

Проявление β -эффекта в двухслойной модели Черного моря

© 2016 А.А. Павлушин, Н.Б. Шапиро, Э.Н. Михайлова

*Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь, Россия
E-mail: pavlushin@mhi-ras.ru*

Поступила 06.06.2016 г.

Работа является продолжением серии численных экспериментов по моделированию формирования ветровых течений и вихрей в Черном море в рамках двухслойной вихререзающей модели. Основное внимание в ней уделяется исследованию роли β -эффекта. В качестве внешнего воздействия используется стационарный циклонический ветер, рельеф дна не учитывается. Показано, что при учете β -эффекта как в процессе формирования течений, так и в статистически-равновесном режиме при образовании вихрей наблюдаются распространяющиеся с востока на запад волны Россби. Наиболее четко проявляются волны с параметрами первой баротропной моды волны Россби для замкнутого бассейна. Взаимодействие волн Россби с крупномасштабной циркуляцией приводит к интенсификации гидродинамической неустойчивости течений и образованию мезомасштабных вихрей. Усиление вихреобразования приводит также к существенному уменьшению кинетической и доступной потенциальной энергии по сравнению с величинами, получающимися при постоянном параметре Кориолиса.

Ключевые слова: Черное море, вихререзающая модель, численный эксперимент, β -эффект, волны Россби.

Введение. С целью исследования влияния различных факторов (внешних и внутренних) на формирование и эволюцию гидрофизических полей в Черном море, проведена серия целенаправленных численных экспериментов с использованием вихререзающей двухслойной изопикнической модели [1, 2]. Модель основана на системе примитивных уравнений в приближении Буссинеска, гидростатики и β -плоскости. Рассматривается море, состоящее из двух слоев с плотностью $\rho_1 = \text{const}$ в верхнем слое и $\rho_2 = \text{const}$ – в нижнем, $\rho_2 > \rho_1$. Слои между собой не смешиваются, но в модели может учитываться трение между слоями. На поверхности моря задается тангенциальное напряжение ветра τ , сток энергии осуществляется за счет придонного трения и горизонтальной турбулентной вязкости.

Уравнения движения и неразрывности, проинтегрированные по вертикали в пределах каждого слоя, имеют вид

$$\begin{aligned} (U_1)_t + (u_1 U_1)_x + (v_1 U_1)_y - fV_1 &= gh_1 \zeta_x + \tau^x - R_a^x + A_l \nabla (h_1 \nabla u_1), \\ (V_1)_t + (u_1 V_1)_x + (v_1 V_1)_y + fU_1 &= \\ &= gh_1 \zeta_y + \tau^y - R_a^y + A_l \nabla (h_1 \nabla v_1), \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
(U_2)_t + (u_2 U_2)_x + (v_2 U_2)_y - f V_2 &= g h_2 \zeta_x + g' h_2 (h_1)_x + R_a^x - R_b^x + A_l \nabla (h_2 \nabla u_2), \\
(V_2)_t + (u_2 V_2)_x + (v_2 V_2)_y + f U_2 &= \\
&= g h_2 \zeta_y + g' h_2 (h_1)_y + R_a^y - R_b^y + A_l \nabla (h_2 \nabla v_2), \\
(h_1)_t + (U_1)_x + (V_1)_y &= 0, \\
(h_2)_t + (U_2)_x + (V_2)_y &= 0,
\end{aligned} \tag{1}$$

где индексы 1 и 2 указывают на верхний и нижний слои соответственно; нижние индексы x, y, t означают дифференцирование; u_i, v_i – горизонтальные компоненты скорости течений в i -м слое; h_1, h_2 – толщины слоев; $U_1 = u_1 h_1, V_1 = v_1 h_1$ – компоненты потоков; $R_a^x = r_a (u_1 - u_2), R_a^y = r_a (v_1 - v_2)$ – компоненты силы трения между слоями; $R_b^x = r_b u_2, R_b^y = r_b v_2$ – компоненты силы придонного трения; r_a, r_b – постоянные коэффициенты; $f = f_0 + \beta y$ – параметр Кориолиса, $f_0 = 10^{-4}$ 1/с, $\beta = 2 \cdot 10^{-13}$ 1/(см·с); $g = 980$ г·см/с² – ускорение свободного падения; $g' = g(\rho_2 - \rho_1)/\rho_2$; τ^x, τ^y – компоненты тангенциального напряжения ветра; A_l – коэффициент горизонтальной турбулентной вязкости.

Для замыкания уравнений используется интегральное уравнение неразрывности в приближении «твердой крышки», которое позволяет ввести функцию тока ψ для полных потоков:

$$U_1 + U_2 = -\psi_y, \quad V_1 + V_2 = \psi_x.$$

На боковых границах бассейна задаются условия прилипания. Сток рек в море и водообмен через проливы не учитываются. В начальный момент времени вода находится в состоянии покоя, поверхность раздела слоев и поверхность моря горизонтальны.

В конечно-разностном представлении модели используется двухслойная по времени численная схема, основанная на бокс-методе с сеткой B (по терминологии Аракавы), неявной аппроксимации силы Кориолиса и сил трения на поверхности раздела и дне. Адвективные члены в уравнениях неразрывности аппроксимируются схемой первого порядка точности (направленными разностями), а в уравнениях движения – схемой второго порядка точности (Лакса – Вендроффа).

Первый этап работ был посвящен исследованию механизмов формирования ветровой циркуляции, поскольку именно ветер является основным фактором, определяющим сезонную и межгодовую изменчивость Черного моря. Учитывая характеристики и специфику используемой модели, можно определить важные факторы, влияющие на динамику течений: пространственно-временную изменчивость ветра, горизонтальную турбулентную вязкость, силу придонного трения, силу трения между слоями, форму бассейна, особенности береговой линии, β -эффект, рельеф дна.

В [1] приведены и проанализированы результаты экспериментов с различными коэффициентами горизонтальной турбулентной вязкости A_l и придонного трения r_b при постоянном параметре Кориолиса $f_0 = 10^{-4}$ 1/с, который соответствует широте Черного моря. Показано, что удовлетворительные результаты в модели получаются при использовании коэффициентов

$A_l \sim 10^5 \text{ см}^2/\text{с}$ и r_b в диапазоне $0,01 - 0,1 \text{ см/с}$. При этих параметрах в бассейне наряду с устойчивыми квазистационарными циклоническими круговоротами периодически возникают мезомасштабные антициклонические вихри, связанные с гидродинамической неустойчивостью течений.

Работа [2] посвящена изучению влияния формы бассейна на циркуляцию, в ней анализировались результаты расчетов полей течений в бассейнах с различной конфигурацией в отсутствие β -эффекта. В вытянутых бассейнах, при условии достаточно малого придонного трения, крупномасштабная циркуляция разбивается на отдельные циклонические вихри даже без наличия выступающих элементов береговой черты. Количество таких вихрей зависит от отношения длины бассейна к его ширине.

В работах [1, 2] также показано, что при стационарном ветре $\bar{v}(t) = \text{const}$ приток энергии в море регулируется автоколебательным процессом [3], связанным с изменением работы тангенциального напряжения ветра $W_\tau = |\bar{v}| \cdot |\bar{u}_1| \cdot \cos(\alpha)$. Это происходит вследствие трансформации поля поверхностных течений \bar{u}_1 мезомасштабными вихрями, порождаемыми гидродинамической (баротропной и/или бароклинной) неустойчивостью крупномасштабной циркуляции. Период автоколебаний при отсутствии β -эффекта в основном определяется временем жизни этих мезомасштабных вихревых образований.

В данной работе исследуется влияние β -эффекта на формирование ветровой циркуляции в Черном море. Согласно теории [4 – 6] изменение параметра Кориолиса с широтой приводит к возникновению планетарных волн Россби, которые могут иметь очень широкий спектр своих проявлений в зависимости от различных условий. Специфика Черного моря состоит в том, что это почти замкнутый бассейн, размеры которого меньше баротропного (внешнего) радиуса деформации Россби, но больше, чем бароклинный (внутренний) радиус деформации.

Имеется ряд работ, которые прямо или косвенно относятся к моделированию или описанию процессов в Черном море, связанных с проявлением планетарных волн [7 – 14]. Прежде всего, отметим работы Э.В. Станева, Н.Х. Рачева [7, 8], в которых анализируются результаты численного моделирования ветровой циркуляции в Черном море с помощью уровенной вихре-разрешающей модели Брайана – Кокса. Движение в море так же, как и в нашем случае, возбуждалось стационарным ветром. В результате проведенных расчетов в Черном море были получены долгопериодные колебания, которые авторы характеризовали как баротропные волны Россби, образующиеся в замкнутом бассейне, размеры которого меньше внешнего радиуса деформации. По мнению авторов работы [8], волны Россби являются доминирующей формой волновых движений в Черном море и изменчивость циркуляции, связанная с планетарными режимами, может быть сравнима в некоторых случаях с изменчивостью, вызванной бароклинной неустойчивостью.

Аналогичные результаты были получены в работе [9], посвященной моделированию ветровой циркуляции в Черном море с помощью квазигеостро-

фической модели. В процессе численного интегрирования под воздействием стационарного ветра решение задачи выходило на квазипериодический режим с наличием колебаний в поле полных потоков с периодами 43 и 83 сут. По мнению авторов, первый из этих периодов связан с проявлением бароклинной неустойчивости основного течения, а второй может быть обусловлен проявлением баротропной волны Россби.

В [10] на основании обработки данных спутниковых наблюдений за изменением уровня Черного моря делается вывод о наличии в море долгопериодных колебаний, распространяющихся в западном направлении. Авторы объясняют этот процесс излучением бароклинных волн Россби, вызванных сезонными колебаниями завихренности ветра, от восточного побережья моря.

В работе [11], исходя из анализа гидрофизических и морфометрических характеристик Черного моря, делается вывод о возможности существования в бассейне волн Россби с периодами 80 – 200 сут и фазовыми скоростями 2 – 8 см/с.

