

Численное моделирование распространения и наката уединенных волн в мелководной зоне

А. Ю. Белоконов , С. Ю. Михайличенко

Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь, Россия
 aleksa.44.33@gmail.com

Поступила в редакцию 01.06.2021 г., после доработки – 18.08.2021 г.

Цель. Исследовать распространение солитонов в мелководном бассейне и оценить проявление нелинейных эффектов при накате волн на пологий берег; сопоставить оценки, полученные при помощи различных численных моделей, с имеющимися аналитическими зависимостями – цель настоящей работы.

Методы и результаты. Представлены результаты численного моделирования, проведенного с помощью двух нелинейных моделей длинных волн – авторской модели и модели *Simulating WAVes till SHore (SWASH)*. Получены профили уединенной волны при ее распространении на участке бассейна постоянной глубины, сопряженного с наклонным дном. Процесс наката волн на берег моделировался при помощи алгоритма движения жидкости по сухому берегу. Показано, что при распространении солитона на участке постоянной глубины эффекты нелинейности проявляются в деформации профиля волны, а именно: с ростом начальной амплитуды волны и увеличением расстояния, пройденного волной, увеличивается крутизна переднего склона волны. Это, в свою очередь, приводит к возрастанию заплеска при накате волн на берег. Оценки высот наката, полученные в рамках разных численных моделей, хорошо согласуются.

Выводы. Рассчитанные величины максимального наката волн на берег для недеформированных волн, длина которых равна длине пройденного пути, близки к оценкам, полученным аналитически. Для волн с деформированным профилем, крутизна переднего склона которых нарастает при распространении на большие расстояния, высоты заплеска увеличиваются с ростом начальной амплитуды волны, в этом случае аналитические оценки желательно заменять численными. Высота наката деформированных волн может превысить начальную амплитуду волны в четыре раза и более. Полученные в работе результаты могут оказаться полезными при проектировании берегозащитных сооружений с учетом проблем, связанных с сохранением экологии и экономики побережья.

Ключевые слова: численное моделирование, солитоны, уединенные волны, нелинейные эффекты, накат волн на берег, гидродинамическая модель *SWASH*

Благодарности: работа выполнена в рамках государственного задания по теме № 0555-2021-0005 «Комплексные междисциплинарные исследования океанологических процессов, определяющих функционирование и эволюцию экосистем прибрежных зон Черного и Азовского морей».

Для цитирования: Белоконов А. Ю., Михайличенко С. Ю. Численное моделирование распространения и наката уединенных волн в мелководной зоне // Морской гидрофизический журнал. 2021. Т. 37, № 6. С. 742–753. doi:10.22449/0233-7584-2021-6-742-753

Numerical Simulation of the Solitary Waves Propagation and Run-up in Shallow Water

A. Yu. Belokon , S. Yu. Mikhailichenko

Marine Hydrophysical Institute, Russian Academy of Sciences, Sevastopol, Russia

 aleksa.44.33@gmail.com

Purpose. The paper is aimed at investigating the propagation of solitons in a shallow basin, assessing the nonlinear effects resulting from the wave run-up on a gentle coast, and at comparing the estimates obtained using different numerical models with the available analytical dependencies.

Methods and Results. The results of numerical simulations carried out using two nonlinear models of long waves (the author's model and the *Simulating WAVes till SHore (SWASH)* one) are represented in the paper. The solitary wave profiles were obtained during its propagation in the part of a basin with constant depth conjugated with the inclined bottom. The process of a wave run-up on the coast was simulated using the algorithm of fluid movement along a dry coast. It is shown that when a soliton propagates in the basin part with constant depth, the nonlinearity effects are manifested in deformation of a wave profile. In other words, increase of the wave initial amplitude and the distance traveled by a wave is accompanied by growth of the wave front slope steepness. This, in its turn, leads to increase of a splash when the waves run-up on the coast. The estimates of the run-up heights resulted from different numerical models are in good agreement.

Conclusions. The calculated values of the maximum wave run-up on the coast for the non-deformed waves, the length of which is equal to that of the traversed path, are close to the estimates obtained analytically. For the waves with the deformed profile, the front slope steepness of which increases with propagation over long distances, the run-up heights increase with growth of the wave initial amplitude. In such a case, it is desirable to replace the analytical estimates with the numerical ones. The run-up height of the deformed waves can exceed the wave initial amplitude by four or more times. The results obtained in this study can be useful in projecting the coastal protection constructions with the regard for preserving the coastal ecology and economy.

