

Моделирование циркуляции океана с к-омега и к-эпсилон параметризациями вертикального турбулентного обмена

В. Б. Залесный^{1, 2, *}, С. Н. Мошонкин^{1, 2}, В. Л. Перов³,
А. В. Гусев^{1, 2, 4}

¹Институт вычислительной математики им. Г. И. Марчука РАН, Москва, Россия

²Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь, Россия

³Гидрометеорологический научно-исследовательский центр Российской Федерации, Москва, Россия

⁴Институт океанологии им. П. П. Ширшова РАН, Москва, Россия

*E-mail: vzalesny@yandex.ru

Поступила в редакцию 19.07.2019 г.

Цель. Развитие модели общей циркуляции океана за счет усовершенствования описания процессов вертикального турбулентного обмена теплом, солью и импульсом, которые существенно влияют на качество воспроизведения циркуляции и термохалинной структуры океана при использовании моделей, основанных на системе примитивных уравнений гидротермодинамики океана, – основная цель работы.

Методы и результаты. Основным инструментом настоящих исследований является сигма-модель циркуляции океанов и морей, разработанная в Институте вычислительной математики им. Г. И. Марчука РАН. Система уравнений в приближениях несжимаемости, гидростатики и Буссинеска дополняется $k-\omega$ и $k-\varepsilon$ параметризациями вертикального турбулентного обмена, уравнения которых решаются методом расщепления по физическим процессам. Уравнения расщепляются на этапы, описывающие перенос – диффузию попарных функций $k-\omega$ и $k-\varepsilon$ и их генерацию – диссипацию. На этапе генерации – диссипации уравнения для турбулентных характеристик решаются аналитически. При этом используются функции устойчивости, полученные на основе спектрального алгоритма. Для оценки качества двух параметризаций вертикального турбулентного обмена проводятся численные расчеты циркуляции Северной Атлантики – Северного Ледовитого океана и исследуются характеристики верхнего слоя океана.

Выводы. Показано, что структура крупномасштабных полей Северной Атлантики – Северного Ледовитого океана чувствительна к выбору моделей вертикальной турбулентности. В частности, при использовании параметризации $k-\varepsilon$ скорость вовлечения вод сезонного пикноклина в зону развитой турбулентности заметно выше, чем при $k-\omega$ параметризации.

Ключевые слова: циркуляция океана, к-омега параметризация, к-эпсилон параметризация, метод расщепления, вертикальный турбулентный обмен, Северная Атлантика.

Благодарности: работа выполнена в Институте вычислительной математики им. Г. И. Марчука РАН, Морском гидрофизическом институте РАН и Гидрометеорологическом научно-исследовательском центре Российской Федерации при поддержке Российского научного фонда (грант № 17-77-30001) и РФФИ (грант № 18-05-00177).

Для цитирования: Моделирование циркуляции океана с к-омега и к-эпсилон параметризациями вертикального турбулентного обмена / В. Б. Залесный [и др.] // Морской гидрофизический журнал. 2019. Т. 35, № 6. С. 517–529. doi: 10.22449/0233-7584-2019-6-517-529

Ocean Circulation Modeling with K-Omega and K-Epsilon Parameterizations of Vertical Turbulent Exchange

V. B. Zalesny^{1, 2, *}, S. N. Moshonkin^{1, 2}, V. L. Perov³, A. V. Gusev^{1, 2, 4}

¹Marchuk Institute of Numerical Mathematics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

²Marine Hydrophysical Institute, Russian Academy of Sciences, Sevastopol, Russia

³Hydrometeorological Research Center of Russian Federation, Moscow, Russia

⁴Shirshov Institute of Oceanology, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

e-mail: vzalesny@yandex.ru

Purpose. The main goal of the work is to advance the ocean general circulation model by improving description of the processes of vertical turbulent exchange of heat, salt and momentum which significantly affect quality of reproducing the ocean circulation and thermohaline structure using the models based on a system of the ocean hydrothermodynamics primitive equations.

Methods and Results. The main instrument of the research is the sigma model of the oceanic and marine circulation developed at the Marchuk Institute of Numerical Mathematics, RAS. In the incompressibility, hydrostatics and Boussinesq approximations, the system of equations is supplemented with the $k-\omega$ and $k-\varepsilon$ parameterizations of the vertical turbulent exchange, the equations for which are solved by the splitting method applied to the physical processes. The equations are split into the stages describing transport-diffusion of the turbulence characteristics and their generation-dissipation. At the generation-dissipation stage, the equations for turbulent characteristics are solved analytically. At that, the stability functions resulted from application of the spectral algorithm are used. To assess quality of two parameterizations of the vertical turbulent exchange, the North Atlantic–Arctic Ocean circulation is numerically simulated and the upper ocean layer characteristics are studied.

Conclusions. It is shown that the structure of the North Atlantic–Arctic Ocean large-scale fields is sensitive to choice of the vertical turbulence models. In particular, application of the $k-\varepsilon$ parameterization is accompanied by a noticeably higher rate of involvement of the seasonal pycnocline waters in the developed turbulence zone than that resulting from application of the $k-\omega$ parameterization.

Keywords: ocean circulation, k-omega parameterization, k-epsilon parameterization, splitting method, vertical turbulent exchange, North Atlantic.

Acknowledgements: The investigation is carried out in the Marchuk Institute of Numerical Mathematics, RAS and the Hydrometeorological Research Center of Russian Federation at support of the Russian Science Foundation (grant No 17-77-30001) and the Russian Foundation for Basic Research (grant No 18-05-00177).