В качестве данных наблюдений, свидетельствующих о наличии планетарных волн в бассейне Черного моря, можно привести также работы [12, 13], в которых описываются антициклонические вихри синоптического масштаба, образующиеся в Черном море в летний период. Мониторинг вихрей показал, что в течение периода наблюдений они имели составляющую скорости ~2 км/сут, направленную на запад, что может указывать на их связь с волнами Россби.

В целом же особенности возникновения и распространения планетарных волн в Черном море изучены недостаточно полно.

Описание экспериментов. Как уже отмечалось ранее, эксперименты, рассматриваемые в настоящей работе, посвящены β -эффекту и его влиянию на формирование ветровой циркуляции в Черном море. В экспериментах не учитывается рельеф дна и трение между слоями, напряжение ветра τ задается стационарным с постоянной циклонической завихренностью $0,5 \cdot 10^{-7}$ Н/м³. Глубина моря полагается равной $H = 2200$ м, начальная толщина верхнего слоя $h_0 = 175$ м, параметр Кориолиса на южной границе области $f_0 = 10^{-4}$ с⁻¹, параметр Россби $\beta = 2 \cdot 10^{-13}$ с⁻¹см⁻¹, коэффициент горизонтальной турбулентной вязкости $A_t = 10^5$ см²с⁻¹.

В предыдущих работах [1, 2] было показано, что результаты решения задачи при постоянном параметре Кориолиса очень чувствительны к величине придонного трения, причем диапазон изменения коэффициента r_b достаточно широк. Поэтому были проведены расчеты с различными значениями коэффициента r_b .

Для удобства описания в настоящей работе введены буквенно-цифровые обозначения экспериментов. В численных экспериментах, обозначенных буквой В, $\beta > 0$, эксперименты с $\beta = 0$ обозначены буквой А. В работе обсуждаются результаты шести экспериментов: В1, В2, В3 и А1; А2; А3. Помимо параметра β , разница между ними заключается в использовании различных значений коэффициента придонного трения r_b : в экспериментах В1, А1, В3, А3 коэффициент $r_b = 0,01$ см/с; в В2, А2 – $r_b = 0,1$ см/с.

Кроме того, в экспериментах В3, А3 вместо реальной конфигурации Черного моря используется модельная форма бассейна («колбаса»), такая же как в эксперименте Ф1 в работе [2]. Тем самым удается продемонстрировать влияние конфигурации бассейна и особенностей береговой линии на формирование течений, вихрей и волн Россби.

Расчеты проводились на квадратной сетке 3×3 км с шагом по времени $\Delta t = 3$ мин. Использование более высокого пространственного разрешения по сравнению с предыдущими работами [1, 2], в которых использовались сетка $4 \times 3,5$ км и шаг по времени $\Delta t = 6$ мин, позволило получить в исследуемой области вихри меньшего размера при увеличении их количества.

Продолжительность расчетов в каждом эксперименте составила не менее 10 лет. Эксперимент прекращался после того, как решение выходило на статистически равновесный режим [2], при котором осредненные по времени характеристики модели уже мало менялись во времени.

Результаты численных экспериментов. В результате расчетов были получены мгновенные и осредненные по времени поля толщины верхнего слоя h_1 , уровня моря ζ , течений в верхнем и нижнем слое \vec{u}_1, \vec{u}_2 , интегральной функции тока ψ .

Кроме того, построены графики изменения во времени осредненных по площади величин: кинетической энергии в верхнем KE_1 и нижнем слое KE_2 , доступной потенциальной энергии DPE , работы тангенциального напряжения ветра W_τ , рассчитанных по формулам:

$$KE_1 = \langle \rho_1 h_1 (u_1^2 + v_1^2) / 2 \rangle, \quad KE_2 = \langle \rho_2 h_2 (u_2^2 + v_2^2) / 2 \rangle,$$

$$DPE = \langle \rho_1 g' (h_1 - h_0)^2 / 2 \rangle, \quad W_\tau = \langle \rho_1 (u_1 \tau^x + v_1 \tau^y) \rangle,$$

где h_1, h_2 – толщины верхнего и нижнего слоев; u_1, v_1, u_2, v_2 – горизонтальные составляющие скорости течений в соответствующих слоях; $g' = g(\rho_2 - \rho_1)/\rho_2 = 3,2$ см/с²; τ_x, τ_y – горизонтальные составляющие тангенциального напряжения ветра; угловые скобки означают осреднение по площади.

Результаты расчетов, полученные при $\beta > 0$, сравнивались с результатами экспериментов, в которых параметр β полагался равным нулю.

На рис. 1 приведены мгновенные пространственные распределения характеристик в экспериментах В1, А1. Для эксперимента А1 ($\beta = 0$) характерно наличие во всех представленных полях двух крупномасштабных циклонических круговоротов (рис. 1, а – д). Один круговорот расположен в западной части моря, другой – в восточной. Эти суббассейновые циклоны определяют крупномасштабную циркуляцию в бассейне. Между циклонами и берегом и в промежутке между циклонами периодически возникают мезомасштабные антициклонические вихри, которые хорошо видны в полях h_1, ζ, \vec{u}_1 (рис. 1, е – з). Время их жизни составляет ~50 сут.

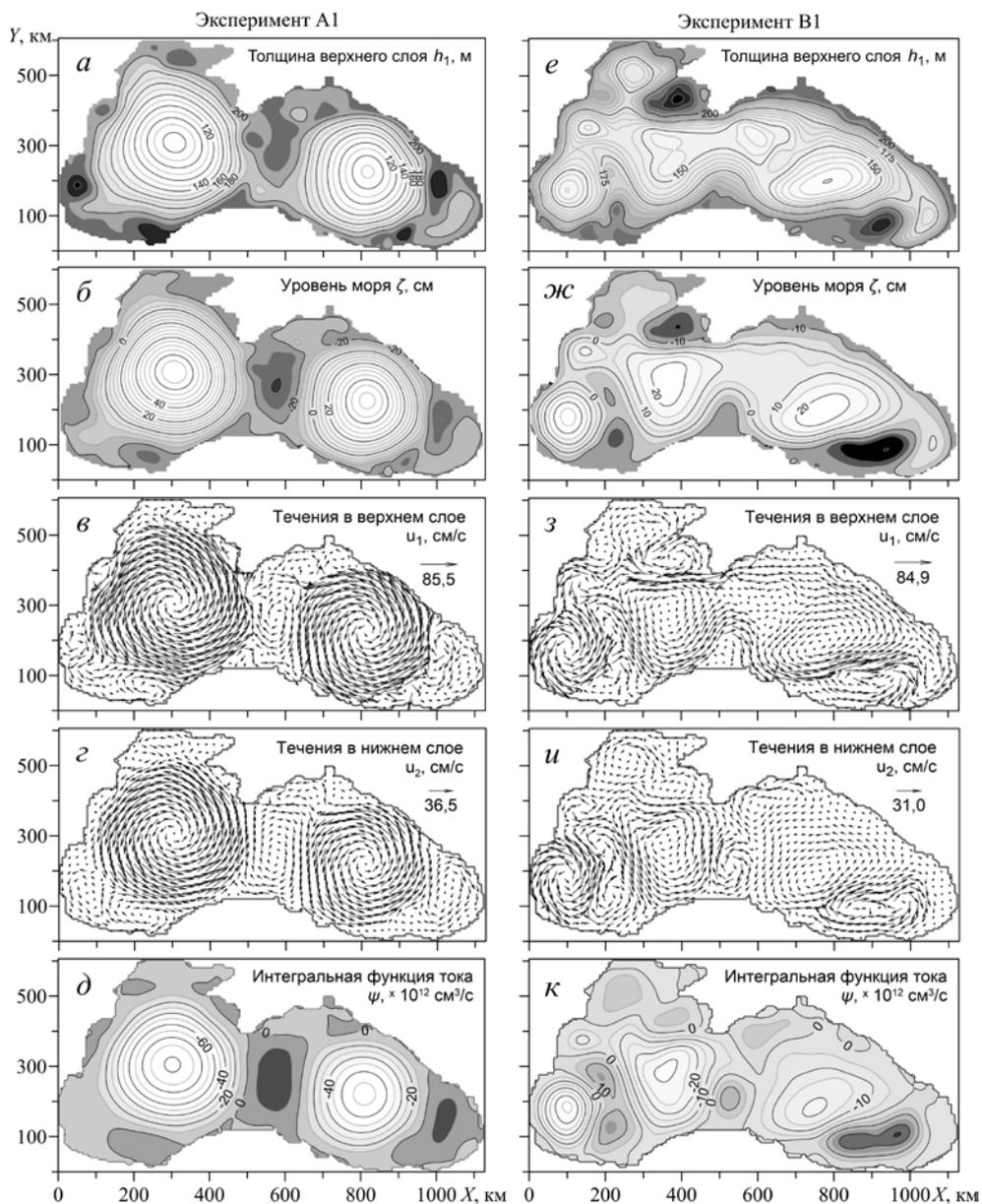


Рис. 1. Мгновенные распределения характеристик в экспериментах А1 (слева) и В1 (справа)

В осредненных за несколько лет полях h_1 , ψ (рис. 2 *a, б*) четко выделяются два циклонических вихря, которые наблюдались и в мгновенных распределениях (рис. 1 *a, д*). Это указывает на стационарный характер круговоротов. Что касается мезомасштабных антициклонических вихрей, то они, вследствие их нестационарности во времени и пространстве, в осредненном поле ψ выражены слабо, а в поле h_1 не проявляются совсем.

