

## Применение принципов адаптивного моделирования морских экосистем к гидрохимическим наблюдениям в Севастопольской бухте

И. Е. Тимченко\*, Е. М. Игумнова, С. В. Свищев

\*E-mail: timchenko.syst.analysis@mhi-ras.ru

Поступила в редакцию 25.05.2018 г.

*Введение.* Прогноз сценариев развития процессов в сложных морских экосистемах осуществляется путем создания динамической модели морской экосистемы. При этом возникает необходимость найти способ формализации схемы причинно-следственных связей (влияний), т. е. построить систему уравнений для переменных модели, связывающих между собой функции, представляющие моделируемые процессы.

*Материалы и методы.* Предложены методы моделирования процессов в морских экосистемах, основанные на системных принципах адаптивного баланса влияний и информационного единства моделей процессов и данных наблюдений над ними.

*Анализ результатов.* Показано, что применение этих принципов позволяет строить адаптивные модели с отрицательными обратными связями 1-го и 2-го порядков между переменными модели и скоростями их изменения. Эти модели обеспечивают автоматическую подстройку переменных модели морской экосистемы друг к другу и к внешним влияниям, сохраняя при этом материальные балансы реакций превращения веществ в морской среде. По результатам вычислительных экспериментов установлено, что адаптивные модели 2-го порядка имеют более высокую чувствительность к внешним воздействиям на экосистему и более высокую скорость адаптации к ним. Применение принципов адаптивного моделирования проиллюстрировано на материалах гидрохимических наблюдений в Севастопольской бухте. Выполнен сравнительный анализ двух методов восстановления динамики концентрации нитритов по временным рядам наблюдений аммония и нитратов.

*Обсуждение и заключение.* Показано, что динамико-стохастическое уравнение дает существенно более высокую точность восстановления ненаблюдаемого процесса концентрации нитритов по сравнению с методом нормированных отношений средних значений. Кроме того, точность восстановления возрастает с увеличением длины временных рядов наблюдений, используемых при построении их ковариационной матрицы.

**Ключевые слова:** адаптивное моделирование, адаптивный баланс влияний, морская экосистема, восстановление ненаблюдаемых процессов, коэффициенты влияний, ковариационная матрица, динамико-стохастическое уравнение, нитрификация, Севастопольская бухта.

**Благодарности:** постановка исследований выполнена в рамках государственного задания по теме № 0827-214-0010 «Комплексные междисциплинарные исследования океанических процессов, определяющих функционирование и эволюцию экосистем Черного и Азовского морей на основе современных методов контроля состояния морской среды и гридтехнологий». Разработка модели и вычислительные эксперименты проведены в рамках научного проекта РФФИ и Правительства Севастополя № 18-47-920001 «Исследование принципов построения адаптивных моделей эколого-экономических систем и цифровых информационных технологий для управления сценариями устойчивого развития природно-хозяйственных комплексов Севастопольского региона».

**Для цитирования:** Тимченко И. Е., Игумнова Е. М., Свищев С. В. Применение принципов адаптивного моделирования морских экосистем к гидрохимическим наблюдениям в Севастопольской бухте // Морской гидрофизический журнал. 2019. Т. 35, № 1. С. 70–84. doi:10.22449/0233-7584-2019-1-70-84

© Тимченко И. Е., Игумнова Е. М., Свищев С. В., 2019

# Application of the Principles of the Marine Ecosystems' Adaptive Modeling to the Hydrochemical Observations in the Sevastopol Bay

I. E. Timchenko\*, E. M. Igumnova, S. V. Svishchev

*Marine Hydrophysical Institute, Russian Academy of Sciences, Sevastopol, Russia*

*\*e-mail: timchenko.syst.analysis@mhi-ras.ru*

**Introduction.** Scenarios of development of the processes in the complex marine ecosystems are forecasted by the models developed for marine ecosystems. At that the method for formalizing the scheme of the cause-effect relations (impacts) is required. In other words, it is necessary to construct the equation system for the model variables connecting the functions representing the modeled processes.

**Data and Methods.** Proposed are the methods for modeling the processes in the marine ecosystems based on the system principles of the adaptive balance of causes and informational unity of the processes' models and the corresponding observational data.

**Analysis of Results.** It is shown that application of these principles permits to construct the adaptive models with negative feedbacks of the 1<sup>st</sup> and the 2<sup>nd</sup> orders between the model variables and the speed of their variation. These models provide automatic fitting of the model variables to each other and to the external effects; at the same time they preserve the matter balances in the substance transformation reactions in the marine environment. The simulation results reveal that the 2<sup>nd</sup> order adaptive models are more sensitive to the external effects influencing the ecosystem and adapt to them quicker. Application of the adaptive modeling principles is illustrated by the data of hydrochemical observations in the Sevastopol Bay. Two methods of reconstructing dynamics of the nitrite concentration are comparatively analyzed using the time series of the ammonium and nitrate observations.

**Discussion and Conclusions.** It is shown that the dynamic-stochastic equation provides much higher accuracy of reconstruction of the unobserved process of the nitrite concentration as compared to the method of the normalized relations of the mean values. Besides, the reconstruction accuracy increases with growth of length of the observation time series applied at constructing their covariance matrix.

**Keywords:** adaptive modeling, adaptive balance of causes, marine ecosystem, reconstruction of the unobserved processes, influence coefficients, covariance matrix, dynamic-stochastic equation, nitrification, Sevastopol Bay.

**Acknowledgements:** the investigations are carried out within the framework of the state task on the theme No. 0827-214-0010 "Complex interdisciplinary investigations of the oceanic processes which condition functioning and evolution of the Black and Azov seas' ecosystems based on the modern methods of marine environment state control and the hydraulic technologies". The model is developed and the computing experiments are performed within the framework of the scientific project of the RFBR and the Sevastopol Administration No. 18-47-920001 "Study of the principles for constructing adaptive models of the ecological-economic systems and digital informational technologies for managing the scenarios of sustainable development of natural and economical complexes in the Sevastopol region".

