

## Исследование сейшевых колебаний в бухте со свободным входом

© 2017 Ю. В. Манилюк\*, Л. В. Черкесов

*Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь, Россия*

*\*E-mail: uvmsev@yandex.ru*

Поступила в редакцию 16.06.2016 г. После доработки 20.01.2017 г.

В рамках линейной теории длинных волн в двумерной постановке исследуются сейшевые колебания в бухте со свободным входом на основе полученного аналитического решения. Показано, что учет двумерности имеет существенное значение для поперечных сейш: волновые течения зависят от двух пространственных координат, и их амплитуды являются функциями ширины и длины бассейна. Установлено, что для продольных сейш скорости течений перпендикулярны входу в бухту и их максимальные значения не зависят от ее ширины и длины. Наибольшие скорости волновых течений имеют продольные сейши. Проводится сравнение свойств сейш в бассейне с открытым входом и в полностью замкнутом бассейне, устанавливаются их сходства и различия. Получены оценки периодов сейшевых колебаний и скоростей волновых течений в модельном бассейне, аппроксимирующем бухту Круглая, расположенную в черте г. Севастополь.

**Ключевые слова:** сейши в бухте, свободные волны, длинные волны, волновые течения, мода Гельмгольца, аналитические решения.

DOI: 10.22449/0233-7584-2017-4-16-25

**Введение.** Большинство морей на Земле имеют бухты, которые используются в различных целях: для устройства портов, пляжей, другой инфраструктуры. Поэтому изучение динамических процессов в бухтах имеет большую практическую ценность. Одно из распространенных явлений в ограниченных бассейнах – сейши, они наблюдаются как в водоемах в целом, так и в отдельных бухтах. Сейши в бухтах создают определенные неудобства, а иногда и опасность для судоходства. С ними связывают такое явление, как тягун [1, 2], которое представляет собой периодическое движение масс воды в гавани, направленное то в одну, то в другую сторону. При этом суда, стоящие на якорях и у причалов, совершают ритмические движения в такт движения воды и могут срываться с якорей, обрывать швартовы, разбивать свои борта о причальные стенки, сталкиваться друг с другом, получая значительные повреждения [1, 2].

Сейши в бухтах постоянно привлекают внимание исследователей. Резонанс в гавани рассматривается в работах [2, 3], в [2] приведена также библиография иностранных авторов по данному вопросу. В [4 – 7] анализируются результаты обработки данных натурных наблюдений и численных расчетов сейш для бухт и заливов Дальнего Востока. В [8, 9] приведены результаты обработки данных наблюдений и численного моделирования сейш в Севастопольской бухте. В [10] рассматривается резонансное усиление сейшевых колебаний в эстуарии.

В некоторых случаях задача о сейшах в бухте допускает получение аналитического решения. В частности, в [2, 11, 12] для бухт простой формы приведены формулы для расчета периодов мод сейш, зависящих от одной пространственной координаты. Как показывают эксперименты, важно учитывать двумерность волнового процесса. Так, в работе [13] с помощью лабораторного эксперимента и численных расчетов исследуются свободные волны в замкнутом прямоугольном канале переменного сечения. Установлено, что одномерная модель позволяет удовлетворительно описать частоты сейшевых колебаний, однако данные такой модели о положении узловых точек сейшевых колебаний отличаются от данных, полученных с помощью двумерной модели и результатов эксперимента. Имеется также существенное различие полученных по одномерной и двумерной моделям зависимостей амплитуд колебаний от продольной координаты. Поэтому представляет интерес нахождение аналитического решения задачи о сейшах в бухте в двумерной постановке.

Цель настоящей работы – получение аналитического решения задачи о сейшевых колебаниях, зависящего от двух пространственных координат, для бухты прямоугольной формы, имеющей свободный вход, равный ее ширине, и постоянную глубину. Полученное аналитическое решение используется для оценки параметров сейш в модельном бассейне, аппроксимирующем бухту Круглая, расположенную в черте Севастополя.

