

## Моделирование внутрисистемных связей в адаптивной модели биохимических процессов морской среды

И. Е. Тимченко, Е. М. Игумнова, С. В. Свищев\*

*Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь, Россия*

*\*E-mail: sergsvishchev09@gmail.com*

Поступила в редакцию 30.04.2019 г., после доработки – 08.05.2019 г.

*Цель.* Вследствие сложности биохимических процессов в морской среде существует проблема параметризации их взаимодействий при построении математических моделей морских экосистем. Цель данной работы – упростить решение этой проблемы путем использования концепции стационарного состояния экосистемы и гипотезы о балансе взаимных влияний процессов, основанной на материальных балансах биохимических реакций превращения веществ.

*Методы и результаты.* Для упрощения модели экосистемы применен разрабатываемый авторами метод адаптивного баланса влияний. Уравнения метода содержат отрицательные обратные связи между переменными модели экосистемы и скоростями их изменения, стабилизирующие решения уравнений и делающие модель адаптивной к внешним влияниям на экосистему. Концепция сходимости решений к стационарному состоянию позволила предложить простые методы оценки коэффициентов взаимных влияний процессов, основанные на нормированных отношениях их средних значений. Для проверки этих методов построена адаптивная модель экосистемы Севастопольской бухты. Материалы многолетних наблюдений химических процессов в акватории бухты использованы для ассимиляции в модели наблюдений концентраций нитратов и аммония. Ассимиляция данных наблюдений выполнена путем приведения их к размерности и масштабам изменчивости соответствующей переменной модели и включения их в правые части уравнений модели в качестве дополнительных источников и стоков. Вычислительные эксперименты, проведенные с интегральной моделью экосистемы Севастопольской бухты, показали, что использование нормированных отношений средних значений процессов в качестве оценок взаимных влияний процессов позволяет воспроизводить сценарии всех процессов в экосистеме по ограниченному материалу наблюдений. Исследована реакция модели на внешние влияния при постоянных и переменных нормирующих множителях в коэффициентах модели. Результат численного моделирования показал, что переменные множители обеспечивают более высокую чувствительность модели к внешним влияниям.

*Выводы.* Адаптивные модели морских экосистем, построенные методом адаптивного баланса влияний, обеспечивают быструю сходимость решений к стационарному состоянию. Следуя законам сохранения материальных балансов биохимических реакций превращения веществ, адаптивная модель стремится к установлению динамических балансов внешних и внутрисистемных влияний. Поэтому предложенные методы оценки коэффициентов внутрисистемных связей в адаптивной модели морской экосистемы позволяют восстанавливать сценарии тех процессов, для которых известны лишь их средние значения.

**Ключевые слова:** стационарное состояние экосистемы, адаптивный баланс влияний, переменные нормирующие множители, интегральная модель морской экосистемы, Севастопольская бухта, ассимиляция данных наблюдений.

**Благодарности:** работа выполнена по теме «Комплексные междисциплинарные исследования океанологических процессов, определяющих функционирование и эволюцию экосистем прибрежных зон Черного и Азовского морей». Вычислительные эксперименты с моделью экосистемы Севастопольской бухты проведены при финансовой поддержке РФФИ и Правительства

Севастополя в соответствии с грантом № 18-47-920001 «Исследование принципов построения адаптивных моделей эколого-экономических систем и цифровых информационных технологий для управления сценариями устойчивого развития природно-хозяйственных комплексов Севастопольского региона».

**Для цитирования:** Тимченко И. Е., Игумнова Е. М., Свищев С. В. Моделирование внутрисистемных связей в адаптивной модели биохимических процессов морской среды // Морской гидрофизический журнал. 2020. Т. 36, № 1. С. 88–102. doi:10.22449/0233-7584-2020-1-88-102

## **Modeling of Intra-System Relationships in the Adaptive Model of the Marine Environment Biochemical Processes**

**I. E. Timchenko, E. M. Igumnova, S. V. Svishchev\***

*Marine Hydrophysical Institute, Russian Academy of Sciences, Sevastopol, Russia*

*\*e-mail: sergsvishchev09@gmail.com*

*Purpose.* Complexity of biochemical processes in marine environment entails the problem of parameterizing their interactions in constructing the marine ecosystem mathematical models. The aim of the investigation is to simplify solution of this problem by applying the concept of the ecosystem stationary state and the hypothesis on balance of the processes' mutual influence based on the matter balances of biochemical reactions in substance transformations.

*Methods and Results.* To simplify the ecosystem model, applied is the method of the adaptive balance of causes which now is being developed by the authors. The method equations contain negative feedbacks between the ecosystem model variables and the velocities of their change. These feedbacks stabilize the equations' solutions and make the model adaptive to the external effects on the ecosystem. The concept of the solutions' convergence to the stationary state permitted to propose a simple methods (based on the normalized relationships between their average values) for estimating the coefficients of the processes' mutual influences. To test these methods, the adaptive model of the Sevastopol Bay ecosystem was constructed. The data of multi-year observations of the chemical processes in the bay were used for assimilating the observations of the nitrate and ammonia concentrations in the model. The data were assimilated both through their reducing to the dimension and scales of the variability corresponding to the model variable, and their including to the right parts of the model equations as the additional sources and sinks. The numerical experiments carried out using the integral model of the Sevastopol Bay ecosystem showed that application of the normalized relationships between their average values as the estimates of the processes' mutual influences permitted to reproduce the scenarios of all the processes in the ecosystem based on the limited observational data. The model response to the external effects at the constant and varying normalizing factors in the model coefficients is studied. It shows that the variable factors provide the model with higher sensitivity to the external effects.

*Conclusions.* The adaptive models of marine ecosystems constructed by the method of the adaptive balance of causes provide fast solutions' convergence to the stationary state. According to the laws of the matter balances' conservation in the biochemical reactions in substance transformations, the adaptive model tends to establishing dynamical balances in the external and intra-system influences. Therefore the proposed methods of estimating the intra-system relationships' coefficients in the marine ecosystem adaptive model permit to reconstruct the scenarios of those processes in which only their average values are known.

