием высоты «тела» течения h_2

D , км	$\Delta\theta$, К	U , м/с	$\sqrt{g'h_2}$, м/с	h_2 , км	Fr_{h_2}	Fr_{theor}
1	5	8,6	8,4	0,43	1	1,2
1,5	5	10	9,7	0,58	1,1	1,2
2	5	11	11	0,77	1	1,4
1,5	2	6,4	6,4	0,62	1	1,2
1,5	8	12	12	0,57	1	1,5

Третий вариант расчета числа Фруда с использованием первых трех численных экспериментов показан в табл. 3. В первых трех колонках всех таблиц обозначения одинаковые, в четвертой колонке табл. 3 показано отношение высоты резервуара к толщине атмосферы D/H , в пятой – приведенная гравитация g'_0 , в шестой – значения корня из интегральной приведенной гравитации $\sqrt{g'_0 D}$, в седьмой – число Фруда Fr_D , в восьмой – отношение высоты «головы» h_1 к высоте холодного резервуара D .

Таблица 3. Характеристики гравитационного течения, заданные в начальных условиях (колонки 1 и 2) и рассчитанные (колонки 3 – 7) в численных экспериментах с использованием высоты холодного резервуара D

D , км	$\Delta\theta$, К	U , м/с	D/H	g'_0 , м/с ²	$\sqrt{g'_0 D}$, м/с	Fr_D	h_1/D
1	5	8,6	0,2	0,16	13	0,66	0,37
1,5	5	10	0,3	0,16	15	0,65	0,39
2	5	11	0,4	0,16	18	0,61	0,40

Интерпретация полученных результатов и сравнение с результатами других авторов.

Прежде всего следует отметить, что число Фруда в шестой колонке табл. 1 и 2, рассчитанное по значениям высоты течения h_1 или h_2 , не зависит от выбора начальных условий D и $\Delta\theta$ и принимает одинаковое значение $Fr_h \approx 1$ во всех пяти экспериментах. Этот результат подтверждает известную гипотезу, что локальное Fr , описывающее связь между скоростью фронта гравитационного течения, его высотой и дефицитом плавучести, является

универсальной постоянной. Локальное (или фронтальное) число Фруда определяется только локальной динамикой в области «головы» гравитационного течения и не зависит от предыстории течения, размеров и положения его источника – холодного резервуара. Можно сказать, что и сама форма гравитационного течения является универсальной. Это справедливо только для стадии распространения гравитационного течения, характеризующейся постоянной скоростью фронта, когда течение можно считать установившимся.

Результаты численного моделирования других авторов [5, 6], а также результаты лабораторных экспериментов [2, 4] подтверждают гипотезу универсальности локального числа Фруда, однако для самой величины этой универсальной константы существует очень большой разброс значений, как больших, так и меньших 1. В первую очередь это связано с выбором характерной высоты гравитационного течения, значения которой в литературе различны.

Теоретическое значение локального Fr в бесконечно глубокой окружающей жидкости, согласно теории Кармана [7], равно $\sqrt{2}$; согласно же данным недавней работы [4], оно равно 1, что совпадает с нашим результатом.

Универсальность локального Fr и свойств самого гравитационного течения проявляется только в бесконечно глубокой окружающей жидкости. В общем случае свойства гравитационного течения зависят также и от высоты окружающей жидкости, в которой оно распространяется, в данной работе – от высоты атмосферы H . Если параметр D/H не очень мал, зависимость свойств гравитационного течения от него довольно существенна [4, 5]. В наших экспериментах этот параметр принимал значения в пределах $0,2 < D/H < 0,4$ (табл. 3). В этом диапазоне конечность высоты атмосферы хотя и влияет на свойства гравитационного течения, но достаточно слабо.

Сравним наши результаты с результатами других работ, в которых учитывалось конечное значение H . Прежде всего рассчитаем теоретическое значение локального Fr для конечной высоты атмосферы согласно [4], где приводятся значения числа Фруда, рассчитанные по высоте H (в настоящей работе они рассчитываются по h):

$$Fr_{\text{theor}} = \sqrt{\frac{(D - h)(H - h)}{Hh}}. \quad (11)$$

Рассчитанные теоретические значения Fr_{theor} (табл. 1 и 2) слегка превышают Fr_h , что может быть связано с наличием диссипации в численных экспериментах.

В работах [4, 5, 7], учитывающих конечность H , используется Fr_D , рассчитанное по начальной высоте холодного резервуара D . Сравним результаты

указанных работ с данными табл. 3. На рис. 6, *a* работы [5] приведены зависимости Fr_D от параметра D/H , полученные как теоретически, так и численно. Аналогичные зависимости приведены на рис. 14 работы [4]. При сравнении данных из седьмой колонки табл. 3 с указанными рисунками (диапазон значений $0,2 < D/H < 0,4$) видно хорошее совпадение результатов: число Фруда медленно убывает с увеличением параметра D/H .