**For citation:** Timchenko, I.E., Igumnova, E.M. and Svishchev, S.V., 2019. Application of the Principles of the Marine Ecosystems' Adaptive Modeling to the Hydrochemical Observations in the Sevastopol Bay. *Morskoy Gidrofizicheskiy Zhurnal*, [e-journal] 35(1), pp. 70-84. doi:10.22449/0233-7584-2019-1-70-84 (in Russian).

**Введение.** Созданию динамической модели морской экосистемы предшествует ее вербальное описание, которое в соответствии с принципами системного анализа [1–5] объединяет наиболее важные с точки зрения цели моделирования процессы в морской среде. Графическое изображение вербальной модели (концептуальная модель) содержит схему причинно-следственных

МОРСКОЙ ГИДРОФИЗИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 35 № 1 2019 71

связей, показывающую направления и знаки влияний одних процессов на другие. Располагая подобной схемой влияний, необходимо построить систему уравнений, связывающих между собой функции переменных модели, которые представляют моделируемые процессы.

Общий принцип формализации концептуальных моделей, открытый И. Ньютоном, гласит, что динамические уравнения процессов должны связывать переменные модели со скоростями изменения этих переменных с учетом внутрисистемных и внешних влияний \*. При этом влияния рассматриваются как причины, вызывающие отклонения устойчивой системы взаимосвязанных процессов от ее стационарного состояния равновесия, а отрицательная обратная связь переменной со скоростью ее изменения – как фактор устойчивости. Подобные способы формализации применяются в теории сложных адаптивных систем управления [6–14]. Идея И. Ньютона реализована путем использования в динамических уравнениях объектов управления отрицательных обратных связей, которые автоматически поддерживают в сложных системах балансы внутрисистемных и внешних влияний.

Подобный подход применяется в методе адаптивного баланса влияния (*ABC*-методе), предложенном в работах [4, 12] для моделирования морских экосистем и эколого-экономических систем берег – море. В этом методе наряду с известными принципами системного анализа (целостность системы, полнота внутрисистемных связей между ее объектами и др.) использованы новые принципы: адаптивного баланса влияний и информационного единства динамической модели процессов и данных наблюдений над этими процессами. Первый из принципов служит основой для построения нового класса адаптивных моделей, предназначенных для прогноза сценариев развития процессов в сложных системах. Второй обеспечивает усвоение данных наблюдений в адаптивных прогностических моделях систем и применяется для создания цифровых информационных технологий управления прогнозируемыми сценариями развития.

Наблюдаемая в природе устойчивость экосистем объясняется присущим им свойством адаптации (приспособления) к изменяющимся условиям существования живых организмов [13–15]. Это свойство использовано в рассматриваемом в настоящей работе методе построения адаптивных моделей морских экосистем. Основная проблема построения моделей морских экосистем заключается в нахождении коэффициентов уравнений, формализующих причинно-следственные связи между моделируемыми процессами. Необходимая для этого дополнительная информация обычно содержится в известных закономерностях преобразования химических веществ в морской среде и взаимодействия в ней живых объектов [15]. Однако используемые при этом подходе параметризации причинно-следственных связей содержат большое количество констант, определение которых затрудняет моделирование.

Перспективы устранения подобных затруднений связаны с растущим объемом инструментальных наблюдений в море. Регулярные съемки полей химико-биологических параметров, выполняемые по программам мониторинга

---

\* *Newton I. The Principia: Mathematical Principles of Natural Philosophy / Translated by I. Bernard Cohen and Anne Whitman. Berkeley : University of California Press, 1999. 1025 p.*

прибрежной морской среды (например, см. работу [11], а также информацию о гранте \* и отчет \*\*), позволяют использовать временные ряды наблюдений для оценки коэффициентов динамических моделей экосистем. В данной работе предлагаются алгоритмы формализации связей между процессами в адаптивной модели морской экосистемы на основе данных наблюдений, накопленных в результате многолетних съемок гидрохимических и гидробиологических полей. В частности, цель работы заключалась в построении динамического уравнения адаптивной модели нитрификации морской среды по временным рядам наблюдений, выполненных в акватории Севастопольской бухты.

**Адаптивные модели причинно-следственных связей в морских экосистемах.** Эти модели основаны на применении системного принципа адаптивного баланса влияний [4, 12]. Принцип постулирует, что экосистема находится в равновесном (стационарном) состоянии, когда внешние влияния, приложенные к ней, отсутствуют. В этом состоянии концентрации веществ  $u_i$  сохраняют средние значения  $C_i$ . Внешние влияния  $A_i$  приводят к отклонениям концентраций от своих равновесных значений, и экосистема непрерывно адаптирует концентрации веществ таким образом, чтобы выполнялся закон сохранения баланса влияний. Суть этого закона состоит в сохранении материальных балансов превращения веществ в морской экосистеме: под действием внутрисистемных и внешних влияний переменные экосистемы принимают такие значения, которые обеспечивают выполнение условия

$$u_i - C_i = \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij} (u_j - C_j) + A_i. \quad (1)$$

В этом выражении  $a_{ij}$  – коэффициенты влияний отклонений концентраций веществ  $u_j$  (ресурсов реакции) от своих средних значений  $C_j$ , формирующие отклонение  $u_i$  (продукта реакции) от своего среднего значения  $C_i$ . Число  $n$  обозначает количество моделируемых процессов, а символом  $A_i$  обозначены внешние влияния, приложенные к экосистеме.

Используя принцип построения уравнений динамических процессов, представим правые части формализованной модели экосистемы в виде функционалов влияний  $F_i(u_i, u_j, A_i)$ :

$$\frac{du_i}{dt} = F_i(u_i, u_j, A_i). \quad (2)$$

---

\* INTAS 2003-51-6196 “Energetics of heterotrophic-photoautotrophic microbial interaction: Verification of HP index and functional role of the community size structure”. URL: [https://cordis.europa.eu/project/rcn/71808\\_en.html](https://cordis.europa.eu/project/rcn/71808_en.html) (date of access: 20.12.2018).