For citation: Zalesny, V.B., Moshonkin, S.N., Perov, V.L. and Gusev, A.V., 2019. Ocean Circulation Modeling with K-Omega and K-Epsilon Parameterizations of Vertical Turbulent Exchange. *Physical Oceanography*, [e-journal] 26(6), pp. 455-466. doi:10.22449/1573-160X-2019-6-455-466

Введение

Модели общей циркуляции океана (МОЦО) основываются, как правило, на системах примитивных уравнений [1–4]. Можно выделить несколько основных отличий МОЦО от моделей классической гидродинамики, а именно: наличие вращения (ускорение Кориолиса); упрощение третьего уравнения движения до гидростатического соотношения; «искусственное» перемешивание по вертикали до достижения устойчивой стратификации; свободная верхняя поверхность – уровень моря и упрощение кинематического граничного условия; сложная береговая граница, наличие островов, переменный рельеф дна. Модели динамики морей и океанов описываются сложными неклассическими системами, включающими эволюционные и диагностические уравнения, и требуют разработки специальных численных алгоритмов [1, 2,

5–8]. К особенностям задач динамики морей и океанов следует отнести малый горизонтальный масштаб моделируемых явлений и малое количество данных наблюдений.

Практические расчеты показывают, что повышение пространственного разрешения и учет данных наблюдений являются кардинальными факторами улучшения моделирования [8–10]. Важным ресурсом повышения адекватности МОЦО является наличие параметризаций подсеточных процессов [11–14]. Модели должны постоянно обогащаться физически обоснованными параметризациями, поскольку явно описать океанскую динамику в ближайшее время вряд ли возможно. Особенно это касается мезо- и субмезомасштабной изменчивости, динамики прибрежных зон и акваторий в высоких широтах, где радиус Россби около 1–5 км. Параметризация подсеточных процессов остается одной из важнейших задач моделирования и прогноза гидрофизических и метеорологических полей [14–24].

Особенностью модели общей циркуляции океана Института вычислительной математики (ИВМ) РАН является запись ее уравнений в эволюционной форме и алгоритм решения, основанный на методе расщепления по физическим процессам [1, 2]. Развитие модели – ее физическое обогащение, включение нового фактора или параметризации также проводится в рамках метода расщепления. Новая модельная подсистема задается в эволюционной форме, а ее оператор представляется в виде суммы подоператоров более простой структуры [11, 12]. Этому условию удовлетворяют $k-\omega$ и $k-\varepsilon$ модели вертикальной турбулентности.

Параметризация вертикального турбулентного обмена импульсом, теплом и солью является важным фактором физического развития модели. Пространственно-временные масштабы вертикального турбулентного обмена значительно меньше масштабов крупномасштабной циркуляции. Они составляют примерно 1–10 км по горизонтали, 1–10 м по вертикали и от секунд до нескольких часов по времени. Для примитивных моделей это подсеточный процесс, подлежащий параметризации.

Часто турбулентное перемешивание описывают в МОЦО оператором второго порядка с коэффициентами турбулентного обмена импульсом ν_u , теплом ν_T и солью ν_S [11–15]. Для определения коэффициентов обмена используются модели, основанные на двух уравнениях [17]. Первое уравнение записывается для кинетической энергии турбулентности (КЭТ) k , второе – либо для масштаба турбулентности l ($k-kl$ модель), либо для скорости удельной диссипации КЭТ ε ($k-\varepsilon$ модель), либо для частоты ω ($k-\omega$ модель). Характеристики l , ε , ω связаны алгебраическими соотношениями. Эти модели описывают развитую турбулентность и разделяют слои с развитой и слаборазвитой перемежающейся турбулентностью. Перемешивание в слоях слаборазвитой турбулентности осуществляется за счет двойной диффузии, разрушения внутренних и приливных волн и других эффектов [18, 19].

Мы развиваем эффективный алгоритм решения $k-\omega$ и $k-\varepsilon$ уравнений турбулентности. Как и уравнения МОЦО, уравнения турбулентности решаются с помощью метода расщепления по физическим процессам. Уравнения расщепляются на два основных этапа: переноса – диффузии и генерации –

диссипации соответствующих функций. Причем на втором этапе расщепления уравнения турбулентности решаются аналитически. В работе описываются результаты использования данных параметризаций при моделировании крупномасштабных полей Северной Атлантики и Северного Ледовитого океана.

Модель общей циркуляции океана

МОЦО ИВМ РАН формулируется в сигма-системе координат со свободной поверхностью $\sigma = (Z - \zeta) / (H - \zeta)$, где Z, ζ, H – геопотенциальная вертикальная координата, высота уровня и глубина океана [11, 12, 25, 26]. Модель основана на примитивных уравнениях, записанных в биполярной ортогональной системе координат на сфере. Поллюсы расположены на географическом экваторе в точках 120° з. д. и 60° в. д. [24]. Прогностическими переменными модели являются горизонтальные скорости течений, уровень океана, потенциальная температура и соленость. Морской лед рассчитывается согласно [27].

Система уравнений МОЦО расщепляется на две основные подсистемы: перенос – диффузия субстанций и адаптация полей течений и плотности. Уравнения аппроксимируются конечными разностями на сетке «С». Более подробное описание модели приводится в [12, 25]. В расчетах МОЦО шаг по времени $\tau_{\text{см}}$ равняется 1 ч. Процессы вертикальной турбулентности описываются в рамках «диффузионного» подхода, коэффициенты обмена рассчитываются с помощью $k - \epsilon$ или $k - \omega$ модели.

