

## Пространственно-временные параметры захваченных волн в шельфовых районах Черного моря

В. А. Иванов, Т. Я. Шульга\*, Т. В. Пластун, И. А. Свищева

*Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь, Россия*

*\*E-mail: shulgary@mail.ru*

Поступила в редакцию 21.02.2018 г., после доработки – 15.03.2018 г.

Выполнено исследование механизма генерации длинноволновых колебаний на шельфе Черного моря. Определено влияние рельефа дна на пространственно-временные параметры низших мод шельфовых волн на основе решения полной краевой задачи с использованием разработанных алгоритмов конечно-разностной аппроксимации. Для воспроизведения генерируемых на Анатолийском побережье волн, вызванных климатическим ветром, была использована трехмерная модель Института вычислительной математики Российской академии наук. Исследовано положение точек затухания волны и максимумов колебаний амплитуд уровня в зависимости от особенности топографии пограничной области (зона шельфа и континентального склона). Показано, что абсолютный максимум профиля волны первой моды достигается у берега и над кромкой шельфа. Увеличение ширины континентального склона приводит к более медленному затуханию волны в сторону открытого моря. Продемонстрировано сближение дисперсионных кривых на высоких частотах при различной ширине шельфа. На промежуточных частотах на широком шельфе дисперсионные кривые горизонтальны и их групповая скорость близка к нулю. Исследования пространственно-временных характеристик краевых волн для реальных профилей дна показали, что волны с наибольшими периодами возникают в районе мыса Инджебурун, это связано с проявлением нулевой моды захваченных краевых волн. Для Анатолийского побережья построены графики дисперсионных кривых и карты амплитудных функций шельфовых мод. Выполнен анализ модельных временных рядов уровня моря для вычисления спектральной плотности мощности колебаний воды с использованием быстрого преобразования Фурье. Представлены спектры амплитуд колебаний уровня для шельфовых и глубоководных станций Анатолийского побережья.

**Ключевые слова:** Анатолийское побережье, Черное море, фазовая скорость, шельф, баротропные захваченные волны, континентальный склон, гидродинамическое моделирование, спектральный анализ.

**Благодарности:** авторы выражают благодарность профессору Александру Евгеньевичу Янковскому, бывшему сотруднику Морского гидрофизического института, в настоящее время работающему в Университете Южной Каролины (Колумбия, США), за поддержку при проведении данного исследования и консультацию по созданию приложений для обработки информации о внутриволновых колебаниях. Работа выполнена в рамках государственного задания по теме № 0827-2018-0004 «Комплексные междисциплинарные исследования океанологических процессов, определяющих функционирование и эволюцию экосистем прибрежных зон Черного и Азовского морей» (шифр «Прибрежные исследования»).

**Для цитирования:** Пространственно-временные параметры захваченных волн в шельфовых районах Черного моря / В. А. Иванов [и др.] // Морской гидрофизический журнал. 2018. Т. 34, № 4. С. 302–317. doi:10.22449/0233-7584-2018-4-302-317

## Spatial and Temporal Parameters of the Trapped Waves in the Black Sea Shelf Areas

V. A. Ivanov, T. Ya. Shul'ga\*, T. V. Plastun, I. A. Svishcheva

*Marine Hydrophysical Institute, Russian Academy of Sciences, Sevastopol, Russia*

*\*e-mail: shulgary@mail.ru*

The mechanism of generating barotropic long waves on the Black Sea Turkish coast is studied. Influence of the shelf shape and width upon the spatial-temporal parameters of the edge waves' lower modes is noted based on solution of the complete boundary-value problem using the developed algorithms of the finite-difference approximation. To simulate the generated on the Anatolian coast waves induced by the climatic wind, the three-

© Иванов В. А., Шульга Т. Я., Пластун Т. В., Свищева И. А., 2018

dimensional model (for the Black and Azov seas) of the Institute of Numerical Mathematics of RAS is used. Position of the wave attenuation points and maximums of the level oscillations' amplitudes depending on the topography feature in the boundary area (the shelf and the continental slope zone) are studied. It is shown that the profile absolute maximum of the first mode wave is achieved at the coast and above the shelf edge. Increase of the continental slope width leads to slower decay of a wave towards the open sea. Convergence of the dispersion curves at high frequencies for various widths of the shelf is demonstrated. At the intermediate frequencies on the wide shelf, the dispersion curves are horizontal and their group velocity is close to zero. Having been studied, the spatial-temporal characteristics of the edge waves at real bottom profiles show that the waves with the longest periods arise in the region of the Ince Burnu that is due to manifestation of the zero mode of the trapped edge waves. The graphs of the dispersion curves and the maps of the amplitude functions of the shelf modes are constructed for the Anatolian coast. The model time series of the sea level are analyzed to calculate spectral density of the water level oscillations' power at the coast using the fast Fourier transformation. The spectra of the level oscillations' amplitudes for the shelf and deep sea stations of the Anatolian coast are represented.

**Keywords:** Anatolian coast, Black Sea, phase velocity, shelf, barotropic trapped waves, continental slope, hydrodynamic modeling, spectral analysis.

**Acknowledgements:** the authors express their thanks to Professor Aleksandr E. Yankovsky (former scientist of the Marine Hydrophysical Institute and at present an employee at the University of South Carolina (Columbia, USA)) for his support of the present research and consultations in creating the applications for processing information on the intra-wave oscillations. The study is carried out within the framework of the state task on the theme № 0827-2018-0004 "Complex interdisciplinary investigations of the oceanologic processes conditioning functioning and evolution of the Black and Azov seas' coastal zones" (code "Coastal investigations").

**For citation:** Ivanov, V. A., Shul'ga, T. Ya., Plastun, T. V. and Svishcheva, I. A., 2018. Spatial and temporal parameters of the trapped waves in the Black Sea shelf areas. *Morskoy Gidrofizicheskiy Zhurnal*, [e-journal] 34(4), pp. 302-317. doi:10.22449/0233-7584-2018-4-302-317 (in Russian).

## Введение

Длинные волны определяют характер большинства гидрофизических процессов, протекающих в морских бассейнах или на их границе, включая формирование рельефа береговой зоны, апвеллинг, меандрирование течений, изменение биопродуктивности. В топографически пограничных областях, образованных изменениями рельефа и наличием берега (шельфовая зона, подводные хребты, желоба, банки), изменения глубины приводят к образованию горизонтально неоднородных волн, а также к появлению пограничных волновых образований (поверхностные и внутренние волны Кельвина, краевые и шельфовые волны, двойные волны Кельвина, придонные захваченные волны) [1–4]. Для баротропных движений существуют три основных типа захваченных волн: волна Кельвина (захват вращением Земли и наличием береговой границы); краевые волны (гравитационный захват в области мелководья); топографические волны Россби (захват совместным эффектом вращения Земли и неоднородности рельефа) [5]. Согласно современному представлению, они играют важную роль во многих процессах береговой динамики (таких, как перенос осадочного материала, прибойные биения) и часто рассматриваются как определяющий фактор эволюции береговой линии при формировании ритмических форм рельефа (серповидные бары и фестоны). Крупномасштабные краевые волны являются важной составляющей морских волн и наводнений, вызываемых циклонами, движущимися вдоль береговой линии.