Keywords: numerical simulation, solitons, solitary waves, nonlinear effects, run-up, hydrodynamic model *SWASH*

Acknowledgment: the investigation was carried out within the framework of the state task on theme No. 0555-2021-0005 "Complex interdisciplinary investigations of the oceanologic processes conditioning functioning and evolution of the Black and Azov seas' ecosystems of the coastal zones".

For citation: Belokon, A.Yu. and Mikhailichenko, S.Yu., 2021. Numerical Simulation of the Solitary Waves Propagation and Run-up in Shallow Water. *Physical Oceanography*, [e-journal] 28(6), pp. 691-701. doi:10.22449/1573-160X-2021-6-691-701

Введение

Исследование распространения уединенных волн на мелководье с последующим накатом на береговой склон является практически значимой задачей. Подобные процессы могут наблюдаться, в первую очередь, при подходе к берегу волн цунами, а также приливных и судовых волн. В открытом океане эти волны имеют малую амплитуду и не представляют особой опасности, однако при приближении к берегу скорость их распространения уменьшается, а высота растет. Ветровые волны при подходе к берегу на определенной стадии деформации мелководьем трансформируются в одиночные [1]. В [2] сделано предположение о том, что одной из возможных причин образования волн-убийц в мелком море являются ветровые солитоны. Частое наблюдение солитонов в мелководных морских зонах отмечено в работе [3]. На мелководье усиливается влияние нелинейных эффектов, что влечет за собой увеличе-

МОРСКОЙ ГИДРОФИЗИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 37 № 6 2021 743

ние высот наката и приводит к разрушительному воздействию на побережье. Главная опасность таких волн заключается в том, что они могут усиливаться другими явлениями, например приливами, при этом проникая на большие расстояния в глубь побережья [4].

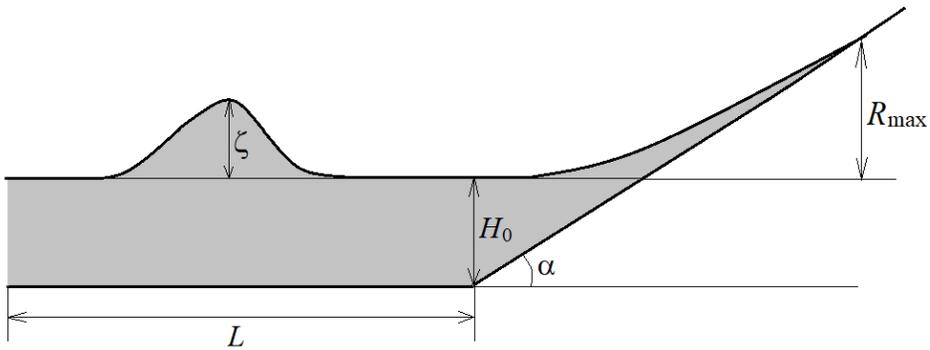
Аналитическое решение нелинейных уравнений мелкой воды на плоском откосе было найдено впервые в работе [5]. Использованный здесь подход в дальнейшем получил развитие в ряде работ различных авторов [6–13]. В [7, 8] получены аналитические оценки для определения высот наката необрушивающихся волн на плоский откос, которые довольно хорошо согласуются с экспериментальными данными. Сопоставление численных расчетов заплесков волн на плоский откос с экспериментальными данными и с аналитическими оценками различных авторов проведено в [9]. Экспериментальные исследования описаны в работах [10–12].

Основное внимание в вышеперечисленных работах уделяется определению максимального заплеска волны в зависимости от ее амплитуды и угла наклона берега. В то же время известно, что высота наката волн на берег существенно зависит от крутизны переднего склона волны [13, 14]. Волны, проникая на мелководье, становятся «чувствительными» к уменьшению глубин, и, как следствие, подходят к берегу деформированными: их передний склон становится крутым, что в итоге может привести к экстремальным заплескам. В [15, 16] показано, что волны с крутым передним склоном могут проникать в глубь суши на большие расстояния, чем волны с симметричным профилем. В рамках теории, предложенной в [15], становится понятной роль крутизны волны как определяющего параметра для расчета высоты наката волны цунами. В [17] предложена соответствующая формула максимальной высоты наката, учитывающая крутизну фронта волны.

В настоящей работе продолжены исследования наката нелинейно деформированных волн на пологий склон. Выполнено численное моделирование распространения уединенной волны в модельном бассейне, состоящем из участка постоянной глубины, соединенного с наклонным дном, с последующим накатом волны на берег. Расчеты проводились при помощи двух нелинейных численных моделей – модели из работы [14] и модели *Simulating WAves till SHore (SWASH)* [18]. На участке постоянной глубины исследовалось влияние нелинейности на деформацию волны. Получены оценки высот заплеска волн при накате на пологий берег. Результаты, полученные численно в рамках указанных моделей, сравнивались между собой и с аналитическими зависимостями, полученными другими авторами.

