

## Определение местоположения начального поля концентрации возможного источника загрязнения в акватории Черного моря у Гераклейского полуострова на основе метода сопряженных уравнений

С. Г. Демышев, О. А. Дымова, В. С. Кочергин, С. В. Кочергин\*

*Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь, Россия*

*\*E-mail: vskochoer@gmail.com*

Поступила в редакцию 18.11.2019 г., после доработки 02.12.2019 г.

*Цель.* Исследование распространения загрязнений в прибрежной зоне Севастополя на основе динамической модели с высокой степенью дискретизации по пространству, учитывающей реальный атмосферный форсинг, – цель данной работы. На основе применения метода сопряженных уравнений ставится задача проведения расчетов по определению местоположения возможных источников загрязнения по данным измерений.

*Методы и результаты.* Расчет поля течений проведен с помощью созданной в Морском гидрофизическом институте РАН трехмерной бароклинной модели циркуляции вод Черного моря с высокой степенью дискретизации по пространству. При реализации модели используются данные реального атмосферного форсинга *SKIRON*. Метод сопряженных уравнений применяется для определения местоположения возможных источников загрязнения. Проводится анализ модельных течений в прибрежной зоне для выбранного промежутка времени. Осуществлен расчет по распространению пассивной примеси от начального пятна загрязнения в акватории Черного моря у Гераклейского полуострова. На основе интегрирования серии сопряженных задач определено место локализации источника загрязнения.

*Выводы.* В результате проведенных численных экспериментов по интегрированию серии сопряженных задач определена область, в которой может находиться возможный источник загрязнения. Местоположение этой области хорошо согласуется с начальным распределением концентрации, что позволяет при наличии информации о характере примеси определить место ее поступления в водную среду. Предложенные подходы могут быть использованы при решении широкого класса задач экологической направленности, а также для интерпретации и планирования натурных экспериментов по исследованию распространения сточных вод в прибрежной зоне.

**Ключевые слова:** численное моделирование, идентификация источников загрязнения, сопряженная задача, перенос примеси.

**Благодарности:** работа выполнена в рамках государственного задания по теме № 0827-2018-0004 «Комплексные междисциплинарные исследования океанологических процессов, определяющих функционирование и эволюцию экосистем прибрежных зон Черного и Азовского морей».

**Для цитирования:** Определение местоположения начального поля концентрации возможного источника загрязнения в акватории Черного моря у Гераклейского полуострова на основе метода сопряженных уравнений / С. Г. Демышев [и др.] // Морской гидрофизический журнал. 2020. Т. 36, № 2. С. 226–237. doi:10.22449/0233-7584-2020-2-226-237

# Determination of Location of the Concentration Initial Field of a Possible Contamination Source in the Black Sea Water Area near the Gerakleisky Peninsula Based on the Adjoint Equations Method

S. G. Demyshev, O. A. Dymova, V. S. Kochergin, S. V. Kochergin\*

*Marine Hydrophysical Institute, Russian Academy of Sciences, Sevastopol, Russia*

*\*e-mail: vskoche@gmail.com*

*Purpose.* The aim of the present article is to study propagation of contamination in the Sevastopol coastal zone using the dynamic model of high spatial discretization and which takes into account actual atmospheric forcing. Location of possible contamination sources is to be calculated and, hence, determined by applying the adjoint equations method using the measurement data assimilation.

*Methods and Results.* The currents' field was calculated using the three-dimensional baroclinic model of the Black Sea water circulation developed in the Marine Hydrophysical Institute, RAS. The model is characterized by high degree of spatial discretization. The simulation included application of the SCIRON data on actual atmospheric forcing. The adjoint equations method was used for defying location of possible contamination sources. The model currents in the coastal zone were analyzed for the chosen time period. The admixture distribution from the initial contamination location in the Black Sea water area nearby the Gerakleisky Peninsula was calculated. Having been integrated, a series of the adjoint problems permitted to determine location of the contamination source.

*Conclusions.* Based on the results of the numerical experiments on integrating a series of the adjoint problems, defined is the area where a possible contamination source can be located. The location of this area agrees well with the initial distribution of concentration that, in case the information on the admixture character is available, permits to define the place where it enters the marine environment. The proposed approaches can be used for solving various ecological problems as well as for interpreting and planning the field experiments on studying sewage propagation in the coastal zone.

**Keywords:** simulation, identification of contamination source, adjoint problem, admixture transport.

**Acknowledgments:** the study was carried out within the framework of the state task on theme № 0827-2018-0004 "Complex interdisciplinary investigations of the oceanologic processes conditioning functioning and evolution of the Black and Azov seas' coastal zones".