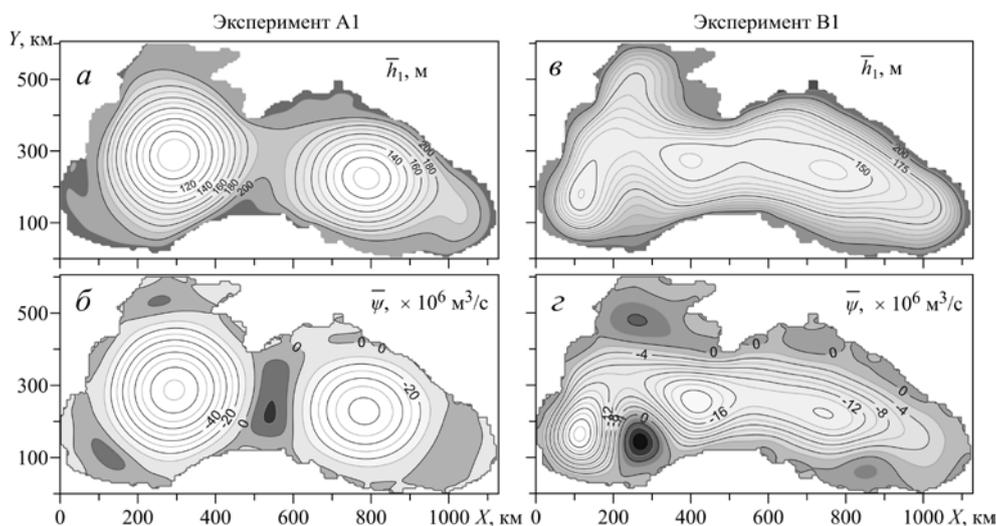


Рис. 2. Средние распределения h_1 и ψ в экспериментах А1 (слева) и В1 (справа)

В эксперименте с учетом β -эффекта (В1) в мгновенных распределениях h_1 , ζ , \vec{u}_1 (рис. 1, а – в) крупномасштабные циклоны в центральной части моря также присутствуют, но, в отличие от эксперимента А1, они выражены заметно слабее и их количество больше двух. Скорее, можно говорить о наличии в центральной части исследуемого бассейна одного крупномасштабного циклонического круговорота с несколькими максимумами. Мезомасштабные антициклонические вихри наблюдаются вдоль берега.

В полях ψ и \vec{u}_2 в эксперименте В1 (рис. 1, и, к) отдельные циклонические и антициклонические вихри выделяются более четко, чем в верхнем слое.

Основное различие между экспериментами А1, В1 состоит в том, что при учете β -эффекта (рис. 1, е – к) в бассейне не формируются стационарные круговороты. Вихревые образования, имеющиеся в мгновенных полях, постоянно перемещаются. Перемещение вихрей приводит к тому, что в средних полях h_1 , ψ в центральной части бассейна возникает обширная циклоническая область (рис. 2, в, з). Возле западного берега наблюдается незначительное сгущение изолиний h_1 , ψ как следствие западной интенсификации течений.

В обоих рассмотренных экспериментах обращает на себя внимание качественное совпадение полей течений в верхнем и нижнем слоях, что указывает на баротропизацию процесса. Направление течений в верхнем и нижнем слоях в основном совпадает, скорость течений в нижнем слое составляет примерно 40 % от скорости течений в верхнем слое.

Интегральная функция тока ψ , характеризующая баротропные течения, хорошо коррелирует с полем \vec{u}_2 , а изолинии h_1 близки к линиям тока \vec{u}_1 и изолиниям ζ . Такая особенность в пространственном распределении характеристик позволяет использовать для визуализации циркуляции в верхнем слое поле h_1 , в нижнем – ψ .

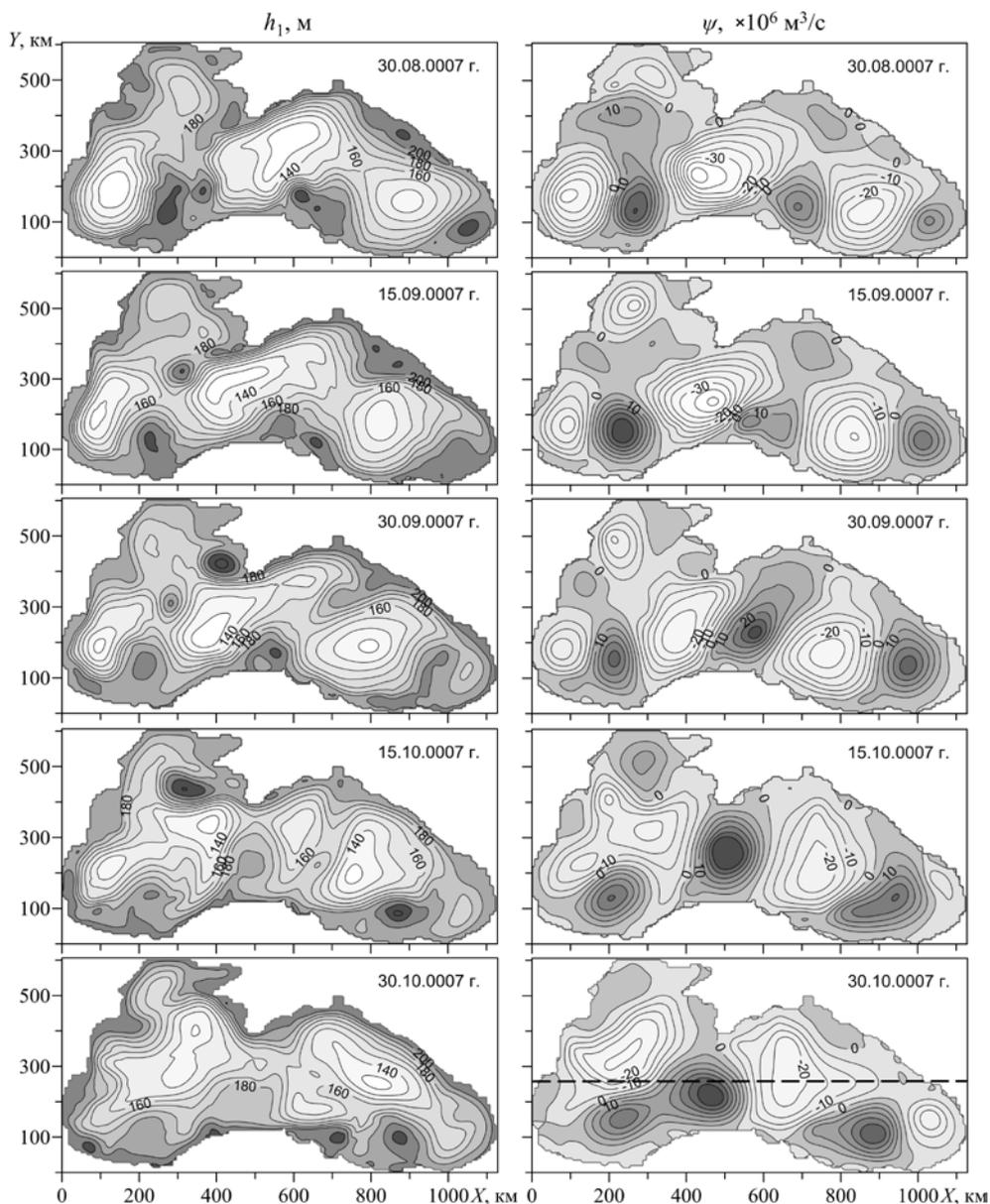


Рис. 3. Последовательные с периодом 15 сут поля h_1 (слева) и ψ (справа) в эксперименте В1. Пунктирной линией обозначен разрез $Y = 270$ км

Как уже отмечалось, вихревые образования, возникающие при $\beta > 0$, не имеют стационарного положения. Если рассмотреть последовательность мгновенных полей h_1 и ψ , построенных для эксперимента В1 (рис. 3), то можно заметить перемещение вихревых образований преимущественно в западном направлении, чего не наблюдается в эксперименте А1.

На диаграммах h_1 , ψ (рис. 4), построенных для широтного разреза, проходящего через центральную часть моря вдоль линии $Y = 270$ км, видны вол-

ны, движущиеся в западном направлении со скоростью ~ 8 см/с и периодом 80 – 100 сут. В поле ψ эти волны проявляются лучше, чем в h_1 , т. к. в верхнем слое на них накладываются течения и мезомасштабные вихри, связанные с бароклинной неустойчивостью.