Математическая постановка задачи

Рассматривается задача о распространении уединенной поверхностной волны в бассейне с уклоном с последующим накатом на береговой склон. На рис. 1 показан модельный бассейн глубиной $H(x)$, который состоит из участка постоянной глубины H_0 длиной L , соединенного с наклонным участком с уклоном дна α .



Р и с. 1. Схема распространения уединенной поверхностной волны в бассейне с последующим накатом на береговой склон

F i g. 1. Scheme of a solitary surface wave propagation in a basin followed by run-up on the coastal slope

Процесс распространения волны в модельном бассейне описывался при помощи нелинейной модели поверхностных длинных волн, которая оперирует осредненными по глубине горизонтальной скоростью и смещением уровня моря [19]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x}, \quad \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial (uD)}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

где $u = u(x, t)$ – осредненная по глубине бассейна горизонтальная скорость; t – время; x – продольная координата; g – ускорение свободного падения; $\zeta = \zeta(x, t)$ – осредненное вдоль поперечного сечения бассейна смещение уровня моря; $D(x, t) = H(x) + \zeta(x, t)$ – динамическая (полная) глубина бассейна.

Начальные условия предполагают, что при $t = 0$ жидкость в бассейне покоится:

$$u = 0, \quad \zeta = 0 \quad (t = 0). \quad (2)$$

Вход уединенной волны начальной высоты a_0 в бассейн моделировался при помощи граничных условий. На жидкой границе $x = 0$ вход уединенной волны начальной высоты a_0 в бассейн задавался в виде временного ряда величин смещения уровня моря, соответствующих профилю солитона Кортевега-де-Вриза:

$$\zeta = a_0 \operatorname{sech}^2 \left(\frac{1}{4} \sqrt{\frac{3a_0}{H_0}} \frac{(\lambda - 2Ct)}{H_0} \right) \quad (x = 0, \quad 0 < t \leq T), \quad (3)$$

где $T = \lambda/C$ – время прохождения волной сечения $x = 0$; $\lambda = 4H_0 \sqrt{H_0 / (3a_0)} \operatorname{arch} \sqrt{20}$ – характерная ширина профиля одиночной волны на высоте $a_0/20$ [7, 8]; $C = C(0) = \sqrt{gH_0}$ – фазовая скорость волны на входе

в бассейн. Период T – «условный» [1] период уединенной волны, который в данной работе характеризует время прохождения солитонем участка, расположенного между точками волнового фронта на высоте $1/20$ амплитуды, через сечение $x = 0$. Данный параметр определяется длиной и скоростью распространения уединенной волны. Длина солитона как ширина волны на высоте $1/20$ от первоначальной амплитуды была выбрана в работе с целью точного задания профиля волны и сохранения его формы при входе в расчетную область.

С момента полного проникновения волны в канал (при $t = T$) на жидкой границе $x = 0$ происходит замена условия генерации волны (3) на условие свободного выхода волн:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - C \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (x = 0, t > T). \quad (4)$$

Начально-краевая задача (1) – (4) решалась численно при помощи метода конечных разностей с использованием явно-неявной схемы первого порядка аппроксимации по времени. Процесс затопления – осушения моделировался с применением алгоритма, изложенного в [20]. Расчеты выполнялись на сетке с пространственным разрешением $\Delta x = 1$ м и с шагом по времени $\Delta t = 0,01$ с.

Часть численных экспериментов выполнялась с использованием гидродинамической модели *SWASH* [18], которая основывается на нелинейных уравнениях мелкой воды. В отличие от [14] эта модель может учитывать негидростатические эффекты. Для сопоставления результатов двух моделей эти эффекты в *SWASH* не включались.

