

О нелинейных взаимодействиях в триадах краевых волн на шельфе моря

Рассматриваются нелинейные трехволновые взаимодействия между распространяющимися в одном направлении краевыми волнами над шельфом-ступенькой. Определены условия синхронизма и рассчитаны коэффициенты взаимодействия для случаев, когда во взаимодействии участвуют волны пяти низших мод. Исследована пространственно-временная динамика на примере одной триады краевых волн. Показана возможность взаимодействия краевых волн для областей реальной топографии.

Введение. Краевыми волнами называются относительно высокочастотные захваченные волны, распространяющиеся вдоль побережья и быстро затухающие в сторону открытого океана. В настоящее время имеется множество фактов, подтверждающих существование краевых волн в волновом поле прибрежной зоны океана (см., например, [1 – 3]). Согласно современному представлению краевые волны играют важную роль в динамике прибрежной зоны, приводят к возникновению своеобразных явлений и эффектов, таких, например, как береговые фестоны и разрывные течения [4 – 8].

В рамках линейной модели решение для краевых волн строится в виде суперпозиции мод с ортогональной структурой, определяемой характерными параметрами шельфа и материкового склона. При учете нелинейных членов в уравнениях движения происходит перераспределение энергии в спектре волны, что в случае резонансного взаимодействия может привести к достаточно сильному росту отдельных мод. Исследования в этом направлении проводятся уже более 30 лет. Так, существование резонансных триад краевых волн Стокса над откосом постоянного уклона было доказано еще в работе [9] и затем подтверждено в последующих статьях [10 – 12]. Трехволновые резонансы возникают для краевых волн и над подводным рельефом сложной формы [13 – 15]. Данная работа посвящена анализу возможных нелинейных эффектов при взаимодействии триад краевых волн, распространяющихся над шельфом-ступенькой.

Основные уравнения. Основные уравнения, описывающие длинноволновые движения идеальной несжимаемой нестратифицированной жидкости в бассейне с цилиндрическим рельефом, задаваемым профилем глубины $h(y)$, имеют вид:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial(hv)}{\partial x} + \frac{\partial(hu)}{\partial y} = N^n, \quad N^n = -\frac{\partial(\eta v)}{\partial x} - \frac{\partial(\eta u)}{\partial y}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(hu)}{\partial t} + gh \frac{\partial \eta}{\partial y} = N^u, \quad N^u = -hv \frac{\partial u}{\partial x} - hu \frac{\partial u}{\partial y}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial(hv)}{\partial t} + gh \frac{\partial \eta}{\partial x} = N^v, \quad N^v = -hv \frac{\partial v}{\partial x} - hu \frac{\partial v}{\partial y}, \quad (3)$$

где $\eta(x, y, t)$ – смещение поверхности жидкости; $u(x, y, t)$ и $v(x, y, t)$ – поперечная и вдольбереговая компоненты скорости частиц жидкости; g – ускорение свободного падения. Решения уравнений (1) – (3) должны удовлетворять следующим граничным условиям:

на берегу (при $y = 0$) – условию непротекания ($u = 0$);

на бесконечности – условию ограниченности решения.

Исключая u и v из линейных частей уравнений (1) – (3), получим

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - gh \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} - g \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) = N, \quad (4)$$

где правая часть N содержит нелинейные слагаемые и выражается формулой

$$N = \frac{\partial N^u}{\partial t} - \frac{\partial N^v}{\partial x} - \frac{\partial N^u}{\partial y}.$$

Введем малый параметр ϵ , характеризующий малость амплитуды волновых движений: $\eta = \epsilon \tilde{\eta}$, $u = \epsilon \tilde{u}$, $v = \epsilon \tilde{v}$. Тогда уравнение (4) примет вид (тильды опущены):

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - gh \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} - g \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) = \epsilon N. \quad (5)$$