**For citation:** Demyshev, G.S., Dymova, O.A., Kochergin, V.S. and Kochergin, S.V., 2020. Determination of Location of the Concentration Initial Field of a Possible Contamination Source in the Black Sea Water Area near the Gerakleisky Peninsula Based on the Adjoint Equations Method. *Physical Oceanography*, [e-journal] 27(2), pp. 210-221. doi:10.22449/1573-160X-2020-2-210-221

## Введение

В последние годы интенсивное развитие инфраструктуры Азово-Черноморского региона приводит к существенному увеличению нагрузки на его экологическую систему. Поэтому разработка вычислительных систем, позволяющих проводить оценку экологического состояния исследуемых бассейнов, является важной и актуальной задачей. Основные элементы таких систем – численные модели динамики вод и модели распространения загрязняющих веществ. Важной проблемой также является задача определения местоположения источников загрязнения, их мощности.

Для решения такой задачи в работе используется метод сопряженных уравнений [1, 2]. Впервые такой подход был предложен в работе [1] при анализе функции влияния метеопараметров на формирование тенденций геопоморской гидрофизической системы. Впервые такой подход был предложен в работе [1] при анализе функции влияния метеопараметров на формирование тенденций геопоморской гидрофизической системы.

тенциала, температуры и поля вертикальных движений. В дальнейшем решение сопряженной задачи успешно использовалось для определения «ценности нейтронов» при расчетах ядерных реакторов [2]. В работе [3] впервые были построены функции влияния для модели термического взаимодействия атмосферы с океаном и континентами. Результаты этой работы активно использовались при планировании натуральных экспериментов и экспедиционных исследований в Мировом океане. Широкий класс задач экологической направленности на основе метода сопряженных уравнений рассмотрен в монографии [4]. Подход, основанный на решении сопряженных задач, дает возможность построить функции влияния входных параметров модели переноса на концентрацию примеси в исследуемом районе и определить местоположение возможных источников загрязнения. Функции влияния указывают на те области, которые существенным образом влияют на концентрацию примеси в заданном районе. В настоящее время метод успешно применяется для определения источников загрязнения различного характера, в том числе нефтяных [5]. Аналогичный подход также успешно используется при решении различных задач для Черного и Азовского морей [6–9]. В данной работе метод сопряженных уравнений применяется в модели переноса пассивной примеси в акватории Черного моря у Крымского п-ова с целью определения возможных источников загрязнения в прибрежной зоне. В качестве динамической модели была использована модель Морского гидрофизического института (МГИ) РАН [10, 11] с пространственным разрешением 1,6 км.

### Термогидродинамическая модель

Численный эксперимент выполнен с помощью трехмерной нелинейной термогидродинамической модели МГИ. Уравнения модели записаны в декартовой системе координат в приближении Буссинеска, гидростатики и несжимаемости морской воды:

$$u_t - (\xi + f)v + wu_z = -g\zeta_x - \frac{1}{\rho_0}(P^1 + E)_x + (v_v u_z)_z - v_H \nabla^4 u, \quad (1)$$

$$v_t + (\xi + f)u + wv_z = -g\zeta_y - \frac{1}{\rho_0}(P^1 + E)_y + (v_v v_z)_z - v_H \nabla^4 v, \quad (2)$$

$$P = g\rho_0\zeta + g \int_0^z \rho d\mu = g\rho_0\zeta + P^1, \quad (3)$$

$$u_x + v_y + w_z = 0, \quad (4)$$

$$\zeta_t + \int_0^H (u_x + v_y) dz = (Pr - Ev) / \rho_1, \quad (5)$$

$$T_t + (uT)_x + (vT)_y + (wT)_z = -\kappa^H \nabla^4 T + (\kappa^T T_z)_z, \quad (6)$$

$$S_t + (uS)_x + (vS)_y + (wS)_z = -\kappa^H \nabla^4 S + (\kappa^S S_z)_z, \quad (7)$$

$$\rho = \varphi(T, S), \quad (8)$$

где  $\nu_H$  и  $\kappa^H$  – коэффициенты горизонтальной турбулентной вязкости и диффузии соответственно;  $\nu_V$  и  $\kappa^{T,S}$  – коэффициенты вертикальной турбулентной вязкости и диффузии соответственно;  $Ev$  – испарение;  $Pr$  – осадки; остальные обозначения общеприняты. В уравнениях (1), (2)  $\xi = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$ ,  $E = \rho_0 \frac{u^2 + v^2}{2}$ . За-

метим, что уравнение (5) получено в предположении выполнения линеаризованного кинематического условия в виде  $w = -\zeta_t + \frac{Pr - Ev}{\rho_1}$ . Пусть  $M$  – область интегрирования модели на интервале времени  $[0, t_L]$ ,  $\Gamma$  – твердая граница области  $M$ ;  $M_t = M \times [0, t_L]$ ,  $n$  – нормаль к границе  $\Gamma$ .