Результаты исследования и их обсуждение

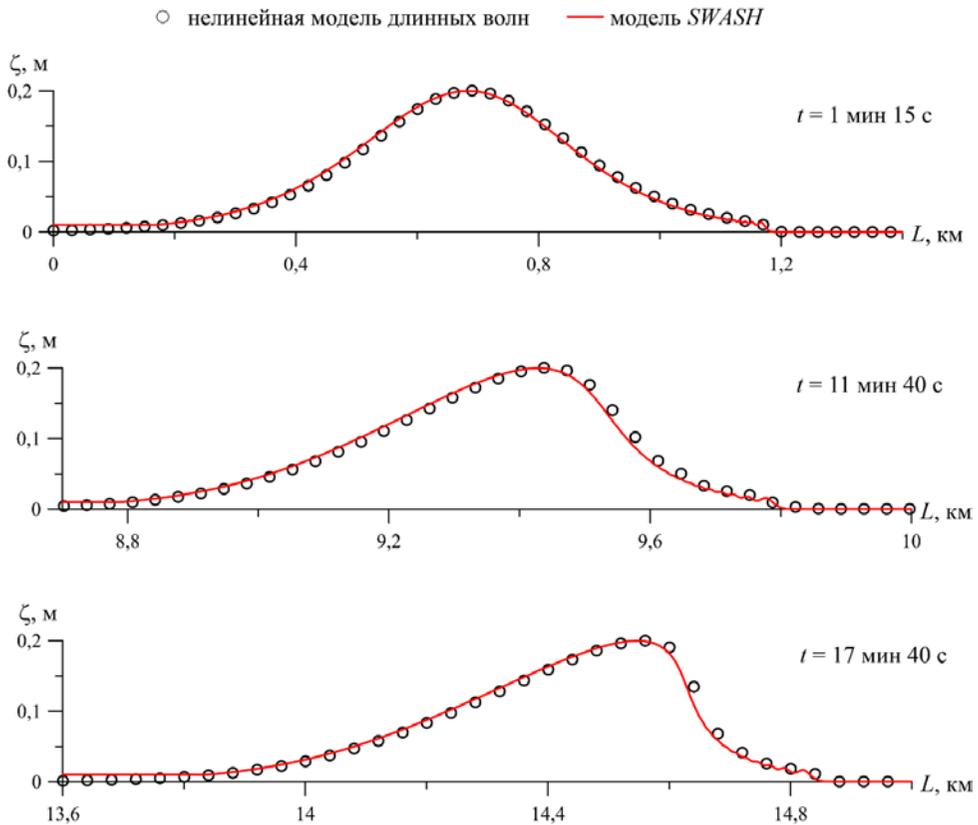
Рассмотрим распространение уединенной поверхностной волны, форма которой задается в виде солитона (3). Начальная амплитуда волны равна 0,2 м, ее длина составляет ~ 1000 м (на высоте $1/20$ от амплитуды). На рис. 2 показаны распределения уровня моря при распространении волны вдоль участка постоянной глубины $H_0 = 20$ м, длина которого равна 15 км. Представлены профили волны в различные моменты времени, полученные в рамках модели нелинейных длинных волн, описанной формулами (1) – (4), и профили, рассчитанные по модели *SWASH*.

На рис. 2 видно, как волна, вошедшая в расчетную область, трансформируется с течением времени. Передний склон волны становится крутым, при этом ее длина и начальная амплитуда остаются неизменными. При дальнейшем распространении волны вдоль участка постоянной глубины ее передний склон будет становиться круче до тех пор, пока не наступит обрушение. В работе [7] критерий обрушения определяется по аналитической формуле

$$\frac{a_0}{H_0} = 0,8183(\operatorname{ctg}\alpha)^{\frac{10}{9}}. \quad (5)$$

Однако это уравнение справедливо для тех волн, которые при подходе к откосу имеют симметричную форму. Критерием обрушения волны в модели нелинейных длинных волн из работы [14] послужило условие, при кото-

ром орбитальная скорость частицы на гребне волны становится больше, чем фазовая скорость волны, т. е. $\partial\zeta/\partial t \geq C$.



Р и с. 2. Распространение солитона в бассейне постоянной глубины в различные моменты времени. Начальная амплитуда волны $a_0 = 0,2$ м, глубина бассейна $H_0 = 20$ м
F i g. 2. Soliton propagation in a basin of constant depth at different time moments. The wave initial amplitude $a_0 = 0.2$ m, the basin depth $H_0 = 20$ m

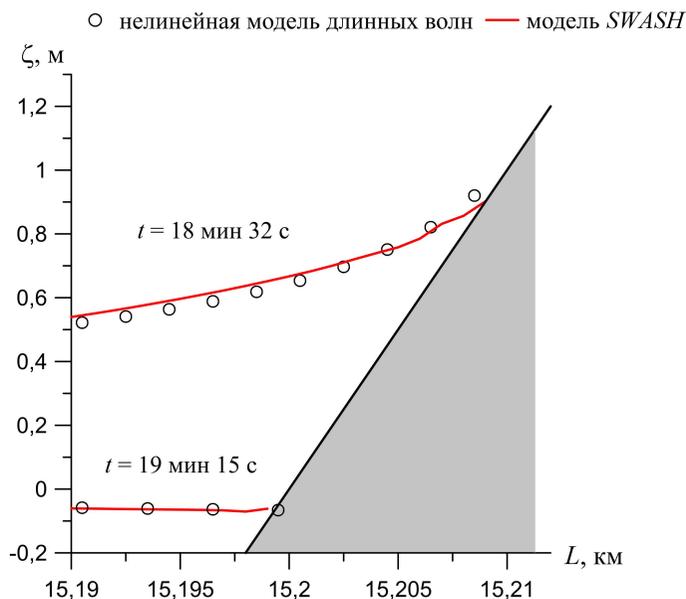
Обрушение волны в модели *SWASH* учитывалось при помощи следующего критерия:

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t} > \beta\sqrt{gD},$$

где $\beta = 0,6$ – максимальная крутизна волны.