**Постановка задачи и получение аналитического решения.** Рассмотрим свободные линейные колебания однородной невязкой жидкости в бухте, имеющей одну свободную границу. Будем предполагать, что волны длинные, атмосферное давление над акваторией бассейна постоянное. Влиянием вращения Земли пренебрегаем. В данном случае движение жидкости описывается системой уравнений длинных волн [14]

$$u_t = -g\zeta_x, \quad v_t = -g\zeta_y, \quad \zeta_t = -(hu)_x - (hv)_y, \quad (1)$$

где  $x, y$  – декартовы координаты;  $u, v$  – проекции вектора скорости движения жидкости на оси  $x, y$  соответственно;  $\zeta$  – отклонение свободной поверхности;  $h$  – глубина бассейна;  $t$  – время;  $g$  – ускорение свободного падения.

На твердых боковых стенках бассейна должно выполняться условие непротекания

$$V_n = 0, \quad (2)$$

здесь  $V_n$  – нормальная к боковой стенке бассейна составляющая скорости. На свободной границе бассейна требуется выполнение условия свободного прохождения (равенство нулю нормальной производной от нормальной составляющей скорости к жидкой границе бассейна):

$$\left. \frac{\partial V_n}{\partial n} \right|_{x=a} = 0. \quad (3)$$

Рассмотрим бухту прямоугольной формы, имеющую постоянную глубину  $h$  (рис. 1). Длина бухты равна  $a$ , ширина –  $b$ . Ширина входа в бухту также равна  $b$ . С учетом этого граничное условие (2) примет вид

$$u(0, y) = 0, \quad v(x, 0) = 0, \quad v(x, b) = 0, \quad (4)$$

граничное условие (3) запишется как

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=a} = 0. \quad (5)$$

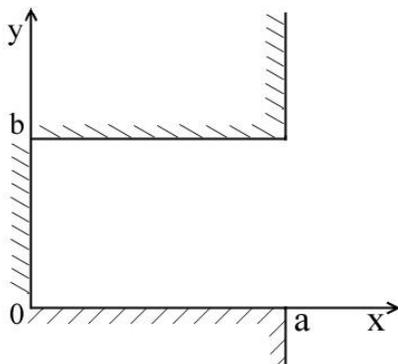


Рис. 1. Модельный бассейн

Будем искать решение системы (1) в виде функций, периодических по времени и удовлетворяющих граничным условиям (4), (5):

$$\begin{aligned} u_{km}(x, y, t) &= \bar{u}_{km}(y) \sin((1+2k)\pi x(2a)^{-1}) \sin \sigma_{km} t, \\ v_{km}(x, y, t) &= \bar{v}_{km}(x) \sin(m\pi y b^{-1}) \sin \sigma_{km} t, \\ \zeta_{km}(x, y, t) &= \bar{\zeta}_{km}(x, y) \cos \sigma_{km} t, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\sigma_{km}$  – частота колебаний жидкости,  $k = 0, 1, 2, \dots$ ,  $m = 0, 1, 2, \dots$ .

Подставив (6) в систему (1), получим

$$\frac{\partial \bar{\zeta}_{km}(x, y)}{\partial x} = -\frac{\sigma_{km}}{g} \bar{u}_{km}(y) \sin \left[ \frac{(1+2k)\pi x}{2a} \right], \quad (7)$$

$$\frac{\partial \bar{\zeta}_{km}(x, y)}{\partial y} = -\frac{\sigma_{km}}{g} \bar{v}_{km}(x) \sin \frac{m\pi y}{b}. \quad (8)$$

Интегрируя уравнение (7) по  $x$ , (8) – по  $y$ , найдем

$$\bar{\zeta}_{km}(x, y) = \frac{2\sigma_{km}a}{g(1+2k)\pi} \bar{u}_{km}(y) \cos \frac{(1+2k)\pi x}{2a}, \quad (9)$$

$$\bar{\zeta}_{km}(x, y) = \frac{\sigma_{km}b}{gm\pi} \bar{v}_{km}(x) \cos \frac{m\pi y}{b}. \quad (10)$$

Будем искать  $\bar{u}_{kn}(y)$  и  $\bar{v}_{kn}(x)$  в виде

$$\bar{u}_{kn}(y) = u_{0kn} \cos(m\pi y b^{-1}), \quad \bar{v}_{kn}(x) = v_{0kn} \cos((1+2k)\pi x (2a)^{-1}), \quad (11)$$

здесь  $u_{0kn}, v_{0kn}$  – амплитуды составляющих скорости.