Изложим сначала известные результаты линейной теории краевых волн, получаемые из уравнения (5) при $\epsilon \rightarrow 0$. Решение линейной задачи может быть представлено суперпозицией мод и имеет следующую форму:

$$\begin{aligned} \eta &= F(y) e^{i(kx - \omega t)}, \\ u &= G(y) e^{i(kx - \omega t)}, \quad G(y) = -\frac{ig}{\omega} F'(y), \\ v &= H(y) e^{i(kx - \omega t)}, \quad H(y) = \frac{gk}{\omega} F(y), \end{aligned}$$

где k – волновое число; ω – частота волны; i – мнимая единица; F – собственная функция задачи на собственные значения, которая может быть записана в самосопряженной форме

$$(ghF')' + (\omega^2 - ghk^2)F = 0, \quad 0 \leq y \leq \infty, \quad (6)$$

с граничными условиями вида

$$h \frac{dF}{dy} = 0 \text{ при } y = 0; \quad F \rightarrow 0 \text{ при } y \rightarrow \infty. \quad (7)$$

Решение задачи (6), (7) для заданных $h(y)$ и k представляет собой бесконечную последовательность собственных функций и собственных значений $\{F^n(y), \omega^n\}$, соответствующих различным модам краевых волн (n – номер моды).

Возвращаясь к формулировке слабонелинейной задачи (5), будем следовать стандартной процедуре вывода эволюционных уравнений, описывающих изменения амплитуд отдельных мод в медленных масштабах по времени и вдольбереговой координате [16]:

$$T = \varepsilon t, \quad X = \varepsilon x. \quad (8)$$

Далее будем искать решение $\eta(x, y, t)$ в виде асимптотического ряда:

$$\eta(x, y, t, X, T) = \eta^{(1)} + \varepsilon \eta^{(2)} + \varepsilon^2 \dots, \quad (9)$$

здесь $\eta^{(1)}$ представляет собой ряд Фурье линейных мод

$$\eta^{(1)} = \sum_r \sum_n \frac{1}{2} A_r^n(T) F_r^n(y) E_r^n + \text{к.с.}, \quad E_r^n = e^{i(k_r x - \omega_r^n t)}, \quad (10)$$

где мы вводим амплитуды $A(T)$, медленно изменяющиеся во времени. Выделяя в уравнении (5) (после подстановки в него (8) – (10)) слагаемые при одинаковых степенях малого параметра ε , в каждом приближении получим неоднородные задачи для каждой комбинации (n, r) . Условием разрешимости этих задач является ортогональность их правых частей и решений задачи, сопряженной с исходной задачей на собственные значения (6), (7). Наиболее сильное взаимодействие, как известно, происходит только при выполнении резонансных условий

$$\pm k_p \pm k_q - k_r = 0,$$

$$\pm \omega_p^s \pm \omega_q^m - \omega_r^n = 0.$$

Опуская технически громоздкие выкладки, выполненные с помощью пакета символьных вычислений *Maple V7*, выпишем здесь уравнения для амплитуд резонансно взаимодействующих волн

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_r^n}{\partial T} = & i \sum_p \sum_q \sum_s \sum_m \left[+T_{pqr}^{smn} A_p^s A_q^m \theta(k_p + k_q, k_r) \theta(\omega_p^s + \omega_q^m, \omega_r^n) + \right. \\ & + T_{pqr}^{smn} A_p^s A_q^{m*} \theta(k_p - k_q, k_r) \theta(\omega_p^s - \omega_q^m, \omega_r^n) + \\ & \left. + T_{qpr}^{msn} A_p^s A_q^m \theta(k_q - k_p, k_r) \theta(\omega_q^m - \omega_p^s, \omega_r^n) \right], \quad (11) \end{aligned}$$

где * – комплексное сопряжение; индексы s, m, n – номера мод; p, q, r – номера волн, участвующих во взаимодействии; $\theta(a, b) = 0$ при $a \neq b$, $\theta(a, b) = 1$ при $a = b$; $+T$ и $-T$ – коэффициенты взаимодействия для суммарных и разностных взаимодействий соответственно:

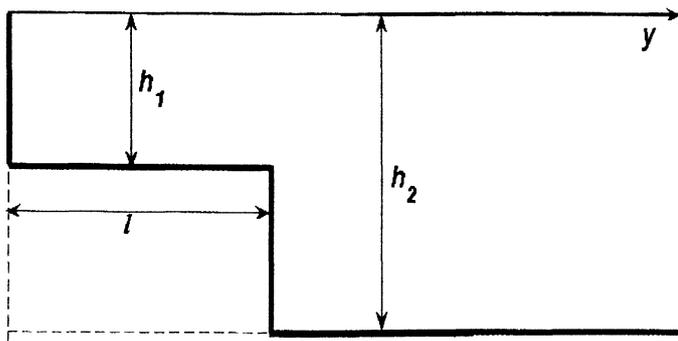
$$\begin{aligned} \pm T_{pqr}^{smn} = & \frac{g}{4\omega_r^n \omega_p^s \omega_q^m} \int_0^\infty \left[-\omega_p^s (\omega_q^m \pm 2\omega_p^s) \frac{d(F_r^n F_p^s)}{dy} \frac{dF_q^m}{dy} - \omega_q^m (\omega_p^s \pm 2\omega_q^m) \frac{dF_p^s}{dy} \frac{d(F_r^n F_q^m)}{dy} + \right. \\ & + F_r^n F_p^s F_q^m \left[\mp 4ghk_p^2 k_q^2 - 2k_p k_q ((\omega_p^s)^2 + \omega_p^s \omega_q^m + (\omega_q^m)^2) - \omega_p^s \omega_q^m (k_p^2 + k_q^2) \right] + \\ & \left. + 2F_r^n \frac{dF_p^s}{dy} \frac{dF_q^m}{dy} (2ghk_p k_q \pm (\omega_p^s)^2 + \omega_p^s \omega_q^m \pm (\omega_q^m)^2) \mp 2g \frac{dh}{dy} \frac{dF_p^s}{dy} \frac{dF_q^m}{dy} \frac{dF_r^n}{dy} \right] dy. \end{aligned} \quad (12)$$

Итак, трехволновые взаимодействия возможны, только если коэффициенты взаимодействия (12) отличны от нуля (или хотя бы часть из них). Для их вычисления мы должны знать собственные моды краевых волн, что возможно только при конкретизации геометрии шельфа. Далее мы исследуем нелинейные эффекты на примере модельного шельфа в виде одной ступеньки.

Структура и дисперсионное соотношение краевых волн над шельфом-ступенькой. Модель полубесконечного океана с шельфом постоянной глубины (шельф-ступенька) имеет вид:

$$h(y) = \begin{cases} h_1, & 0 \leq y < l, \\ h_2, & y \geq l, \end{cases} \quad h_2 > h_1,$$

где l – ширина шельфа, h_1 и h_2 – глубины в мелко- и глубоководной зонах соответственно. Форма данного профиля глубины приведена на рис. 1.



Р и с. 1. Модель шельфа-ступеньки

Эта модель шельфа учитывает некоторые характерные особенности реальной топографии – конечную ширину шельфа и излом при переходе в континентальный склон. С математической точки зрения здесь приближение мелкой воды не применимо (большие уклоны дна), однако более точный подход показывает, что поле модифицируется только в очень узкой окрестности ступеньки, и эта модификация не сказывается на виде дисперсионных соотношений. Дифференциальное уравнение (9), определяющее краевую задачу, в данном случае на каждом из участков дна постоянной глубины становится уравнением с постоянными коэффициентами, однако на границе должны выполняться условия непрерывности уровня и потока:

$$F_1(l) = F_2(l), \quad h_1 \frac{dF_1}{dy}(y=l) = h_2 \frac{dF_2}{dy}(y=l),$$

где

$$F(y) = \begin{cases} F_1(y), & 0 \leq y < l, \\ F_2(y), & y \geq l. \end{cases}$$