Для системы уравнений (1) – (8) краевые условия на поверхности  $z = 0$  запишем в виде

$$\rho_1 \nu_V u_z = -\tau^x, \quad \rho_1 \nu_V v_z = -\tau^y, \quad \rho_1 \kappa^T T_z = Q^T, \quad \kappa^S S_z = \frac{Pr - Ev}{\rho_1} S_0 + \beta(S^{cl} - S_0), \quad (9)$$

где  $\tau^x, \tau^y$  – касательное напряжение трения ветра;  $Q^T$  – поток тепла;  $S_0$  – поверхностная соленость;  $S^{cl}$  – климатическая соленость;  $\rho_1$  – плотность морской воды в верхнем слое;  $\beta$  – параметр релаксации.

На дне при  $z = H(x, y)$

$$u = 0, \quad v = 0, \quad w = 0, \quad T_z = 0, \quad S_z = 0. \quad (10)$$

На твердых боковых стенках:

– для меридиональных участков границы

$$\begin{aligned} u = 0, \quad \nabla^2 u_x = 0, \quad v_x = 0, \quad \nabla^2 v_x = 0, \\ T_x = 0, \quad (\nabla^2 T)_x = 0, \quad S_x = 0, \quad (\nabla^2 S)_x = 0, \end{aligned} \quad (11)$$

– для зональных участков границы

$$\begin{aligned} v = 0, \quad \nabla^2 v_y = 0, \quad u_y = 0, \quad \nabla^2 u_y = 0, \\ T_y = 0, \quad (\nabla^2 T)_y = 0, \quad S_y = 0, \quad (\nabla^2 S)_y = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

На участках границы, где вода втекает, используются условия Дирихле:

– для меридиональных участков

$$\begin{aligned} u = u^p, \quad \nabla^2 u_x = 0, \quad v_x = 0, \quad \nabla^2 v_x = 0, \\ T = T^p, \quad S = S^p, \quad (\nabla^2 T)_x = 0, \quad (\nabla^2 S)_x = 0, \end{aligned} \quad (13)$$

– для зональных участков

$$\begin{aligned} v = v^p, \quad \nabla^2 v_y = 0, \quad u_y = 0, \quad \nabla^2 u_y = 0, \\ T = T^p, \quad S = S^p, \quad (\nabla^2 T)_y = 0, \quad (\nabla^2 S)_y = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Для верхнебосфорского течения и для Керченского пролива, когда течение направлено из Черного моря в Азовское,

$$\begin{aligned} v = v^s, \quad \nabla^2 v_y = 0, \quad u_y = 0, \quad \nabla^2 u_y = 0, \\ T_y = 0, \quad S_y = 0, \quad (\nabla^2 T)_y = 0, \quad (\nabla^2 S)_y = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

В (13) – (15) введены следующие обозначения:  $u^p, v^p, v^s$  – скорость в устьях рек и проливах;  $T^p, S^p$  – температура и соленость в реках. В начальный момент времени при  $t = 0$  выполнены следующие условия:

$$\begin{aligned} u = u^0(x, y, z), \quad v = v^0(x, y, z), \quad \zeta = \zeta^0(x, y), \\ T = T^0(x, y, z), \quad S = S^0(x, y, z). \end{aligned} \quad (16)$$

Коэффициенты вертикального турбулентного обмена и вертикальной турбулентной диффузии тепла и соли вычисляются в соответствии с параметризацией Меллора – Ямады 2,5 [12].

Конечно-разностная система уравнений, аппроксимирующая уравнения (1) – (8) с соответствующими краевыми (10) – (15) и начальными (16) условиями, построена на сетке  $C$  по классификации Аракавы [13]. Пространственное разрешение модели составляет 1,6 км по горизонтали, по вертикали задано 27  $z$ -горизонтов, шаг по времени равен 1,5 мин. Подробное описание модели приведено в [11].

### Модель переноса пассивной примеси

Уравнение переноса пассивной примеси в декартовых координатах имеет следующий вид:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial(uC)}{\partial x} + \frac{\partial(vC)}{\partial y} + \frac{\partial(wC)}{\partial z} = A_H \nabla^2 C + \frac{\partial}{\partial z} A_V \frac{\partial C}{\partial z}, \quad (17)$$

где  $C$  – концентрация примеси;  $A_H$  – коэффициент горизонтальной турбулентной диффузии;  $A_V$  – коэффициент вертикальной турбулентной диффузии.