После прохождения участка постоянной глубины волна продолжает свое движение на наклонном участке, а затем – по сухому берегу. На рис. 3 показано положение линии уреза в момент максимального наката волны на берег и максимального осушения дна. Приведены кривые, рассчитанные в рамках нелинейной модели длинных волн и с использованием модели *SWASH*, которые хорошо согласуются. Наблюдается незначительное превышение заплеска для кривой, полученной в рамках нелинейной модели длинных волн. Таким образом, высота наката волны превышает начальную амплитуду волны в 4,4

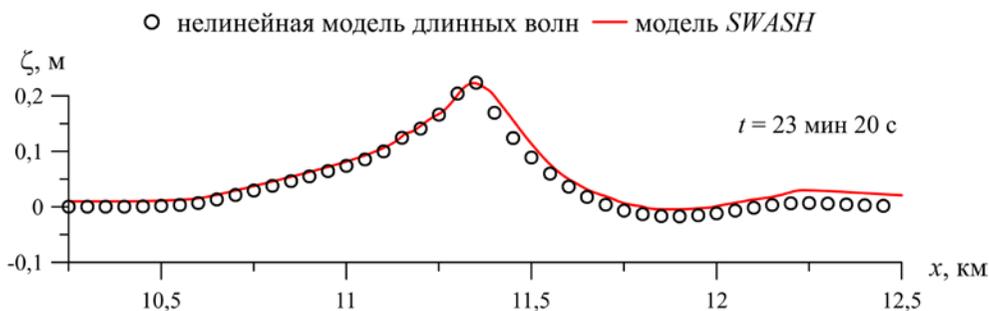
раза. Опускание уровня моря при откате составило $\sim 0,5$ от начальной амплитуды волны.



Р и с. 3. Уровень моря в момент максимального наката волны на берег и последующего осушения дна. Начальная высота волны $a_0 = 0,2$ м, глубина бассейна $H_0 = 20$ м, длина участка постоянной глубины $L = 15$ км, уклон дна $\text{tg } \alpha = 0,1$

F i g. 3. Sea level at the moment of the maximum wave run-up on the coast and subsequent run-down. The wave initial amplitude $a_0 = 0.2$ m, the basin depth $H_0 = 20$ m, the length of the constant depth section $L = 15$ km, the bottom slope $\text{tg } \alpha = 0.1$

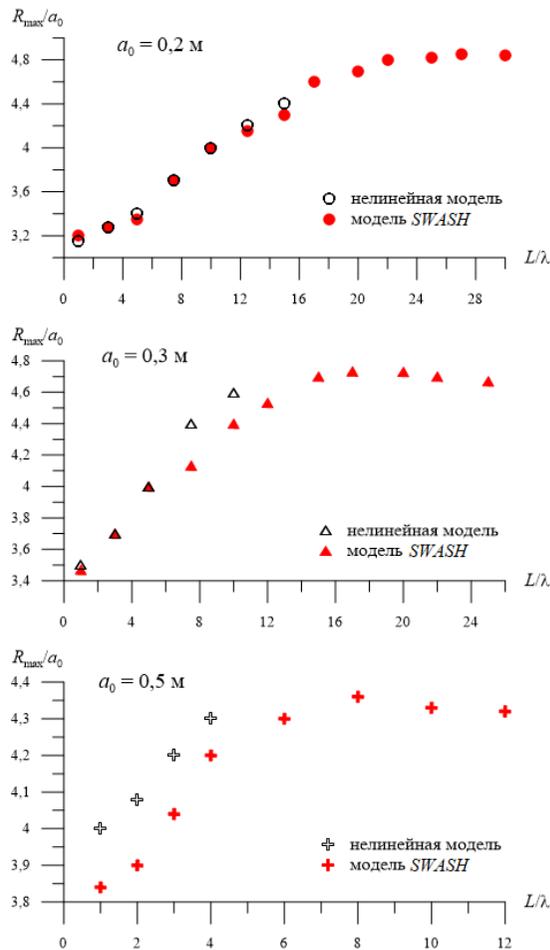
Отразившись от берега, волна движется в обратном направлении. Отраженная волна показана на рис. 4, где видно, что уединенная волна после наката на берег трансформируется в знакопеременную волну.