**Keywords:** ecosystem stationary state, adaptive balance of causes, variable normalization factors, marine ecosystem integral model, Sevastopol Bay, observation data assimilation.

**Acknowledgments:** the work was carried out on theme “Complex interdisciplinary investigations of the oceanologic processes conditioning functioning and evolution of the Black and Azov seas' coastal zones”. Numerical experiments using the model of the Sevastopol Bay ecosystem were performed at financial support of RFBR and the Sevastopol Administration, grant No. 18-47-920001 “Investigation of the principles of constructing the adaptive models of ecological-economic systems and digital

information technologies for managing the scenarios of sustainable development of economic complexes in the Sevastopol region”.

**For citation:** Timchenko, I.E., Igumnova, E.M. and Svishchev, S.V., 2020. Modeling of Intra-System Relationships in the Adaptive Model of the Marine Environment Biochemical Processes. *Physical Oceanography*, [e-journal] 27(1), pp. 81-94. doi:10.22449/1573-160X-2020-1-81-94

### **Введение**

Модели морских экосистем описывают процессы в море, характеризующие жизненные циклы живых объектов и химические реакции превращения веществ в морской среде. Вследствие сложности этих процессов при математическом моделировании экосистем существует проблема параметризации взаимных влияний биохимических процессов. Для ее решения необходимо привлекать данные наблюдений. В ряде исследований использовали для этой цели концепцию стационарного состояния экосистемы, принимая гипотезу об адаптивном балансе взаимных влияний процессов при отклонениях их значений от стационарного состояния [1]. В этом случае становится возможным применить метод адаптивного баланса влияний [2–3] для построения уравнений модели экосистемы, что существенно упрощает их вид по сравнению с традиционно используемой параметризацией причинно-следственных связей [4–12].

Гипотеза о сохранении баланса влияний дает возможность выразить оценки коэффициентов влияний в уравнениях модели с помощью отношений стационарных значений концентраций моделируемых субстанций экосистемы. В настоящей работе этот подход рассматривается на примере интегральной модели экосистемы верхнего слоя моря. Целью работы является развитие метода оценки коэффициентов влияний в адаптивной модели экосистемы, основанного на отношениях средних значений моделируемых процессов. Ранее в работах [2, 3, 13] был предложен метод нормировки безразмерных множителей, которые появляются перед отношениями средних значений, когда влияющие функции приводятся к масштабам изменчивости основной переменной модели экосистемы. Множители считались постоянными и выбирались обратно пропорциональными количеству влияющих функций. В частности, в работах [3, 13] этот метод был применен в задаче восстановления внутригодовой изменчивости процессов нитрификации в Севастопольской бухте. В настоящей работе предложена модификация метода с использованием переменных нормирующих множителей, которые учитывают динамику концентраций биохимических веществ в морской среде. Показано, что оба подхода дают возможность оценивать влияние внешних факторов на изменчивость тех биохимических процессов, для которых отсутствуют долговременные ряды наблюдений, но имеются оценки стационарного состояния экосистемы.

### **Адаптивный баланс взаимодействия процессов в морской экосистеме**

Предположим, что по данным многолетних наблюдений известны средние значения концентраций системы взаимосвязанных биохимических веществ в морской среде. Подобные средние значения будем считать стационарным состоянием модели экосистемы. Концепция стационарного состоя-

ния является следствием предположения об устойчивости экосистемы по отношению к влияющим на нее внешним воздействиям. Принимая эти средние значения за стационарное состояние системы, мы разделяем временную изменчивость биохимических процессов на две компоненты: стационарную и динамическую. Задача моделирования заключается в построении уравнений для динамической компоненты с использованием информации о стационарной как более обеспеченной архивными данными наблюдений.

Системный принцип целостности [14] предполагает построение системы обыкновенных дифференциальных уравнений для функций, представляющих моделируемые процессы. Важную роль при этом играют отрицательные обратные связи, которые ставят переменные модели в зависимость от скоростей изменения этих переменных и потому служат факторами устойчивости экосистемы. Они автоматически поддерживают в модели экосистемы балансы внутрисистемных и внешних влияний. Благодаря балансам экосистема обладает свойством адаптации (приспособления) живых организмов к изменяющимся условиям их существования [9, 11].

Обозначим переменные модели экосистемы  $u_i$ , а их (стационарные) средние значения  $C_i$ . Если переменные  $u_i$  рассматривать как продукты реакций взаимодействия биохимических процессов, то все другие переменные  $u_j$  можно считать потенциальными ресурсами образования этих продуктов. Уравнения реакций превращения ресурсов в продукты должны быть подчинены закону сохранения массы, который связывает отклонения концентраций переменных экосистемы от их стационарных значений:

$$u_i - C_i = \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij}(u_j - C_j) + A_i. \quad (1)$$

Коэффициенты влияний  $a_{ij}$  для  $n$  моделируемых процессов учитывают вклады концентраций ресурсов в формирование продуктов экосистемы под действием приложенных к ней внешних влияний  $A_i$ . Адаптация переменных друг к другу и к внешним влияниям, при которой выполняется закон сохранения материальных балансов (1), должна быть заложена в структуру уравнений модели. Таким свойством обладают уравнения, построенные методом адаптивного баланса влияний [1–3]:

$$\frac{du_i}{dt} = 2r_i u_i [C_i - F_i^+(u_i, u_j, A_i)], \quad (2)$$

где  $r_i$  – относительные скорости изменения переменных  $u_i$ ;  $F_i^+(u_i, u_j, A_i)$  – функционалы от переменных  $u_i$ , происходящие из условий сохранения материальных балансов биологических и химических реакций превращения веществ в морской среде (1):

$$F_i^+(u_i, u_j, A_i) = C_i = u_i - \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij}(u_j - C_j) - A_i. \quad (3)$$