Граничное условие на свободной поверхности ( $z = 0$ ) задается отсутствием потока:

$$A_V \frac{\partial C}{\partial z} = 0. \quad (18)$$

На твердых границах, дне и в области устьев рек ставятся условия отсутствия потока вещества. В области пролива Босфор и Керченского пролива реализуется условие Дирихле первого рода (в данном расчете нулевое). В начальный момент времени задается поле концентрации  $C^0(x, y, z)$ .

Конечно-разностный вид дифференциального уравнения (17) выписан на сетке  $C$  [13]. Для аппроксимации адвективных слагаемых используется TVD-схема [14], горизонтальный диффузионный перенос параметризован гармоническим оператором с коэффициентом  $A_H = 10^5 \text{ см}^2/\text{с}$ . Значения коэффициента турбулентной диффузии по вертикали заданы в диапазоне 2,5–0,03  $\text{см}^2/\text{с}$  [15].

### Сопряженная задача

Уравнению переноса пассивной примеси (17) с краевыми условиями (18) и начальными данными поставим в соответствие следующую сопряженную [4] задачу:

$$-\frac{\partial C^*}{\partial t} - \frac{\partial(uC^*)}{\partial x} - \frac{\partial(vC^*)}{\partial y} - \frac{\partial(wC^*)}{\partial z} = A_H \nabla^2 C^* + \frac{\partial}{\partial z} A_V \frac{\partial C^*}{\partial z}, \quad (19)$$

$$z = 0 : A_V \frac{\partial C^*}{\partial z} - wC^* = 0,$$

$$z = H : A_V \frac{\partial C^*}{\partial z} = 0, \quad (20)$$

$$\Gamma : A_H \frac{\partial C^*}{\partial n} = 0,$$

$$C_{t_L}^* = h.$$

В (20)  $h$  – пока произвольная функция, она будет определена ниже;  $\Gamma$  – твердая граница области  $M$ . В области устьев рек и проливов в данных расчетах  $C^* = 0$ . Умножая (17) на  $C^*$  и интегрируя по частям, с учетом (4), (19) и краевых условий получим

$$\int_M h C_{t_L}^* dM = \int_M C_0 C_0^* dM. \quad (21)$$

Рассмотрим некоторую область  $\Omega \in M$ , в которой нас интересуют те или иные подлежащие контролю функционалы от концентрации примеси. Выберем  $h$  в виде

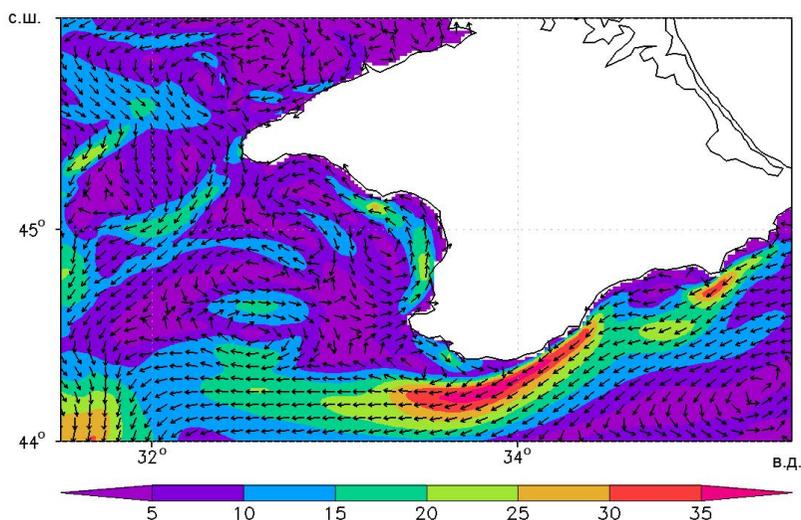
$$h = \begin{cases} \frac{1}{m(\Omega)} & \text{в области } \Omega, \\ 0 & \text{вне области } \Omega, \end{cases} \quad (22)$$

где  $m$  – мера выбранной области. Тогда в левой части выражения (21) получим среднюю концентрацию  $\bar{C}_{t_L}$  в  $\Omega$  на конечный момент времени  $t_L$ . Выбирая в качестве  $\Omega$  ячейку расчетной сетки в области интегрирования, мы можем оценить концентрацию в ней по начальным данным и по соответствующему решению сопряженной задачи. Таким образом, из (21) и (22) видно, что решение сопряженной задачи  $C_0^*$  является функцией влияния начальных данных на значение в левой части выражения (21). Поэтому, анализируя пространственную структуру  $C_0^*$  для различных точек расчетной области, в которых значения концентрации существенно превышают фоновые величины, мы можем определить область возможного местоположения источника загрязнения.