Тогда решение краевой задачи (6), (7) представляется в виде

$$F(y) = \begin{cases} \cos \frac{\mu y}{l}, & 0 \leq y < l, \\ \cos \mu \exp \left[-\sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{gh_2}}(y-l) \right], & y \geq l, \end{cases}$$

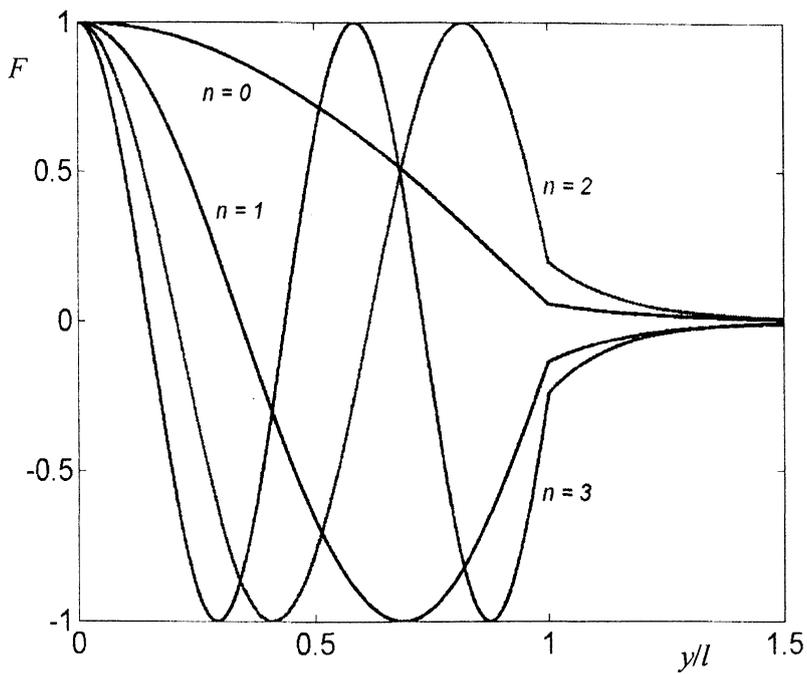
где

$$\mu^2 = \frac{\omega^2 l^2}{gh_1} - k^2 l^2.$$

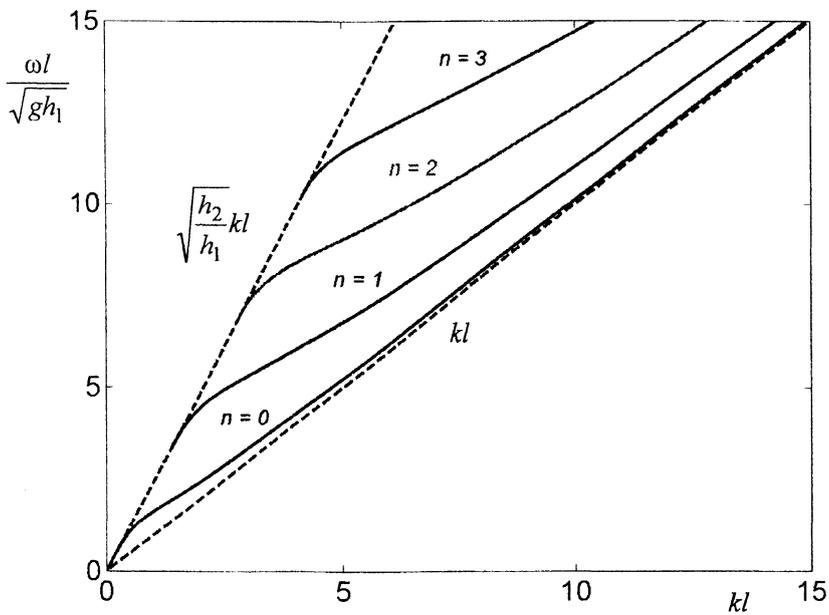
Дисперсионное соотношение задается неявным уравнением

$$\sqrt{\frac{\omega^2}{gh_1} - k^2} \operatorname{tg} \left(l \sqrt{\frac{\omega^2}{gh_1} - k^2} \right) = \frac{h_2}{h_1} \sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{gh_2}},$$