Поскольку в общем случае каждая переменная экосистемы находится под воздействием  $m$  положительных и  $n - m$  отрицательных влияний, функции (3) принимают вид

$$F_i^+(u_i, u_j, A_i) = u_i - \sum_{k=1, k \neq i}^m a_{ik}(u_k - C_k) + \sum_{l=m+1, l \neq i}^n a_{il}(u_l - C_l) - A_i. \quad (4)$$

Подставляя выражение (4) в уравнения (2), получим систему уравнений метода адаптивного баланса влияний

$$\frac{du_i}{dt} = 2r_i u_i \{ C_i - [u_i - \sum_{k=1, k \neq i}^m a_{ik}(u_k - C_k) + \sum_{l=m+1, l \neq i}^n a_{il}(u_l - C_l) - A_i] \}. \quad (5)$$

Модель морской экосистемы, построенная с помощью модульных уравнений (5), может быть названа адаптивной, поскольку ее переменные автоматически подстраиваются друг к другу и к внешним влияниям таким образом, чтобы выполнялись условия сохранения материальных балансов (1).

### Метод переменных нормирующих множителей коэффициентов влияний

Поскольку коэффициенты влияний определяют вклад ресурса  $u_j$  в формирование продукта  $u_i$ , предположим, что имеют место соотношения  $u_i = a_{ij} u_j$ , так как они показывают в среднем, в каком количестве участвующие в реакциях вещества вступают во взаимодействие друг с другом. Введенные предположения позволяют выразить коэффициенты влияний через отношения средних значений. С этой целью приведем все процессы, влияющие на формирование процесса  $u_i$ , к размерности этого процесса путем преобразования:

$$u_i = a'_{ij} C_i C_j^{-1} u_j. \quad (6)$$

Тогда коэффициенты  $a'_{ij}$  становятся безразмерными нормирующими множителями, а выражение  $C_i C_j^{-1} u_j$  играет роль функции влияния в масштабе изменчивости переменной  $u_i$ .

В работах [3, 13] подобное преобразование применялось для того, чтобы воспроизвести сценарий внутригодовой изменчивости концентрации нитритов в Севастопольской бухте. Были использованы наблюдения концентраций аммония, нитритов и нитратов, а также их среднегодовые значения. Сравнение сценария с данными наблюдений дало возможность в первом приближении ограничиться постоянными множителями  $a'_{ij}$  при отношениях средних значений в качестве оценок коэффициентов влияний в уравнениях адаптивной модели (5).

В данном исследовании предложен модифицированный подход к определению множителей  $a'_{ij}$ , когда они становятся переменными, поскольку метод нормировки учитывает не только отношения средних значений процессов, но и относительный вес текущих влияний. При нормировке множителей были использованы текущие положительно определенные значения ресурсов  $u_j$ .

Например, для случая баланса трех взаимосвязанных процессов определим переменные нормирующие множители  $a'_{ij}$  следующим образом:

$$u_1 = C_1 + \frac{C_2^{-1}u_2}{C_2^{-1}u_2 + C_3^{-1}u_3} \frac{C_1}{C_2} u'_2 + \frac{C_3^{-1}u_3}{C_2^{-1}u_2 + C_3^{-1}u_3} \frac{C_1}{C_3} u'_3. \quad (7)$$

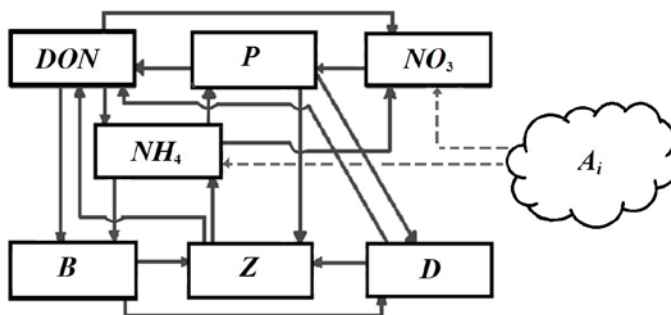
Если в уравнении имеются как положительные, так и отрицательные влияния, для сохранения этого условия каждую группу влияний нужно нормировать к 0,5. В общем случае система уравнений метода с переменными нормирующими множителями имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{du_i}{dt} = & 2r_i u_i \{ C_i - [u_i - 0,5 \sum_{j=1, j \neq i}^m C_j^{-1} u_j (\sum_{k=1, j \neq i}^m C_k^{-1} u_k)^{-1} C_i C_k^{-1} u'_k + \\ & + 0,5 \sum_{j=m+1, j \neq i}^n C_j^{-1} u_j (\sum_{l=m+1, j \neq i}^n C_l^{-1} u_l)^{-1} C_i C_l^{-1} u'_l - A_i] \}. \end{aligned} \quad (8)$$

### Адаптивный вариант интегральной модели экосистемы верхнего слоя моря

Для проверки предлагаемых методов оценки коэффициентов влияний использована модифицированная модель экосистемы Фэшема, Даклоу и Мак-Кельви [12] для азотного цикла в верхнем слое моря (далее – модель Фэшема). Модификация заключалась в том, что расчетные параметры классической модели Фэшема дополнены тремя ранее не учитываемыми процессами разрушения растворенного органического вещества с образованием ионов аммония, разрушения растворенного органического вещества с образованием нитратов и упрощенным процессом нитрификации (окислением аммония до нитратов).

В качестве внешних источников влияний на моделируемые процессы можно включить информацию о температуре поверхностного слоя и концентрации хлорофилла  $a$ , получаемую из спутниковых наблюдений верхнего слоя моря, а также данные о переносе и диффузии веществ, полученные из расчетов по гидродинамическим моделям [6, 15]. Схема внутрисистемных связей в адаптивной модели биохимических процессов приведена на рис. 1.