Собственная волна Кельвина, существующая на частотах как выше, так и ниже инерционной, описывается аналитическим решением, предполагающим ограниченный вертикальной стенкой вращающийся океан с постоянной глубиной [6]. Свойства этого решения хорошо известны: постоянная фазовая скорость  $c = (gh)^{1/2}$  (где  $g$  – ускорение силы тяжести,  $h$  – глубина бассейна),

экспоненциальное затухание свободной поверхности на шельфе, распространение волны справа (слева) от побережья в Северном (Южном) полушарии. На низких частотах характер волны Кельвина определяется вращением Земли, с увеличением частоты зона шельфа начинает оказывать все большее влияние, в результате чего волна Кельвина переходит в нулевую моду краевых волн [3, 4, 7]. На высоких частотах нулевая мода переходит в краевую волну, береговой захват происходит через механизм преломления длинной гравитационной волны, в то время как эффекты вращения Земли становятся несущественными.

Цель настоящей работы – исследование параметров шельфовых волн в топографически пограничных областях – на шельфе и континентальном склоне. Определено влияние рельефа дна на пространственно-временные параметры низших мод шельфовых волн вблизи критической частоты на примере реальных профилей дна Анатолийского побережья и идеализированных профилей, отражающих характерные линейные масштабы шельфовых районов Черноморского бассейна.

### Теоретические оценки параметров захваченных волн

Рассмотрим, как параметры нулевой моды изменяются в зависимости от геометрии шельфа и склона. Исследование топографически модифицированных волн выполнено с использованием модели с простой геометрией, в которой параметры рассматриваемой области зависят только от одной пространственной переменной. В этом случае решение задачи о распространении длинных волн в океане упрощается. В выбранной системе координат ось  $x$  совпадает с береговой линией, ось  $y$  направлена в сторону открытого моря (рис. 1).

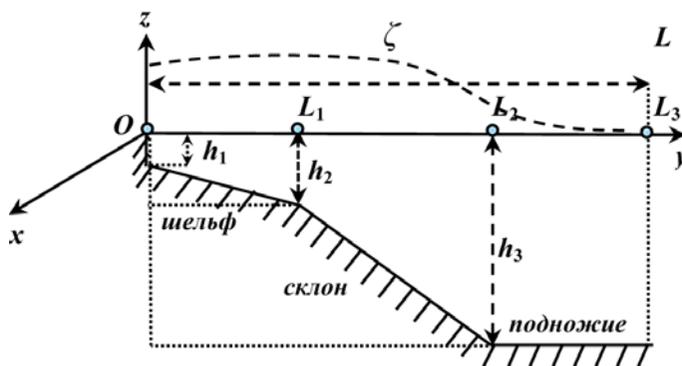


Рис. 1. Модель профиля дна для тестовых расчетов  
Fig. 1. Model of the bottom profile for test calculations

Математическая модель основывается на системе линейных уравнений в приближении гидростатики (приближение длинных волн) для невязкой жидкости однородной плотности, вращающейся с постоянной угловой скоростью:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu = -g \frac{\partial \zeta}{\partial y}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\frac{\partial(hu)}{\partial x} - \frac{\partial(hv)}{\partial y}, \quad (3)$$

где  $x$  – вдольбереговая координата;  $y$  – поперечная к берегу координата;  $t$  – время;  $h(y)$  – глубина моря;  $u(x, y, t)$  и  $v(x, y, t)$  – береговые и морские компоненты скорости соответственно;  $\zeta(x, y, t)$  – свободная поверхность, возмущенная от горизонтальной плоскости;  $f$  – параметр Кориолиса.

Глубина изменяется по нормали к берегу, тогда периодическое волнообразное решение зависит только от вдольбереговой координаты и времени:

$$\begin{pmatrix} \zeta(x, y, t) \\ u(x, y, t) \\ v(x, y, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \zeta^*(y) \\ u^*(y) \\ v^*(y) \end{pmatrix} e^{i(\omega t - kx)}, \quad (4)$$

здесь  $k$  – волновое число;  $\omega$  – частота волны. Эти предположения дают хорошо известную краевую задачу [1, 8–10], описывающую полный набор баротропных захваченных мод в прибрежных районах океана. Решая уравнения (1), (2) для  $u$ ,  $v$  и подставляя результаты в (3), получим дифференциальное уравнение относительно искомой амплитуды колебаний уровня  $\zeta(y)$  (для удобства звездочки опущены):

$$\frac{\partial^2 \zeta(y)}{\partial y^2} + \frac{\partial \zeta(y)}{\partial y} \frac{\partial h(y)}{\partial y} \frac{1}{h(y)} + \zeta(y) \left( \frac{f^2 - \omega^2}{gh(y)} - \frac{fk}{\omega h(y)} \frac{\partial h(y)}{\partial y} - k^2 \right) = 0 \quad (5)$$

с соответствующими граничными условиями отсутствия нормальной компоненты полного потока через прибрежные границы и экспоненциального затухания возмущений в сторону открытого моря глубиной  $H$  ( $y \rightarrow \infty$ ):

$$v = 0, \quad y = 0, \quad \omega \frac{\partial \zeta(y)}{\partial y} - kf \zeta(y) = 0, \quad h(0) \neq 0. \quad (6)$$

В (5), (6)  $h = h(y)$  – профиль глубины моря, изменяющейся только в поперечном направлении. Волновые решения для этой краевой задачи и их свойства подробно обсуждаются в [1, 7, 10]. Волновое решение краевой задачи при условии  $\omega^2 < f^2 + k^2 gH$  экспоненциально затухает в сторону открытого моря, представляет собой дискретный набор отдельных мод захваченных волн. Волны этого типа оказываются краевыми при  $\omega > f$  и шельфовыми – при  $\omega < f$ .

**Пространственно-временные характеристики краевых волн, вычисленные для тестовых профилей дна.** Для определения вклада главных участков рельефа пограничной области – шельфа и континентального склона выполнены расчеты с использованием профилей глубины  $h(y)$ , состоящих из трех кусочно-постоянных откосов: шельфа, склона и области открытого моря постоянной глубины. Детали рельефа дна показаны на рис. 1. В пределах

МОРСКОЙ ГИДРОФИЗИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 34 № 4 2018 305