Уравнения турбулентного обмена

Модель $k - \epsilon$ описывается системой двух уравнений для кинетической энергии турбулентности k и скорости ее удельной диссипации ϵ [17, 19]. Уравнения $k - \epsilon$ модели в σ -системе координат (σ направлена вниз) имеют вид [17]:

$$\begin{cases} \frac{dk}{dt} - \frac{1}{H^2} \frac{\partial v_u}{\partial \sigma} \frac{\partial k}{\partial \sigma} - \Lambda k = v_u G^2 - v_p N^2 - \epsilon, \\ \frac{d\epsilon}{dt} - \frac{1}{H^2} \frac{\partial v_u}{\partial \sigma} \frac{\partial \epsilon}{\partial \sigma} - \Lambda \epsilon = \left[c_1^\epsilon v_u G^2 - c_3^\epsilon v_p N^2 - c_2^\epsilon \epsilon \right] \frac{\epsilon}{k}, \end{cases} \quad (1)$$

где G, N – частоты сдвига скорости и плавучести, рассчитываемые в МОЦО:

$$G^2 = \left(\frac{1}{H} \frac{\partial u}{\partial \sigma} \right)^2 + \left(\frac{1}{H} \frac{\partial v}{\partial \sigma} \right)^2, \quad N^2 = \frac{g}{H \rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial \sigma}; \quad \Lambda - \text{оператор горизонтальной диффузии};$$

v_u – коэффициент вертикальной турбулентной вязкости, v_p – коэффициент вертикального турбулентного обмена потенциальной плотностью. В слоях развитой турбулентности, где $k > k_{\text{min}} = 0,03 \text{ см}^2/\text{с}^2$, для коэффициентов диффузии температуры и солености полагается $v_T = v_p$ и $v_S = v_T$ [28]. Безразмерные турбулентные числа Шмидта для КЭТ и диссипации: $\sigma_k^\epsilon = 1$, $\sigma_\epsilon = 1,3$. Остальные

параметры равны: $c_1^\varepsilon = 1,44$, $c_2^\varepsilon = 1,92$, $c_1^\varepsilon = \begin{cases} -0,4, & N^2 > 0, \\ 1,0, & N^2 \leq 0. \end{cases}$ Здесь и далее

предполагается, что $k \neq 0$, $\varepsilon \neq 0$, $\omega \neq 0$.

Решение уравнений турбулентности зависит от частот плавучести и сдвига скорости, рассчитываемых в МОЦО. В свою очередь, от характеристик турбулентности зависят коэффициенты вертикального турбулентного обмена, использующиеся в МОЦО. Коэффициенты вертикальной турбулентной вязкости ν_u и диффузии ν_T в МОЦО вычисляются с помощью соотношений подобия. Для $k - \varepsilon$ модели имеем:

$$\nu_u = (c_s^0)^3 c_s^u \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad \nu_T = (c_s^0)^3 c_s^p \frac{k^2}{\varepsilon}. \quad (2)$$

Здесь c_s^u , $c_s^p = c_s^T$ – безразмерные функции устойчивости для вектора и скаляра; $c_s^0 = 0,5544$ – величина функций устойчивости при нейтральной стратификации. В слоях слабой турбулентности используются фоновые значения $\nu_u = 1$, $\nu_s = \nu_T = 0,05$ см²/с.

Уравнения $k - \omega$ модели имеют вид [17]:

$$\begin{cases} \frac{dk}{dt} - \frac{1}{H^2} \frac{\partial \nu_u}{\partial \sigma} \frac{\partial k}{\partial \sigma} - \Lambda k = \nu_u G^2 - \nu_p N^2 - (c_s^0)^4 \omega k, \\ \frac{d\omega}{dt} - \frac{1}{H^2} \frac{\partial \nu_u}{\partial \sigma} \frac{\partial \omega}{\partial \sigma} - \Lambda \omega = \left[c_1^\omega \nu_u G^2 - c_3^\omega \nu_p N^2 - c_2^\omega (c_s^0)^4 k \omega \right] \frac{\omega}{k}. \end{cases} \quad (3)$$

Безразмерные турбулентные числа Шмидта для КЭТ и диссипации: $\sigma_k^\omega = 2$, $\sigma_\omega = 2$. Остальные параметры, согласно [17], равны:

$$c_1^\omega = 0,555, \quad c_2^\omega = 0,833, \quad c_3^\omega = \begin{cases} -0,6, & N^2 > 0 \\ 1, & N^2 \leq 0 \end{cases}.$$

При вычислении коэффициентов вертикальной турбулентной вязкости ν_u и диффузии ν_T используются соотношения

$$\nu_u = \frac{c_s^u}{c_s^0} \frac{k}{\omega}, \quad \nu_T = \frac{c_s^p}{c_s^0} \frac{k}{\omega}, \quad (4)$$

где $c_s^0 = 0,5562$. Как и в $k - \varepsilon$ модели, в слоях слабой турбулентности используются фоновые значения $\nu_u = 1$, $\nu_T = \nu_s = 0,05$ см²/с.

Расщепление уравнений турбулентного обмена

Системы уравнений (1) и (3) решаются с помощью метода расщепления по физическим процессам. Процедуру решения уравнений расщепим на два этапа, описывающих процессы переноса – диффузии и генерации – диссипации. На каждом этапе по времени $t^j < t < t^{j+1}$ решаются более простые рас-

щепленные подсистемы, полученное на текущем этапе решение используется в качестве начального условия на последующем этапе.

Процессы переноса – диффузии и генерации – диссипации имеют разные характерные времена. Перенос – диффузия – это медленная трехмерная эволюция полей k , ε , ω , аналогичная эволюции фоновых полей МОЦО. Генерация – диссипация – это быстрый локальный по пространству процесс, описывающий динамику турбулентных возмущений.