Приравнивая правые части уравнений (9), (10) друг к другу и заменяя  $\bar{u}_{kn}(y)$  и  $\bar{v}_{kn}(x)$  на выражения из (11), найдем связь между амплитудами составляющих скорости:

$$v_{0kn} = \frac{2am}{b(1+2k)} u_{0kn}. \quad (12)$$

Из третьего уравнения системы (1), учитывая (6), (9), (10), (11), получим выражения для вычисления частот и периодов сейшевых колебаний жидкости в бухте прямоугольной формы постоянной глубины:

$$\sigma_{kn} = \frac{\pi}{2ab} \sqrt{gh} \sqrt{(1+2k)^2 b^2 + 4m^2 a^2}, \quad (13)$$

$$\tau_{kn} = \frac{4}{\sqrt{gh}} \frac{ab}{\sqrt{(1+2k)^2 b^2 + 4m^2 a^2}}. \quad (14)$$

С учетом (9), (11) формула (6) примет вид

$$\zeta_{kn}(x, y, t) = \frac{2\sigma_{kn}a}{g(1+2k)\pi} u_{0kn} \cos \frac{(1+2k)\pi x}{2a} \cos \frac{m\pi y}{b} \cos \sigma_{kn} t. \quad (15)$$

Выражение (15) можно записать следующим образом:

$$\zeta_{kn}(x, y, t) = \zeta_{0kn} \cos \frac{(1+2k)\pi x}{2a} \cos \frac{m\pi y}{b} \cos \sigma_{kn} t, \quad (16)$$

где  $\zeta_{0kn}$  – амплитуда отклонения свободной поверхности. Формула (16) позволяет найти профиль свободной поверхности жидкости для заданных значений  $k, m, \zeta_{0kn}$  и геометрических параметров бассейна  $a, b$ .

Используя (15) и (16), получим

$$\zeta_{0kn} = \frac{2\sigma_{kn}a}{g(1+2k)\pi} u_{0kn}. \quad (17)$$

С учетом выражения (13) соотношение (17) примет вид

$$\zeta_{0kn} = \frac{u_{0kn}}{(1+2k)b} \sqrt{\frac{h}{g} \sqrt{(1+2k)^2 b^2 + 4a^2 m^2}}. \quad (18)$$

Отсюда имеем формулу для вычисления значений  $u_{0kn}$  по заданному значению  $\zeta_{0kn}$ :

$$u_{0kn} = \zeta_{0kn} \sqrt{\frac{g}{h} \frac{(1+2k)b}{\sqrt{(1+2k)^2 b^2 + 4m^2 a^2}}}. \quad (19)$$

Подставляя выражение (19) в (12), получим формулу для вычисления  $v_{0km}$  по заданному значению  $\zeta_{0km}$ :

$$v_{0km} = \zeta_{0km} \sqrt{\frac{g}{h}} \frac{2ma}{\sqrt{(1+2k)^2 b^2 + 4m^2 a^2}}. \quad (20)$$

Используя (6), (11), (19), (20), выпишем формулы для расчета составляющих волновых скоростей:

$$u_{km}(x, y, t) = \zeta_{0km} \sqrt{\frac{g}{h}} \frac{(1+2k)b}{\sqrt{(1+2k)^2 b^2 + 4m^2 a^2}} \sin \frac{(1+2k)\pi x}{2a} \cos \frac{m\pi y}{b} \sin \sigma_{km} t, \quad (21)$$

$$v_{km}(x, y, t) = \zeta_{0km} \sqrt{\frac{g}{h}} \frac{2ma}{\sqrt{(1+2k)^2 b^2 + 4m^2 a^2}} \cos \frac{(1+2k)\pi x}{2a} \sin \frac{m\pi y}{b} \sin \sigma_{km} t. \quad (22)$$

Таким образом, для прямоугольной бухты постоянной глубины со свободным входом, равным ширине бухты, получено решение системы уравнений длинных волн. Оно позволяет найти периоды мод сейшевых колебаний по формуле (14) и, задавая начальные значения амплитуд отклонений свободной поверхности  $\zeta_{0km}$ , рассчитать на основе соотношения (16) отклонения свободной поверхности, а также с помощью выражений (21), (22) – волновые скорости соответствующих мод.