**Р и с. 1.** Схема главных внутрисистемных связей в интегральной модели биохимических процессов в верхнем слое моря, основанная на модели Фэшема, Даклоу и Мак-Кельви [12]

**F i g. 1.** Scheme of basic intra-system relationships in the integral model of biochemical processes in the sea upper layer based on the Fasham, Ducklow and McKelvie model [12]

В схеме использованы следующие обозначения параметров:  $P$  – концентрация фитопланктона;  $Z$  – концентрация зоопланктона;  $B$  – концентрация бактериопланктона;  $NO_3$  и  $NH_4$  – содержание в воде неорганических форм азота (нитрат-ионов и ионов аммония);  $DON$  – концентрация органических форм азота;  $D$  – содержание косного органического вещества (детрита);  $A_i$  – внешние влияния на экосистему, обусловленные различными факторами, в том числе динамикой морской среды. Все переменные модели неотрицательны и выражены в миллиграммах азота на кубический метр.

Для построения модели воспользуемся системой уравнений (8). В уравнении для концентрации фитопланктона скорость изменения концентрации определяется потреблением биогенных элементов клетками фитопланктона ( $a_{14}NO_3 + a_{15}NH_4$ ), тратами на жизнедеятельность ( $-a_{16}DON$ ) и естественную смертность ( $-a_{17}D$ ), выеданием фитопланктона зоопланктоном ( $-a_{12}Z$ ):

$$\frac{dP}{dt} = 2r_P P \{ C_P - [P - C_P (a_{14} C_{NO_3}^{-1} NO_3' + a_{15} C_{NH_4}^{-1} NH_4' - a_{12} C_Z^{-1} Z' - a_{16} C_{DON}^{-1} DON' - a_{17} C_D^{-1} D')] ] \}. \quad (9)$$

Процессы оседания фитопланктона и выноса его за пределы системы в данной модели не учитывались. Также не учитывалось лимитирование скорости роста биомассы фитопланктона иными биогенными элементами (фосфатами, силикатами), температурой и освещенностью.

Скорость изменения концентрации зоопланктона определяется процессами его роста за счет питания фито- и бактериопланктонными организмами и детритом ( $a_{21}P + a_{23}B + a_{27}D$ ), а также тратами на жизнедеятельность ( $-a_{25}NH_4 - a_{26}DON$ ). Выедание зоопланктона организмами высших трофических уровней в данной модели не учитывалось. Уравнение для концентрации зоопланктона было использовано в виде

$$\frac{dZ}{dt} = 2r_Z Z \{ C_Z - [Z - C_Z (a_{21} C_P^{-1} P' + a_{23} C_B^{-1} B' + a_{27} C_D^{-1} D' - a_{25} C_{NH_4}^{-1} NH_4' - a_{26} C_{DON}^{-1} DON')] ] \}. \quad (10)$$

Скорость изменения концентрации бактериопланктона определяется потреблением аммония и растворенного органического вещества клетками бактериопланктона ( $a_{35}NH_4 + a_{36}DON$ ), его выеданием зоопланктоном ( $-a_{32}Z$ ) и тратами на естественную смертность ( $-a_{37}D$ ):

$$\frac{dB}{dt} = 2r_B B \{ C_B - [B - C_B (a_{35} C_{NH_4}^{-1} NH_4' + a_{36} C_{DON}^{-1} DON' - a_{32} C_Z^{-1} Z' - a_{37} C_D^{-1} D')] ] \}. \quad (11)$$

Неорганические формы азота расходуются на рост фитопланктона – ( $a_{14}NO_3$ ) и ( $a_{15}NH_4$ ). Пул биогенных элементов пополняется за счет экскреции зоопланктоном неусвоенной части пищи ( $a_{52}Z$ ) и деструкции растворенного органического вещества с образованием нитратов ( $a_{46}DON$ ) и аммония ( $a_{56}DON$ ). Помимо этого, происходит перераспределение вещества от аммония ( $-a_{54}NO_3$ ) к нитратам ( $+a_{45}NH_4$ ) в ходе процесса нитрификации:

$$\frac{dNO_3}{dt} = 2r_{NO_3} NO_3 \{C_{NO_3} - [NO_3 - C_{NO_3} (a_{45}C_{NH_4}^{-1} NH_4' + a_{46}C_{DON}^{-1} DON' - a_{41}C_P^{-1} P')]\}, \quad (12)$$

$$\frac{dNH_4}{dt} = 2r_{NH_4} NH_4 \{C_{NH_4} - [NH_4 - C_{NH_4} (a_{52}C_Z^{-1} Z' + a_{56}C_{DON}^{-1} DON' - a_{51}C_P^{-1} P' - a_{53}C_B^{-1} B' - a_{54}C_{NO_3}^{-1} NO_3')]\}. \quad (13)$$

Скорость изменения концентрации растворенных органических форм азота определяется выделением фитопланктоном и зоопланктоном метаболитов своей жизнедеятельности ( $a_{61}P + a_{62}Z$ ) и разложением (минерализацией) детрита до растворенного органического вещества ( $a_{67}D$ ), а также потреблением растворенного органического вещества бактериопланктоном ( $-a_{63}B$ ) и разрушением растворенного органического вещества с образованием нитратов ( $-a_{64}NO_3$ ) и аммония ( $-a_{65}NH_4$ ):

$$\frac{dDON}{dt} = 2r_{DON} DON \{C_{DON} - [DON - C_{DON} (a_{61}C_P^{-1} P' + a_{62}C_Z^{-1} Z' + a_{67}C_D^{-1} D' - a_{63}C_B^{-1} B' - a_{64}C_{NO_3}^{-1} NO_3' - a_{65}C_{NH_4}^{-1} NH_4')]\}. \quad (14)$$