На этапе трехмерного переноса – диффузии, записывая уравнение для КЭТ одной строкой, имеем:

$$\begin{aligned}\frac{dk}{dt} &= \frac{1}{H^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{v_u}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial \sigma} + \Lambda k, \\ \frac{d\varepsilon}{dt} &= \frac{1}{H^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{v_u}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} + \Lambda \varepsilon, \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{1}{H^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{v_u}{\sigma_\omega} \frac{\partial \omega}{\partial \sigma} + \Lambda \omega.\end{aligned}\tag{5}$$

На верхней границе океана, при $\sigma = 0$, поставим условия:

$$\begin{aligned}\frac{v_u}{\sigma_k} \frac{1}{H} \frac{\partial k}{\partial \sigma} &= -c_g (u_*^s)^3, \\ \frac{v_u}{\sigma_\varepsilon} \frac{1}{H} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} &= Q_\varepsilon^0, \\ \frac{v_u}{\sigma_\omega} \frac{1}{H} \frac{\partial \omega}{\partial \sigma} &= Q_\omega^0,\end{aligned}\tag{6}$$

где u_*^s – скорость трения в воде у поверхности океана; c_g – безразмерный параметр, зависящий от ветра и волн (параметр ветровой генерации): $c_g \approx 10$ [21] или $c_g \approx 40$ [22]; $Q_\varepsilon^0, Q_\omega^0$ – потоки скорости удельной диссипации и частоты диссипации на поверхности. Один из способов задания «потока диссипации» приведен на с. 22, 23 в [28]. В наших экспериментах полагалось $Q_\omega^0 = 0$. На дне океана, при $\sigma = 1$, потоки k , ε , ω по нормали равны нулю.

На этапе генерации – диссипации, подставляя (2) в (1) и (4) в (3), имеем:

$$\frac{\partial k}{\partial t} = \left[(c_s^0)^3 c_s^u \left(G^2 - \frac{N^2}{Pr} \right) \frac{k}{\varepsilon} - \frac{\varepsilon}{k} \right] k,\tag{7}$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \left[(c_s^0)^3 c_s^u \left(c_1^\varepsilon G^2 - c_3^\varepsilon \frac{N^2}{Pr} \right) \frac{k}{\varepsilon} - c_2^\varepsilon \frac{\varepsilon}{k} \right] \varepsilon,\tag{8}$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} = \left[\frac{c_s^u}{c_s^0} \left(G^2 - \frac{N^2}{Pr} \right) \frac{1}{\omega} - (c_s^0)^4 \right] \omega k,\tag{9}$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \left[\frac{c_s^u}{c_s^0} \left(c_1^\omega G^2 - c_3^\omega \frac{N^2}{Pr} \right) \frac{1}{\omega} - c_2^\omega (c_s^0)^4 \omega \right] \omega. \quad (10)$$

Здесь использованы соотношения $v_\rho \equiv v_T \equiv v_s = v_u / Pr$, $Pr = c_s^u / c_s^T$, Pr – число Прандтля. Видно, что, в отличие от $k-\varepsilon$, система $k-\omega$ уравнений (6) имеет более простой вид – уравнение для ω не зависит от k . Поскольку в схеме расщепления все коэффициенты (7) – (10) берутся с предыдущего шага, легко выписать аналитическое решение (10).

Аналитическое решение $k-\omega$ модели на этапе генерации – диссипации приведено в [15, 23, 24]. В этих работах отмечено, что важными факторами повышения адекватности моделирования крупномасштабной циркуляции океана является подбор параметров и использование в расчетах данных наблюдений. Показана также возможность повышения адекватности МОЦО с помощью учета в A и B данных наблюдений о среднегодовой климатической частоте плавучести. С этой точки зрения алгоритм является достаточно гибким. Во-первых, он позволяет варьировать A и B , изменяя функции устойчивости или число Прандтля, сохраняя простоту и устойчивость вычислений; во-вторых, – решать уравнения турбулентности с большим шагом по времени, равным шагу МОЦО. Так, в численных экспериментах для МОЦО шаг по времени $\tau_{\text{осм}}$ равняется 1 ч. На этапе переноса – диффузии уравнения $k-\omega$ модели также решаются с шагом по времени 1 ч. На этапе генерации – диссипации $k-\omega$ уравнения решаются с шагом τ_T , который менялся в пределах $1 \text{ мин} \leq \tau_T \leq 1 \text{ ч}$.

Аналитическое решение $k-\varepsilon$ модели на этапе генерации – диссипации

Преобразуем уравнения $k-\varepsilon$ модели на этапе генерации – диссипации к виду, аналогичному $k-\omega$ модели. Для этого введем вспомогательную функцию

$$\tilde{\omega} = \varepsilon / k / (c_s^0)^3 / c_s^u. \quad (11)$$

Уравнения (7), (8) с учетом предположения о том, что $k \neq 0$, $\varepsilon \neq 0$, запишутся следующим образом:

$$\frac{\partial \ln k}{\partial t} = (G^2 - N^2 / Pr) \frac{1}{\tilde{\omega}} - (c_s^0)^3 c_s^u \tilde{\omega}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \ln \varepsilon}{\partial t} = (c_1^\varepsilon G^2 - c_3^\varepsilon N^2 / Pr) \frac{1}{\tilde{\omega}} - c_2^\varepsilon (c_s^0)^3 c_s^u \tilde{\omega}. \quad (13)$$

Вычитая (12) из (13), получим уравнения для k и $\tilde{\omega}$, причем уравнение для $\tilde{\omega}$ не зависит от k :

$$\frac{\partial \ln k}{\partial t} = A / \tilde{\omega} - D \tilde{\omega}, \quad (14)$$

$$\frac{\partial \ln \tilde{\omega}}{\partial t} = B / \tilde{\omega} - C \tilde{\omega}, \quad (15)$$

$$A = G^2 - N^2 / Pr, \quad D = (c_s^0)^3 c_s^u, \\ B = (c_1^\varepsilon - 1)G^2 - (c_3^\varepsilon - 1)N^2 / Pr, \quad C = (c_s^0)^4 (c_2^\varepsilon - 1). \quad (16)$$