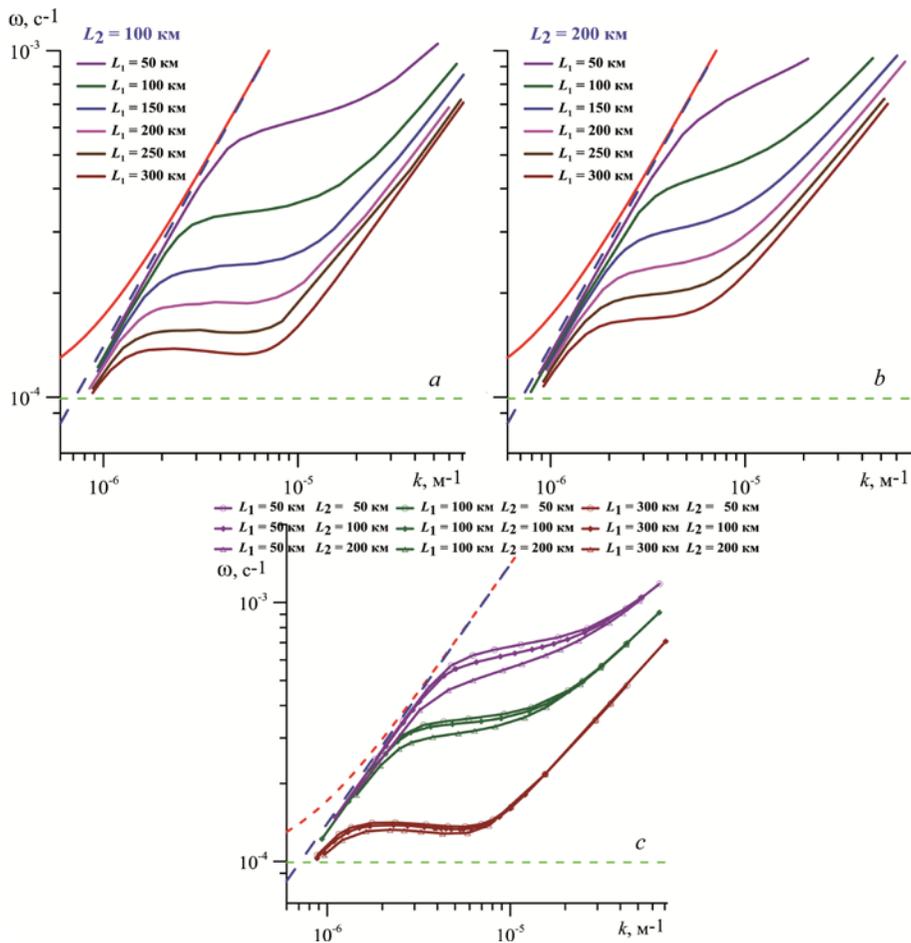
шельфа и континентального склона глубина увеличивается линейно, уклон дна изменяется скачкообразно на кромке шельфа. Во всех случаях характерными линейными масштабами топографии являются: глубина у берега ( $h_1$ ), глубина кромки шельфа ( $h_2$ ), глубина открытого моря ( $h_3 = H$ ), ширина шельфа ( $L_1$ ), ширина континентального склона ( $L_2$ ) и ширина подножия ( $L_3$ ). Рельеф континентального шельфа и склона аппроксимирован двумя склонами, прилегающими к глубоководному океану постоянной глубины (рис. 1). Глубина профиля характеризуется шириной шельфа, верхнего и глубоководного склонов, а также промежуточной глубиной на интервалах между точками излома шельфа. Боковая стенка, представляющая собой границу с береговой зоной, принимается равной 5 м.

Для решения краевой задачи (5), (6) заменяем производные их конечно-разностными аппроксимациями, используя центральные разности в (5) и односторонние разности в (6). Задача на собственные значения (1) – (3) решается численно с использованием резонансных итераций по спектральному параметру  $M$  ( $m^{-1}$ ), равному  $fk/\omega$ . Решение соответствует нахождению точек пересечения линий постоянной фазовой скорости  $c_f = \omega/k = f/M$  с дисперсионными кривыми захваченных волновых мод. Номер режима идентифицируется числом нулевых пересечений в структуре моды (собственный вектор). Вычисления повторяются при разных значениях  $M$ . Пространственная дискретизация по  $y$  ( $\Delta_y$ ) в конечно-разностной аппроксимации задана равной 1 км. Параметр Кориолиса, соответствующий рассматриваемому району Черноморского побережья, принимается равным  $1,01 \cdot 10^{-4} \text{ c}^{-1}$ .

Для определения влияния геометрии основных участков рельефа на параметры шельфовых волн были выполнены расчеты для двух групп тестовых профилей дна. В первой группе задается фиксированная ширина склона и изменяющаяся ширина шельфа, во второй – фиксированная ширина шельфа и изменяющаяся ширина склона. Эти эксперименты проведены при неизменяемых значениях профиля глубин:  $h_1 = 5$  м,  $h_2 = 100$  м,  $h_3 = 2000$  м. В первом эксперименте расчеты проводились для двух значений ширины склона ( $L_2$ ) 100 и 200 км при переменной ширине шельфа ( $L_1$ ) 50, 100, 200 и 300 км. Во втором эксперименте для шельфа шириной 50 и 100 км исследовалось увеличение ширины склона от 100 до 200 км. На рис. 2 приведены результаты расчетов для тестовых профилей с указанными геометрическими размерами.

Наше исследование показывает, что дисперсионная кривая нулевой моды гораздо более чувствительна к вариациям ширины шельфа  $L_1$ , чем ширины склона  $L_2$ . Дисперсионная диаграмма нулевой моды зависит от ширины шельфа (рис. 2, *a*), в то время как другие показатели профиля глубин сохраняются постоянными. Дисперсионные кривые нулевого режима, соответствующие разным значениям  $L_1$ , сходятся как на высоких, так и на низких частотах и демонстрируют самое широкое разделение на промежуточных частотах (рис. 2, *c*). На высоких частотах волны концентрируются относительно близко к береговой линии, они не чувствительны к положению обрыва шельфа. Поскольку мы применяем вертикальную стенку на побережье, дисперсия волн в нашем случае будет отличаться на высоких частотах и их скорость асимптотически приблизится к фазовой  $c = (gh_1)^{1/2}$  над наклонным дном [11]. Действительно, проявляется сближение дисперсионных кривых при различ-

ных  $L_1$  на высоких частотах (рис. 2). На низких частотах волна распространяется далеко за пределы континентального шельфа и склона и ее фазовая скорость близка к скорости волны Кельвина.



**Рис. 2.** Дисперсионные кривые нулевой волновой моды, соответствующие разным значениям ширины шельфа. Штриховые линии ограничивают континуум волн Пуанкаре и суточную инерционную частоту

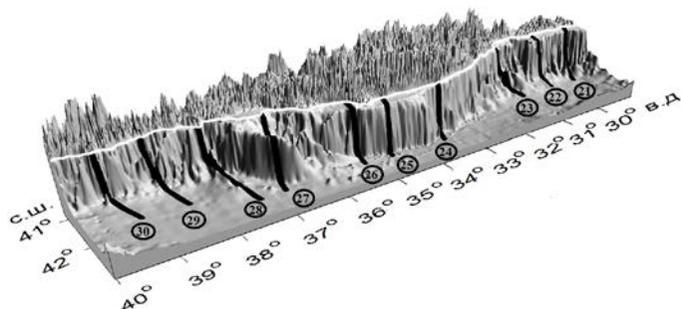
**Fig. 2.** Dispersion curves of the zero wave mode corresponding to different values of the shelf width. The dash lines confine the Poincaré wave continuum and the diurnal inertial frequency

Основной режим имеет два асимптотических режима, соответствующих двум различным механизмам захвата энергии волны. На низких частотах он подобен волне Кельвина, которая проявляется на вертикальной стенке в океане постоянной глубины  $h_3$  вследствие вращения Земли и описывается дисперсионным соотношением  $\omega = (gh_3)^{1/2}k$ . На высоких частотах основной режим напоминает нулевой режим краевых волн, образованных длинноволновым преломлением над наклонным дном. На промежуточных частотах дисперсионные кривые горизонтальны при условии достаточно широкого шельфа и их групповая скорость  $C_g = \partial\omega/\partial k$  будет близка к нулю (рис. 2). На этих

частотах нулевой режим представляет собой гибрид волны Кельвина и краевой волны [12].