\*\* Отчет о гидрохимической съемке Севастопольской бухты и реки Черная 18.09.2009 г. – 22.09.2009 г. / С. К. Коновалов [и др.]. Севастополь : МГИ НАН Украины, 2009 г. 32 с.

Сохранение балансов влияний будет обеспечено, если наложить на систему уравнений (2) следующие ограничения:

$$F_i(u_i, u_j, A_i) = C_i;$$

$$\frac{du_i}{dt} = r_i [C_i - F_i(u_i, u_j, A_i)], \quad (3)$$

где  $r_i$  – удельная скорость изменения функций  $u_i$ . Так как решения системы уравнений (3) достигаются при таких значениях  $u_i$ , когда все производные системы одновременно обращаются в нуль, функционалы влияний должны быть выражены из условий сохранения материальных балансов (1):

$$F_i(u_i, u_j, A_i) = C_i = u_i - \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij} (u_j - C_j) - A_i. \quad (4)$$

Подставляя выражение (4) в формулу (3), получим систему уравнений метода адаптивного баланса влияний с отрицательными обратными связями первого порядка относительно переменных  $u_i$

$$\frac{du_i}{dt} = r_i \left\{ C_i - \left[ u_i - \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij} (u_j - C_j) - A_i \right] \right\}. \quad (5)$$

Представим систему уравнений (5) в конечных разностях:

$$u_i^{k+1} = u_i^k + \Delta t r_i C_i - \Delta t r_i \left[ u_i^k - \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij} (u_j^k - C_j) - A_i^k \right].$$

С целью упрощения примем условие  $\Delta t r_i C_i = 1$ , которое всегда может быть удовлетворено выбором шага интегрирования по времени  $\Delta t$ . Тогда получим

$$u_i^{k+1} = u_i^k + 1 - \frac{1}{C_i} \left[ u_i^k - \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij} (u_j^k - C_j) - A_i^k \right].$$

Уравнения с отрицательными обратными связями первого порядка широко используются в приложениях теории сложных адаптивных систем в естествознании и технике [7, 9–12]. В частности, подобные уравнения применяются в известном методе системной динамики, разработанном Д. Форрестером [16]. Вместе с тем существуют иные способы представления функционала  $F_i(u_i, u_j, A_i)$  в системе (2), удовлетворяющие условиям сохранения балансов влияний.

В работах [4, 12] была предложена иная общая структура уравнений (3):

$$\frac{du_i}{dt} = r_i [u_i F_i^- - u_i F_i^+],$$

в которой  $F_i^+$  – монотонно растущий, а  $F_i^-$  – монотонно убывающий базовые функционалы влияний (4). В этом случае функционалы  $F_i^-$  сдерживают рост переменных  $u_i$ , контролируя положительные влияния источников, в то время как функционалы  $F_i^+$  сдерживают отрицательные влияния стоков, устремляющие переменные  $u_i$  к нулю. Если связать функционалы  $F_i^-$  и  $F_i^+$  между собой дополнительным условием

$$F_i^- + F_i^+ = 2C_i, \quad (6)$$

то управление источниками и стоками становится согласованным и модель экосистемы приобретает адаптивное свойство автоматического сохранения балансов влияний.

Пусть, например, в уравнении экосистемы переменная  $u_i$  находится под воздействием  $m$  положительных и  $n-m$  отрицательных влияний. Тогда функционалы  $F_i^+$  принимают вид

$$F_i^+ = u_i - \sum_{k=1, k \neq i}^m a_{ik}(u_k - C_k) + \sum_{l=1, l \neq i}^{n-m} a_{il}(u_l - C_l) - A_i.$$

Подставляя это выражение в систему уравнений (8) и используя соотношения (6) для определения функционалов  $F_i^-$ , получим систему уравнений адаптивной модели экосистемы с отрицательными обратными связями 2-го порядка

$$\frac{du_i}{dt} = 2r_i u_i \left\{ C_i - \left[ u_i - \sum_{k=1, k \neq i}^m a_{ik}(u_k - C_k) + \sum_{l=1, l \neq i}^{n-m} a_{il}(u_l - C_l) - A_i \right] \right\}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n. \quad (7)$$

Нетрудно видеть, что второй порядок отрицательной обратной связи обеспечивают в системе уравнений (7) квадраты переменных  $u_i$ , которые присутствуют в правых частях всех уравнений и имеют знаки минус. Конечно-разностное представление этой системы уравнений при дополнительном условии  $2\Delta t r_i C_i = 1$  принимает вид

$$u_i^{k+1} = 2u_i^k \left\{ 1 - \frac{1}{2C_i} \left[ u_i^k - \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij}(u_j^k - C_j) - A_i^k \right] \right\}. \quad (8)$$

**Примеры взаимной адаптации двух взаимосвязанных процессов.** Сравним на простых примерах свойства адаптации переменных к внутрисистемным и внешним влияниям, которыми обладают модели первого (5) и второго (7) порядков. Рассмотрим экосистему, состоящую из двух связанных между собой процессов, которые имеют противоположные по знакам влияния друг на друга. Примем, что экосистема находится под внешним

влиянием  $A_2$ , приложенным ко второму процессу. Адаптивную модель экосистемы представим двумя системами уравнений:

- с отрицательными обратными связями 1-го порядка в переменных  $v_1$  и  $v_2$ :

$$\frac{dv_1}{dt} = r_1 \{C_1 - [v_1 - a_{12}(v_2 - C_2)]\},$$

$$\frac{dv_2}{dt} = r_2 \{C_2 - [v_2 + a_{21}(v_1 - C_1) - A_2]\};$$

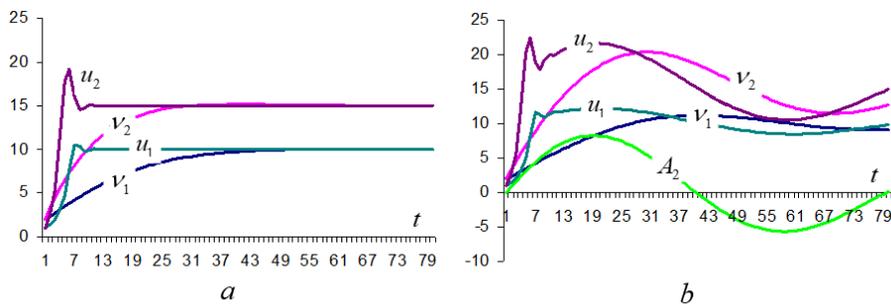
- с отрицательными обратными связями 2-го порядка в переменных  $u_1$  и  $u_2$ :

$$\frac{du_1}{dt} = 2r_1 u_1 \{C_1 - [u_1 - a_{12}(u_2 - C_2)]\},$$

$$\frac{du_2}{dt} = 2r_2 u_2 \{C_2 - [u_2 + a_{21}(u_1 - C_1) - A_2]\}.$$

Зададим следующее стационарное состояние экосистемы:  $C_1 = 10$ ,  $C_2 = 15$ . В качестве коэффициентов влияний выберем значения  $a_{12} = 0,33$ ,  $a_{21} = 0,75$ .

В первом эксперименте исследовано установление стационарного состояния экосистемы при произвольных начальных условиях:  $v_1 = v_2 = u_1 = u_2 = 1$  и  $A_2 = 0$  (рис. 1, *a*). Во втором эксперименте в каждой из моделей было включено внешнее влияние в форме функции источника  $A_2 = 10 \sin(0,8t) \exp(-0,1t)$  (рис. 1, *b*).



**Р и с. 1.** Сценарии процессов в адаптивных моделях экосистемы с отрицательными обратными связями 1-го и 2-го порядков

**F i g. 1.** Scenarios of the processes in the ecosystem adaptive models with negative feedbacks of the 1<sup>st</sup> and the 2<sup>nd</sup> orders

Сравнение сценариев адаптации моделей 1-го и 2-го порядков приводит к выводу об определенных преимуществах модели 2-го порядка. Прежде всего, сценарии процессов  $u_1$  и  $u_2$  в модели 2-го порядка быстрее приходят к стационарному состоянию (рис. 1, *a*). Эти сценарии значительно более чувствительны к внешнему влиянию, что обеспечивает более высокую

управляемость моделей 2-го порядка (рис. 1, *b*). Как следствие, время запаздывания сценариев по отношению к внешнему влиянию у модели 2-го порядка заметно меньше, чем у модели 1-го порядка (рис. 1, *b*). Основываясь на этих выводах, целесообразно использовать при моделировании причинно-следственных связей в морских экосистемах метод адаптивного баланса влияний с уравнениями 2-го порядка (7)–(8).

### Оценка коэффициентов влияний в адаптивных моделях экосистем.

Известны различные подходы к анализу наблюдений над процессами в экосистемах. Выбор подходов зависит от объема и качества данных наблюдений, имеющихся в распоряжении исследователя. Для оценки коэффициентов влияний  $a_{ij}$  по данным наблюдений в работах [3, 4, 8, 17] предложены вероятностные и экспертные методы. В данном исследовании мы воспользуемся оценками, основанными на известных статистических характеристиках моделируемых процессов: их средних значениях  $C_i$  и ковариационных связях между ними.

Рассмотрим случай, когда заранее известны только средние значения моделируемых процессов. Приведем ресурсные функции  $u_j$ , входящие в балансовые соотношения (2), к интервалам изменчивости продуктов экосистемы ( $0 \leq u_i \leq 2C_i$ ). Для этого выразим переменные модели экосистемы в балансовых соотношениях (1) в единицах измерения средних значений переменных. Тогда получим

$$u_i = C_i + \sum_{j=1, j \neq i}^n a'_{ij} \frac{C_i}{C_j} (u_j - C_j) + A'_i,$$

где  $a'_{ij}$  – безразмерные множители, которые подлежат определению.

Выполнение аналогичного преобразования приводит систему уравнений (7) к следующему виду:

$$\frac{du_i}{dt} = 2r_i u_i \left\{ C_i - \left[ u_i - \sum_{k=1, k \neq i}^m a'_{ik} \frac{C_i}{C_k} (u_k - C_k) + \sum_{l=1, l \neq i}^{n-m} a'_{il} \frac{C_i}{C_l} (u_l - C_l) - A'_i \right] \right\},$$

$$i, j = 1, 2, \dots, n. \quad (9)$$

Поскольку влияния ресурсов  $u_j$  в соотношениях (9) пропорциональны значениям отклонений  $u'_j = (u_j - C_j)$ , а степень этих влияний определяется величинами отношений средних значений  $C_i/C_j$ , можно принять множители  $a'_{ik}$  и  $a'_{il}$  равными. Это предположение означает, что они одинаково транслируют влияния ресурсов на продукты экосистемы. Тогда из соображений устойчивости решения системы уравнений (9) [11, 12] суммы положительных и отрицательных влияний должны быть нормированы к 0,5:

$$\frac{du_i}{dt} = 2r_i u_i \left\{ C_i - \left[ u_i - \frac{C_i}{2m} \sum_{k=1, k \neq i}^m C_k^{-1} (u_k - C_k) + \frac{C_i}{2(n-m)} \sum_{l=1, l \neq i}^{n-m} C_l^{-1} (u_l - C_l) - A_i \right] \right\}. \quad (10)$$

**Построение уравнения адаптивной модели с нормированными коэффициентами влияний по данным гидрохимических наблюдений в Севастопольской бухте.** Для проверки предложенного метода оценки коэффициентов влияний использованы данные наблюдений гидрохимических процессов, полученные в акватории Севастопольской бухты с мая 1998 г. по сентябрь 2016 г. В этот период времени была проведена 81 гидролого-гидрохимическая съемка концентрации неорганических растворенных форм азота. По результатам этих съемок сформированы временные ряды наблюдений аммония  $\text{NH}_4$ , нитритов  $\text{NO}_2$  и нитратов  $\text{NO}_3$ . Поскольку измерения в течение этого 18-летнего периода времени проводились нерегулярно, для того чтобы составить наиболее представительную выборку данных, результаты измерений были объединены в общие массивы и подвергнуты скользящему осреднению с интервалом 30 сут. Таким путем были получены графики многолетней среднемесячной изменчивости концентраций гидрохимических параметров в экосистеме Севастопольской бухты. Выявленные причинно-следственные связи между формами азота (рис. 2) согласуются с представленными в работе [18].