Р и с. 4. Профиль отраженной волны при распространении и последующем накате на берег. Начальная высота волны $a_0 = 0,2$ м, глубина бассейна $H_0 = 20$ м, длина участка постоянной глубины $L = 15$ км, уклон дна наклонного участка $\text{tg } \alpha = 0,1$

F i g. 4. The reflected wave profile while its propagation and subsequent run-up on the coast. The wave initial height $a_0 = 0.2$ m, the basin depth $H_0 = 20$ m, the length of the constant depth section $L = 15$ km, the bottom slope $\text{tg } \alpha = 0.1$

Кривые профилей на рис. 2 демонстрируют, что чем больше расстояние, на которое распространяется волна, тем сильнее проявляются эффекты нелинейности, что приводит к увеличению крутизны переднего склона волны. Исследуем высоту наката солитонов на береговой склон в зависимости от длины участка L постоянной глубины. На рис. 5 приведены оценки заплесков уединенных волн различной амплитуды, рассчитанные в рамках обеих моделей. Видно, что для недеформированных волн (при $L/\lambda = 1$) отношение высоты наката к начальной амплитуде составляет 3,2 при $a_0 = 0,2$ м, 3,5 при $a_0 = 0,3$ м, 3,9 при $a_0 = 0,5$ м. С увеличением длины участка постоянной глубины процесс распространения волны сопровождается нарастанием крутизны переднего склона волны, что приводит к усилению заплеска при накате волн на берег.



Р и с. 5. Оценки относительных высот наката уединенных волн на берег в зависимости от длины участка бассейна постоянной глубины для различных начальных амплитуд волн. Глубина бассейна $H_0 = 20$ м, уклон дна $\text{tg } \alpha = 0,1$

F i g. 5. Estimates of relative heights of the solitary wave run-ups on the coast depending on the length of the basin part with constant depth for different wave initial amplitudes. The basin depth $H_0 = 20$ m, the bottom slope $\text{tg } \alpha = 0.1$

На рис. 5 оценки, полученные при помощи модели нелинейных длинных волн (1) – (4), представляют собой высоты наката необрушивающихся волн. При достижении максимальной крутизны переднего склона происходит обрушение волны, и дальнейшие численные эксперименты возможны только в модели *SWASH*, которая предполагает расчет распространения и наката на берег обрушивающихся волн. Видно (рис. 5), как после обрушения волны высота наката достигает своего максимума, а затем начинает уменьшаться вследствие диссипации энергии при обрушении. Рост начальной амплитуды волны также приводит к возрастанию заплеска. При одном и том же относительном расстоянии L/λ высоты наката оказываются наибольшими для волн с большими начальными амплитудами. В то же время чем больше амплитуда уединенной волны, тем меньше характерная ширина профиля волны, что приводит к более быстрому наступлению обрушения волны и диссипации энергии. Таким образом, для деформированных необрушивающихся волн малой амплитуды ($a_0 = 0,2$ м) высота наката на берег увеличивается в 4,4 раза, для $a_0 = 0,3$ м – в 4,5–4,6 раза, для волн большой амплитуды ($a_0 = 0,5$ м) – в 4,2–4,3 раза. Дальнейшие исследования в рамках модели *SWASH* показали, что максимальная высота наката обрушенных волн превысила начальную амплитуду волны в 4,85 раза при $a_0 = 0,2$ м, в 4,73 раза при $a_0 = 0,3$ м, в 4,36 раза при $a_0 = 0,5$ м.

Численные оценки, полученные при помощи указанных моделей, показали хорошее соответствие. Разница в высотах наката для больших амплитуд связана с использованием в моделях разных алгоритмов при вычислении наката.

Проведен анализ сопоставления результатов, полученных численно и аналитически. В работе [7] предложено следующее выражение для определения высоты наката:

$$\frac{R_{\max}}{H_0} = 2,831 \sqrt{\operatorname{ctg} \alpha} \left(\frac{a_0}{H_0} \right)^{\frac{5}{4}}. \quad (6)$$