Детритный пул пополняется за счет естественной смертности фитопланктона и бактериопланктона ( $a_{71}P + a_{73}B$ ), а расходуеться в результате бактериального разложения (минерализации) детрита до растворенного органического вещества ( $-a_{76}DON$ ) и питания зоопланктона ( $-a_{72}Z$ ):

$$\frac{dD}{dt} = 2r_D D \{C_D - [D - C_D (a_{71}C_P^{-1} P' + a_{73}C_B^{-1} B' - a_{72}C_Z^{-1} Z' - a_{76}C_{DON}^{-1} DON')]\}. \quad (15)$$

Конечно-разностное представление системы уравнений (9)–(15) при дополнительном условии  $2\Delta t r_i C_i = 1$ , где  $\Delta t$  – шаг вычислений по времени, принимает следующий общий вид:

$$u_i^{k+1} = 2u_i^k \left\{ 1 - \frac{1}{2C_i} \left[ u_i^k - \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij} (u_j^k - C_j) - A_i^k \right] \right\}. \quad (16)$$



Система уравнений была дополнена логическими условиями, которые контролировали пределы изменчивости переменных модели:

$$u_i = IF[u_i < 0; 0; IF(u_i > 2C_i; 2C_i; u_i)]. \quad (17)$$

### **Ассимиляция данных гидрохимических наблюдений в интегральной модели экосистемы Севастопольской бухты**

В качестве примера рассмотрим применение интегральной модели экосистемы (9)–(15) к наблюдениям биохимических процессов в Севастопольской бухте. Данные о содержании в воде неорганических форм азота (нитрат-ионов и ионов аммония) взяты из работ [3, 13] и согласуются с многолетними значениями [16–18]. Из архивных данных многолетних наблюдений биохимических процессов в акватории бухты были получены следующие средние значения для концентраций фитопланктона, зоопланктона, бактериопланктона, нитратов, аммония, растворенных органических форм азота и детрита соответственно: 37,74; 18,87; 12,0; 42,35; 5,60; 18,0 и 15,0 мгN/м<sup>3</sup>. Эти средние значения приняты за стационарное состояние экосистемы, а их нормированные отношения использованы в выражениях для коэффициентов влияний в конечно-разностных представлениях (16) уравнений модели (9)–(15). Вычисления выполнялись на 300 шагов по времени (безразмерных суток).

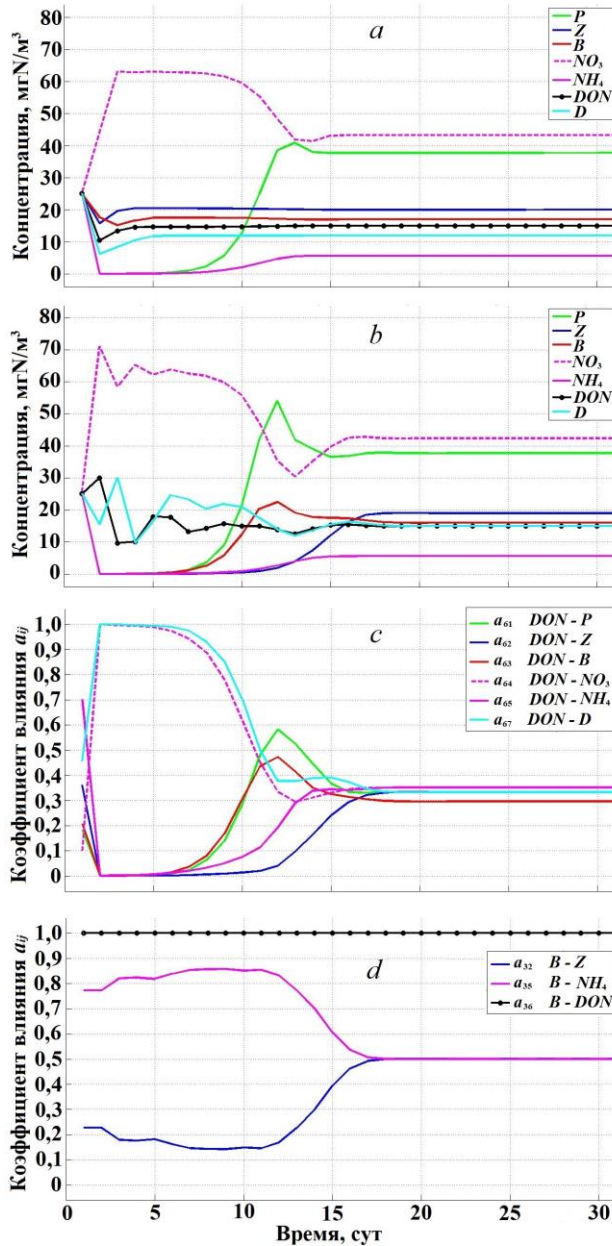
Результаты эксперимента приведены на рис. 2, *a* и *b*.

Сравнение сценариев показало, что оба варианта обеспечивают установление заданных средних значений процессов уже на первых 15 шагах итераций. Чем больше начальное отклонение от среднего значения концентрации моделируемой субстанции, тем дольше переходный процесс установления стационарного состояния. При этом характер затухания переходного процесса в случае постоянных множителей – аperiodический, а в случае переменных множителей – периодический. Как следует из приведенных на рис. 2, *c* и *d* графиков для растворенных органических форм азота и бактериопланктона, идентификация переменных множителей в уравнениях модели экосистемы происходила одновременно с расчетом сценариев этих процессов. Таким образом, в ходе итераций переменные множители обеспечивали дифференцированный учет текущих значений ресурсов, формирующих значения моделируемых процессов.

Метод переменных множителей был применен для ассимиляции в модели экосистемы (9)–(15) данных многолетних наблюдений концентраций нитратов и аммония в Севастопольской бухте. На рис. 3, *a* и *b* измеренные значения концентраций отражены кружками, а результаты их полиномиальной аппроксимации – пунктирными линиями. На рис. 3, *c* и *d* представлены графики осредненного по всей выборке внутригодового хода концентраций нитратов и аммония, полученные путем скользящего осреднения временных рядов наблюдений по интервалу времени в 30 суток. Эти осредненные ряды наблюдений использованы в экспериментах по ассимиляции наблюдений в модели экосистемы.