**Р и с. 2.** Первая и вторая стадии процесса нитрификации в структуре азотного цикла Севастопольской бухты

**F i g. 2.** The first and the second stages of the nitrification process in the nitrogen cycle structure in the Sevastopol Bay

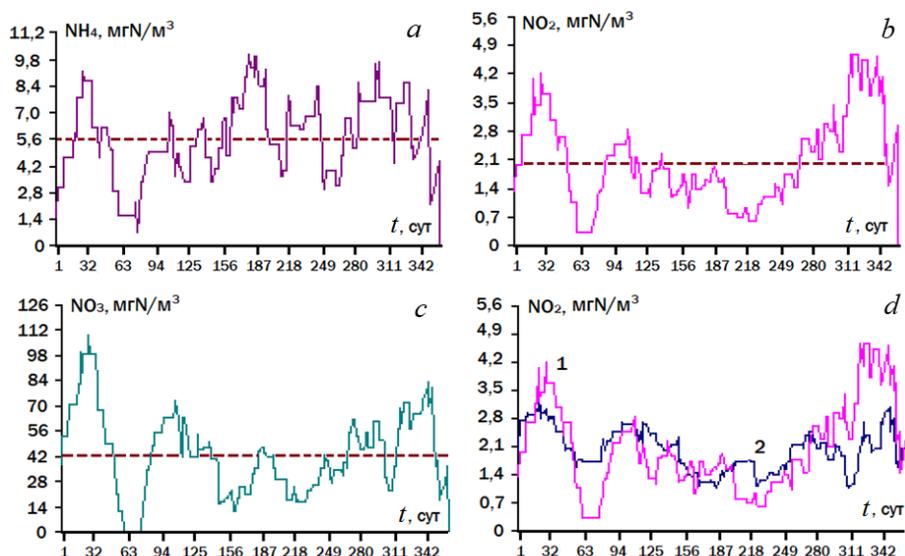
Построим адаптивное уравнение для концентрации нитритов  $u_2$  в некоторой точке бухты с учетом того, что концентрация аммония  $u_1$  расходуется на ее увеличение, а концентрация нитритов  $u_2$  в свою очередь расходуется на увеличение концентрации нитратов  $u_3$  (см. рис. 2). Будем считать, что известны только временные ряды наблюдений аммония  $\text{NH}_4$  и нитратов  $\text{NO}_3$ , а также средние значения всех процессов. Задача заключается в восстановлении ряда наблюдений  $\text{NO}_2$  при помощи уравнения (10) с нормированными коэффициентами влияний, частный случай которого рассмотрен в работе [18]. Полагая в этом уравнении  $n = 2$ ,  $m = 1$ , получим

$$\frac{du_2}{dt} = 2r_2 u_2 \left\{ C_2 - \left[ u_2 - \frac{C_2}{2} C_1^{-1} (u_1 - C_1) + \frac{C_2}{2} C_3^{-1} (u_3 - C_3) \right] \right\},$$

или в конечных разностях с учетом уравнений (8)

$$u_2^{k+1} = 2u_2^k \left\{ 1 - \frac{1}{2C_2} \left[ u_2^k - \frac{C_2}{2} C_1^{-1} (u_1^k - C_1) + \frac{C_2}{2} C_3^{-1} (u_3^k - C_3) \right] \right\}.$$

Графики средней многолетней среднемесячной изменчивости концентраций  $\text{NH}_4$ ,  $\text{NO}_2$  и  $\text{NO}_3$  показаны на рис. 3, *a* – *c*. Результаты вычислений при  $C_1 = 5,60 \text{ мг N/м}^3$ ,  $C_2 = 2,03 \text{ мг N/м}^3$  и  $C_3 = 42,35 \text{ мг N/м}^3$  приведены на рис. 3, *d*.



**Р и с. 3.** Внутригодовая изменчивость гидрохимических параметров ( $\text{мг N/м}^3$ ) в Севастопольской бухте:  $\text{NH}_4$  (*a*),  $\text{NO}_2$  (*b*),  $\text{NO}_3$  (*c*); сравнение наблюдаемых (розовая кривая) и моделируемых (синяя кривая) концентраций  $\text{NO}_2$  (*d*)

**F i g. 3.** Intra-year variability of hydrochemical parameters ( $\text{mg N/м}^3$ ) in the Sevastopol Bay:  $\text{NH}_4$  (*a*),  $\text{NO}_2$  (*b*),  $\text{NO}_3$  (*c*); comparison of the observed (pink curve) and the modeled (blue curve)  $\text{NO}_2$  concentrations (*d*)

Как следует из рис. 3, *d*, восстановленный сценарий концентрации  $\text{NO}_2$  (синяя кривая) в основном правильно отслеживает тенденции изменения реального сценария (розовая кривая). Однако отклонения восстановленного сценария от среднего значения  $C_2 = 2,03 \text{ мг N/м}^3$  заметно меньше, чем у реального. Поэтому отношение дисперсии ошибки восстановления к дисперсии реального сценария составило 1,94, что соответствует отношению среднеквадратичных значений, равному 1,38. Отметим, что для восстановления сценария этим способом использована минимальная информация о процессе  $\text{NO}_2$  (только его среднее значение).