Проанализируем максимальные скорости волновых течений, обусловленных сейшами. Для продольных сейш ( $k \neq 0, m = 0$ ) из формулы (20) следует, что  $v_0 = 0$ . Это означает, что волновые течения всегда направлены параллельно оси  $x$ . Из выражения (19), учитывая, что ( $k \neq 0, m = 0$ ), найдем

$$u_{0k0} = \zeta_{0k0} \sqrt{\frac{g}{h}}. \quad (23)$$

Из (23) следует, что максимальная скорость волнового течения для продольных сейш не зависит ни от ширины бассейна  $b$ , ни от его длины  $a$ . Она прямо пропорциональна амплитуде начального отклонения свободной поверхности и обратно пропорциональна  $\sqrt{h}$ . Аналогичная закономерность имеет место для случая, когда бассейн полностью замкнут [15].

Для поперечных сейш ( $k = 0, m \neq 0$ ) из формулы (19) получим

$$u_{00m} = \zeta_{00m} \sqrt{\frac{g}{h}} \frac{b}{\sqrt{b^2 + 4m^2 a^2}} \quad (24)$$

и с использованием (20) найдем

$$v_{00m} = \zeta_{00m} \sqrt{\frac{g}{h}} \frac{2ma}{\sqrt{b^2 + 4m^2 a^2}}. \quad (25)$$

На основании выражений (24), (25) сделаем вывод, что амплитуды  $u$ ,  $v$  не равны нулю. Отсюда следует, что волновые течения у поперечных сейш в бухте не параллельны оси  $y$ . При этом  $u_0$ ,  $v_0$  обратно пропорциональны

$\sqrt{h(b^2 + 4m^2a^2)}$ ,  $u_0$  прямо пропорциональна  $b$ ,  $v_0$  прямо пропорциональна  $a$ . Это существенно отличает сейши в бухте от сейш в полностью замкнутом бассейне, для которого  $u_0 = 0$ ,  $v_0$  определяется формулой, аналогичной (23) [15]. Если длина бухты  $b$  намного больше ее ширины  $a$ , то  $u_0$  будет стремиться к  $\zeta_{00m} \sqrt{\frac{g}{h}}$ ,  $v_0$  – к  $\zeta_{00m} \sqrt{\frac{g}{h}} \frac{2ma}{b}$ . В случае, когда  $a \gg b$ , амплитуда  $u_0$  будет стремиться к  $\zeta_{00m} \sqrt{\frac{g}{h}} \frac{2ma}{b}$ ,  $v_0$  – к  $\zeta_{00m} \sqrt{\frac{g}{h}}$ .

Для продольно-поперечных сейш ( $k \neq 0, m \neq 0$ ) из выражений (19), (20) следует, что амплитуды  $u, v$  зависят от  $a, b, h$ .

Для моды Гельмгольца ( $k = 0, m = 0$ ) из формулы (20) получим  $v_0 = 0$ . На основании выражения (19) находим, что  $u_0$  определяется формулой (23). Отсюда следует, что волновое течение для моды Гельмгольца всегда направлено параллельно оси  $x$  и его максимальная скорость не зависит ни от ширины бассейна, ни от его длины. Она прямо пропорциональна амплитуде начального отклонения свободной поверхности и обратно пропорциональна  $\sqrt{h}$ . Отметим, что в полностью замкнутом бассейне мода Гельмгольца отсутствует.

Для всех видов сейш в бухте справедлива закономерность: чем больше глубина бухты, тем меньше максимальная скорость волновых течений, вызванных сейшми.

На основе полученного в настоящей работе аналитического решения выполнен расчет параметров сейш в модельном бассейне, аппроксимирующем бухту Круглая. На берегах этой бухты расположены городской пляж «Омега», яхтклуб и другие объекты. При проведении расчетов бухта аппроксимировалась прямоугольным бассейном с постоянной глубиной 2,5 м, длиной 1200 м, шириной 800 м, амплитуда начального возвышения уровня  $\zeta_0$  полагалась равной 20 см.

В таблице приведены рассчитанные по формуле (14) периоды первых девяти мод сейш в модельном бассейне.