### Результаты численных экспериментов

Для периода 12–18 октября 2016 г. были выбраны поля скорости течений, полученные на основе термогидродинамической модели МГИ с шагом 1,6 км

с учетом реального атмосферного форсинга за 2016 г. по данным *SKIRON* с пространственным разрешением  $0,1^\circ$  [16]. В качестве начальных полей использовались данные Черноморского центра морских прогнозов [17]. Для оценки влияния динамики моря на результаты поставленной задачи рассмотрим особенности течений в анализируемый период. Поверхностное поле течений показано на рис. 1. В начальный момент времени (12 октября) скорость Основного Черноморского течения (ОЧТ) у берегов Крыма достигала  $27 \text{ см/с}$ . К западу от Севастополя наблюдались два антициклонических круговорота с размерами  $\sim 50 \text{ км}$  и орбитальными скоростями до  $20 \text{ см/с}$ . Скорость течений в окрестностях Севастополя была мала и не превышала  $6 \text{ см/с}$ . В результате смены направления ветра с северо-восточного на западное в поле поверхностной скорости сформировалось течение, которое распространялось на север вдоль побережья от м. Херсонес до м. Тарханкут и наблюдалось 13–15 октября. Скорость течения у берега достигала  $25 \text{ см/с}$ . Вихри к западу от Севастополя ослабли, при этом слева от прибрежного течения возникли два новых антициклона. ОЧТ в этот период характеризовалось скоростью более  $40 \text{ см/с}$ . К 14 октября между ОЧТ и м. Херсонес сформировался антициклон размером  $25 \text{ км}$ . Со временем орбитальная скорость в антициклоне увеличилась до  $20 \text{ см/с}$  за счет взаимодействия с ОЧТ. Без изменения размера вихрь перемещался в направлении движения ОЧТ и наблюдался до окончания периода интегрирования.

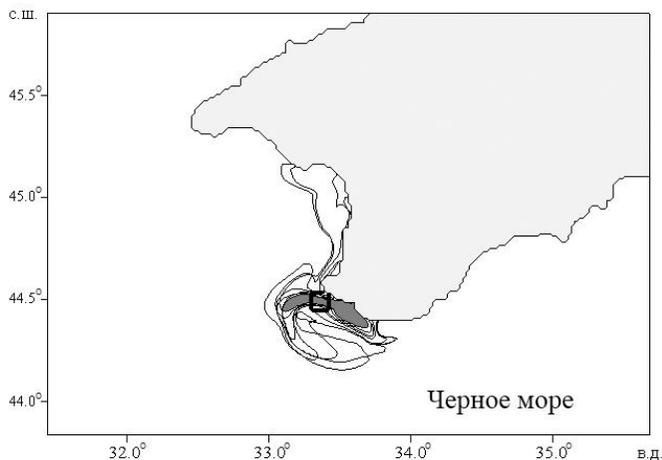


**Рис. 1.** Поле течений (см/с) на поверхности моря 14 октября 2016 г.  
**Fig. 1.** Currents' field (cm/s) on the sea surface on October 14, 2016

После 16 октября в исследуемом районе преобладал умеренный северо-восточный ветер, наблюдалось усиление ОЧТ, а прибрежное течение в районе западной части Крыма ослабло, скорость в нем уменьшилась до  $5\text{--}10 \text{ см/с}$ . Структура поля скорости к северо-западу от Севастополя носила нерегулярный характер. К 18 октября скорость ОЧТ возросла до  $45 \text{ см/с}$ , что,

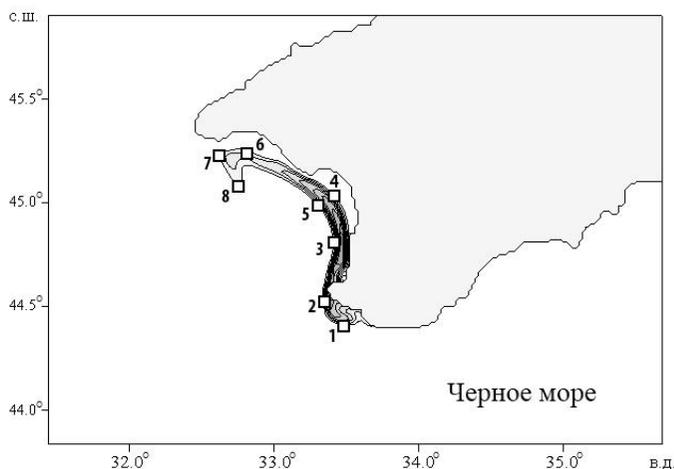
по-видимому, вновь привело к возникновению направленного на север прибрежного течения у м. Херсонес. По данным моделирования, скорость течения здесь составила 25 см/с.