Аналитическое решение (14), (15) имеет вид:

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\frac{B}{C}} \frac{(\tilde{\omega}^0 / \sqrt{B/C}) + \text{th}(\sqrt{BC} t)}{(\tilde{\omega}^0 / \sqrt{B/C}) \text{th}(\sqrt{BC} t) + 1}, \quad (17)$$

$$k = k^0 \frac{[1 + (\sqrt{B/C} / \tilde{\omega}^0) \text{th}(\sqrt{BC} t)]^{A/B}}{[1 + (\tilde{\omega}^0 / \sqrt{B/C}) \text{th}(\sqrt{BC} t)]^{D/C}}, \quad (18)$$

$$\tilde{\omega}^0 = \varepsilon^0 / k^0 / D,$$

где $\tilde{\omega}^0$ и k^0 – значения в начальный момент времени на этапе генерации – диссипации. В терминах k , ε получим:

$$k = k^0 \frac{[1 + \text{th}(\sqrt{BC} t) (D\sqrt{B/C} k^0 / \varepsilon^0)]^{A/B}}{[1 + \text{th}(\sqrt{BC} t) / (D\sqrt{B/C} k^0 / \varepsilon^0)]^{D/C}}, \\ \varepsilon = \sqrt{\frac{B}{C}} \frac{(\varepsilon^0 / k^0) + D\sqrt{B/C} \text{th}(\sqrt{BC} t)}{(\varepsilon^0 / k^0) \text{th}(\sqrt{BC} t) + D\sqrt{B/C}} Dk.$$

Функции устойчивости на основе спектрального алгоритма

Обычно вид функций устойчивости (при осреднении уравнений геофизической гидродинамики по Рейнольдсу) не учитывает масштабные различия, смешивая их [17, 28, 29]. Вообще говоря, используемые в МОЦО модели турбулентности должны учитывать влияние разномасштабных процессов. Их учет можно ввести с помощью спектрального алгоритма [16, 30]. В спектральном алгоритме нелинейные уравнения циркуляции океана заменяются линейными спектральными уравнениями со случайным внешним воздействием, известными как уравнения Ланжевена. Последние после ряда преобразований приводятся к двум дифференциальным уравнениям, которые определяют новые функции устойчивости, зависящие только от числа Ричардсона $Ri = N^2 / G^2$ [16, 30]:

$$\frac{c_s^u}{c_s^0} = \frac{1 + 8Ri^2}{1 + 2,3Ri + 35Ri^2}, \quad \frac{c_s^T}{c_s^0} = \frac{1,4 - 0,01Ri + 1,29Ri^2}{1 + 2,44Ri + 19Ri^2}. \quad (19)$$

Следует отметить, что спектральный алгоритм не поддерживает широко распространенное представление о полном затухании турбулентности при сильно устойчивой стратификации. В этом случае первая из функций устойчивости (19) дает значение 0,22, а вторая асимптотически стремится к нулю при больших Ri .

Численные эксперименты и результаты расчетов

Основная цель численных экспериментов – оценить влияние двух параметризаций турбулентности $k - \epsilon$ и $k - \omega$ на структуру моделируемых гидрофизических полей. Расчеты проводятся с помощью МОЦО ИВМ РАН с встроенными $k - \epsilon$ или $k - \omega$ подсистемами и с новыми функциями устойчивости (19).

Постановка численных экспериментов. Расчеты проводятся для акватории, включающей Атлантический океан к северу от 30° ю. ш., Северный Ледовитый океан и Берингово море. Расчеты проводятся с 1 января 1976 г. до 31 декабря 1977 г. Расчетная область имеет открытые границы, расположенные на 30° ю. ш. и в проливах Алеутских о-вов. Область включает Средиземное, Черное и Балтийское моря. Шаг сетки по широте и долготе равен $0,25^\circ$. По вертикали задаются 40 сигма-уровней со сгущением к поверхности океана. Рельеф дна океана сглажен в соответствии с горизонтальным разрешением модели так, чтобы отсутствовали резкие градиенты дна. Модельная глубина ограничена минимальной величиной 10 м.

Граничные условия на поверхности океана рассчитываются с использованием атмосферных характеристик по данным *CORE-II (Datasets for Common Ocean-ice Reference Experiments – Phase II)* [31]. Потoki явного и скрытого тепла, влаги и напряжение ветра рассчитываются с дискретностью 1 ч по данным *CORE-II* о температуре воздуха, влажности, компонентах скорости ветра и давлении на уровне моря с использованием модельной температуры воды. Потoki длинноволновой и коротковолновой радиации (с учетом ее проникающей способности) задаются с дискретностью 1 сут [31]. Интенсивность атмосферных осадков и речного стока задается с дискретностью 1 мес.

На твердых береговых границах ставятся условия непротекания и отсутствия потоков тепла и соли. На жидких границах от поверхности до дна задаются среднемесячные климатические значения температуры и солености. Сток основных рек косвенно учитывается в граничном условии для солености.