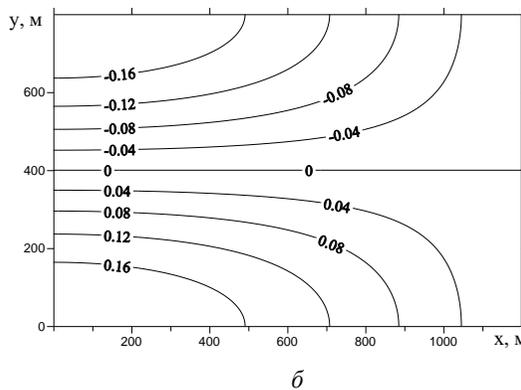
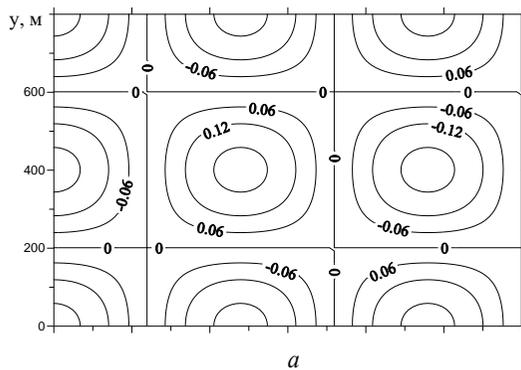
#### Периоды сейш и максимальные значения модуля скорости волновых течений в модельном бассейне, аппроксимирующем бухту Круглая

Номер моды	$k$	$m$	Период, мин	$ \mathbf{V}_{km} ^{\max}$ , м/с
1	0	0	16,2	0,40
2	1	0	5,4	0,40
3	0	1	5,1	0,38
4	1	1	3,8	0,28
5	2	0	3,2	0,40
6	2	1	2,8	0,34
7	0	2	2,7	0,39
8	1	2	2,4	0,35
9	2	2	2,1	0,30

Как видно из таблицы, период моды Гельмгольца составляет 16,2 мин. При этом он в три раза больше периодов мод одноузловых продольной и поперечной сейш, равных 5,4 и 5,1 мин соответственно.

Рассмотрим колебания уровня. Как видно из формулы (16), следствием выполнения условия (5) свободного прохождения волн на открытой границе бассейна является то, что на выходе из бухты для всех мод сейш располагается узловая линия уровня. При этом на стенке  $(0, y)$  всегда будут иметь место области, в которых максимальны по модулю отклонения уровня.

Как показал анализ изолиний уровня, в бухте узловые линии, параллельные оси  $y$ , сдвинуты в сторону кутовой части бассейна по сравнению с узловыми линиями в полностью замкнутом бассейне. Положение узловых линий, параллельных оси  $x$ , не изменяется. Для примера на рис. 2, *а* показаны изолинии уровня моды  $(k = 2, m = 2)$  при  $t = 0$ . Картина изолиний уровня для данной моды в замкнутом бассейне приведена в [16]. На рис. 2, *б* показаны изолинии уровня одноузловой поперечной сейши  $(k = 0, m = 1)$  при  $t = 0$ . Как видно из этого рисунка, с удалением от стенки  $(0, y)$  происходит нарушение параллельности изолиний и они изгибаются к стенкам  $(x, 0)$ ,  $(x, b)$ . В полностью замкнутом бассейне изолинии уровня данной моды всегда параллельны оси  $x$ .



**Рис. 2.** Изолинии уровня жидкости в бухте: *а* – мода  $(k = 2, m = 2)$ ; *б* – мода  $(k = 1, m = 0)$

Рассмотрим особенности волновых течений. Как было показано выше, для поперечных сейш в бухте скорость волновых сейшевых течений зависит от двух пространственных координат. Это отличает их от волновых течений в замкнутом бассейне, в котором они параллельны оси  $y$ . На рис. 3, а показано векторное поле скорости волнового течения для моды ( $k = 1, m = 0$ ) в момент времени, когда  $\sin \sigma_{10}t = 1$ . Видно, что в части бухты, расположенной ниже узловой линии, которая проходит через точку  $(0, b/2)$  параллельно оси  $x$ , формируется течение, направленное к выходу из бухты. В противоположной части бассейна формируется течение, направленное от входа в бухту. При этом направления течений будут изменяться на противоположные каждые полпериода волны. Течения наиболее интенсивны в той половине бухты, которая ближе к входу в нее.