Далее, используя рассчитанные скорости течений как входные данные, был проведен эксперимент по моделированию распространения примеси на период 12–18 октября 2016 г. Начальное поле концентрации примеси задано в прибрежной части Гераклейского п-ова сформировавшимся пятном загрязнения, обозначенным на рис. 2 квадратом. В указанной области задавалась единичная условная концентрация от поверхности до дна. Результат моделирования поля концентрации примеси на 18 октября показан на рис. 3. Видно, что загрязнения от источника за данный период времени при сложившейся циркуляции могут распространяться на обширную территорию. Рассматривая точки на периферии области загрязнения (белые квадраты на рис. 3) в качестве координат для задания начальных данных при решении сопряженных задач (19) – (22), мы получаем серию решений, показанных на рис. 4–6. Расчеты по модели переноса пассивной примеси выполнены на сетке с пространственным разрешением 1,6 км. Такая же дискретизация по пространству использована при решении сопряженной задачи (19), (20).

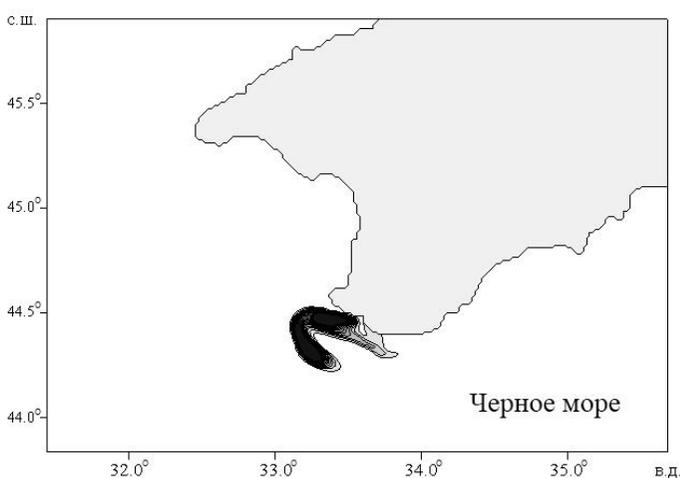


**Р и с. 2.** Начальное поле концентрации и область  $\Psi$   
**Fig. 2.** Concentration initial field and area  $\Psi$

На рис. 4 показаны нормированные значения функции влияния начальных данных на концентрацию примеси в точке 1 (см. рис. 3). Видно, что на концентрацию загрязнения в данной точке (при выбранном сроке интегрирования уравнений модели и значениях входных параметров) в основном влияет концентрация примеси в прибрежной области восточнее Балаклавы и в более мористой зоне, расположенной в области прохождения ОЧТ. Если первая зона характеризуется наличием вдольберегового течения 13–15 октября, то вторая, по всей вероятности, зависит от интенсивности зарождавшегося в это время антициклонического образования южнее Гераклейского п-ова. Аналогичная двойная структура функций влияния получается и для точек 2–4.