**Использование статистических связей между моделируемыми процессами для построения динамико-стохастического уравнения адаптивной модели второго порядка.** Предположим теперь, что кроме средних значений процессов известны еще и коэффициенты статистических связей между всеми процессами. Уравнения, в которых для уточнения прогностических модельных оценок используются статистические связи между данными наблюдений, будем называть динамико-стохастическими [8]. Поставим цель: выразить величины безразмерных множителей  $a'_{ik}$  и  $a'_{il}$  в системе уравнений (9)

через известные статистические связи процессов, используя их ковариационную матрицу  $R_{ij} = E\{u_i u_j\}$ . Обозначим отклонения процессов от своих средних значений как  $u'_i = u_i - C_i$ . В этом случае балансовые соотношения, лежащие в основе адаптивной модели (9), могут быть представлены в следующем виде:

$$u' = \sum_{k=1, k \neq i}^m a'_{ik} \frac{C_i}{C_k} u'_k - \sum_{l=1, l \neq i}^{n-m} a'_{il} \frac{C_i}{C_l} u'_l + A'_i, \quad (11)$$

где  $A'_i$  – отклонения внешних влияний на процессы  $u_i$  от своих средних значений. Будем считать, что внешние влияния не коррелируются с внутренними процессами в экосистеме. Это предположение вытекает из принципов системного анализа [1–3]: внутренние процессы в системе не могут влиять на внешние процессы в окружающей среде, так как иначе процессы в окружающей среде окажутся элементами самой этой системы, и тогда они должны быть включены в ее структуру.

Умножая правую часть уравнения (11) поочередно на  $u'_k$  и  $u'_l$ , выполняя осреднение полученных выражений и используя обозначения для элементов ковариационной матрицы  $R_{ij}$ , получим следующую систему алгебраических уравнений относительно множителей  $a'_{ik}$  и  $a'_{il}$ :

$$\begin{aligned} R_{ik} &= \sum_{k=1, k \neq i}^m a'_{ik} C_i C_k^{-1} R_{kk} - \sum_{l=1, l \neq i}^{n-m} a'_{il} C_i C_l^{-1} R_{lk}, \\ R_{il} &= \sum_{k=1, k \neq i}^m a'_{ik} C_i C_k^{-1} R_{kl} - \sum_{l=1, l \neq i}^{n-m} a'_{il} C_i C_l^{-1} R_{ll}. \end{aligned} \quad (12)$$

Решение этой системы уравнений завершает построение динамико-стохастической модели (9), (12) для описания причинно-следственных связей в морской экосистеме. Для того чтобы решения уравнений (9) удовлетворяли установленным интервалам изменчивости переменных ( $0 \leq u_i \leq 2C_i$ ), система этих уравнений должна быть дополнена логическими условиями

$$u_i = \begin{cases} 0, & \text{if } [u_i < 0] \\ u_i & \\ 2C_i, & \text{if } [u_i > 2C_i] \end{cases}. \quad (13)$$

**Применение динамико-стохастического уравнения адаптивной модели 2-го порядка к данным гидрохимических наблюдений в Севастопольской бухте.** Применим систему динамико-стохастических уравнений (9), (12), (13) к рассмотренным выше данным гидрохимических наблюдений в Севастопольской бухте. Для восстановления сценария процесса  $u_2$  необходимы не только значения процессов  $u'_1$  и  $u'_3$ , но и элементы ковариационной матрицы  $R_{ij}$ ,  $i, j = 1, 2, 3$ . Это открывает возможность восстанавливать сценарии процесса  $u_2$  по данным наблюдений процессов  $u_1$  и  $u_3$  с использованием текущих или предшествующих значений ковариационной матрицы.

Составим балансовое соотношение, связывающее между собой реакции взаимодействия веществ (рис. 2), без учета внешних влияний:

$$u'_2 = a_{21}u'_1 - a_{23}u'_3.$$

Приведем переменные  $u_1$  и  $u_3$  к интервалу изменчивости переменной  $u_2$ . Для этого выразим все переменные в единицах измерения их средних значений подобно тому, как было выведено соотношение (15):

$$u'_2 = a'_{21} \frac{C_2}{C_1} u'_1 - a'_{23} \frac{C_2}{C_3} u'_3. \quad (14)$$

Умножая выражение (14) поочередно на  $u'_1$  и  $u'_3$ , выполняя осреднение полученных выражений и учитывая обозначения элементов ковариационной матрицы  $R_{ij}$ , получим систему уравнений для нахождения безразмерных множителей  $a'_{21}$  и  $a'_{23}$

$$\begin{aligned} R_{21} &= a'_{21} \frac{C_2}{C_1} R_{11} - a'_{23} \frac{C_2}{C_3} R_{31}, & a'_{21} &= \frac{C_1 (R_{21}R_{33} - R_{23}R_{31})}{C_2 (R_{11}R_{33} - R_{13}R_{31})}, \\ R_{23} &= a'_{21} \frac{C_2}{C_1} R_{13} - a'_{23} \frac{C_2}{C_3} R_{33}, & a'_{23} &= \frac{C_3 (R_{13}R_{21} - R_{11}R_{23})}{C_2 (R_{11}R_{33} - R_{13}R_{31})}. \end{aligned} \quad (15)$$

или

Теперь, используя балансовое соотношение для переменной  $u_2$

$$u'_2 = C_2 + a'_{21} \frac{C_2}{C_1} u'_1 - a'_{23} \frac{C_2}{C_3} u'_3$$

и систему уравнений модели (9), получим искомое динамико-стохастическое уравнение адаптивной модели процесса  $u_2$

$$\frac{du_2}{dt} = 2r_2 u_2 \left\{ C_2 - \left[ u_2 - \frac{(R_{21}R_{33} - R_{23}R_{31})u'_1 + (R_{13}R_{21} - R_{11}R_{23})u'_3}{R_{11}R_{33} - R_{31}^2} \right] \right\}. \quad (16)$$