**Пространственно-временные характеристики краевых волн для реальных профилей дна.** Рельеф дна Черного моря состоит из шельфовой области (выровненная область подводной окраины материка, примыкающая к суше и ограниченная бровкой с резким перегибом поверхности морского дна, определяющей переход к материковому склону), материкового склона (часть морского дна, характеризующаяся относительно крутым уклоном, который соединяет бровку шельфа и сравнительно горизонтальную часть дна) и глубоководной котловины. Шельфовая зона глубиной 100–160 м имеет наибольшую ширину, превышающую 200 км, в северо-западной части моря. В остальных районах глубина шельфа обычно меньше 110 м, а ширина изменяется от 10–30 км до 2,5 км у побережья Турции.

Выбор района Анатолийского побережья Черного моря обоснован наличием шельфов, где предполагается существование топографически модифицированных волн Кельвина. В этом районе имеет место сложный рельеф дна, сформированный в результате активности тектонических процессов. Черты рельефа области шельфа Анатолийского побережья показаны на рис. 3. Выбранные нами профили рельефа дна отражают также характерные особенности прибрежной зоны всего Черноморского бассейна: ширина шельфа составляет 5–30 км (и лишь в отдельных районах достигает 50 км и более), свал глубин начинается со 100-метровой изобаты. Геометрия склона существенно меняется в разных районах моря, однако ширина области максимальных уклонов редко превышает 20 км, при этом наиболее крутой склон наблюдается на глубинах 200–1000 м. Свал глубин простирается до изобаты 2000 м, хотя на глубинах 1000 м уклон дна уменьшается. В области открытого моря глубина составляет 2000–2200 м.



**Р и с. 3.** Схема расположения профилей рельефа дна 21–30 в районе Анатолийского побережья Черного моря

**F i g. 3.** Scheme of location of the bottom relief profiles 21–30 in the region of the Black Sea Anatolian coast

Анатолийское побережье характеризуется контрастной шириной шельфа. На юго-востоке у подножия Восточно-Понтийских гор (понтийский шельф) его ширина, не превышающая 3–4 км, увеличивается до 12 км вблизи Орду

(Ordu), до 16–20 км вблизи м. Чатлы (Çalti Burnu) и достигает 25–30 км в Синопском заливе у Аянджика (Ayanyak) и между Кандыром (Kandira) и Босфором. Глубина его внешнего края проходит по изобатам 110–130 км. Западно-анатолийский шельф от Босфора до Синопа имеет максимальную ширину 25–30 км. Самый узкий шельф находится у Зонгулдака (Zonguldak) и Карасу (Karasu) (меньше 3–4 км), край шельфа проходит на глубине 100–110 м [13]. Для района Анатолийского побережья, характеризующегося сложной конфигурацией берега и резкими перепадами глубин, параметры топографических волн оценены на частотах, близких к инерционным. Возможность существования таких волн над резкими уклонами дна была отмечена при расчетах баротропно-бароклинной неустойчивости Основного Черноморского течения [14].

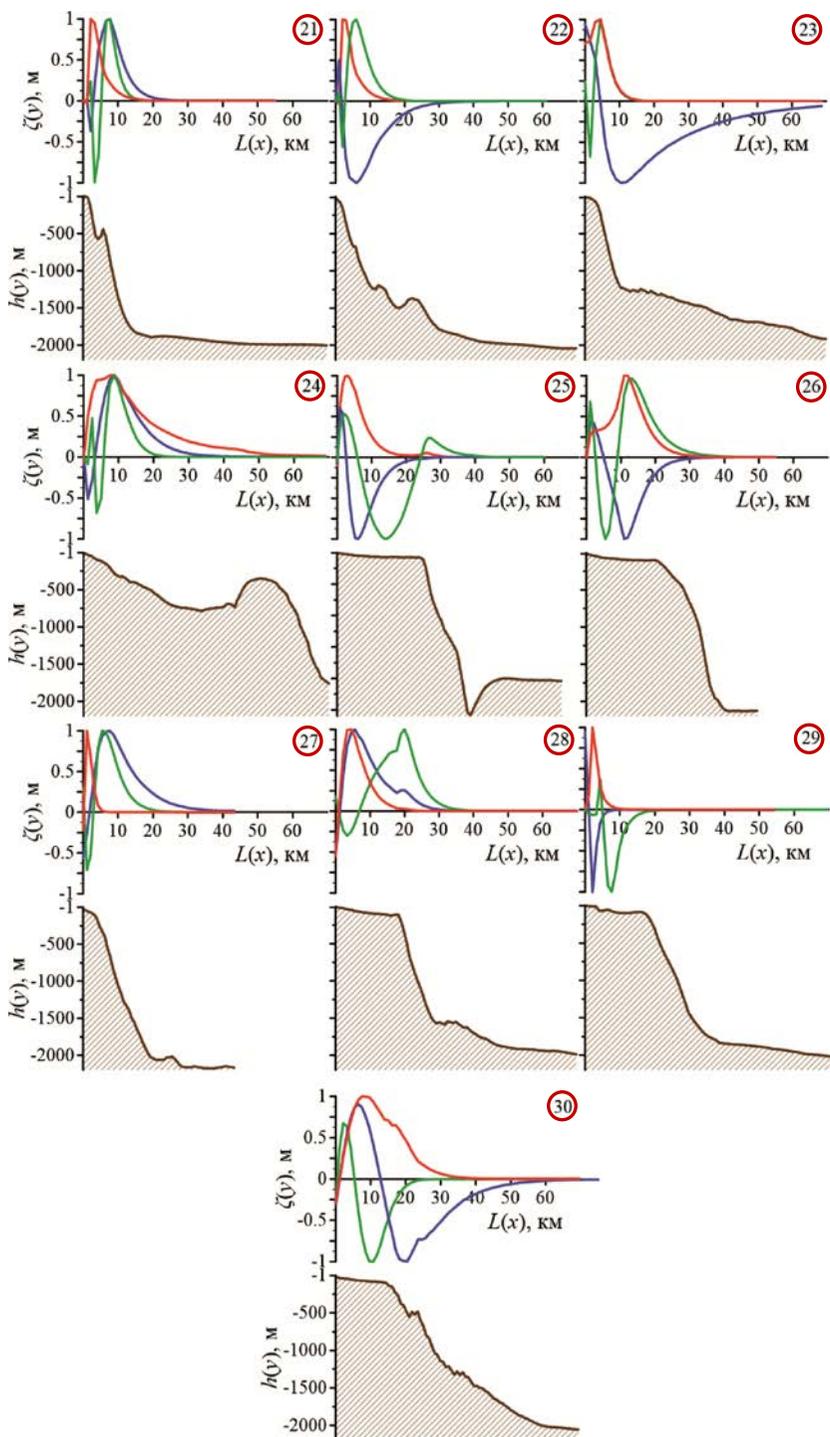
Для расчета параметров краевых волн используется батиметрия Черного моря, представленная файлом глубин (URL: <http://www.gebco.net>). Данные *General Bathymetric Chart of the Oceans (GEBCO)* получены комбинированием глубинных батиметрических зондирований с интерполяцией между точками зондирования и усвоением спутниковых наблюдений. Сетка этих данных представляет собой сплошную рельефную модель океана и суши с пространственным разрешением 0,5°. Данные в файле представлены в следующем формате: долгота с шагом 0,008337676° в. д., широта с шагом 0,008342022941° с. ш. и глубина в метрах. Профили 21–30 выбраны в соответствии с классической схемой расположения нормальных к берегу профилей рельефа дна в шельфовой зоне Черного моря [15].