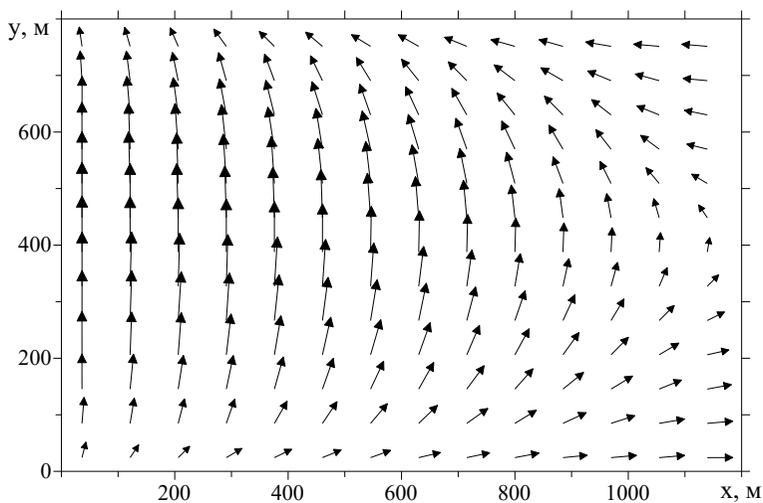


Рис. 3. Векторное поле скорости волнового течения для моды ( $k = 1, m = 0$ )

В заключение остановимся подробнее на моде Гельмгольца, которая отсутствует в полностью замкнутом бассейне. В иностранной литературе ее часто называют *pumping mode*. Это связано с тем, что данная мода действует как насос. В первую половину периода жидкость «выкачивается» из бухты, при этом понижается уровень в окрестности стенки  $(0, y)$ , расположенной напротив входа в бухту. Во вторую половину периода жидкость будет «закачиваться» в бухту, и уровень возле этой стенки будет возрастать. Как показано выше, течение жидкости параллельно оси  $x$  и его максимальная скорость составляет 40 см/с, если максимум отклонения уровня 20 см.

В таблице приведены максимальные значения модуля скорости волновых течений для первых девяти мод сейш в модельном бассейне при начальном возвышении уровня, равном 20 см. Видно, что наибольшие скорости течений (равные 40 см/с) имеют продольные сейши.

**Выводы.** Установлено, что сейшевые колебания в бухтах со свободным входом существенно отличаются от сейш в полностью замкнутых бассейнах.

**1.** Спектр собственных колебаний бухты содержит моду, которая отсутствует в полностью замкнутом бассейне. У этой моды, называемой модой Гельмгольца, нет узловых линий внутри бухты. При этом волновое течение направлено перпендикулярно входу в бухту и его максимальная скорость не зависит от ширины и длины бухты, она обратно пропорциональна квадратному корню от ее глубины.

**2.** Волновые течения поперечных сейш в бухте (их узловые линии перпендикулярны входу в бухту) зависят от двух пространственных координат. При этом амплитуды их скоростей являются функциями ширины и длины бассейна.

**3.** Для продольных сейш (их узловые линии расположены параллельно входу в бухту) скорости течений перпендикулярны входу в бухту и их максимальные значения не зависят от ее ширины и длины и определяются глубиной бухты и амплитудой начального отклонения уровня.

**4.** Наибольшие скорости волновых течений имеют продольные сейши.

Работа выполнена в рамках государственного задания по теме № 0827-2014-0010 «Комплексные междисциплинарные исследования океанологических процессов, определяющих функционирование и эволюцию экосистем Черного и Азовского морей, на основе современных методов контроля состояния морской среды и грид-технологий».