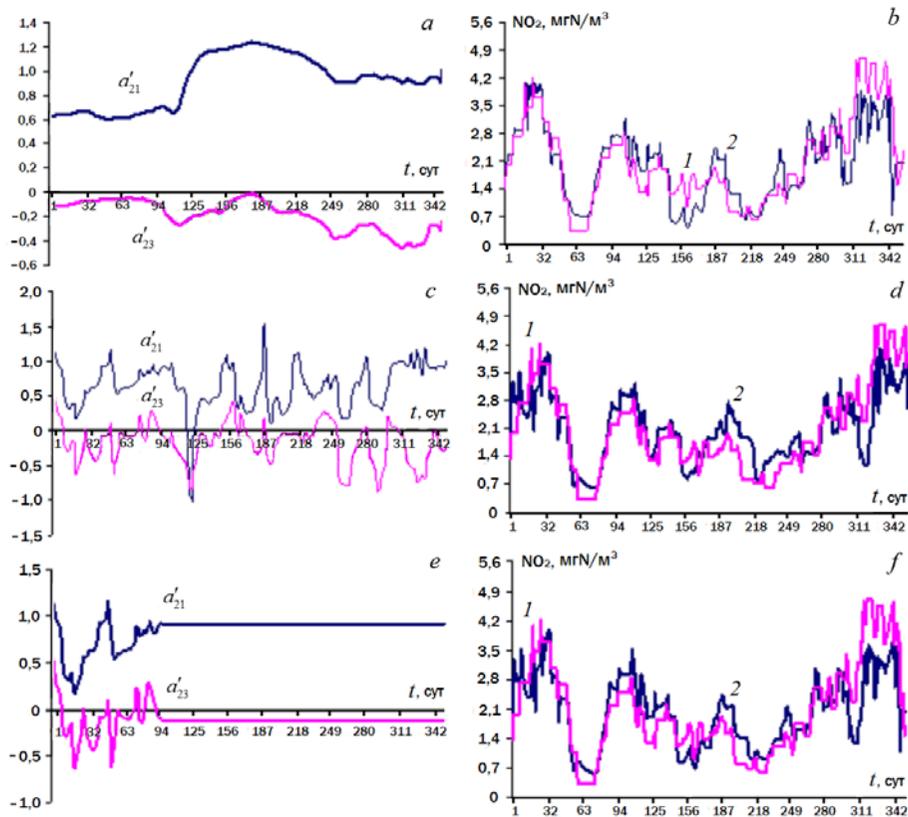
Применим это уравнение для восстановления процесса  $\text{NO}_2$  с учетом его ковариационных связей с процессами  $\text{NH}_4$  и  $\text{NO}_3$ .

Представим уравнение (16) в конечных разностях, исходя из соотношения (8):

$$u_2^{k+1} = 2u_2^k \left\{ 1 - \frac{1}{2C_2} \left[ u_2^k - \frac{(R_{21}^k R_{33}^k - R_{23}^k R_{31}^k)u_1'^k + (R_{13}^k R_{21}^k - R_{11}^k R_{23}^k)u_3'^k}{R_{11}^k R_{33}^k - (R_{31}^k)^2} \right] \right\}. \quad (17)$$

Результаты вычислительных экспериментов, проведенных с использованием уравнения (17), суммированы на рис. 4.

Отметим, что в уравнении (17) применялись переменные коэффициенты влияния благодаря тому, что элементы ковариационной матрицы  $R_{ij}$  рассчитывались по выборкам из рядов наблюдений при различных интервалах скользящего осреднения произведений  $u_i u_j$ .



**Р и с. 4.** Коэффициенты влияний в динамико-стохастическом уравнении (17) и сравнение наблюдаемых (кривые 1) и моделируемых с помощью этого уравнения (кривые 2) концентраций  $\text{NO}_2$   
**F i g. 4.** Influence coefficients in the dynamic-stochastic equation (17), and comparison of the observed (curves 1) and the modeled by (17) (curves 2) concentrations of  $\text{NO}_2$

На рис. 4, *a* приведены сценарии безразмерных множителей  $a'_{21}$  и  $a'_{23}$ , найденных путем решения уравнений (15), в которых элементы ковариационной матрицы были рассчитаны путем скользящего осреднения по 200 значениям временных рядов наблюдений. Результаты восстановления ряда наблюдений  $\text{NO}_2$  с учетом этих множителей приведены на рис. 4, *b* (кривая 1). Для оценки точности восстановления процесса  $\text{NO}_2$  найдено отношение дисперсии ошибки воспроизведения временного ряда к дисперсии самого ряда. Это отношение равно 0,067, что соответствует отношению среднеквадратичных значений 0,26.

Более короткие отрезки рядов наблюдений при вычислении текущих значений ковариационной матрицы понижали точность восстановления процесса  $\text{NO}_2$ . Примеры использования матрицы с элементами, рассчитанными по 25 значениям рядов наблюдений, приведены на рис. 4, *c, d*. В этом случае сценарии множителей  $a'_{21}$  и  $a'_{23}$  стали более изменчивыми (рис. 4, *c*), однако точность восстановления процесса  $\text{NO}_2$  по отношению дисперсий уменьшилась до значения 0,69, а по отношению среднеквадратичных значений  $\text{NO}_2$  – до значения 0,83.

Еще один эксперимент был проведен для случая, когда в распоряжении исследователя имеется короткий ряд наблюдений восстанавливаемого процесса для оценки ковариационной матрицы. Для получения оценок были выбраны первые 100 значений ряда наблюдений  $\text{NO}_2$ . Начиная со 101-го значения и до конца этого ряда, восстановление значений производилось с учетом ковариационной матрицы, зафиксированной на 100-м шаге вычислений. Графики коэффициентов влияний представлены на рис. 4, *e*, а результаты восстановления ряда – на рис. 4, *f*. Точность восстановления процесса  $\text{NO}_2$  по отношению дисперсий составила 0,37, а по отношению среднеквадратичных значений – 0,61.

**Заключение.** Рассмотренные в этой работе методы моделирования процессов в морских экосистемах основаны на принципах адаптивного баланса влияний и информационного единства динамических моделей процессов и данных наблюдений над ними. Принцип адаптивного баланса позволяет строить модели 1-го и 2-го порядков, которые обеспечивают автоматическую подстройку переменных модели морской экосистемы друг к другу, сохраняя при этом материальные балансы реакций превращения веществ в морской среде. Как показали результаты вычислительных экспериментов, адаптивные модели 2-го порядка имеют более высокую чувствительность к внешним воздействиям на экосистему и более высокую скорость адаптации к ним. Принцип информационного единства модели и данных наблюдений позволяет усваивать новую информацию в адаптивных моделях экосистем путем включения данных наблюдений в качестве дополнительных источников внешних влияний.