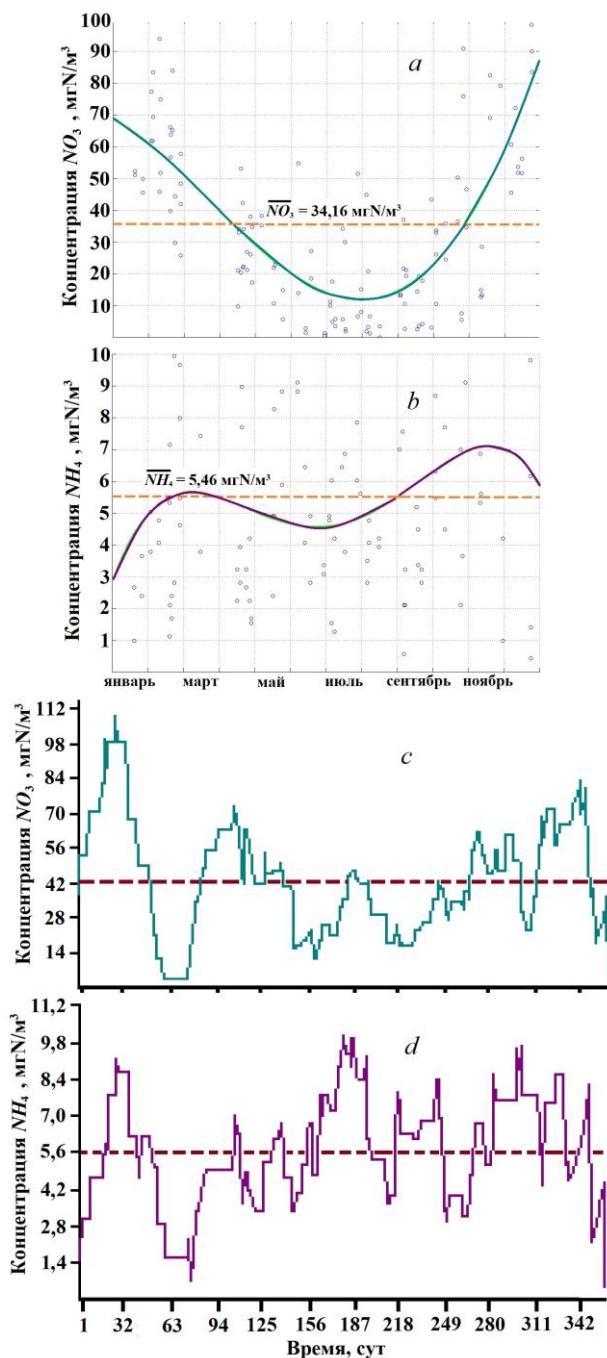
В отличие от классических подходов к усвоению данных [19–21], адаптивные модели характеризуются более простым способом ассимиляции в них данных наблюдений [2, 3, 13]. Наблюдения входят в качестве дополнительных функций источников в круглые скобки уравнений модели (9)–(15) после приведения их к соответствующему интервалу изменчивости переменной путем преобразования (6). Результаты ассимиляции в модели временных рядов наблюдений нитратов и аммония, изображенных на рис. 3, *c* и *d*, показаны на

рис. 4, *a* и *b*. Следует отметить, что адаптивная модель оказалась чувствительной к внешним влияниям наблюдений концентраций аммония и нитратов. Сценарии концентраций фито-, зоо- и бактериопланктона, изображенные на рис. 4, *a*, отклоняются от своих средних значений на 20–40 %.



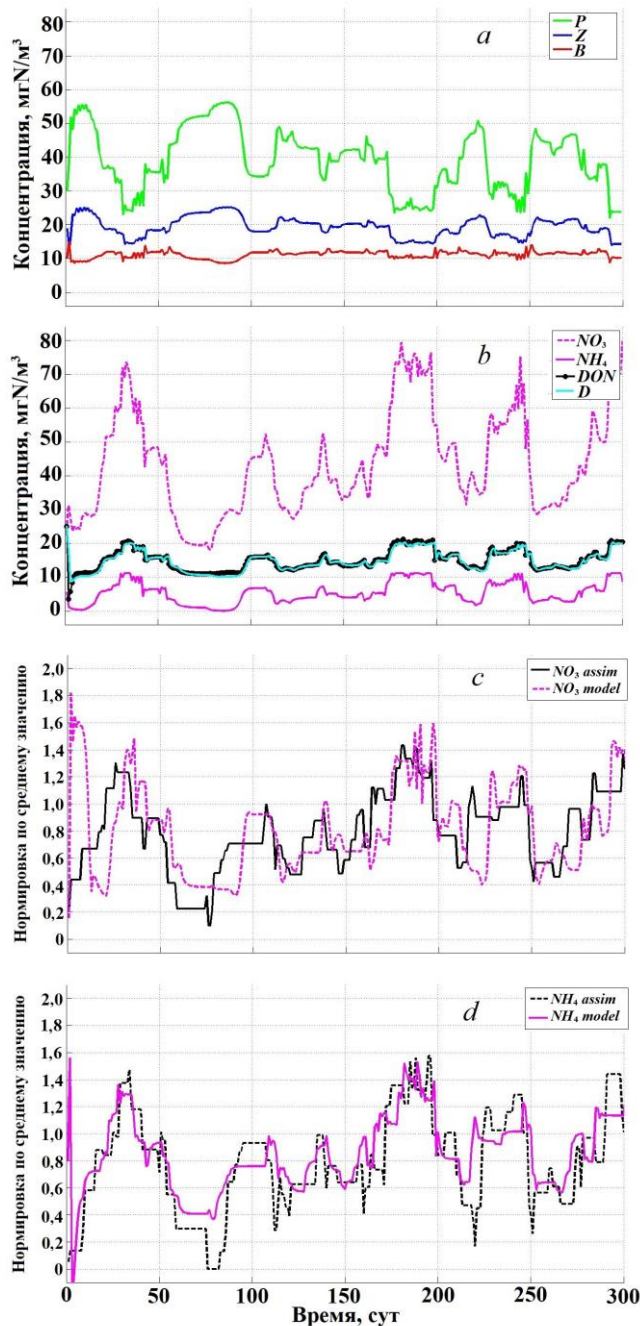
**Р и с. 2.** Сходимость к стационарному состоянию сценариев концентраций веществ при постоянных (*a*) и переменных (*b*) нормировочных множителях; идентификация коэффициентов влияния при переменных множителях в уравнении для DON (*c*) и B (*d*)