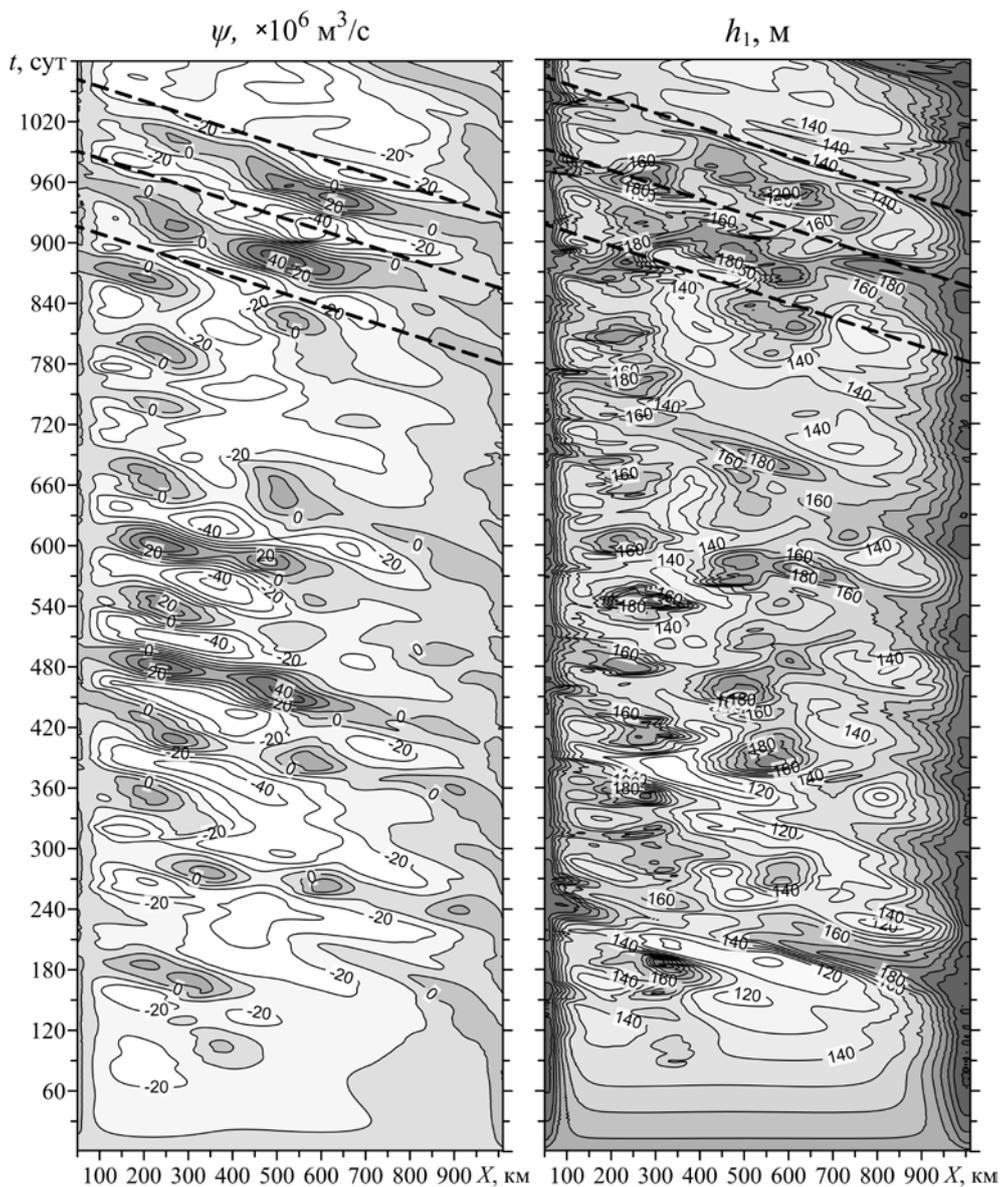


Рис. 4. Временные диаграммы ψ (слева), h_1 (справа) на разрезе $Y = 270$ км в эксперименте В1

Влияние β -эффекта проявляется также в поведении энергии. На рис. 5, а, б, г, д приводятся графики средних по площади KE_1 , KE_2 , DPE , W_t , рассчитанных для экспериментов В1, А1.

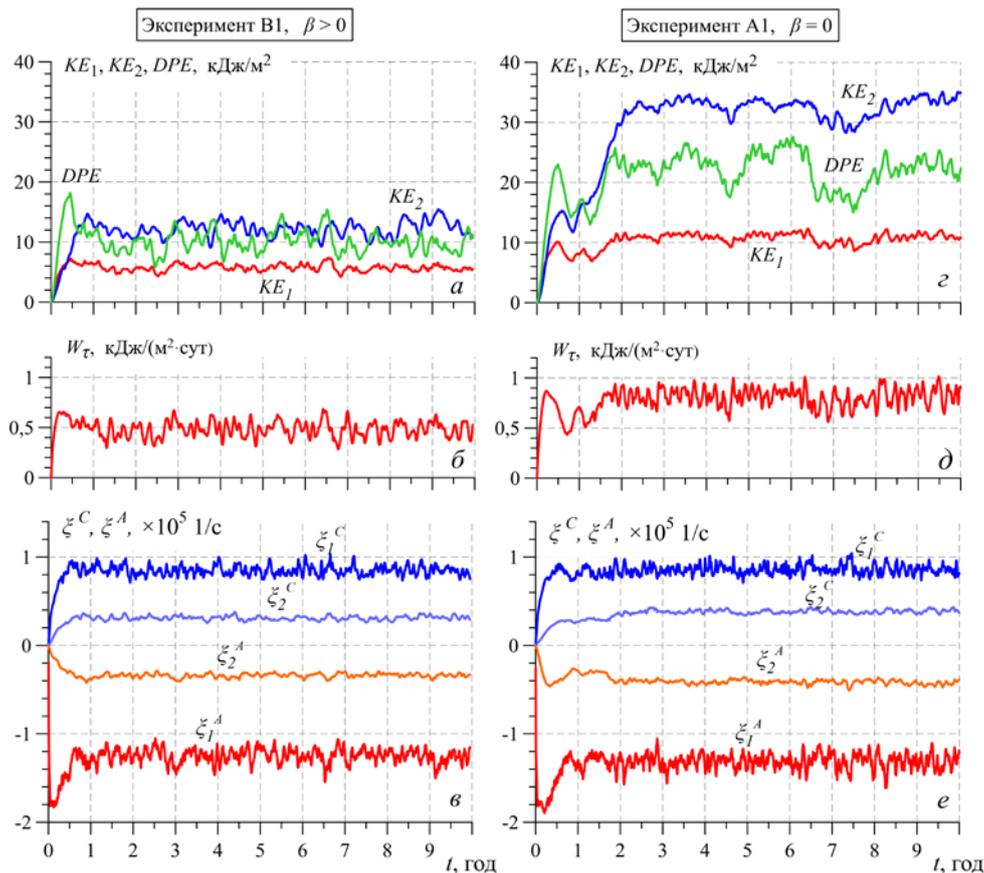


Рис. 5. Графики энергии KE_1 , KE_2 , DPE в экспериментах В1 – а и А1 – з; работа тангенциального напряжения ветра W_τ в экспериментах В1 – б и А1 – д; средняя завихренность в экспериментах В1 – в и А1 – е

Как видно на рис. 5 а, з, в обоих экспериментах решение выходит на статистически равновесный режим, изменение характеристик происходит в ограниченных пределах относительно некоторых средних значений.

В эксперименте В1 при $\beta > 0$ энергии KE_1 , KE_2 , DPE получились значительно меньшими, чем в эксперименте А1. Существенно меньше оказалась и работа W_τ , которая обеспечивает приток энергии в море. Поскольку W_τ определяется автоколебательным процессом, который зависит от устойчивости течений в верхнем слое, можно предположить, что β -эффект влияет на течения, делая их более неустойчивыми.

В этом можно убедиться, если вычислить отдельно средние по площади значения циклонической и антициклонической относительной завихренности в различных слоях модели. Для этого необходимо просуммировать по площади в каждом слое отдельно значения циклонической и антициклонической завихренности и разделить на соответствующие площади. Полученные в результате средние значения для циклонической и антициклонической завихренности обозначим ξ_1^C , ξ_2^C , ξ_1^A , ξ_2^A :

$$\xi_i^C = \frac{1}{S_i^C} \iint_{C_i} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x} - \frac{\partial u_i}{\partial y} \right) dx dy, \quad \xi_i^A = \frac{1}{S_i^A} \iint_{A_i} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x} - \frac{\partial u_i}{\partial y} \right) dx dy, \quad (i = 1, 2),$$

где C_i, A_i – области, занимаемые циклонами, антициклонами; S_i^C, S_i^A – площади под циклонами, антициклонами; i – номер слоя.

В силу условий прилипания на боковых границах суммарная циклоническая и антициклоническая завихренности в бассейне равны между собой по модулю: $\xi_i^C S_i^C + \xi_i^A S_i^A = 0$. Но площади под антициклонами и циклонами могут быть различны, поэтому средние значения циклонической и антициклонической завихренности по модулю не равны друг другу. Значения ξ_i^C, ξ_i^A можно использовать как интегральные характеристики поля завихренности в море.

На рис. 5, в, е приведены графики $\xi_1^C, \xi_2^C, \xi_1^A, \xi_2^A$, вычисленные по мгновенным значениям скорости течений в экспериментах В1 и А1. Как видно из рисунков, в обоих случаях средняя антициклоническая завихренность в верхнем слое больше циклонической по модулю примерно в полтора раза. Очевидно, что такая картина вызвана влиянием циклонического ветра. Для нижнего слоя аналогичные характеристики завихренности практически равны по абсолютной величине. Примечательно, что в обоих экспериментах соответствующие величины $\xi_1^C, \xi_2^C, \xi_1^A, \xi_2^A$ принимают близкие значения в отличие от энергии и работы тангенциального напряжения ветра. Это означает, что в эксперименте В1 с $\beta > 0$ средняя завихренность поля скорости, по величине аналогичная эксперименту А1 ($\beta = 0$), достигается при меньшем уровне энергии.

В экспериментах В2 и А2 для того, чтобы уменьшить баротропную составляющую течений, было задано большее на порядок придонное трение ($r_b = 0,1$ см/с). В результате этого в эксперименте А2 (рис. 6, а – д) при неизменном параметре Кориолиса разделение крупномасштабной циркуляции на отдельные циклонические вихри, как в эксперименте А1, не происходило. В море наблюдался один большой циклонический круговорот, занимающий центральную часть бассейна. На его периферии периодически возникали мезомасштабные антициклоны, которые затем перемещались вдоль берега в направлении основного потока. Зоны антициклонического вихреобразования (гидродинамической неустойчивости течений) в основном были привязаны к выступающим особенностям береговой черты.

При учете β -эффекта в эксперименте В2 (рис. 6, е – ж), в сравнении с экспериментом А2, в мгновенных полях стали более четко выделяться отдель-

ные вихревые образования, особенно в полях ψ и u_2 (рис. 6, *и*, *к*). Хотя в целом циркуляция изменилась незначительно.

В средних полях ψ и h_1 в эксперименте В2 (рис. 7) видна западная интенсификация течений и проявилась зона антициклонической завихренности у восточной границы бассейна. Кроме того, в осредненном поле h_1 циклонический круговорот в центре бассейна имеет два центра («очки Книповича»), чего не наблюдалось в эксперименте В1.