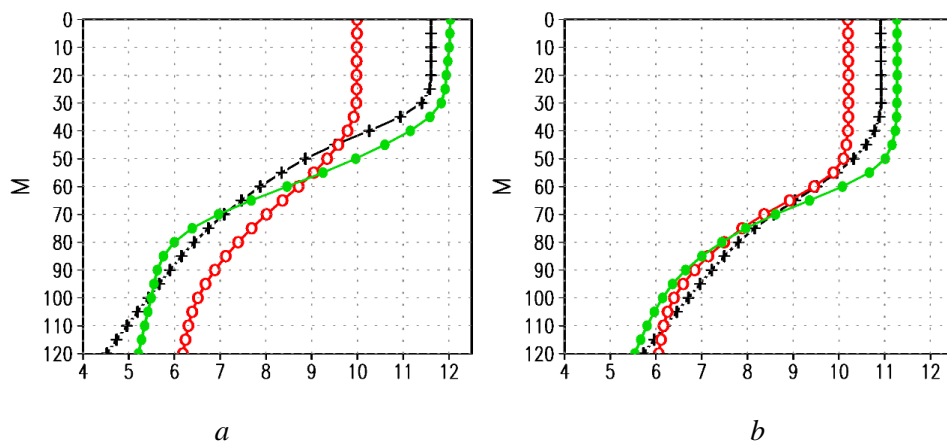
В качестве начальных условий выбираются климатические январские поля температуры и солености океана, отсутствие движения и морского льда [24]. В граничном условии (6) положено $Q_w^0 = 0$.

Уравнения турбулентности на этапе генерации – диссипации решаются аналитически с шагом по времени $\tau_r = 1$ ч, равным шагу МОЦО $\tau_{\text{ост}}$.

Результаты расчетов. Сравним результаты расчетов с данными наблюдений для океанской станции погоды (ОСП) «С» с координатами $52,75^\circ$ с. ш., $35,5^\circ$ з. д., где зондирование верхнего слоя проводилось 8 раз в сутки*.

* Сборник климатолого-статистических данных на океанской станции “С” ($52^\circ 45'$ с. ш., $35^\circ 30'$ з. д.) за период 1976–1980 гг. Раздел 1. Океанографические и гидрохимические наблюдения. Обнинск, 1984. 338 с.

На рис. 1 приведены профили температуры на начальной стадии развития свободной конвекции в сентябре – октябре 1977 г. Представлены как данные наблюдений на ОСП «С», так и средние по модельной ячейке, охватывающей ОСП, расчеты по МОЦО с $k - \varepsilon$ и $k - \omega$ параметризациями перемешивания. Все профили построены по дискретным данным с помощью кубической сплайн-интерполяции [32].



Р и с. 1. Средние за 1–10 сентября (а) и 1–10 октября (b) 1977 г. профили температуры. Зеленая линия – данные наблюдений на ОСП «С»*; черная линия – $k - \omega$ модель; красная линия – $k - \varepsilon$ модель

F i g. 1. Temperature profiles average for September, 1–10 (a) and October, 1–10, (b) 1977. Green line – observational data from the oceanic weather station “С”*; black line – the $k - \omega$ model; red line – the $k - \varepsilon$ model

За рассматриваемый месяц наблюдаемая температура верхнего квазиоднородного слоя (ВКС) уменьшилась на $1,75^\circ\text{C}$. Расчеты показывают, что заглубление ВКС при использовании $k - \varepsilon$ модели заметно больше по сравнению как с данными наблюдений, так и с $k - \omega$ моделью. Температура ВКС лучше воспроизводится при использовании $k - \omega$ параметризации.

Определим по максимуму кривизны среднесуточных вертикальных профилей температуры положение нижней границы ВКС океана h и свяжем ее с w_e – скоростью вовлечения вод термоклина в ВКС: $w_e = dh / dt$. Пользуясь этим соотношением, можно оценить скорость вовлечения вод термоклина в ВКС. Расчеты показывают, что в течение октября 1977 г. для $k - \omega$ модели и согласно данным наблюдений величина $w_e \sim 0,5$ м/сут, а для $k - \varepsilon$ модели $w_e \sim 0,8$ м/сут.

На рис. 2 показана толщина ВКС для 10 октября 1977 г. в Северной Атлантике, Норвежском и Гренландском морях. Все качественные особенности распределения толщины ВКС в обоих случаях совпадают. Отметим, однако, что на большей части акватории $k - \varepsilon$ параметризация (по сравнению с $k - \omega$) приводит к большему перемешиванию. То есть в начальный период свободной конвекции толщина ВКС – важная характеристика вертикального перемешивания – чувствительна к выбору параметризации.

* См. сноску на с. 525.

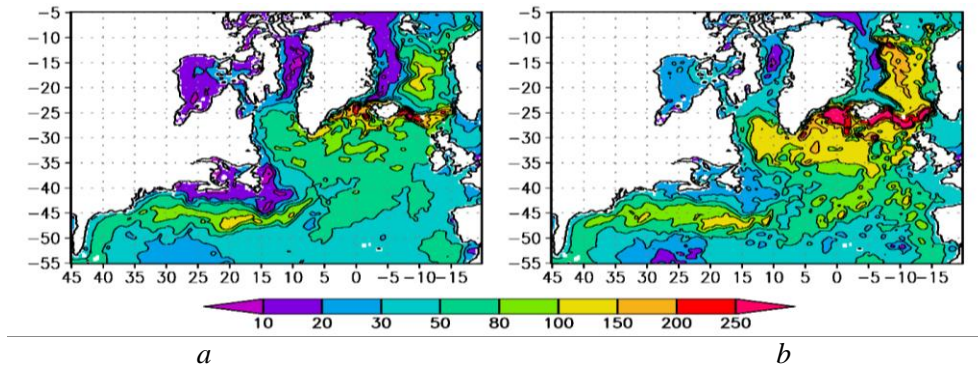


Рис. 2. Толщина ВКС в модельных координатах для 10 октября 1977 г.: *a* – $k - \omega$ модель; *b* – $k - \epsilon$ модель. В ВКС потенциальная плотность воды отличается от плотности на поверхности океана менее чем на $0,15 \text{ kg/m}^3$

Fig. 2. UML thickness in the model coordinates on October 10, 1977: *a* – the $k - \omega$ model; *b* – the $k - \epsilon$ model. The water potential density in UML differs from the ocean surface one by less than 0.15 kg/m^3

Выводы

1. Описывается применение в модели общей циркуляции океана ИВМ РАН $k - \epsilon$ и $k - \omega$ параметризаций турбулентного перемешивания. При вычислении параметров моделей турбулентности используются функции устойчивости, полученные на основе спектрального алгоритма.