причем область существования краевых волн ограничена линиями $\omega = \sqrt{gh_1} k$ и $\omega = \sqrt{gh_2} k$. Структура собственных функций и дисперсионные кривые для модели шельфа-ступеньки приведены соответственно на рис. 2 и 3 (рисунки построены в безразмерных переменных).



Р и с. 2. Структура четырех низших мод краевых волн для модели шельфа-ступеньки



Р и с. 3. Дисперсионные кривые краевых волн для модели шельфа-ступеньки

Резонансные триады краевых волн. Рассмотрим одну резонансную триаду краевых волн, распространяющихся в одном направлении, с волновыми числами k_1, k_2, k_3 ($k_3 = k_1 + k_2$), соответствующими модам с номерами n_1, n_2, n_3 . Условие синхронизма частот в этом случае имеет вид

$$\omega_{n_3}(k_3) = \omega_{n_1}(k_1) + \omega_{n_2}(k_2). \quad (13)$$

Для данной модели уравнение синхронизма частот (13) не решается аналитически, так как дисперсионные зависимости – неявные. Условия резонансного взаимодействия краевых волн для модели шельфа-ступеньки анализировались в работе [13], где было показано существование двух устойчивых триад «102» и «203» для четырех нижних мод. Проведенная нами численная параметризация условий синхронизма (13) выявила существование еще четырех триад «001», «002», «003», «103» («013»). В таблице приведены данные, показывающие возможности взаимодействия в триадах краевых волн, распространяющихся в одном направлении и принадлежащих четырем нижшим модам, определенные с помощью численной параметризации условий синхронизма (13). Заметим, что с увеличением номера n_1 , расположение триад, удовлетворяющих условиям резонансного взаимодействия, смещается в таблице по диагонали вниз и влево.