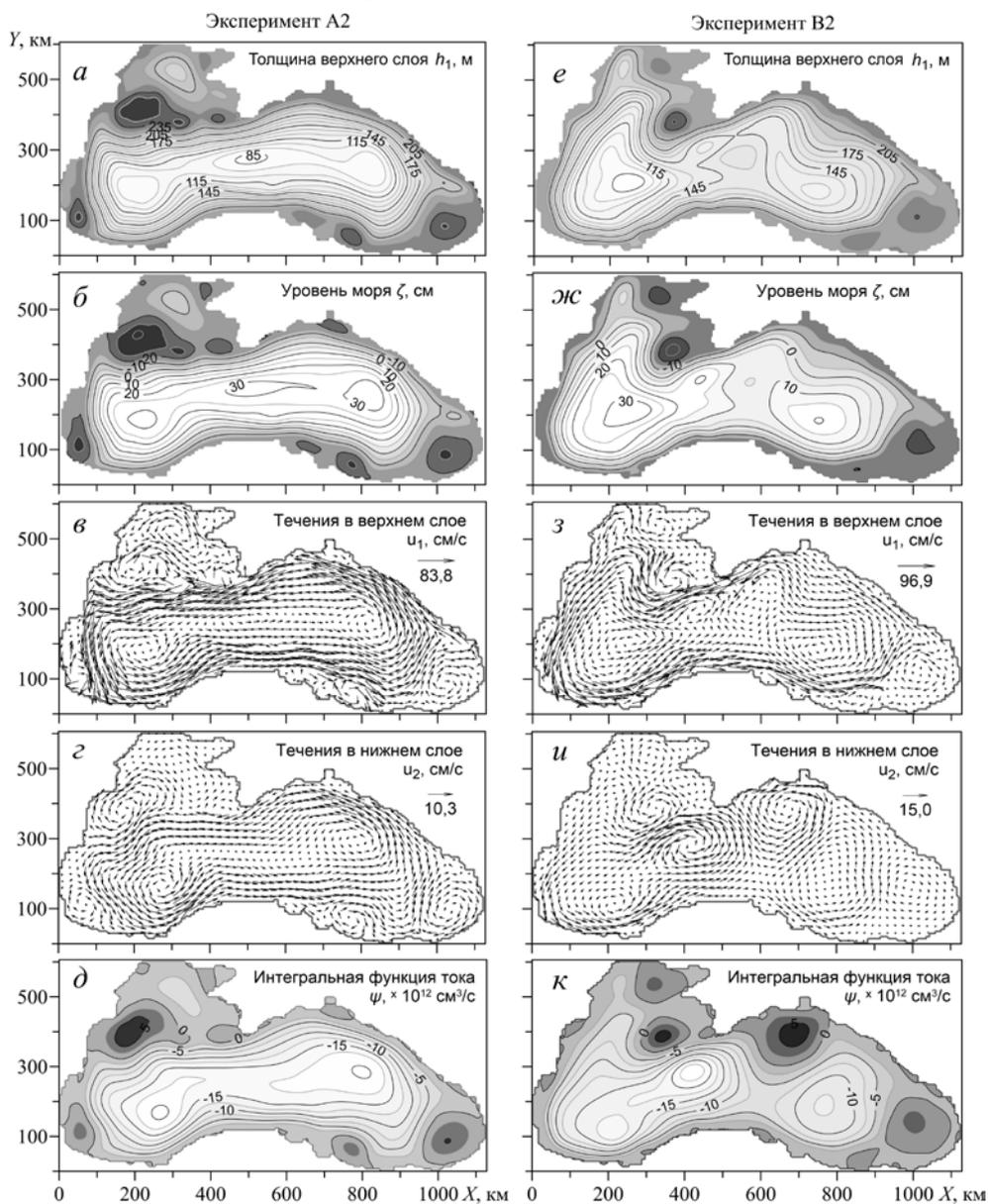


Рис. 6. Мгновенные распределения характеристик в экспериментах А2 (слева) и В2 (справа)

Так же как в эксперименте В1, вихревые образования, представленные в мгновенных полях, перемещались в западном направлении. Это хорошо видно на временных диаграммах ψ и h_1 , построенных для разреза $Y = 270$ км (рис. 8). На диаграмме ψ выделяются волны, движущиеся с востока на запад с фазовой скоростью 7 – 8 см/с. В поле h_1 (рис. 8, б) фазовая скорость наблюдаемых волн меньше и составляет ~6,5 см/с.

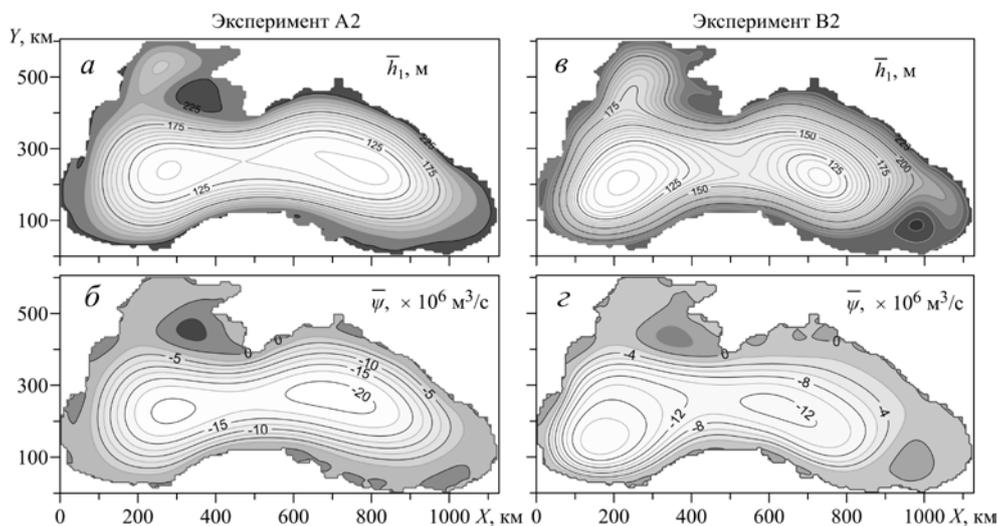


Рис. 7. Средние распределения h_1 и ψ в экспериментах А2 (слева) и В2 (справа)

На рис. 9 приводятся графики KE_1 , KE_2 , DPE , W_τ , ξ_1^C , ξ_2^C , ξ_1^A , ξ_2^A , построенные для экспериментов А2 и В2. Видно, что по сравнению с экспериментами А1, В1 (рис. 5, а, з) более сильное придонное трение приводит к значительному уменьшению KE_2 и увеличению DPE , при этом KE_1 практически не изменяется.

β -эффект в эксперименте В2 (рис. 9, а) вызвал уменьшение энергии (особенно DPE) по сравнению с экспериментом А2 (рис. 9, з), при этом характеристики завихренности (рис. 9, в, е) изменились незначительно.

Обобщая результаты экспериментов В1 и В2, можно сказать, что в Черном море при воздействии циклонического ветра влияние β -эффекта приводит к образованию долгопериодных волн, которые проявляются в виде чередующихся вихрей, движущихся в западном направлении. Наиболее четко эти волны прослеживаются в поле ψ .

Подобные результаты были получены и описаны в работах [7 – 9]. В [8] для определения характера наблюдаемых процессов авторы сравнили полученные ими модельные результаты с нормальными модами собственных колебаний прямоугольного бассейна с однородной жидкостью, длина, ширина и глубина которого примерно соответствовали параметрам Черного моря.

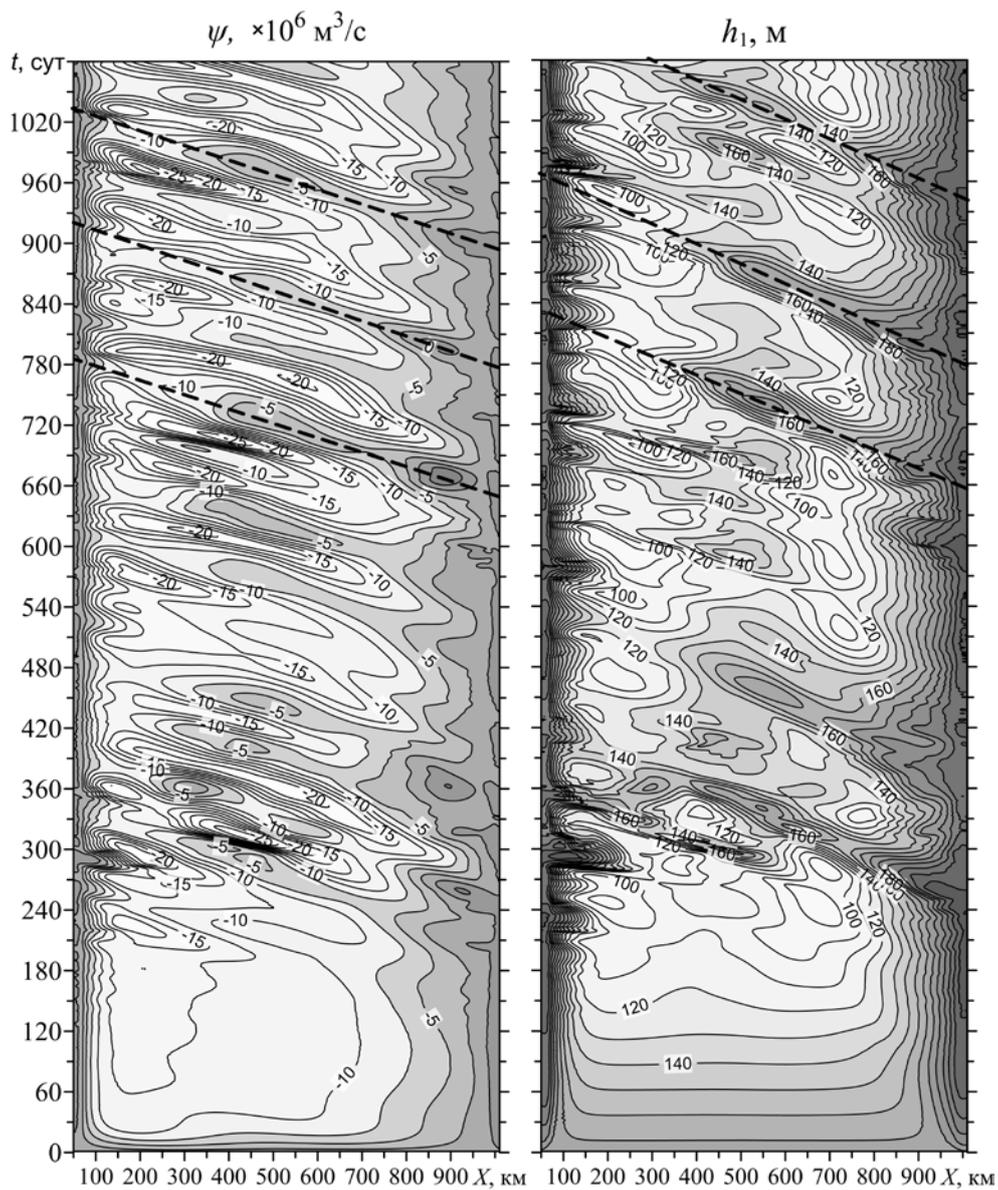


Рис. 8. Временные диаграммы ψ (слева), h_1 (справа) на разрезе $Y = 270$ км в эксперименте В2