В табл. 1, где приведены параметры профилей рельефа дна, для каждого из них указаны значения глубины – у берега ( $h_1$ ), склона ( $h_2$ ) и открытого моря ( $h_3$ ) и значения ширины – шельфа ( $L_1$ ), континентального склона ( $L_2$ ), подножия ( $L_3$ ). Здесь также представлен безразмерный коэффициент уклона профиля  $\alpha = \partial H / \partial x$ .

Т а б л и ц а 1  
T a b l e 1

**Параметры профилей рельефа дна в районе Анатолийского побережья**  
**Parameters of the bottom relief profiles in the Anatolian coast region**

Профиль/ Profile	Шельф/Profile			Склон/Slope			Подножие/Bottom		
	$h_1$ , м/ $h_1$ , m	$L_1$ , км/ $L_1$ , km	$\alpha$	$h_2$ , м/ $h_2$ , m	$L_2$ , км/ $L_2$ , km	$\alpha$	$h_3$ , м/ $h_3$ , m	$L_3$ , км/ $L_3$ , km	$\alpha$
21	1	2,1	14,9	156	18,7	108,3	1884	53,1	2,7
22	12	2,1	51,3	181	30,5	67,6	1833	53,8	4,4
23	15	3,7	28,3	115	65,4	31,6	1915	46,6	5,2
24	8	6,7	25,4	162	66,9	43,9	1959	24,6	5,3
25	3	25,0	5,3	109	18,5	178,7	2188	17,1	4,9
26	17	20,6	5,5	110	16,7	116,9	1961	10,3	15,8
27	27	3,9	31,8	144	17,0	118,7	2064	19,2	14,1
28	10	18,2	7,6	111	28,6	73,8	1864	26,2	7,1
29	1	18,4	11,2	165	20,0	94,6	1834	28,3	6,4
30	1	2,1	8,9	156	18,7	56,4	1884	53,1	4,9



**Р и с. 4.** Профили рельефа дна 21–30 и амплитудные функции  $\zeta(y)$  нулевой (красные кривые), первой (синие кривые) и второй (зеленые кривые) мод в районе Анатолийского побережья

**F i g. 4.** The bottom relief profiles 21–30 and the amplitude functions  $\zeta(y)$  of the zero (red curves), the first (blue curves) and the second (green curves) modes in the Anatolian coast region

Особенностью Анатолийского побережья является подводная терраса (профили 23 и 24) на глубине 500 м. Профили 25, 26 и 29 имеют наибольшую ширину шельфовой отмели 18,4–25 км. Резкий переход к континентальному склону (где максимум  $\alpha = 51,3$ ) наблюдается на профиле 22. Профили 21–24, расположенные в восточной части Анатолийского побережья, и профиль 30 у входа в Босфор наиболее специфичны. Здесь практически нет шельфа ( $L_1$  составляет 2,1–6,7 км), прибрежная отмель узка, с небольшими уклонами дна, профиль  $h(y)$  близок к квазилинейному (рис. 3, 4).

Как видно на рис. 4, пространственный масштаб шельфовых волн определяется шириной шельфа. Точки, в которых  $\zeta(y)$  достигает максимума, соответствуют береговой линии и кромке шельфа, узловая линия близка к середине шельфа. Главные особенности профиля волны нулевой моды определяются размерами шельфа. Роль геометрии склона возрастает для волн второй моды. В этом случае длина волны и фазовая скорость растут при увеличении как ширины шельфа, так и ширины склона. У волн второй моды первая узловая линия  $\zeta$  расположена над шельфом, вторая – над континентальным склоном вблизи кромки шельфа. На профилях дна при ширине шельфа, сравнимой или меньшей ширины склона, максимум  $\zeta$  наблюдается у берега. В случае, когда ширина шельфа превосходит ширину склона, максимум  $\zeta$  смещается от береговой линии. В результате волны второй моды более чувствительны к изменениям геометрии шельфа по сравнению с волнами первой моды.

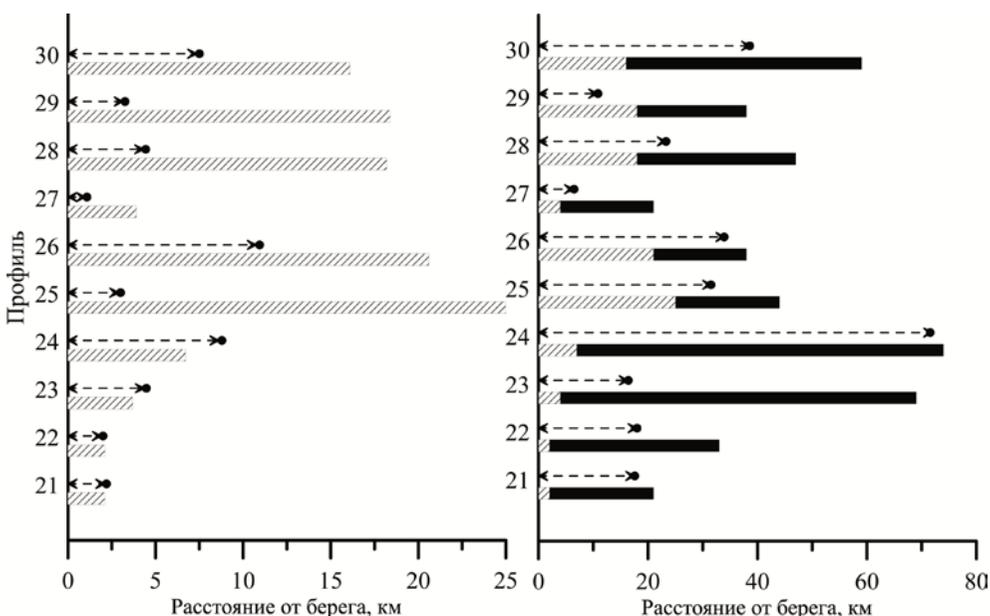
Параметры низших мод шельфовых волн, полученные на основании аналитического решения, приведены в табл. 2.