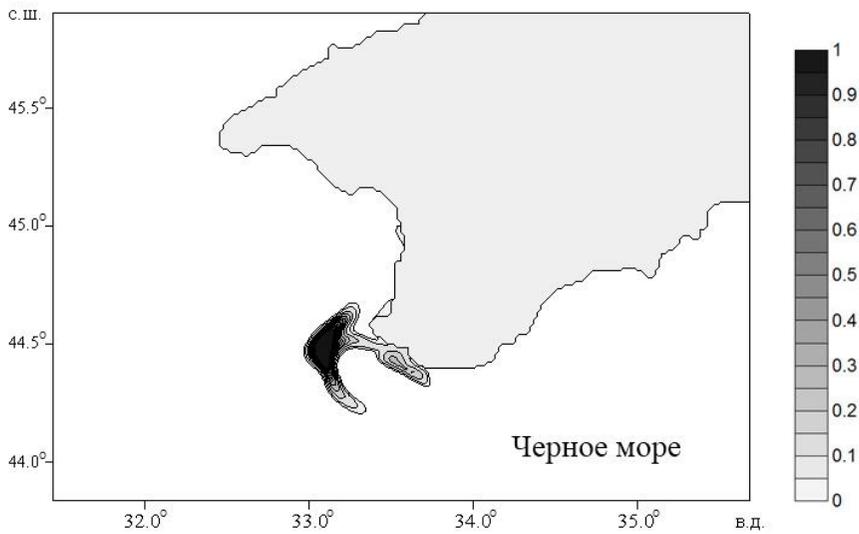


**Р и с. 3.** Модельное поле концентрации  
**F i g. 3.** Model field of concentration

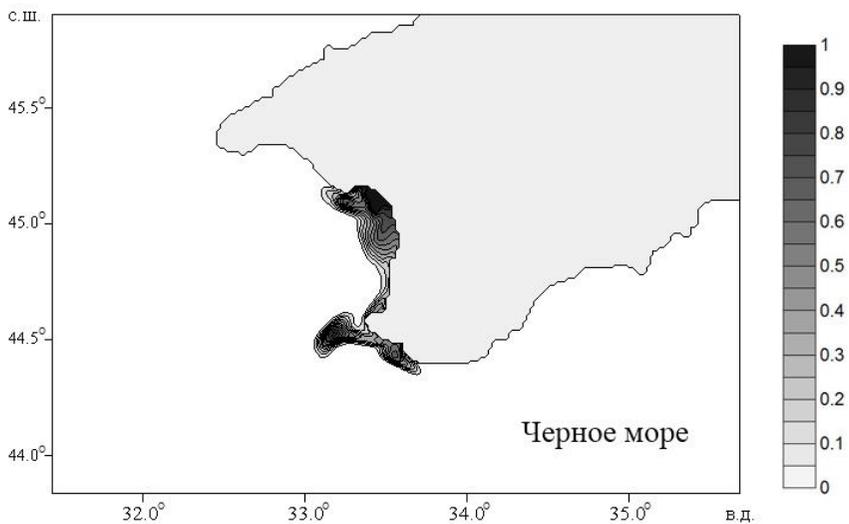


**Р и с. 4.** Нормированная функция влияния для точки 1  
**F i g. 4.** Normalized influence function for point 1

Интересно отличие функций влияния для точек 4 и 5. Если на концентрацию в точке 4, расположенной в прибрежной зоне, основное влияние оказывает ОЧТ, то на концентрацию в точке 5 влияют обширная прибрежная зона от Фороса до Евпатории и область антициклонического образования. При задании начального возмущения в точке 6 (рис. 5) динамика антициклонического вихря оказывает большее влияние, чем прибрежная зона. Исследование функций влияния начальных данных на концентрацию в периферийной точке 7 (рис. 6) показало, что основное влияние на концентрацию в этой точке оказывают прибрежная зона и область антициклонического образования. Аналогичная картина получается и для точки 8.



**Р и с. 5.** Нормированная функция влияния для точки 6  
**Fig. 5.** Normalized influence function for point 6



**Р и с. 6.** Нормированная функция влияния для точки 7  
**Fig. 6.** Normalized influence function for point 7

Если местоположение начального пятна загрязнения подлежит определению, то, решая  $N$  сопряженных задач (19), (20), можно определить область  $\Psi = \cap \varphi_n$ ,  $n = 1, \dots, N$ , где  $\varphi_n$  – области существенных значений  $C_n^*$ . На рис. 2 темно-серым цветом изображена такая область  $\Psi$ . Видно, что координаты начально заданного пятна загрязнения хорошо коррелируют с местоположением указанной области.

## Заключение

В результате проведенных численных экспериментов по интегрированию серии сопряженных задач определена область, в которой может находиться возможный источник загрязнения. Местоположение этой области хорошо согласуется с начальным распределением концентрации, что позволяет при наличии информации о характере примеси локализовать место ее поступления в водную среду. Расчеты показали, что на используемом интервале времени на концентрацию примеси в исследуемом районе прибрежной зоны Севастополя в основном влияют значения начального поля концентрации в самой прибрежной зоне и в областях, примыкающих к южному берегу Гераклеяского п-ова и Балаклавской бухты. Результаты численных экспериментов показали, что при определенных метеорологических и гидрологических условиях, складывающихся в районе Севастополя, возможны ситуации, когда загрязнения от очистных сооружений и сопутствующих источников могут за достаточно короткое время достигать основной городской береговой инфраструктуры. Поэтому решение такой задачи важно с экологической точки зрения. При наличии необходимой информации для наполнения динамической модели, модели переноса и сопряженной задачи появляется возможность определить местоположение источников загрязнения и проанализировать их влияние на концентрацию примеси в прибрежной зоне выбранного района. Таким образом, на основе интегрирования сопряженных уравнений возможна реализация задачи оценки контролируемых величин концентрации примеси в интересующей области моря и идентификация местоположения начального пятна загрязнения. Такая информация может быть полезной при принятии решений для уменьшения антропогенной нагрузки на экосистему Азово-Черноморского бассейна.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Булеев Н. И., Марчук Г. И. О динамике крупномасштабных атмосферных процессов // Труды Института физики атмосферы АН СССР. М., 1958. № 2. С. 66–104.
2. Марчук Г. И. Численные методы расчета ядерных реакторов. М. : АТОМИЗДАТ, 1958. 381 с.
3. Марчук Г. И., Скиба Ю. Н. Численный расчет сопряженной задачи для модели термического взаимодействия атмосферы с океаном и континентами // Известия Академии наук СССР. Физика атмосферы и океана. 1976. Т. 12, № 5. С. 459–469.
4. Марчук Г. И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. М. : Наука, 1982. 319 с.
5. Skiba Y. N., Parra-Guevara D. Application of Adjoint Approach to Oil Spill Problems // Environmental Modeling & Assessment. The Netherlands: Springer. 2017. Vol. 22, iss. 4. P. 379–395. doi: 10.1007/s10666-016-9540-4
6. Рябцев Ю. Н., Шапиро Н. Б. Определение начального положения обнаруженных в открытой части моря поверхностных линз пониженной солености // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа. Севастополь : ЭКОСИ-Гидрофизика, 2009. Вып. 18. С. 141–157.
7. Kochergin V. S., Kochergin S. V. Identification of the Parameters of the Instantaneous Point Pollution Source in the Azov Sea Based on the Adjoint Method // Physical Oceanography. 2017. No 1. P. 62–67. DOI: 10.22449/1573-160X-2017-1-62-67