Решение системы уравнений собственных колебаний на β -плоскости для прямоугольного двухслойного океана в квазигеострофическом приближении приводится в работе [10]. В этом случае система уравнений имеет вид

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial t} \Delta \psi_1 + \beta \frac{\partial \psi_1}{\partial x} - E_1 \frac{\partial}{\partial t} (\psi_1 - \psi_2) &= 0, \\
 \frac{\partial}{\partial t} \Delta \psi_2 + \beta \frac{\partial \psi_2}{\partial x} - E_2 \frac{\partial}{\partial t} (\psi_2 - \gamma \psi_1) &= 0,
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

где ψ_1, ψ_2 – функции тока для осредненных по вертикали скоростей в верхнем и нижнем слое; $E_1 = f^2/(gh_1\varepsilon)$; $E_2 = f^2/(gh_2\varepsilon)$; $\varepsilon = (\rho_2 - \rho_1)/\rho_2$; $\gamma = \rho_1/\rho_2$.

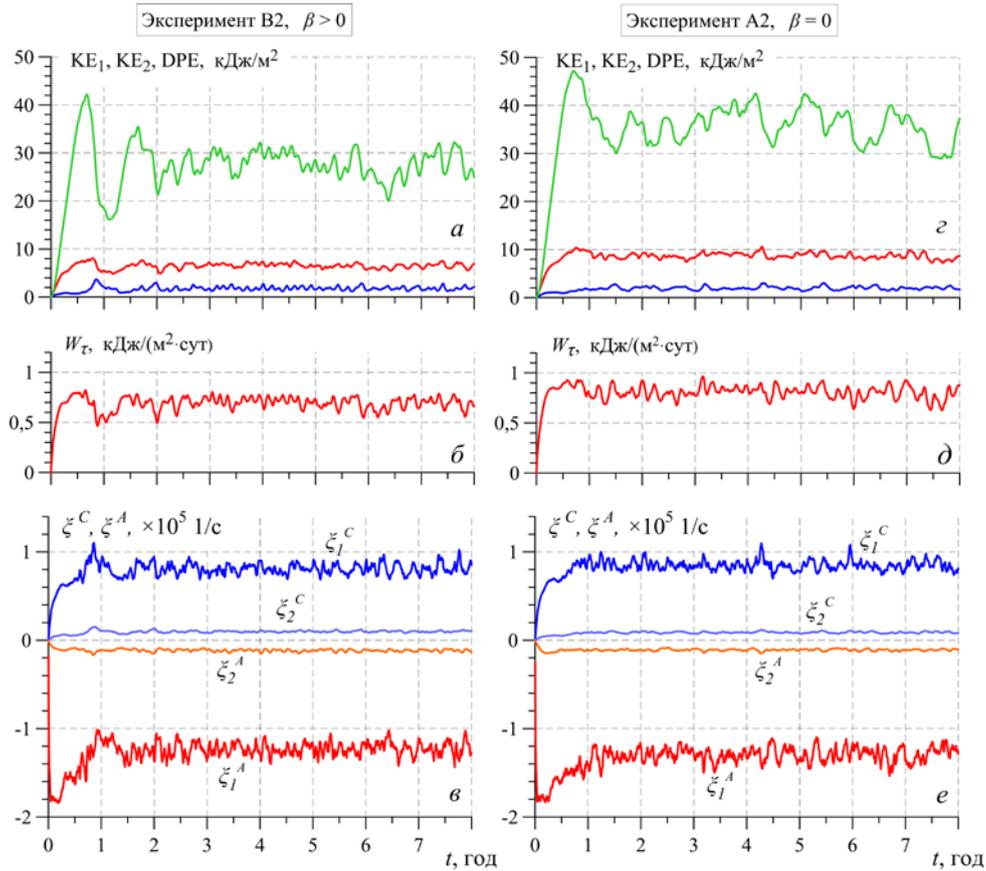


Рис. 9. Графики энергии KE_1, KE_2, DPE в экспериментах В2 – а и А2 – з; работа тангенциального напряжения ветра W_τ в экспериментах В2 – б и А2 – д; средняя завихренность в экспериментах В2 – в и А2 – е

Умножив второе уравнение системы (2) на произвольную постоянную α и складывая его с первым, получаем

$$\frac{\partial}{\partial t} \Delta(\psi_1 + \alpha\psi_2) + \beta \frac{\partial}{\partial x} (\psi_1 + \alpha\psi_2) - E_1 \frac{\partial}{\partial t} [\psi_1(1 - \alpha\alpha_0\gamma) + \psi_2(\alpha\alpha_0 - 1)] = 0, \quad (3)$$

где $\alpha_0 = h_1/h_2$.

Определим новую зависимую переменную Φ и произвольную постоянную Γ :

$$\Phi = \psi_1 + \alpha\psi_2 = [\psi_1(1 - \alpha\alpha_0\gamma) + \psi_2(\alpha\alpha_0 - 1)] \Gamma, \quad (4)$$

в результате получим уравнение нормальных колебаний

$$\frac{\partial}{\partial t} \Delta\Phi + \beta \frac{\partial \Phi}{\partial x} - \frac{E_1}{\Gamma} \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0. \quad (5)$$

Из (3) можно найти значения произвольных постоянных α и Γ :

$$\Gamma = \frac{1}{1 - \alpha\alpha_0\gamma}, \quad \alpha = \frac{\alpha\alpha_0 - 1}{1 - \alpha\alpha_0\gamma}. \quad (6)$$

Для определения α получаем квадратное уравнение

$$\alpha^2 + \frac{\alpha_0 - 1}{2\alpha_0\gamma}\alpha - \frac{1}{\alpha_0\gamma} = 0,$$

из которого находим

$$\alpha_{1,2} = -\frac{\alpha_0 - 1}{2\alpha_0\gamma} \mp \sqrt{\frac{(\alpha_0 - 1)^2 + 4\alpha_0\gamma}{4\alpha_0^2\gamma^2}}. \quad (7)$$

С учетом $\Phi_i = \psi_1 + \alpha_i\psi_2$ ($i = 1, 2$) уравнение (5) перепишем в виде:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\Delta - \frac{E_1}{\Gamma_i} \right) \Phi_i + \beta \frac{\partial \Phi_i}{\partial x} = 0. \quad (8)$$

Выражение (8) представляет собой известное уравнение планетарных волн [15] и определяет два нормальных колебания (баротропную и бароклинную моды), частоты которых σ_i в прямоугольном бассейне с размерами $a \times b$ при $\Phi_i = 0$ на границе выражаются формулой:

$$\sigma_i = \frac{\beta}{2} \left(\frac{m^2\pi^2}{a^2} + \frac{n^2\pi^2}{b^2} + \frac{E_1}{\Gamma_i} \right)^{-1/2}, \quad (9)$$

где $i = 1, 2$; m, n – целые числа.

Учитывая (6) и (7), можно найти два значения для E_1/Γ_i :

$$\frac{E_1}{\Gamma_1} = \frac{f^2}{g(h_1 + h_2)}, \quad \frac{E_1}{\Gamma_2} = \frac{f^2(h_1 + h_2)}{g\varepsilon h_1 h_2}.$$

Первое выражение определяет значение для баротропной моды колебаний с эквивалентной глубиной $H = h_1 + h_2$, второе – для бароклинной моды с эквивалентной глубиной $H = \varepsilon \frac{h_1 h_2}{(h_1 + h_2)}$.

Решение уравнения (8) для прямоугольного бассейна с размерами $a \times b$ при $\Phi_i = 0$ на твердой границе впервые было получено Лонге-Хиггинсом [15] и имеет вид

$$\Phi_i = \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos(\gamma_i x + \sigma_i t), \quad (i = 1, 2), \quad (10)$$

где x, y – координаты; m, n – целые числа; $\gamma_i = \frac{\beta}{2\sigma_i}$.

Выражение (2) описывает волны Россби, представляющие собой нормальные моды собственных колебаний в бассейне [6, 7]. При $i = 1$ получается баротропная мода, при $i = 2$ – бароклинная. Фазовая скорость перемещения волны $c_i = -\sigma_i \gamma_i^{-1}$, расстояние между движущимися узлами (половина длины волны) $\lambda_i = 2\pi\sigma_i \beta^{-1}$, период волны $T_i = 2\pi/c_i$.

Для прямоугольного бассейна размерами 1125×285 км, глубиной $H = 2200$ м, с двумя слоями воды, имеющими параметры, аналогичные рассматриваемым экспериментам, для основной ($m = 1, n = 1$) баротропной нормальной моды имеем: $c_1 = -7,7$ см/с, $\lambda_1 = 276$ км, $T_1 = 82,8$ сут, для основной бароклинной моды: $c_1 = -0,5$ см/с, $\lambda_1 = 69$ км, $T_1 = 331$ сут. Максимальную фазовую скорость имеет волна, связанная с основной баротропной нормальной модой. Бароклинные нормальные моды при тех же значениях m и n имеют гораздо меньшие фазовые скорости и длины волн, чем баротропные моды.