2. Для численного решения уравнений турбулентности применяется метод расщепления по физическим процессам. Особенность метода состоит в точном решении расщепленных уравнений на этапе генерации – диссипации. Ранее этот прием применялся для $k - \omega$ модели [15, 23, 24], в данном случае выписывается и используется в расчетах аналитическое решение и для $k - \epsilon$ модели.

3. Показано, что структура крупномасштабных полей Северной Атлантики – Северного Ледовитого океана чувствительна к выбору моделей вертикальной турбулентности. Так, например, в $k - \epsilon$ модели скорость вовлечения вод сезонного пикноклина в зону развитой турбулентности заметно выше, чем при использовании $k - \omega$ модели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Марчук Г. И., Дымников В. П., Залесный В. Б. Математические модели в геофизической гидродинамике и численные методы их реализации. Л.: Гидрометеоиздат, 1987. 295 с.
2. Саркисян А. С. Взгляд на развитие численного моделирования физических характеристик Мирового океана на основе 60-летнего опыта // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 2015. Т. 51, № 3. С. 368–385.
3. Демьяшев С. Г., Коротаев Г. К., Кныш В. В. Моделирование сезонной изменчивости температурного режима деятельного слоя Черного моря // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 2004. Т. 40, № 2. С. 259–270.
4. Иванов В. А., Кубряков А. И., Шапиро Н. Б. Термохалинная структура и динамика вод в Измирском заливе // Морской гидрофизический журнал. 1997. № 4. С. 47–63.
5. Marchuk G. I., Paton B. E. The Black Sea as a simulation ocean model // Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling. 2012. Vol. 27, iss. 1. P. 1–4. doi:10.1515/rnam-2012-0001
6. Агошков В. И., Пармузин Е. И., Шутяев В. П. Ассимиляция данных наблюдений в задаче циркуляции Черного моря и анализ чувствительности ее решения // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 2013. Т. 49, № 6. С. 643–654.

7. *Залесный В. Б., Гусев А. В., Фомин В. В.* Численная модель негидростатической морской динамики, основанная на методах искусственной сжимаемости и многокомпонентного расщепления // *Океанология*. 2016. Т. 56, № 6. С. 959–971. doi:10.7868/S0030157416050178
8. *Залесный В. Б., Гусев А. В., Агошков В. И.* Моделирование циркуляции Черного моря с высоким разрешением прибрежной зоны // *Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана*. 2016. Т. 52, № 3. С. 316–333. doi:10.7868/S0002351516030147
9. *Ибраев Р. А., Хабеев Р. Н., Ушаков К. В.* Вихреразрешающая $1/10^\circ$ модель Мирового океана // *Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана*. 2012. Т. 48, № 1. С. 45–55.
10. *Мизюк А. И., Коротаев Г. К.* Черноморские внутритропикноклинные линзы по результатам численного моделирования циркуляции бассейна // *Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана*. 2020. (В печати).
11. *Zalesny V. B., Gusev A. V.* Mathematical model of the World Ocean dynamics with algorithms of variational assimilation of temperature and salinity fields // *Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling*. 2009. Vol. 24, iss. 2. P. 171–191. doi:10.1515/RJNAMM.2009.012
12. Numerical simulation of large-scale ocean circulation based on the multicomponent splitting method / V. B. Zalesny [et al.] // *Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling*. 2010. Vol. 25, iss. 6. P. 581–609. <https://doi.org/10.1515/rjnamm.2010.036>
13. *Володин Е. М., Дианский Н. А., Гусев А. В.* Воспроизведение современного климата с помощью совместной модели общей циркуляции атмосферы и океана INMCM 4.0 // *Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана*. 2010. Т. 46, № 4. С. 448–466.
14. Numerical model of the circulation of the Black Sea and the Sea of Azov / V. B. Zalesny [et al.] // *Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling*. 2012. Vol. 27, no. 1. P. 95–111. doi:10.1515/rnam-2012-0006
15. *Залесный В. Б., Мошонкин С. Н.* Чувствительность модели циркуляции океана к k -омега параметризации вертикальной турбулентности // *Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана*. 2019. 55, № 5. С. 103–113. doi:10.31857/S0002-351555103-113.
16. *Перов В. Л.* Расчет коэффициентов турбулентного перемешивания на основе спектрального алгоритма и его использование в модели COSMO-RU // *Труды Гидрометеорологического научно-исследовательского центра РФ*. 2012. Вып. 347. С. 74–85. URL: <http://method.meteorf.ru/publ/tr/tr347/perov.pdf> (дата обращения: 20.06.2019).
17. Performance of four turbulence closure models implemented using a generic length scale method / J. C. Warner [et al.] // *Ocean Modelling*. 2005. Vol. 8, iss. 1–2. P. 81–113. <https://doi.org/10.1016/j.ocemod.2003.12.003>
18. *Large W. G., McWilliams J. C., Doney S. C.* Oceanic vertical mixing: a review and a model with a nonlocal boundary layer parameterization // *Reviews of Geophysics*. 1994. Vol. 32, iss. 4. P. 363–403. <https://doi.org/10.1029/94RG01872>
19. Ocean turbulence, III: New GISS vertical mixing scheme / V. M. Canuto [et al.] // *Ocean Modelling*. 2010. Vol. 34, iss. 3–4. P. 70–91. doi:10.1016/j.ocemod.2010.04.006
20. *Moshonkin S. N., Zalesny V. B., Gusev A. V.* A splitting turbulence algorithm for mixing parameterization in the ocean circulation model // *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. IOP Publishing, 2019. Vol. 231. 012038. doi:10.1088/1755-1315/231/1/012038
21. О самосогласованном описании пограничного слоя атмосферы, ветровых волн и морских течений / М. М. Заславский [и др.] // *Океанология*. 2006. Т. 46, № 2. С. 178–188.
22. Parameterization of Langmuir circulation in the ocean mixed layer model using LES and its application to the OGCM / Y. Noh [et al.] // *Journal of Physical Oceanography*. 2016. Vol. 46, iss. 1. P. 57–78. doi:10.1175/JPO-D-14-0137.1