**Fig. 2.** Convergence to the stationary state of the substance concentrations' scenarios at constant (*a*) and varying (*b*) normalizing factors; identification of the influence coefficients at the varying factors in the equations for DON (*c*) and B (*d*)



**Р и с. 3.** Данные многолетних наблюдений концентраций нитратов (a) и аммония (b) в Севастопольской бухте; графики средней многолетней среднемесячной изменчивости концентраций  $NO_3$  (c) и  $NH_4$  (d), полученные в результате сглаживания наблюдений нитратов и аммония по 30 значениям временных рядов

**F i g. 3.** Data of multi-year observations of the nitrate (a) and ammonia (b) concentrations in the Sevastopol Bay; graphs of average multi-year monthly average variability of  $NO_3$  (c) and  $NH_4$  (d) concentrations resulted from smoothing the nitrate and ammonia observations using 30 values of time series



**Р и с. 4.** Результаты ассимиляции в модели временных рядов наблюдений нитратов и аммония, изображенных на рис. 3, *c* и *d*: *a* и *b* – сценарии всех процессов, воспроизведенные моделью (графики *DON* и *D* совпадают); *c* и *d* – ассимилированные данные наблюдений (*NO<sub>3</sub> assim* и *NH<sub>4</sub> assim*) и результаты воспроизведения их моделью (*NO<sub>3</sub> model* и *NH<sub>4</sub> model*)

**Fig. 4.** Results of assimilation of time series of the nitrate and ammonia observations shown on Fig. 3, *c* and *d*: *a* and *b* – scenarios of all the model reproduced processes (graphs *DON* and *D* coincide); *c* and *d* – the assimilated observation data (*NO<sub>3</sub> assim* and *NH<sub>4</sub> assim*) and the model reproduced results (*NO<sub>3</sub> model* and *NH<sub>4</sub> model*)

Представляло интерес сравнить данные наблюдений концентраций нитратов и аммония со сценариями этих переменных, воспроизведенных моделью по результатам усвоения наблюдений (рис. 4, *c* и *d*). Визуальная оценка подтверждает их близкое соответствие. Однако следует учитывать, что сценарии концентраций нитратов и аммония сформированы не только прямым воздействием на них ассимилируемых наблюдений, но и множественными обратными связями с другими переменными модели. Дисперсии разностей между наблюдениями и сценариями концентраций нитратов и аммония составили 8,3 % для нитратов и 5,6 % для аммония от дисперсий соответствующих временных рядов наблюдений.

### **Заключение**

Построение интегральных моделей морских экосистем методом адаптивного баланса влияний основано на использовании уравнений логистического типа (5), которые обеспечивают быструю сходимость решений к стационарному состоянию за счет отрицательных обратных связей второго порядка, имеющих в каждом из уравнений модели. Подобные модели описывают реакцию экосистемы на внешние воздействия. Суть реакции заключается во взаимной адаптации переменных модели друг к другу и к внешним влияниям. Важным свойством адаптивных моделей является сохранение материальных балансов биологических и химических реакций превращения веществ в морской среде. Следуя законам сохранения материальных балансов, адаптивная модель стремится к установлению динамических балансов внешних и внутрисистемных влияний.

Представленная параметризация внутрисистемных влияний имеет принципиально важное значение для соблюдения материальных балансов при моделировании морских экосистем методом адаптивного баланса влияний. В адаптивных моделях может быть использована и традиционная параметризация связей между биохимическими процессами, которая основана на привлечении больших объемов информации и ряда громоздких формул. Однако при этом будет значительно ослаблено основное преимущество адаптивных моделей перед традиционными – простота системы модульных уравнений и гарантированная устойчивость их решений. Поэтому реализованная в данной работе идея использования известного стационарного состояния адаптивной модели для получения простых оценок коэффициентов влияний представляет практический интерес.