В экспериментах В1, В2 фазовые скорости наблюдаемых волн (рис. 4, 8) получились достаточно близкими к рассчитанной выше скорости основной баротропной моды собственных колебаний в прямоугольном бассейне. Но такое сравнение не может выглядеть корректным из-за сильного различия форм сравниваемых бассейнов. К тому же расчеты по формуле (10) с различными размерами прямоугольного бассейна показали, что наибольшее влияние на результаты оказывает ширина бассейна b (размер по оси Y), а в случае реальной конфигурации определить эквивалентную ширину моря очень сложно. Поэтому был проведен дополнительный эксперимент В3 в бассейне удлиненной формы с постоянной шириной и закругленными на востоке и западе границами (рис. 10). Как показано в работе [2], такая форма позволяет минимизировать влияние нелинейности, связанной с несимметричностью бассейна и шероховатостью береговой линии. Длина, ширина и глубина соответствовали размерам прямоугольного бассейна, для которого рассчитывались нормальные моды. Кроме того, для сравнения и контроля был проведен эксперимент А3, отличающийся от В3 нулевым значением параметра β .

Мгновенные распределения h_1, ψ , полученные после выхода задачи в статистически равновесный режим в экспериментах В3, А3 и дающие представление о циркуляции в верхнем и нижнем слое, представлены на рис. 10, а, б, д, е. Распределения других характеристик не приводятся, поскольку между полями h_1, ζ, \vec{u}_1 и ψ, \vec{u}_2 так же, как в ранее рассмотренных парах экспериментов, имеется хорошая взаимная корреляция.

Как видно из рис. 10, а – з, крупномасштабная циркуляция в эксперименте А3 разделилась на три циклона округлой формы с диаметром, равным ширине бассейна. Между циклонами расположены две зоны, в которых периодически возникали антициклонические мезомасштабные вихри (рис. 10, а, в). В осредненном поле h_1 (рис. 10, в, з) наблюдаются только циклонические круговороты, а отдельные антициклонические вихри не выражены вследствие их нестационарности. В поле ψ (рис. 10, з) между тремя стационарными циклонами наблюдаются две области антициклонической завихренности.

Характерной особенностью эксперимента А3 является наличие центральной симметрии в пространственном распределении всех характеристик – мгновенных и осредненных. В эксперименте В3 с учетом β -эффекта разделение циркуляции

на отдельные вихри происходит (рис. 10, *д, е*), но симметричность полей отсутствует. В средних полях h_1 , ψ (рис. 10, *е, з*) отдельные вихревые структуры, наблюдавшиеся в мгновенных полях, не выделяются, возле западного берега отмечается незначительное сгущение изолиний как следствие западной интенсификации течений.

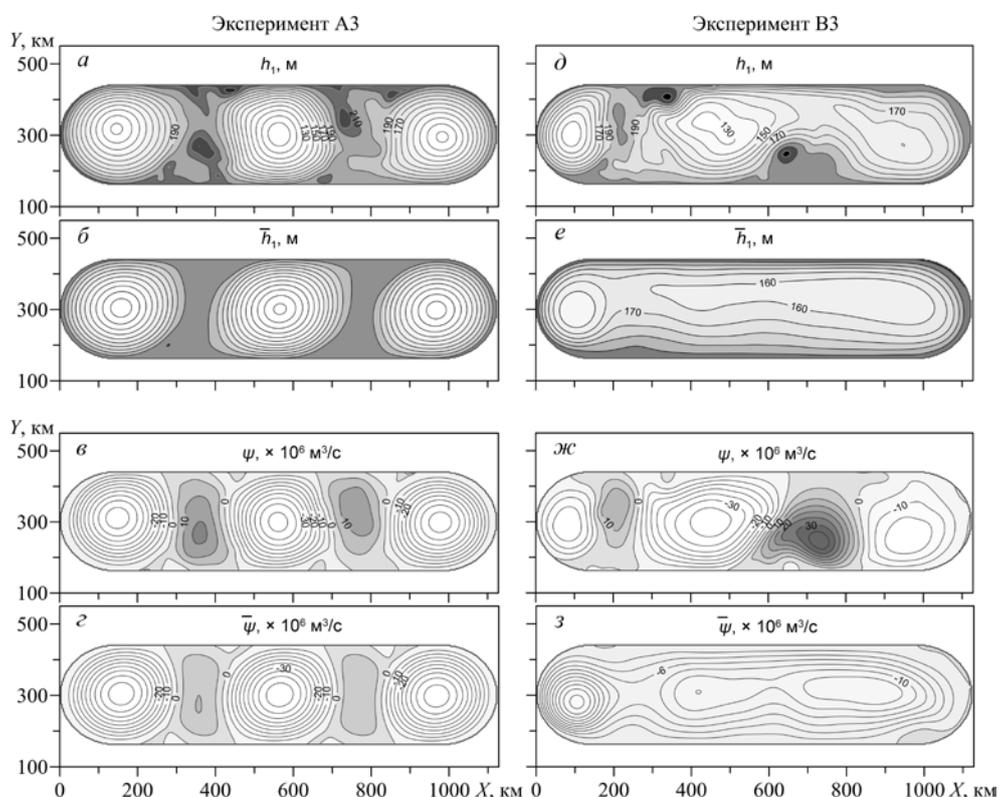


Рис. 10. Мгновенные и средние поля в эксперименте А3: h_1 – а; \bar{h}_1 – б; ψ – в; $\bar{\psi}$ – з, мгновенные и средние поля в эксперименте В3: h_1 – д; \bar{h}_1 – е; ψ – ж; $\bar{\psi}$ – з

В эксперименте В3 все вихревые образования перемещаются в западном направлении. Это хорошо видно на рис. 11 (слева), на котором приведены последовательные поля ψ , построенные через 15 сут. Если их сравнить с распределением основной баротропной нормальной моды, рассчитанной с той же частотой (рис. 11, справа), то можно отметить большое сходство. Также дают очень хорошее совпадение с баротропной нормальной модой временные диаграммы ψ , h_1 , построенные для широтного разреза, проходящего по центральной оси бассейна (рис. 12). На всех диаграммах четко прослеживаются волны с периодом 90 сут, движущиеся в западном направлении с фазовой скоростью 7,5 см/с. Таким образом, можно сделать предположительный вывод, что в результате учета влияния β -эффекта в численных экспериментах В1, В2, В3 получены волны Россби, соответствующие нормальным баро-

тропным модам собственных колебаний в замкнутом бассейне. Лучше всего эти волны видны в поле ψ , поскольку ψ характеризует баротропную составляющую течений. На диаграмме h_1 (рис. 12, в) на фоне баротропной волны Россби в зонах положительных значений ψ , которые соответствуют антициклонам, можно увидеть следы от перемещения мезомасштабных антициклонических вихрей.

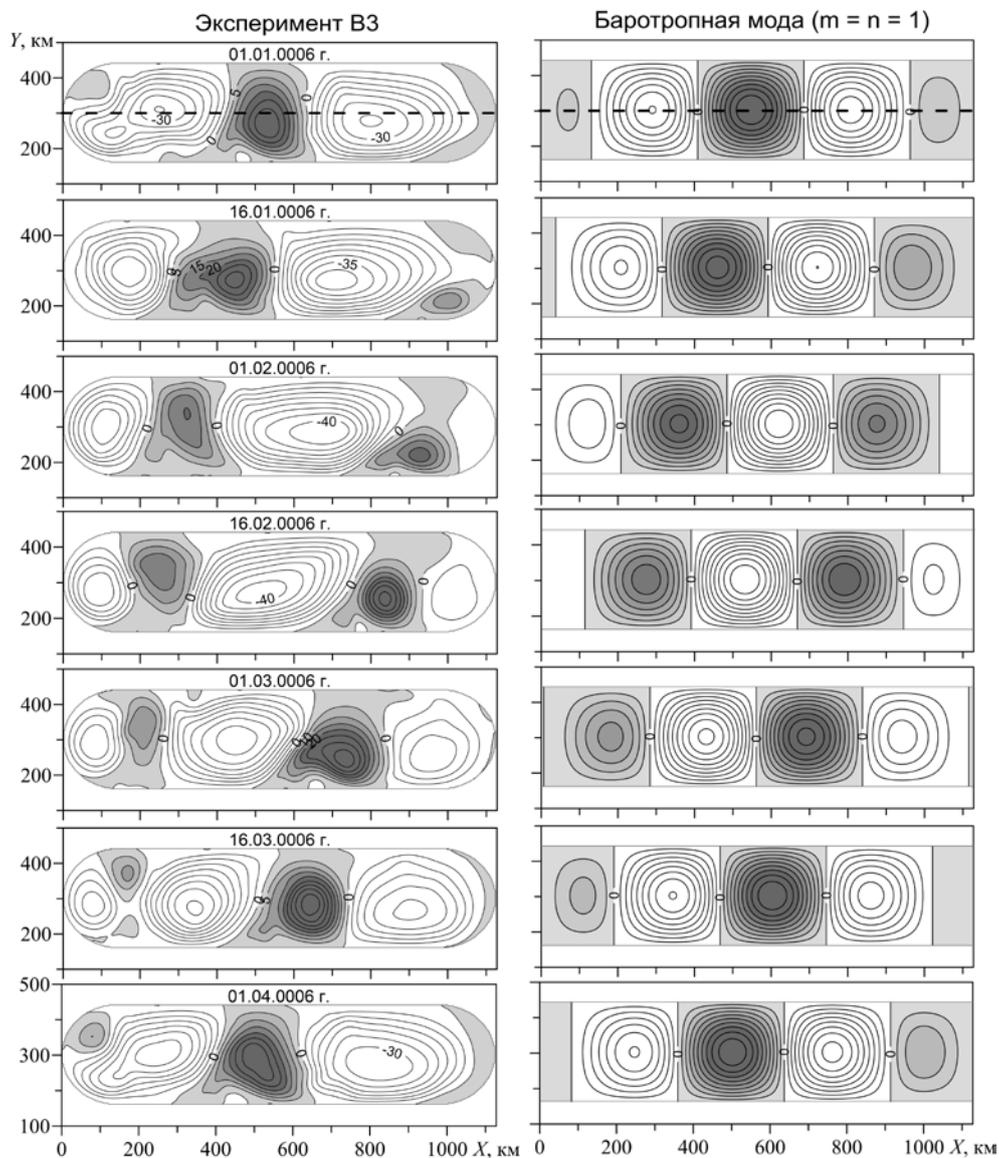


Рис. 11. Последовательные с периодом 15 сут пространственные распределения ψ в эксперименте В3 (слева) и нормальной моды в прямоугольном бассейне при $m = n = 1$ (справа). Пунктирной линией обозначены широтные разрезы вдоль центральной оси бассейнов