23. *Moshonkin S., Zalesny V., Gusev A.* Simulation of the Arctic-North Atlantic Ocean Circulation with a Two-Equation K-Omega Turbulence Parameterization // *Journal of Marine Science and Engineering*. 2018. Vol. 65, no. 3. 95. <https://doi.org/10.3390/jmse6030095>
24. *Мошонкин С. Н., Залесный В. Б., Гусев А. В.* Алгоритм решения к- ω уравнений турбулентности в модели общей циркуляции океана // *Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана*. 2018. Т. 54, № 5. С. 584–596. doi:10.1134/S0002351518050073
25. *Марчук Г. И., Залесный В. Б.* Моделирование циркуляции Мирового океана с четырехмерной вариационной ассимиляцией полей температуры и солености // *Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана*. 2012. Т. 48, № 1. С. 21–36.
26. Задачи численного моделирования гидродинамики океана с вариационной ассимиляцией данных наблюдений / В. Б. Залесный [и др.] // *Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана*. 2016. Т. 52, № 4. С. 488–500. doi:10.7868/S0002351516040131
27. *Яковлев Н. Г.* Воспроизведение крупномасштабного состояния вод и морского льда Северного Ледовитого океана в 1948–2002 гг. Часть 1: Численная модель и среднее состояние // *Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана*. 2009. Т. 45, № 3. С. 383–398.
28. *Burchard H., Bolding K., Villarreal M. R.* GOTM, a General Ocean Turbulence Model: Theory, Implementation and Test Cases. Space Applications Institute, 1999. 103 p. URL: https://www.researchgate.net/publication/258127949_GOTM_a_general_ocean_turbulence_model_Theory_implementation_and_test_cases (date of access: 20.06.2019).
29. *Mellor G. L., Yamada T.* A Hierarchy of Turbulence Closure Models for Planetary Boundary Layers // *Journal of the Atmospheric Sciences*. 1974. Vol. 31, no 7. P. 1791–1806. [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1974\)031<1791:АНОТСМ>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1974)031<1791:АНОТСМ>2.0.CO;2)
30. *Sukoriansky S., Galperin B., Perov V.* Application of a New Spectral Theory of Stably Stratified Turbulence to the Atmospheric Boundary Layer over Sea Ice // *Boundary-Layer Meteorology*. 2005. Vol. 117, iss. 2. P. 231–257. doi:10.1007/s10546-004-6848-4
31. *Large W. G., Yeager S. G.* The global climatology of an interannually varying air–sea flux data set // *Climate Dynamics*. 2009. Vol. 33, iss. 2–3. P. 341–364. <https://doi.org/10.1007/s00382-008-0441-3>
32. *Hyman J. M.* Accurate Monotonicity Preserving Cubic Interpolation // *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*. 1983. Vol. 4, no. 4. P. 645–654. doi:10.1137/0904045

Об авторах:

Залесный Владимир Борисович, ведущий научный сотрудник, научный коллектив «Математическое моделирование динамики океана и вариационная ассимиляция данных наблюдений», ИВМ РАН (119333, Россия, г. Москва, ул. Губкина, д. 8), доктор физико-математических наук, профессор, **ORCID ID: 0000-0003-3829-3374**, **ResearcherID: E-4628-2014**, **SPIN-код: 5546-5227**, **Scopus Author ID: 6603178923**, vzalesny@yandex.ru

Мошонкин Сергей Николаевич, ведущий научный сотрудник, научный коллектив «Математическое моделирование динамики океана и вариационная ассимиляция данных наблюдений», ИВМ РАН (119333, Россия, г. Москва, ул. Губкина, д. 8), доктор физико-математических наук, **ORCID ID: 0000-0001-7701-4521**, **Scopus Author ID: 6603090797**, arexm@himki.net

Перов Вениамин Леонидович, ведущий научный сотрудник, отдел краткосрочных прогнозов погоды и опасных явлений на территории России, лаборатория численных методов прогноза погоды, ФГБУ «Гидрометеорологический научно-исследовательский центр Российской Федерации» (123242, Россия, г. Москва, Большой Предтеченский переулок, д. 11–13), кандидат физико-математических наук, veniamin.perov@mail.ru

Гусев Анатолий Владимирович, старший научный сотрудник, научный коллектив «Математическое моделирование динамики океана и вариационная ассимиляция данных наблюдений», ИВМ РАН (119333, Россия, г. Москва, ул. Губкина, д. 8), кандидат физико-математических наук, **ORCID ID: 0000-0002-6463-3179**, **ResearcherID: A-8528-2014**, **SPIN-код: 1387-3344**, **Scopus Author ID: 56828803500**, anatoly.v.gusev@gmail.com