Т а б л и ц а 2  
T a b l e 2

**Положение абсолютных максимумов ( $y_{\max}$ ) амплитуд шельфовых волн и координаты точек затухания ( $y_0$ ) в районе Анатолийского побережья**  
**Location of the absolute maximums ( $y_{\max}$ ) of the shelf waves' amplitudes and the attenuation points' ( $y_0$ ) coordinates in the Anatolian coast region**

Профиль/ Profile	$y_{\max}$ , км/ $y_{\max}$ , km			$y_0$ , км/ $y_0$ , km		
	Мода/Mode					
	нулевая/ zero	первая/ first	вторая/ second	нулевая/ zero	первая/ first	вторая/ second
21	2,19	7,69	7,69	17,582	25,28	17,58
22	2,00	8,00	6,00	18,00	35,00	22,00
23	4,47	10,44	4,47	16,41	107,42	16,42
24	8,79	3,77	6,28	71,56	38,92	23,852
25	3,00	6,00	14,25	31,50	27,00	43,50
26	10,94	10,94	5,47	33,91	32,82	40,48
27	1,08	7,58	5,411	6,49	43,28	23,81
28	4,44	5,55	19,97	23,29	33,28	38,83
29	3,26	4,35	7,60	10,86	7,60	20,64
30	7,50	10,72	20,36	38,58	25,72	68,59

На рис. 5 слева представлены графики, на которых для каждого из рассматриваемых профилей отмечено расстояние от берега до точки достижения максимума амплитуды волны. Здесь же (рис. 5, справа) показаны координаты точки затухания  $\zeta(y)$  до значения, не превышающего 1 см. Максимумы у берега и над кромкой шельфа сравнимы, причем если  $L_1 > L_2$ , то максимум отмечается над кромкой шельфа, если  $L_1 \leq L_2$  – у берега.



**Р и с. 5.** Расстояние от берега до точки максимума (слева) и точки затухания (справа) амплитуды нулевой моды шельфовых волн на профилях 21–30. Штриховка соответствует протяженности шельфа, сплошная – размеру материкового склона

**Fig. 5.** Distances from the coast to the maximum (to the left) and attenuation (to the right) points of the amplitude of the shelf waves' zero mode on profiles 21–30. The dash line corresponds to the shelf length, the solid one – to the continental slope dimension

Увеличение ширины континентального склона приводит к более медленному затуханию волны в сторону открытого моря, однако положение точки  $\zeta_{\max}$  меняется незначительно. На достаточно широком склоне (профиль 23) она удалена от берега на 4,7 км, на более узком (профиль 28) – на 4,4 км, хотя ширина склона уменьшилась от 65,4 до 18,2 км. Радиус захвата шельфовых волн первой моды, не равный ширине зоны переменных глубин, определяется шириной шельфа. На профилях дна с широким и пологим склоном (21–23, 26, 27, 30), значительно превосходящим ширину шельфа, затухание волны в сторону открытого моря происходит над серединой склона. Наоборот, на профилях, где  $L_1 > L_2$ , радиус захвата значительно шире зоны переменных глубин. Длина шельфовой волны первой моды растет быстрее при увеличении ширины шельфа, чем при увеличении ширины склона.

Для профиля 25 (табл. 3) в районе м. Инджебурун (Ince Burnu) (крайняя северная точка Анатолийского побережья) получен самый продолжительный

период шельфовых волн (23,24 ч). Длительность периодов длинных волн на других профилях составляет примерно 6 ч (профили 26, 29, 30) и 1–3 ч (профили 21–25, 28). На наиболее широком шельфе (25 км) на профиле 25 длина волны нулевой моды равна 5,35 км, на профиле 22 при ширине шельфа 2,1 км (в 11,9 раза меньшей, чем на профиле 25) длина волны первой моды меньше в 2,95 раза (1,81 км).

Т а б л и ц а 3  
Table 3

**Пространственно-временные параметры шельфовых волн нулевой моды в районе Анатолийского побережья**  
**Spatial-temporal parameters of the shelf waves' zero mode in the Anatolian coast region**

Профиль/ Profile	Волновое число/ Wave number	Длина волны/ Wave length	Частота/ Frequency	Период/ Period	Скорость/ Velocity
21	$3,05 \cdot 10^{-6}$ – $9,38 \cdot 10^{-5}$	67–2058	$3,82 \cdot 10^{-4}$ – $1,36 \cdot 10^{-3}$	1,28–4,57	14,5–125,0
22	$8,51 \cdot 10^{-6}$ – $1,29 \cdot 10^{-4}$	49–738	$1,19 \cdot 10^{-3}$ – $5,18 \cdot 10^{-3}$	0,34–1,47	40,0–140,0
23	$4,94 \cdot 10^{-6}$ – $1,10 \cdot 10^{-4}$	57–1271	$6,87 \cdot 10^{-4}$ – $7,69 \cdot 10^{-3}$	0,23–2,54	70,0–138,9
24	$3,97 \cdot 10^{-6}$ – $2,17 \cdot 10^{-4}$	29–1582	$5,44 \cdot 10^{-4}$ – $6,51 \cdot 10^{-3}$	0,27–3,21	30,0–137,0
25	$5,65 \cdot 10^{-6}$ – $1,46 \cdot 10^{-4}$	43–1112	$7,83 \cdot 10^{-4}$ – $2,93 \cdot 10^{-3}$	0,60–23,2	20,0–138,5
26	$5,49 \cdot 10^{-6}$ – $2,22 \cdot 10^{-4}$	28–1145	$7,57 \cdot 10^{-4}$ – $5,54 \cdot 10^{-3}$	0,32–2,31	25,0–138,0
27	$6,24 \cdot 10^{-6}$ – $1,48 \cdot 10^{-4}$	43–1007	$8,71 \cdot 10^{-4}$ – $8,86 \cdot 10^{-3}$	0,20–2,00	60,0–139,55
28	$3,03 \cdot 10^{-6}$ – $2,08 \cdot 10^{-4}$	30–2076	$4,19 \cdot 10^{-4}$ – $4,58 \cdot 10^{-3}$	0,38–4,16	22,0–138,6
29	$4,48 \cdot 10^{-6}$ – $2,09 \cdot 10^{-4}$	30–1403	$6,20 \cdot 10^{-4}$ – $3,76 \cdot 10^{-3}$	0,46–2,81	18,0–138,5
30	$6,93 \cdot 10^{-6}$ – $3,07 \cdot 10^{-4}$	20–907	$9,56 \cdot 10^{-4}$ – $7,06 \cdot 10^{-3}$	0,25–1,82	23,0–138,0

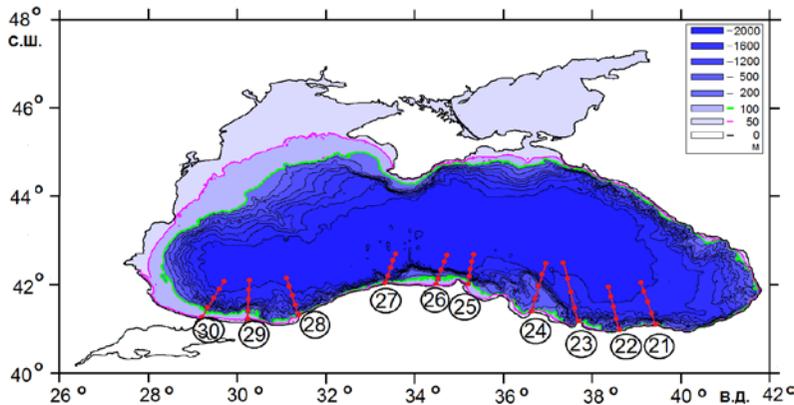
**Анализ результатов моделирования**

**Численная модель и ее конфигурация.** Для численных экспериментов используется региональная модель циркуляции Черного и Азовского морей Института вычислительной математики (ИВМ) РАН. Трехмерная модель основана на системе примитивных уравнений гидродинамики океана, записанной в приближениях несжимаемости, гидростатики и Буссинеска. В качестве вертикальной координаты в модели используется безразмерная переменная  $\sigma$ . Уравнения динамики океана записываются в симметризованной форме [16]. Применение в модели методов расщепления по физическим процессам и пространственным координатам существенно увеличивает экономичность расчетов [17].