Еще один важный результат, который можно получить из наших численных экспериментов, заключается в определении зависимости высоты гравитационного течения h_1 от начальной высоты резервуара D . График зависимости отношения h_1/D от параметра D/H приведен на рис. 6, *b* работы [5]. Для малых значений D/H эта зависимость достаточно слабая. В пределе бесконечной глубины H отношение h_1/D принимает значение 0,347. Согласно же данным табл. 3 для трех численных экспериментов, отношение h_1/D принимает значения 0,37, 0,39, 0,40, что согласуется с указанным рисунком из работы [5].

Таким образом, все характеристики гравитационных течений, рассчитанные в настоящей работе с использованием полной двумерной гидродинамической модели атмосферы с высоким разрешением, количественно согласуются с полученными ранее результатами.

5. Заключение

В данной работе проведено численное моделирование распространения гравитационного течения в атмосфере. Оно было выполнено с высоким пространственным разрешением с использованием двумерной полной гидродинамической модели сжимаемой атмосферы. Получено полное детальное описание развития гравитационного течения на стадии постоянной скорости фронта. Рассмотрены и описаны распределение в пространстве и эволюция со временем всех динамических переменных в самом гравитационном течении и в окружающей атмосфере – потенциальной температуры, двух компонент скорости и давления. Отмечено формирование характерных особенностей структуры гравитационного течения – фронта, «головы», вихрей Кельвина – Гельмгольца.

Рассмотрена зависимость характеристик течения от двух параметров – начальной разности потенциальных температур между областью с холодным воздухом и окружающей средой, а также начальной высоты холодной области. За основную количественную характеристику гравитационного течения принималось число Фруда, которое было рассчитано тремя методами: с использованием характерной высоты «головы» и «тела» течения, а также начальной высоты холодного резервуара. Определено, что в первом приближении число Фруда, рассчитанное по высоте гравитационного течения, является универсальной постоянной, приблизительно равной 1. Более детальный анализ позволил сделать вывод, что отношение начальной высоты холодного бассейна к толщине атмосферы слабо влияет на число Фруда и высоту гравитационного течения, что согласуется с результатами других исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Haase S.P., Smith R.K.* The numerical simulation of atmospheric gravity currents. Part I: Neutrally-stable environments // *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* – 1989. – 46, issue 1 – 2. – P. 1 – 33.
2. *Rottman J.W., Simpson J.E.* Gravity currents produced by instantaneous releases of a heavy fluid in a rectangular channel // *J. Fluid Mech.* – 1983. – 135. – P. 95 – 110.
3. *Marino B.M., Thomas L.P., Linden P.F.* The front condition for gravity currents // *Ibid.* – 2005. – 536. – P. 49 – 78.
4. *Shin J.O., Dalziel S.B., Linden P.F.* Gravity currents produced by lock exchange // *Ibid.* – 2004. – 521. – P. 1 – 34.
5. *Klemp J.B., Rotunno R., Skamarock W.C.* On the dynamics of gravity currents in a channel // *Ibid.* – 1994. – 269. – P. 169 – 198.
6. *Droegemeier K.K., Wilhelmson R.B.* Numerical simulation of thunderstorm outflow dynamics. Part I: Outflow sensitivity experiments and turbulence dynamics // *J. Atmos. Sci.* – 1987. – 44, issue 8. – P. 1180 – 1210.
7. *Benjamin T.B.* Gravity currents and related phenomena // *J. Fluid Mech.* – 1968. – 31, issue 02. – P. 209 – 248.
8. *Ungarish M.* An introduction to gravity currents and intrusions. – Boca Raton: CRC Press. Taylor and Francis Group, 2010. – 512 p.
9. *Dailey P.S., Fovell R.G.* Numerical simulation of the interaction between the sea-breeze front and horizontal convective rolls. Part 1: Offshore ambient flow // *J. Mon. Wea. Rev.* – 1999. – 127, issue 5. – P. 858 – 878.

Numerical simulation of gravity current propagation in a compressible atmosphere

M.V. Shokurov, N.Yu. Germankova

*Marine Hydrophysical Institute, Russian Academy of Sciences, Sevastopol, Russia
e-mail: shokurov.m@gmail.com, loogaru9@rambler.ru*

Propagation of a gravity current in the atmosphere is numerically modeled using a two-dimensional hydrodynamic model allowing for compressibility. The result consists in a detailed description of development and propagation of a gravity current at the stage when the front speed is constant. Studied is the dependence of the flow characteristics upon two parameters: the initial difference between potential temperatures of the cold air pool and the environment, and the initial height of the cold pool. Dimensionless front velocity (Froude number Fr) is calculated by three methods using characteristic heights of the current “head” and “body” which is located behind the “head”, and the cold pool initial height. The calculations show that in the first approximation Fr calculated from the gravity flow height, is actually a universal constant approximately equal to 1. More detailed analysis shows that Fr and the gravity current height are weakly dependent upon the ratio between the cold pool initial height and the atmosphere thickness. The conclusion is consistent with the results of other studies.

Keywords: gravity current, numerical simulation, Froude number.