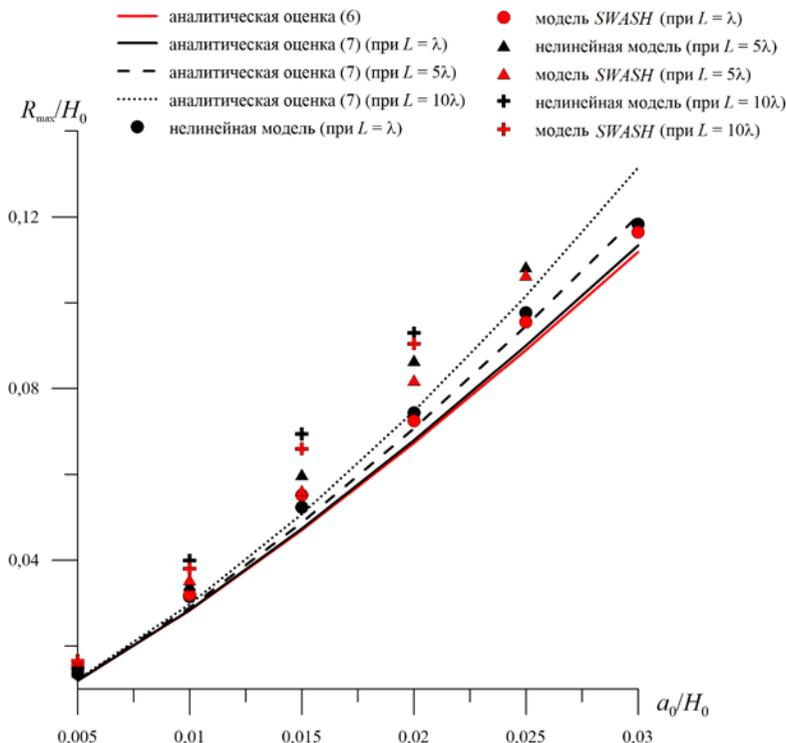
В работе [17] получена зависимость высоты наката от крутизны волны:

$$R_{\max} = R_0 \left(\frac{s}{s_0} \right)^{0,42}, \quad (7)$$

где R_0 – высота наката недеформированной волны; s – максимальная крутизна на нелинейно деформированной волны; s_0 – максимальная крутизна недеформированной волны.

На рис. 6 показана аналитическая кривая, рассчитанная по формуле (6) для высоты наката на берег волн с симметричным профилем. Здесь же представлены аналитические зависимости, найденные по формуле (7) для волн с нелинейно деформированным профилем, и численные оценки для необрушивающихся волн, полученные в рамках вышеописанных моделей. Видно, что численные оценки заплесков близки по величинам к аналитическим оценкам, однако с увеличением расстояния, на которое распространяется волна, возрастают и высоты наката волн на берег. Таким образом, аналитиче-

ские оценки могут давать хорошее количественное описание для волн, длина которых сопоставима с пройденным расстоянием. Для исследования волн с асимметричным профилем, который деформировался в результате проявления нелинейных эффектов, необходимо использовать численные методы.



Р и с. 6. Зависимости максимальных заплесков необрушенных уединенных волн. Глубина бассейна $H_0 = 20$ м, уклон дна $\text{tg } \alpha = 0,1$

F i g. 6. Dependences of the maximum run-ups of the unbroken solitary waves. The basin depth $H_0 = 20$ m, the bottom slope $\text{tg } \alpha = 0.1$

Заклучение

С использованием нелинейных моделей длинных волн [14, 18] проведена серия численных экспериментов по исследованию деформации уединенной волны в бассейне малой глубины и последующего наката на пологий берег. Кривые, полученные для профилей солитона в разных моделях, хорошо согласуются. Показано, что с увеличением длины участка постоянной глубины бассейна профиль волны деформируется в результате нарастания крутизны переднего склона волны. Это, в свою очередь, оказывает существенное влияние на усиление заплеска при накате волны на берег. Установлено, что недеформированные волны при накате на берег усиливаются в 3,2 раза при начальной амплитуде 0,2 м, а максимально деформированные волны – в 4,4 раза. При амплитуде 0,3 м отношения заплесков недеформированных и деформированных волн к их амплитуде составили 3,5 и 4,5–4,6, а при амплитуде 0,5 м – 3,9 и 4,2–4,3 соответственно. С ростом начальной амплитуды уеди-

ненной волны длина прохождения пути сокращается и обрушение наступает быстрее.