Координаты расчетной области, аппроксимирующей акваторию Черного и Азовского морей, следующие:  $40^{\circ}54'36''$ – $47^{\circ}16'12''$  с. ш.,  $27^{\circ}26'60''$ –

41°45'00" в. д., пространственное разрешение сетки 0°2'24"×0°3' по широте и долготе соответственно. По вертикали задается 40 неравномерно распределенных по глубине  $\sigma$ -уровней. Шаг расчета по времени 5 мин. Для расчета климатического атмосферного воздействия в модели ИВМ используются данные *Coordinated Ocean-ice Reference Experiments (CORE)* [18], их пространственное разрешение неравномерно по широте и составляет 1,825° по долготе. Результаты валидации модели с используемым климатическим воздействием приведены в [19].

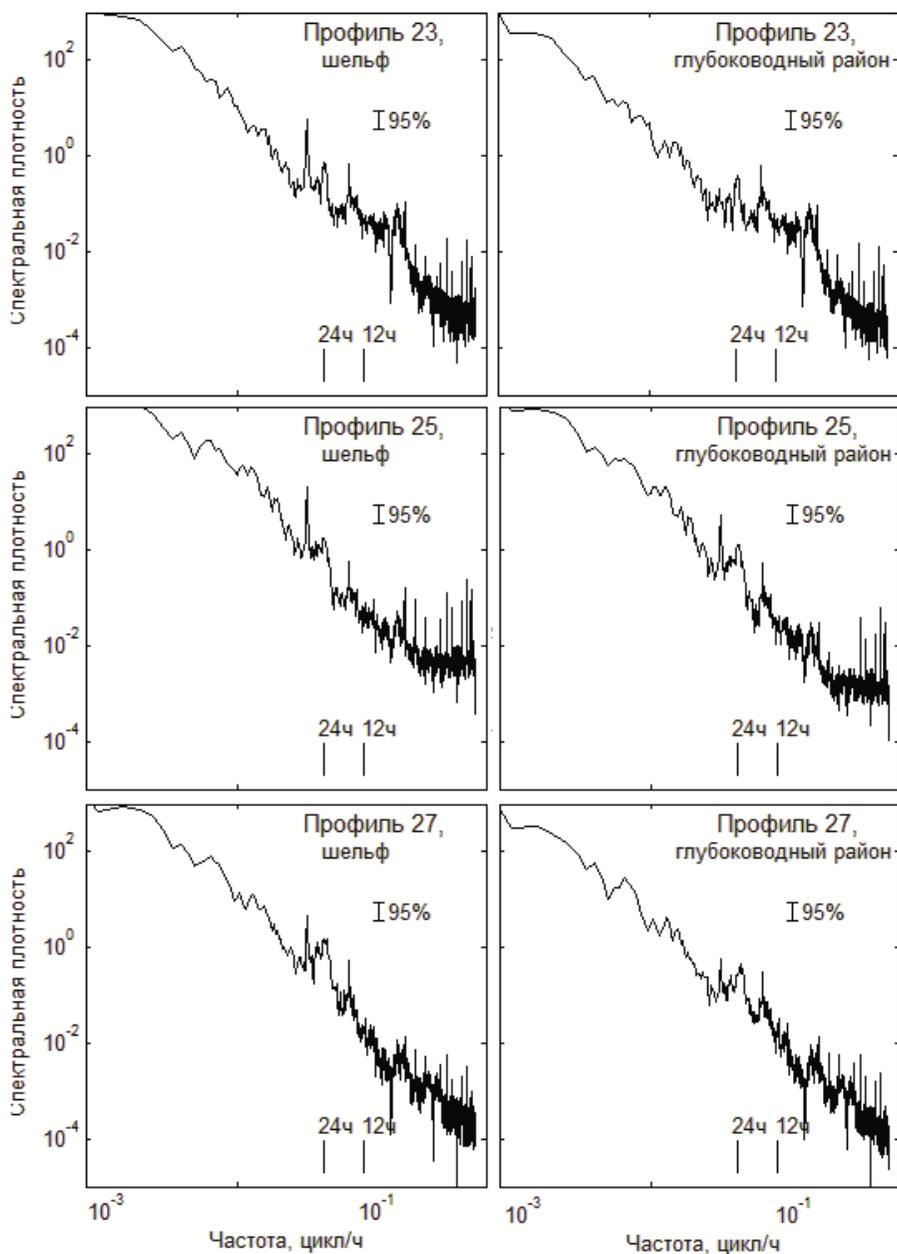
Интегрирование уравнений движения в эксперименте выполняется от нулевых начальных условий в течение двух лет (730 сут). Первый климатический год и зимние месяцы второго года используются для «разгона» модели. Для анализа берутся 10 мес второго года, начиная с марта, с дискретностью выдачи данных 45 мин. Сохранялись и анализировались данные по скорости поверхностных течений и уровню моря. Для 10 профилей 21–30 в районе Анатолийского побережья отобраны массивы данных (рис. 6). На каждом разрезе выбрано по 5 станций, равномерно разнесенных по профилю и расчетной сетке.



**Р и с. 6.** Рельеф дна расчетной области для проведения численных экспериментов по модели ИВМ. Точками на профилях 21–30 отмечены станции, для которых выполнен анализ хода уровня моря и скорости течений. Красная линия соответствует изогипсе 50 м, зеленая – 100 м

**F i g. 6.** The bottom relief of the area intended for numerical experiments using the model developed in the Institute of Numerical Mathematics. The points on the profiles 21–30 denote the stations where the sea level and current velocity variations are analyzed. Red line corresponds to the 50 m isohypse, green – to the 100 m one

**Анализ спектров уровня моря.** По данным климатического расчета для 50 станций, расположенных на профилях 21–30 Анатолийского побережья, были рассчитаны спектры амплитуд колебаний уровня моря с помощью быстрого преобразования Фурье [20]. Использовалось спектральное окно с выбранной длиной  $N = 7200$  ч (300 сут) и с половинным перекрытием. Следовательно, спектральное разрешение составляет  $\Delta f \approx 0,0033$  цикл/сут. На рис. 7 показаны спектры амплитуд колебаний уровня моря для станций, расположенных над шельфом и в глубоководной части (см. табл. 1), с 95%-ным доверительным интервалом. Частоты, соответствующие 12- и 24-часовым периодам, показаны вертикальными линиями.