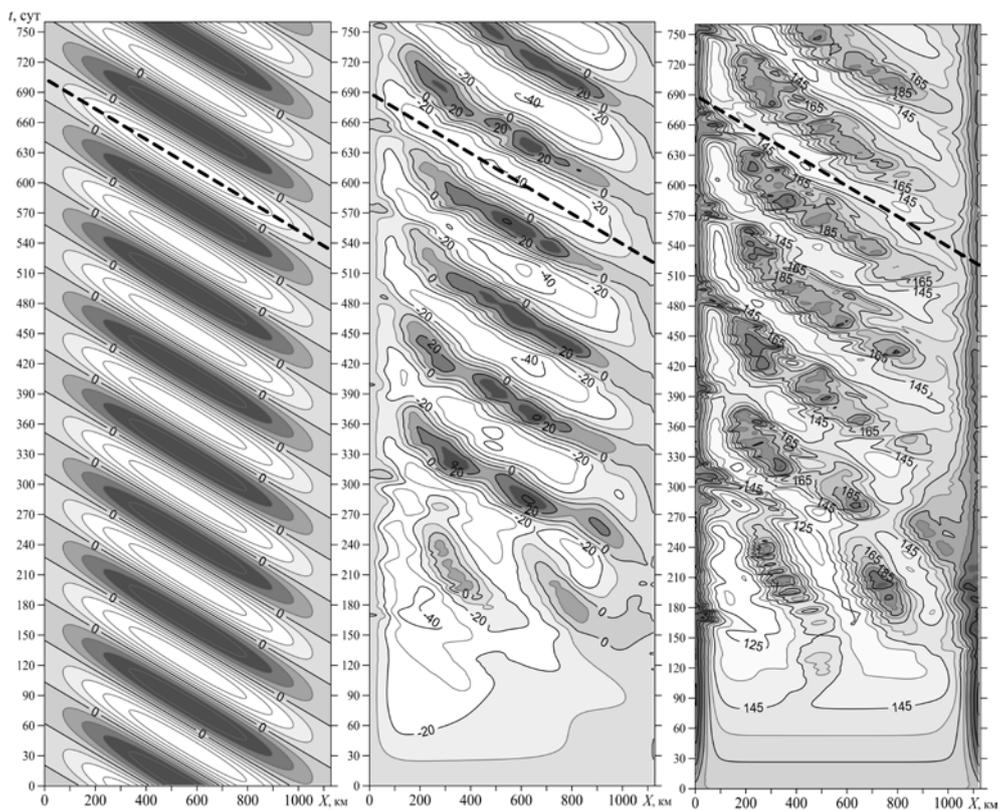


Рис. 12. Временные диаграммы на широтном разрезе вдоль центральной оси бассейна для ψ , соответствующей нормальной моде (слева), ψ в эксперименте ВЗ (в центре), h_1 в эксперименте ВЗ (справа)

Что касается волн Россби, обусловленных бароклинными модами нормальных колебаний, которые, согласно теории, также должны присутствовать в решении, выявить их в явном виде в рассмотренных экспериментах не удалось. Скорее всего, это связано с тем, что автоколебательный процесс, изменяющий приток энергии от ветра, в результате чего и происходит возбуждение наблюдаемых волн, имеет частоту, при которой возникают преимущественно баротропные волны Россби. Теоретическое исследование отклика океана на различные типы внешнего воздействия рассмотрено в работе [14], из которой следует, что внешнее воздействие с периодичностью несколько недель – месяцев порождает в бассейне в основном баротропные волны Россби, а для возникновения бароклиных волн периодичность возбуждающей силы должна быть более года.

Выводы. Хорошее совпадение характеристик полученных в эксперименте волн с аналитическим решением уравнения планетарных волн дает основание считать, что в исследуемой области возникают волны Россби, соответствующие основной нормальной баротропной моде собственных колебаний бассейна. При стационарном внешнем воздействии начальные возмущения поля скорости происходят вследствие гидродинамической неустойчивости

течений и поддерживаются в дальнейшем за счет автоколебательного процесса, регулирующего поступление энергии в море от ветра. Амплитуда бароклинной моды волны Россби оказалась малой по сравнению с амплитудой баротропной моды, и ее трудно выделить в полученных полях.

Анализ поведения энергетических характеристик показал, что β -эффект приводит к уменьшению работы тангенциального напряжения ветра, что, в свою очередь, определяет более низкий уровень рассчитанных составляющих энергии в модели. Волны Россби оказывают стимулирующее воздействие на процессы гидродинамической неустойчивости, которые приводят к возникновению мезомасштабных вихрей противоположной ветру завихренности.

На основании проведенных экспериментов можно согласиться с выводом авторов работы [8] о том, что β -эффект и связанные с ним волны Россби в Черном море могут оказывать существенное влияние на формирование крупномасштабной циркуляции, сравнимое с влиянием бароклинной неустойчивости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Павлушин А.А., Шатино Н.Б., Михайлова Э.Н., Коротаев Г.К. Двухслойная вихререшающая модель ветровых течений в Черном море // Морской гидрофизический журнал. – 2015. – № 5. – С. 3 – 12.
2. Павлушин А.А., Шатино Н.Б., Михайлова Э.Н. Влияние формы бассейна на формирование циркуляции в Черном море // Там же. – 2016. – № 2. – С. 3 – 15.
3. Сеидов Д.Г. Синергетика океанских процессов. – Л.: Гидрометеиздат, 1989. – 288 с.
4. Гилл А. Динамика атмосферы и океана. Т. 1. – М.: Мир, 1986. – 396 с.
5. Каменкович В.М., Монин А.С. Физика океана. Т. 2 – Гидродинамика океана. – М.: Наука, 1978. – 435с.
6. Каменкович В.М., Кошляков М.Н., Монин А.С. Синоптические вихри в океане. – Л.: Гидрометеиздат, 1987. – 510 с.
7. Rachev N.H., Stanev E.V. Eddy processes in semienclosed seas: A case study for the Black Sea // J. Phys. Oceanogr. – 1997. – № 27. – P. 1581 – 1601.
8. Stanev E.V., Rachev N.H. Numerical study on the planetary Rossby waves in the Black Sea // J. Mar. Sys. – 1999. – № 21. – P. 283 – 306.
9. Демьшев С.Г., Коротаев Г.К., Куфтарков А.Ю. Анализ начального периода приспособления геофизических полей Черного моря к новой численной модели // Изв. РАН. ФАО. – 1996. – 32, № 5. – С. 635 – 644.
10. Korotaev G.K., Saenko O.A., Koblinsky C.J. Satellite altimetry observation of the Black Sea level // J. Geophys. Res. – 2001. – 106, № C1. – P. 911 – 933.
11. Блатов А.С., Булгаков Н.П., Иванов В.А. и др. Изменчивость гидрофизических полей Черного моря. – Л.: Гидрометеиздат, 1984. – 239 с.
12. Латун В.С. Антициклонические вихри в Черном море летом 1984 года // Морской гидрофизический журнал. – 1989. – № 3. – С. 27 – 34.
13. Латун В.С. Энергоснабжение глубоких антициклонических вихрей Черного моря // Комплексные океанографические исследования Черного моря: Сб. науч. тр. / АН УССР. – Севастополь: МГИ АН УССР, 1990. – С. 10 – 21.
14. Сафронов Г.Ф. Возбуждение длинных волн в океане крупномасштабными изменениями в поле касательного напряжения ветра. – М.: Гидрометеиздат, 1985. – 108 с.
15. Longuet-Higgins M. S. Planetary waves on a rotating sphere II // Proc. Roy. Soc. A. – 1965. – 284, iss. 1396. – P. 40 – 68.

Manifestation of the β -effect in the Black Sea two-layer model

A.A. Pavlushin, N.B. Shapiro, E.N. Mikhailova

*Marine Hydrophysical Institute, Russian Academy of Sciences, Sevastopol, Russia
e-mail: pavlushin@mhi-ras.ru*

The research is a continuation of a series of numerical experiments on modeling formation of wind currents and eddies in the Black Sea within the framework of a two-layer eddy-resolving model. The main attention is focused on studying the β -effect role. The stationary cyclonic wind is used as an external forcing and the bottom topography is not considered. It is shown that at the β -effect being taken into account, the Rossby waves propagating from east to west are observed during the currents' formation and at the statistical equilibrium mode when the mesoscale eddies are formed. The waves with the parameters of the Rossby wave first barotropic mode for the closed basin are most clearly pronounced. Interaction of the Rossby waves with large-scale circulation results in intensification of the of the currents' hydrodynamic instability and in formation of the mesoscale eddies. Significant decrease of kinetic and available potential energy as compared to the values obtained at the constant Coriolis parameter is also a consequence of the eddy formation intensification.

Keywords: Black Sea, eddy-resolving model, numerical experiment, β -effect, Rossby waves.