Принципы адаптивного моделирования морских экосистем проиллюстрированы на материалах гидрохимических наблюдений в Севастопольской бухте. Выполнен сравнительный анализ двух методов восстановления динамики концентрации нитритов по временным рядам наблюдений аммония и нитратов. В первом из методов предполагалось, что известны лишь средние значения этих процессов, использованные для оценки коэффициентов влияний методом нормированных отношений средних значений в адаптивном уравнении концентрации нитритов 2-го порядка. Во втором считались известными статистические связи между процессами, что позволило применить адаптивное динамико-стохастическое уравнение концентрации нитритов с коэффициентами влияний, рассчитанными по ковариационной матрице трех процессов. Результаты анализа показали, что динамико-стохастическое уравнение дает существенно более высокую точность восстановления ненаблюдаемого процесса концентрации нитритов по сравнению с методом нормированных отношений средних значений. Кроме того, точность восстановления возрастает с увеличением длины временных рядов наблюдений, используемых при построении их ковариационной матрицы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bertalanffy von L. The History and Status of General Systems Theory // The Academy of Management Journal. 1972. Vol. 15, No. 4. P. 407–426. URL: <http://www.perflensburg.se/Bertalanffy.pdf> (date of access: 30.12.2018).
2. Мусеев Н. Н., Александров В. В., Тарко А. М. Человек и биосфера : Опыт системного анализа и эксперименты с моделями. М. : Наука, 1985. 271 с.

3. Long R. D., Charles A., Stephenson R. L. Key principles of marine ecosystem-based management // Marine Policy. 2015. Vol. 57. P. 53–60. <http://dx.doi.org/10.1016/j.marpol.2015.01.013>
4. Тимченко И. Е., Игумнова Е. М., Тимченко И. И. Системный менеджмент и ABC-технологии устойчивого развития. Севастополь : ЭКОСИ-Гидрофизика, 2000. 225 с.
5. Changes in the global value of ecosystem services / R. Costanza [et al.] // Global Environmental Change. 2014. Vol. 26. P. 152–158. <http://dx.doi.org/10.1016/j.gloenvcha.2014.04.002>
6. Kalman R. E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems // Journal of Basic Engineering. 1960. Vol. 82, iss. 1. P. 35–45. <http://dx.doi.org/10.1115/1.3662552>
7. Adaptive Environmental Assessment and Management / C. S. Holling (ed.). Wiley ИАASA. Chichester : John Wiley, 1978. 377 p. (International Series on Applied Systems Analysis, vol. 3). URL: <http://pure.iiasa.ac.at/id/eprint/823/1/XB-78-103.pdf> (date of access: 30.12.2018).
8. Timchenko I. E. Stochastic Modeling of Ocean Dynamics / Transl. by E. T. Premuzic. Chur : Harwood Academic Publishers, 1984. 320 p.
9. Holland J. H. Adaptation in Natural and Artificial Systems : an Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence. Cambridge, Mass. : MIT Press, 1992. 211 p.
10. Timchenko I. E., Igumnova E. M. Integrated Management of Economic-Ecological Sea-Land Systems // Physical Oceanography. 2005. Vol. 15, iss. 4. P. 247–263. <https://doi.org/10.1007/s11110-005-0046-x>
11. Ivanov V. A., Igumnova E. M., Timchenko I. E. Coastal Zone Resources Management. К. : Academperiodika, 2012. 304 p.
12. Timchenko I. E., Igumnova E. M., Timchenko I. I. Adaptive Balance Models for Environmental-Economic Systems. CreateSpace Independent Publishing Platform, 2016. 486 p.
13. Mathematical Models in Biological Oceanography / Ed. T. Platt, K. H. Mann, R. E. Ulanowicz. Paris : The UNESCO Press, 1981. 157 p.
14. Murray J. D. Mathematical Biology II: Spatial Models and Biomedical Applications. N.-Y. : Springer, 2008. 736 p.
15. Fasham M. J. R., Ducklow H. W., McKelvie S. M. A nitrogen-based model of plankton dynamics in the oceanic mixed layer // Journal of Marine Research. 1990. Vol. 48, no. 3. P. 591–639. <https://doi.org/10.1357/002224090784984678>
16. Forrester J. W. System Dynamics and the Lessons of 35 Years // The Systemic Basis of Policy Making in the 1990s / Ed. K. B. De Greene. Massachusetts : Sloan School of Management MIT, 1991. 35 p. URL: <http://static.clexchange.org/ftp/documents/system-dynamics/SD1991-04SDandLessonsof35Years.pdf> (date of access: 30.12.2018).
17. Saaty T. L. Fundamentals of Decision Making and Priority Theory with the Analytic Hierarchy Process. Pittsburgh : RWS Publications, 2000. 478 p. (Analytic Hierarchy Process Series, Vol. 6).
18. Свищев С. В. Адаптивное моделирование нитрификации в Севастопольской бухте // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон моря. Севастополь : МГИ, 2018. Вып. 2. С. 60–65. doi: 10.22449/2413-5577-2018-2-60-65

*Об авторах:*

**Тимченко Игорь Евгеньевич**, заместитель главного редактора, заведующий отделом системного анализа, ФГБУН МГИ (299011, Россия, Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), доктор физико-математических наук, профессор, **ResearcherID: A-8650-2017**, [timchenko.syst.analysis@mhi-ras.ru](mailto:timchenko.syst.analysis@mhi-ras.ru)

**Игумнова Екатерина Михайловна**, ведущий инженер, отдел оптики и биофизики моря, ФГБУН МГИ (299011, Россия, Севастополь, ул. Капитанская, д. 2)

**Свищев Сергей Владимирович**, ведущий инженер-исследователь, отдел системного анализа, ФГБУН МГИ (299011, Россия, Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), **ResearcherID: T-1962-2018**, **ORCID ID: 0000-0003-4673-7609**, [sergsvishchev09@gmail.com](mailto:sergsvishchev09@gmail.com)