Вычислительные эксперименты, проведенные с интегральной моделью экосистемы Севастопольской бухты, подтвердили гипотезу о том, что использование нормированных отношений средних значений процессов в качестве оценок взаимных влияний процессов позволяет воспроизводить сценарии процессов в экосистеме. Исследована реакция модели на внешние влияния при постоянных и переменных нормирующих множителях, которая показала, что переменные множители обеспечивают более высокую чувствительность модели к внешним влияниям.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Timchenko I. E., Igumnova E. M., Timchenko I. I.* Adaptive balance models for environmental-economic systems. CreateSpace Independent Publishing Platform, 2016. 486 p.
2. *Тимченко И. Е., Лазарчук И. П., Игумнова Е. М.* Ассимиляция данных наблюдений в адаптивной модели морской экосистемы на основе информации о средних значениях процессов в морской среде // Морской гидрофизический журнал. 2017. № 5. С. 79–96. doi:10.22449/0233-7584-2017-5-79-96
3. *Тимченко И. Е., Игумнова Е. М., Свищев С. В.* Применение принципов адаптивного моделирования морских экосистем к гидрохимическим наблюдениям в Севастопольской бухте // Морской гидрофизический журнал. 2019. Т. 35, № 1. С. 70–84. doi:10.22449/0233-7584-2019-1-70-84
4. *Voinov A.* Systems Science and Modeling for Ecological Economics. Academic Press, 2008. 432 p.
5. *Radtke H., Burchard H.* A positive and multi-element conserving time stepping scheme for biogeochemical processes in marine ecosystem models // Ocean Modelling. 2015. Vol. 85. P. 32–41. doi:10.1016/j.ocemod.2014.11.002
6. Development of Black Sea nowcasting and forecasting system / G. K. Korotaev [et al.] // Ocean Science. 2011. Vol. 7, iss. 5. P. 629–649. doi:10.5194/os-7-629-2011
7. *Подгорный К. А.* Исследование свойств пространственно однородной математической модели четырехкомпонентной планктонной системы // Математическая биология и биоинформатика. 2012. Т. 7, № 1. С. 299–321. URL: [http://www.matbio.org/2012/Podgornyj2012\(7\\_299\).pdf](http://www.matbio.org/2012/Podgornyj2012(7_299).pdf) (дата обращения: 14.11.2019).
8. *Long R. D., Charles A., Stephenson R. L.* Key principles of marine ecosystem-based management // Marine Policy. 2015. Vol. 57. P. 53–60. doi:10.1016/j.marpol.2015.01.013
9. *Mathematical Models in Biological Oceanography* / Eds. T. Platt, K. H. Mann, R. E. Ulanowicz. Paris : The UNESCO Press, 1981. 156 p. (Monographs on Oceanographic Methodology ; 7).
10. Changes in the global value of ecosystem services / R. Costanza [et al.] // Global Environmental Change. 2014. Vol. 26. P. 152–158. doi:10.1016/j.gloenvcha.2014.04.002
11. *Murray J. D.* Mathematical Biology II: Spatial Models and Biomedical Applications. N.-Y. : Springer, 2003. 814 p. (Interdisciplinary Applied Mathematics ; vol. 18). doi:10.1007/b98869
12. *Fasham M. J. R., Ducklow H. W., McKelvie S. M.* A nitrogen-based model of plankton dynamics in the oceanic mixed layer // Journal of Marine Research. 1990. Vol. 48, no. 3. P. 591–639. <https://doi.org/10.1357/002224090784984678>
13. *Свищев С. В.* Адаптивное моделирование нитрификации в Севастопольской бухте // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон моря. Севастополь : МГИ, 2018. Вып. 2. С. 60–65. doi:10.22449/2413-5577-2018-2-60-65
14. *Мусеев Н. Н., Александров В. В., Тарко А. М.* Человек и биосфера : Опыт системного анализа и эксперименты с моделями. М. : Наука, 1985. 271 с.
15. *Sarkisyan A. S.* Main directions in the simulation of physical characteristics of the World Ocean and seas // Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics. 2016. Vol. 52, iss. 4. P. 335–340. doi:10.1134/S0001433816040101
16. *Орехова Н. А., Романов А. С., Хоружий Д. С.* Межгодовые изменения концентрации биогенных элементов в Севастопольской бухте за период 2006–2010 гг. // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа. Севастополь : МГИ, 2011. Вып. 25, т. 1. С. 192–199. URL: <http://dspace.nbuv.gov.ua/handle/123456789/109496> (дата обращения: 14.11.2019).
17. *Орехова Н. А., Вареник А. В.* Современный гидрохимический режим Севастопольской бухты // Морской гидрофизический журнал. 2018. Т. 34, № 2. С. 134–146. doi:10.22449/0233-7584-2018-2-134-146
18. *Мыслина М. А., Вареник А. В.* Поступление неорганического азота с атмосферными осадками на акваторию Севастопольской бухты в 2015–2016 гг. // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон моря. 2019. Вып. 1. С. 78–82. doi:10.22449/2413-5577-2019-1-78-82

19. *Marchuk G. I., Zalesny V. B.* A Numerical technique for geophysical data assimilation problems using Pontryagin's principle and splitting-up method // Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling. 1993. Vol. 8, no. 4, P. 311–326. doi:10.1515/rnam.1993.8.4.311
20. *Robinson A. R., Lermusiaux P. F. J.* Overview of data assimilation // Harvard Reports in Physical/Interdisciplinary (Ocean Science). Cambridge, Massachusetts : Harvard University, 2000. No. 62. 28 p. URL: [http://robinson.seas.harvard.edu/PAPERS/red\\_report\\_62.html](http://robinson.seas.harvard.edu/PAPERS/red_report_62.html) (date of access: 07.07.2017).
21. Assimilation of the climatic hydrological data in the  $\sigma$ -coordinate model of the Black Sea by the algorithm of adaptive statistics / A. I. Mizyuk [et al.] // Physical Oceanography. 2009. Vol. 19, iss. 6. P. 339–357. doi:10.1007/s11110-010-9058-2

*Об авторах:*

**Тимченко Игорь Евгеньевич**, заместитель главного редактора, заведующий отделом системного анализа, ФГБУН ФИЦ МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), доктор физико-математических наук, профессор, **ResearcherID: A-8650-2017**, [timchenko.syst.analysis@mhi-ras.ru](mailto:timchenko.syst.analysis@mhi-ras.ru)

**Игумнова Екатерина Михайловна**, ведущий инженер, отдел оптики и биофизики моря, ФГБУН ФИЦ МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), **SPIN-код: 5950-7785** **AuthorID: 861018**, [igumnova.syst.analysis@mhi-ras.ru](mailto:igumnova.syst.analysis@mhi-ras.ru)

**Свищев Сергей Владимирович**, младший научный сотрудник, отдел системного анализа, ФГБУН ФИЦ МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), **ResearcherID: T-1962-2018**, **ORCID ID: 0000-0003-4673-7609**, [sergsvishchev09@gmail.com](mailto:sergsvishchev09@gmail.com)