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лабзовский Н.А.* Непериодические колебания уровня моря. – Л.: Гидрометеониздат, 1971. – 237 с.
2. *Rabinovich A.B.* Seiches and Harbor Oscillations (Chapter 9) // Handbook of Coastal and Ocean Engineering / Ed. Y.C. Kim. – Singapoure: World Scientific Publ., 2010. – P. 193 – 236. – URL: <https://ru.scribd.com/doc/175952645/Handbook-of-Coastal-and-Ocean-Engineering-Y-Kim-World-2010-WW> (дата обращения: 11.07.2017).
3. *Estuary and Coastline Hydrodynamics* / Ed. A.T. Ippen. – New York: McGraw-Hill Book Co, 1966. – 761 p.
4. *Ковалев П.Д., Ковалев Д.П.* Особенности сейшевых колебаний в заливах и бухтах Дальнего Востока: Приморья, Сахалина, южных Курильских островов // Вестник Тамбовского университета. – 2013. – 18, № 4 – 1. – С. 1377 – 1382. – URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=19058861> (дата обращения: 11.07.2017).
5. *Железняк М.И., Кантаржи И.Г., Сорокин М.В. и др.* Резонансные характеристики акваторий морских портов // Инженерно-строительный журнал. – 2015. – № 5 (57). – С. 3 – 19. – doi:10.5862/МСЕ.57.1
6. *Ковалев Д.П.* Явления тягуна в портах Сахалина // Мир транспорта. – 2012. – 10, № 6. – С. 36 – 43. – URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=18268062> (дата обращения: 01.06.2016).
7. *Долгих Г.И., Будрин С.С., Долгих С.Г. и др.* Собственные колебания уровня воды в бухтах залива Посёта Японского моря // Метеорология и гидрология. – 2016. – № 8. – С. 57 – 63.
8. *Горячкин Ю.Н., Иванов В.А.* Уровень Черного моря: прошлое, настоящее и будущее. – Севастополь: ЭКОСИ-Гидрофизика, 2006. – 210 с.
9. *Dotsenko S.F., Ivanov V.A.* Natural hazards in the Sea of the Azov-Black Sea region. – Kyiv: Akadempriodyka, 2014. – 190 p.

10. *Зырянов В.Н., Чебанова М.К.* Гидродинамические эффекты при вхождении приливных волн в эстуарии // *Водные ресурсы*. – 2016. – 43, № 4. – С. 379 – 386. – doi:10.7868/S0321059616040180
11. *Advances in Hydrosience / Ed. Ven Te Chow*. – New York and London: Academic Press, 1972. – V. 8. – 359 p. – URL: <http://www.sciencedirect.com/science/bookseries/00652768/8> (дата обращения: 11.07.2017).
12. *Рабинович А.Б.* Длинные гравитационные волны в океане: захват, резонанс, излучение. – СПб.: Гидрометеиздат, 1993. – 325 с.
13. *Букреев В.И., Стурова И.В., Чеботников А.В.* Сейшевые колебания в прямоугольном канале с резким расширением поперечного сечения // *Прикладная механика и техническая физика*. – 2013. – 54, № 4. – С. 22 – 31. – URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=20181186> (дата обращения: 07.05.2016).
14. *Сретенский Л.Н.* Теория волновых движений жидкости. – М.: Наука, 1977. – 815 с.
15. *Черкесов Л.В., Манильюк Ю.В.* Свободные колебания жидкости в ограниченном морском бассейне // *Экология, экономика, информатика*. Т. 2. Системный анализ и моделирование экономических и экологических систем. – Ростов-на-Дону: Изд-во Южного федерального университета, 2015. – С. 678 – 689.
16. *Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В.* Теоретическая гидромеханика. – М.: Гостехиздат, 1955. – Т. 1. – 560 с.

## **Investigation of seiche oscillations in a free entrance bay**

**Yu. V. Manilyuk\*, L. V. Cherkesov**

*Marine Hydrophysical Institute, Russian Academy of Sciences, Sevastopol, Russia*

*\*e-mail: [uvmsev@yandex.ru](mailto:uvmsev@yandex.ru)*

Seiche oscillations in a free entrance bay are investigated within the framework of the linear theory of long waves in two-dimensional formulation based on the obtained analytical solution. It is shown that allowance for two-dimensional spatial character is important for transverse seiches: the wave flows depend on two spatial coordinates, and their amplitudes are the functions of the basin width and length. It is found that for the longitudinal seiches, the wave flows' velocities are normal to the bay entrance and their maximum values do not depend on its width and length. The longitudinal seiches are characterized by the highest velocities of the wave flows. The features of the seiches in a free entrance basin and in a completely closed one are compared. Their similarities and differences are revealed. The periods both of the seiche oscillations and the wave flows' velocities are estimated for the model basin approximating the Kruglaya Bay in Sevastopol.

**Keywords:** seiches in a bay, free waves, long waves, wave flows, Helmholtz mode, analytic solutions.