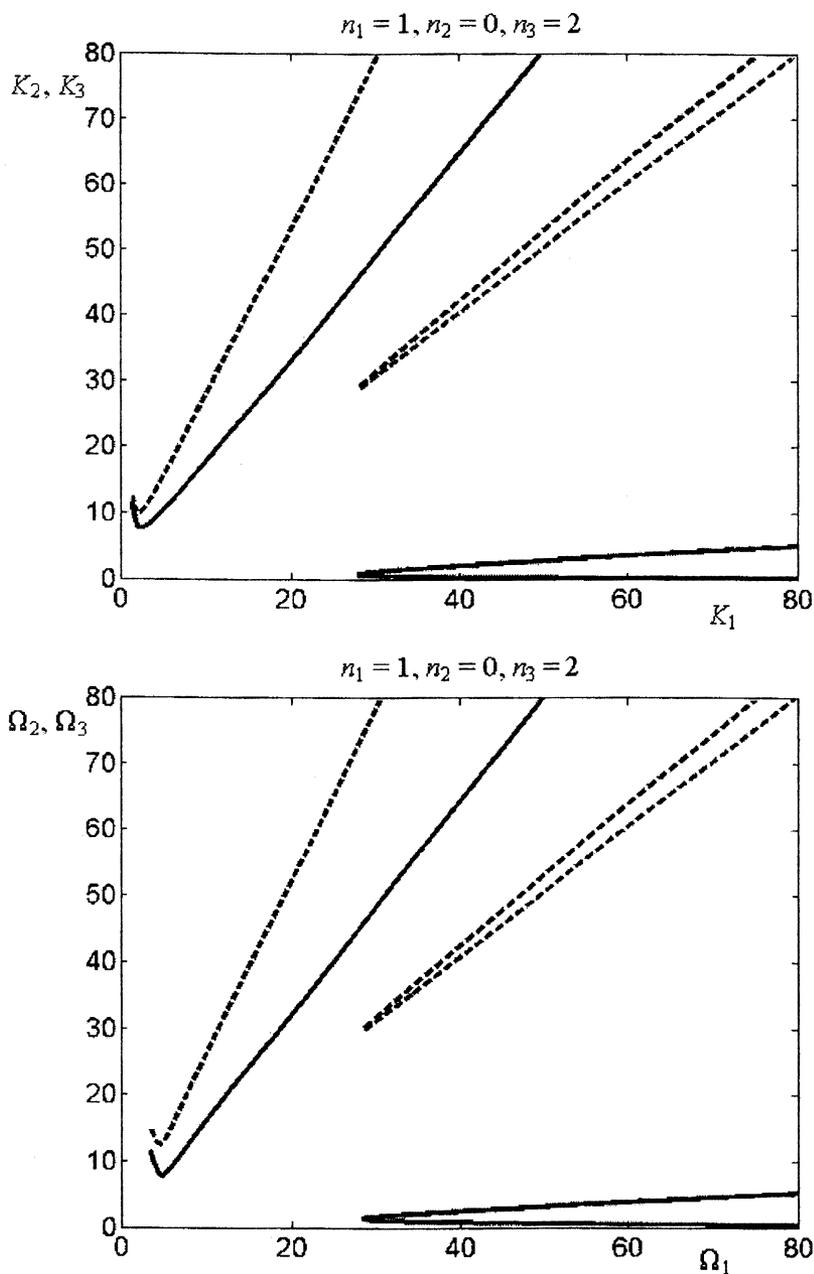
Возможности взаимодействия в триадах краевых волн, распространяющихся в одну сторону, для шельфа-ступеньки

$n_1 = 0$					
n_3	n_2	0	1	2	3
1		+	–	–	–
2		+	+	–	–
3		+	+	+	–
4		+	+	+	+
$n_1 = 1$					
n_3	n_2	0	1	2	3
1		–	–	–	–
2		+	–	–	–
3		+	+	–	–
4		+	+	+	–
$n_1 = 2$					
n_3	n_2	0	1	2	3
1		–	–	–	–
2		–	–	–	–
3		+	–	–	–
4		+	+	–	–

Примечание: «+» – взаимодействие возможно; «–» – взаимодействие невозможно.

На рис. 4 изображены зависимости для волновых чисел и частот, обеспечивающие обращение (13) в тождество для триады «102» (рисунок построен в безразмерных координатах $K = kl$ и $\Omega = \omega l / \sqrt{gh_1}$). Как видно из рис. 4, соот-

ношение между номерами мод в триаде определяет возможность от одного до трех путей энергетического обмена между волнами, распространяющимися в одну сторону. Следует отметить, что резонансные условия выполняются только в определенных областях спектра.



Р и с. 4. Зависимость волновых чисел и частот для триады «102»: сплошные линии – K_2 и Ω_2 , штриховые линии – K_3 и Ω_3

Коэффициенты трехволновых нелинейных взаимодействий. Будем рассматривать взаимодействия в триадах с участием волн низших мод, в которых, согласно наблюдениям и оценкам [17], сосредоточена основная часть энергии краевых волн. Система (11), описывающая эволюцию амплитуд волновых компонент, изменяющихся за счет нелинейного взаимодействия, для одной триады краевых волн имеет вид:

$$\begin{aligned} A_{1T} &= i\mu_1 A_2^* A_3, \\ A_{2T} &= i\mu_2 A_1^* A_3, \\ A_{3T} &= i\mu_3 A_1 A_2, \end{aligned} \quad (14)$$