**Р и с. 7.** Спектральная плотность амплитуд уровня ( $m^2/(\text{цикл}/ч)$ ) для профилей 23, 25, 27 на станциях, расположенных в районе шельфа (слева) и в глубоководной части моря (справа), по результатам моделирования в течение 10 мес второго года расчета

**F i g. 7.** Spectral density of the level amplitudes ( $m^2/\text{cycle}/h$ ) for profiles 23, 25 and 27 at the stations located in the shelf region (to the left) and in the deep part of the sea (to the right) based on the results of modeling in course of 10 months (the 2<sup>nd</sup> year of calculations)

Видно, что на всех спектрах выделяются 6-, 12- и 24-часовые пики. На глубоководных станциях 12-часовой пик выражен ярче. Колебания уровня моря на полусуточном периоде для всех спектров обладают максимальной

среди всех мезомасштабных колебаний амплитудой, в том числе превышающей спектральную амплитуду инерционных колебаний.

### Заключение

Сформулируем основные результаты проведенной работы. Нулевая мода захваченных волн представляет собой гибридную волну, объединяющую свойства волны Кельвина и волны Стокса в определенной частотной области, когда существенны как вращательные, так и топографические эффекты. На достаточно широком шельфе эти волны существуют в пределах полусуточных частот, а и их групповая скорость может стать нулевой. В экспериментах с реальной топографией получено, что профиль шельфовых волн определяется шириной шельфа и в меньшей степени – шириной материкового склона. Максимальная амплитуда отмечается вблизи кромки шельфа. Ширина материкового склона практически не влияет на амплитуду шельфовых волн.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Волны в пограничных областях океана / Под ред. В. В. Ефимова. Л. : Гидрометеоздат, 1985. 280 с.
2. *Ле Блон П., Майсек Л.* Волны в океане. Ч. 1. М. : Мир, 1981. 480 с.
3. *Mysak L. A.* Recent advances in shelf wave dynamics // *Reviews of Geophysics*. 1980. Vol. 18, iss. 1. P. 211–241.
4. *Palma E. D., Matano R. P., Piola A. R.* A numerical study of the Southwestern Atlantic Shelf circulation: Barotropic response to tidal and wind forcing // *Journal of Geophysical Research*. 2004. Vol. 109, C08014. doi:10.1029/2004JC002315
5. *Munk W., Snodgrass F., Wimbush M.* Tides off-shore: Transition from California coastal to deep-sea waters // *Geophysical Fluid Dynamics*. 1970. Vol. 1, iss. 1–2. P. 161–235. <https://doi.org/10.1080/03091927009365772>
6. *Гулл А.* Динамика атмосферы и океана. Т. 2. М. : Мир, 1986. 415 с.
7. *Ke Z., Yankovsky A. E.* The hybrid Kelvin-edge wave and its role in tidal dynamics // *Journal of Physical Oceanography*. 2010. Vol. 40. P. 2757–2767. <https://doi.org/10.1175/2010JPO4430.1>
8. *Pedlosky J.* Waves in the ocean and atmosphere: Introduction to wave dynamics. Springer-Verlag, 2003. 260 p. URL: <http://peterthio.com/waves-in-the-ocean-and-atmosphere.pdf> (дата обращения 20.01.2018).
9. *Yankovsky A. E., Zhang T.* Scattering of a semidiurnal barotropic Kelvin wave into internal waves over wide continental shelves // *Journal of Physical Oceanography*. 2017. Vol. 47, no. 10. P. 2545–2562. doi:10.1175/JPO-D-16-0284.1
10. *Huthnance J. M.* On trapped waves over a continental shelf // *Journal of Fluid Mechanics*. 1975. Vol. 69, iss. 4. P. 689–704. doi:10.1017/S0022112075001632
11. *Kurkin A., Pelinovsky E.* Focusing of edge waves above a sloping beach // *European Journal of Mechanics – B/Fluids*. 2002. Vol. 21, iss. 5. P. 561–577. doi:10.1016/S0997-7546(02)01201-3
12. *Yankovsky A. E.* Large-scale edge waves generated by hurricane landfall // *Journal of Geophysical Research*. 2009. Vol. 114, C03014. doi:10.1029/2008JC005113
13. *Игнатов Е. И.* Современные представления о рельефе берегов и дна Черного моря // *Вестник Московского университета. Серия 5: География*. 2010. № 1. С. 56–63. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=13081586> (дата обращения 20.01.2018).
14. Изменчивость гидрофизических полей Черного моря / Под ред. Б. А. Нелепо. Л. : Гидрометеоздат, 1984. 240 с.

15. *Блатов А. С., Иванов В. А.* Гидрология и гидродинамика шельфовой зоны Черного моря (на примере Южного берега Крыма). Киев : Наукова думка, 1992. 224 с.
16. *Залесный В. Б., Гусев А. В., Мошонкин С. Н.* Численная модель гидродинамики Черного и Азовского морей с вариационной инициализацией температуры и солености // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 2013. Т. 49, № 6. С. 699–716. URL: <http://elibrary.ru/item.asp?id=20466391> (дата обращения 20.01.2018).
17. *Марчук Г. И.* Методы вычислительной математики: учеб. пособие. Санкт-Петербург : Лань, 2009. 608 с. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=19458928> (дата обращения 20.01.2018).
18. CORE dataset website. URL: <http://data1.gfdl.noaa.gov/> (дата обращения 20.01.2018).
19. Субинерционные колебания в Черном море, порождаемые полусуточным приливным потенциалом / А. Н. Лукьянова [и др.] // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 2017. Т. 53, № 6. С. 710–717. doi:10.7868/S0003351517060058
20. *Emery W. J., Thomson R. E.* Data analysis methods in physical oceanography: 2-nd edition. Elsevier, 2001. 612 p.

*Об авторах:*

**Иванов Виталий Александрович**, руководитель направления по прибрежным исследованиям, ФГБУН МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), академик РАН, доктор физико-математических наук, профессор, **ResearcherID: I-7436-2013**, [vaivanov@mhi-gas.ru](mailto:vaivanov@mhi-gas.ru)

**Шульга Татьяна Яковлевна**, старший научный сотрудник, отдел гидрофизики шельфа, ФГБУН МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), кандидат физико-математических наук, **ORCID: 0000-0002-7873-6697**, **ResearcherID: P-9894-2015**, **SPIN-код: 2423-6440**, [shulgaty@mail.ru](mailto:shulgaty@mail.ru)

**Пластун Татьяна Владимировна**, младший научный сотрудник, отдел океанографии, ФГБУН МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), **SPIN-код: 7165-6187**, [ptv63@inbox.ru](mailto:ptv63@inbox.ru)

**Свищева Ирина Анатольевна**, ведущий инженер-программист, отдел гидрофизики шельфа, ФГБУН МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), **ORCID: 0000-0003-1501-3720**, **ResearcherID: M-4451-2018**, [svishcheva.iryana@gmail.com](mailto:svishcheva.iryana@gmail.com)