8. *Demyshev S. G., Kochergin V. S., Kochergin S. V.* Using the Variational Approach and Adjoint Equations Method Under the Identification of the Input Parameter of the Passive Admixture Transport Model // Physical and Mathematical Modeling of Earth and Environment Processes. 3rd International Scientific School for Young Scientists, Ishlinskii Institute for Problems in Mechanics of Russian Academy of Science / Eds. V. Karev, D. Klimov, K. Pokazeev. Cham: Springer International Publishing AG. 2018. P. 51–61. doi.org/10.1007/978-3-319-77788-7
9. *Кочергин В. С.* Определение поля концентрации пассивной примеси по начальным данным на основе решения сопряженных задач // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа. Севастополь : ЭКОСИ-Гидрофизика, 2011. Вып 25, т. 2. С. 370–376.
10. *Demyshev S. G.* A numerical model of online forecasting Black Sea currents // Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics. 2012. Vol. 48, P. 120–132. https://doi.org/10.1134/S0001433812010021
11. *Demyshev S. G., Dymova O. A.* Numerical analysis of the mesoscale features of circulation in the Black Sea coastal zone // Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics. 2013. Vol. 49. P. 603–610. https://doi.org/10.1134/S0001433813060030
12. *Mellor G. L., Yamada T.* Development of a turbulence closure model for geophysical fluid problems // Reviews of Geophysics. 1982. Vol. 20, iss. 4. P. 851–875. doi:10.1029/RG020i004p00851
13. *Arakawa A., Lamb V. R.* A Potential Enstrophy and Energy Conserving Scheme for the Shallow Water Equations // Monthly Weather Review. 1981. Vol. 109, iss. 1. P. 18–36. doi:10.1175/1520-0493(1981)109<0018: APEAEC> 2.0.CO;2
14. *Harten A.* High resolution schemes for hyperbolic conservation laws // Journal of Computational Physics. 1983. Vol. 49, iss. 3. P. 357–393. https://doi.org/10.1016/0021-9991(83)90136-5
15. Эволюция поля концентрации Цезия-137 в Черном море после прохождения чернобыльского облака / С. Г. Демьшев [и др.] // Метеорология и гидрология. 2001. № 10. С. 49–61.
16. The regional weather forecasting system SKIRON: An overview / G. Kallos [et al.] // Proceedings of the Symposium on Regional Weather Prediction on Parallel Computer Environments. Greece, Athens. 1997, P. 109–122.
17. Operational system for diagnosis and forecast of hydrophysical characteristics of the Black Sea / G. K. Korotaev [et al.] // Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics. 2016. Vol. 52, iss. 5. P. 542–549. https://doi.org/10.1134/S0001433816050078

*Об авторах:*

**Демьшев Сергей Германович**, главный научный сотрудник, заведующий отделом теории волн, ФГБУН ФИЦ МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), доктор физико-математических наук, **ORCID ID: 0000-0002-5405-2282**, demyshev@gmail.ru

**Дымова Ольга Алексеевна**, старший научный сотрудник, отдел теории волн, ФГБУН ФИЦ МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), кандидат физико-математических наук, **SPIN-код: 796-208**, **ORCID ID: 0000-0003-4036-2447**, **ResearcherID: P-9669-2015**, olgadyim@yahoo.com

**Кочергин Владимир Сергеевич**, младший научный сотрудник, отдел теории волн, ФГБУН ФИЦ МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), **Scopus Author ID: 55236323700**, **ResearcherID: AAG-4209-2020**, vskocher@gmail.com

**Кочергин Сергей Владимирович**, старший научный сотрудник, отдел вычислительной техники и математического моделирования, ФГБУН ФИЦ МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), кандидат физико-математических наук, **ORCID ID: 0000-0002-3583-8351**, **ResearcherID: AAG-4206-2020**, ko4ep@mail.ru