Рассчитанные величины максимального наката на берег недеформированных волн, длина которых сопоставима с пройденным расстоянием, близки к оценкам, полученным аналитически. Для подходящих к берегу волн с крутым передним склоном высоты заплеска увеличиваются с ростом начальной амплитуды волны. Для оценивания высоты наката на берег таких волн необходимо использовать численные модели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кононова Г. Е., Показеев К. В. Динамика морских волн. М. : Изд-во МГУ, 1985. 298 с.
2. Шелковников Н. К. Солитонная версия формирования волн-убийц в океане // Морской гидрофизический журнал. 2012. № 5. С. 34–42.
3. Сквайр В. А., Ковалев П. Д., Ковалев Д. П. Солитоноподобные волны в окрестностях Южных Курильских островов // Морской гидрофизический журнал. 2021. Т. 37, № 1. С. 5–22. doi:10.22449/0233-7584-2021-1-5-22
4. Диденкулова И. И., Пелиновский Е. Н. Накат нелинейной монохроматической волны на плоский откос в присутствии прилива // Океанология. 2019. Т. 59, № 4. С. 529–532. <https://doi.org/10.31857/S0030-1574594529-532>
5. Carrier G. F., Greenspan H. P. Water waves of finite amplitude on a sloping beach // Journal of Fluid Mechanics. 1958. Vol. 4, iss. 1. P. 97–109. <https://doi.org/10.1017/S0022112058000331>
6. Pedersen G., Gjevik B. Run-up of solitary waves // Journal of Fluid Mechanics. 1983. Vol. 135. P. 283–299. <https://doi.org/10.1017/S0022112083003080>
7. Synolakis C. E. The runup of solitary waves // Journal of Fluid Mechanics. 1987. Vol. 185. P. 523–545. <https://doi.org/10.1017/S002211208700329X>
8. Li Y., Raichlen F. Solitary Wave Runup on Plane Slopes // Journal of Waterways, Port, Coastal, and Ocean Engineering. 2001. Vol. 127, iss. 1. P. 33–44. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-950X\(2001\)127:1\(33\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-950X(2001)127:1(33))
9. Доценко С. Ф., Санникова Н. К. В. Характеристики наката одиночной поверхностной волны на береговой откос // Доповіди Національної академії наук України. 2013. № 2. С. 86–91.
10. Лабораторное и численное исследование наката волн на линейно-наклонный берег / А. А. Родин [и др.] // Неравновесные процессы в сплошных средах. В 2-х томах. Т. 2. Пермь, 2017. С. 166–168.
11. Никишов В. И., Селезов И. Т., Хомицкий В. В. Взаимодействие уединенных поверхностных и внутренних волн с береговыми склонами // Прикладна гідромеханіка. 2011. Т. 13, № 2. С. 51–63. URL: <http://dspace.nbuv.gov.ua/handle/123456789/116297> (дата обращения: 27.10.2021).
12. Взаимодействие волн цунами с откосными сооружениями / В. В. Максимов [и др.] // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2017. Т. 10, № 4. С. 53–60. doi:10.7868/S2073667317040050
13. Накат нелинейно деформированных волн на берег / И. И. Диденкулова [и др.] // Доклады Академии наук. 2006. Т. 410, № 5. С. 676–679.
14. Базыкина А. Ю., Фомин В. В. Характеристики наката одиночных волн на берег в бухтах с различной формой поперечного сечения // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон моря. 2017. № 4. С. 30–38.
15. Runup of nonlinearly deformed waves on a coast / I. I. Didenkulova [et al.] // Doklady Earth Sciences. 2006. Vol. 411, iss. 1. P. 1241–1243. <https://doi.org/10.1134/S1028334X06080186>

16. *Didenkulova I.* New Trends in the Analytical Theory of Long Sea Wave Runup // *Applied Wave Mathematics* / Eds. E. Quak, T. Soomere. Berlin, Heidelberg : Springer, 2009. P. 265–296. https://doi.org/10.1007/978-3-642-00585-5_14
17. *Abdalazeez A. A., Didenkulova I., Dutykh D.* Nonlinear deformation and run-up of single tsunami waves of positive polarity: numerical simulations and analytical predictions // *Natural Hazards and Earth System Sciences*. 2019. Vol. 19. P. 2905–2913. <https://doi.org/10.5194/nhess-2019-182>
18. *The SWASH team.* SWASH User Manual. SWASH version 7.01 // Delft University of Technology, Netherlands. 2012. 144 p.
19. *Ламб Г.* Гидродинамика. Москва, Ленинград : Гостехиздат, 1947. 928 с.
20. *Kowalik Z.* Basic relations between tsunamis calculations and their physics // *Science of Tsunami Hazards*. 2001. Vol. 19, iss. 2. P. 99–115.

Об авторах:

Белоконь Александра Юрьевна, младший научный сотрудник, отдел вычислительных технологий и математического моделирования, ФГБУН ФИЦ МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), **SPIN-код: 5633-9877, ORCID ID: 0000-0002-1299-0983, ResearcherID: M-6839-2018**, aleksa.44.33@gmail.com

Михайличенко Сергей Юрьевич, младший научный сотрудник, отдел вычислительных технологий и математического моделирования, ФГБУН ФИЦ МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), **SPIN-код: 7351-9338, ORCID ID: 0000-0001-6332-1395, ResearcherID: M5788-2018**, liham1984@rambler.ru