где A_j – комплексная амплитуда волны моды n_j . Система (14), как известно [18], имеет два сохраняющихся интеграла

$$\begin{aligned} \frac{|A_1|^2}{\mu_1} - \frac{|A_2|^2}{\mu_2} &= \text{const}, \\ \frac{|A_1|^2}{\mu_1} + \frac{|A_3|^2}{\mu_3} &= \text{const} \end{aligned}$$

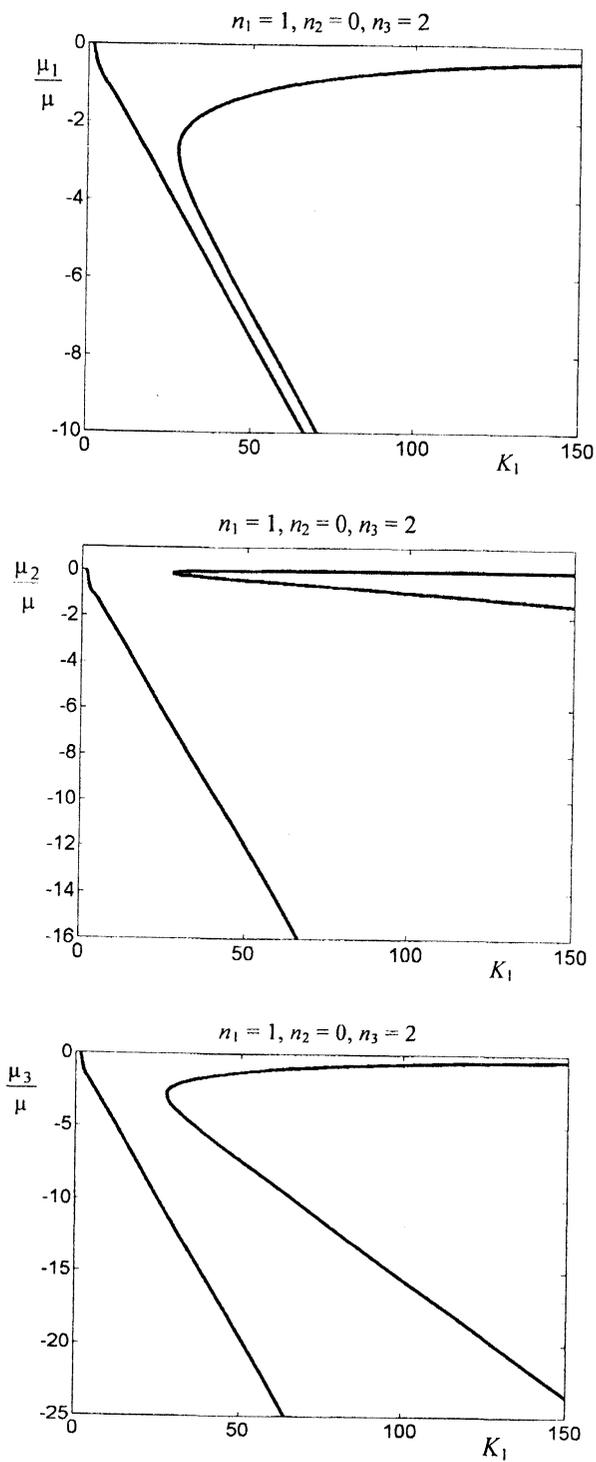
и полностью интегрируется в эллиптических функциях Якоби [19, 20].

Устойчивое состояние равновесия в системе (14) соответствует триаде с постоянными амплитудами [18]:

$$|A_1| = |A_2| = A, \quad |A_3| = A \sqrt{\frac{\mu_3}{\mu_1 + \mu_2}}, \quad A = \text{const}. \quad (15)$$

Процессы, описываемые системами уравнений, подобными (14), активно исследуются в нелинейной оптике, где измеряемой величиной является интенсивность поля $|A|^2$. В океанологии измеряемые величины – поля скоростей и смещения, которые в данном случае зависят от двух горизонтальных координат. В результате даже при наличии одной резонансной триады должна возникать сложная интерференционная структура волнового поля.

Значения коэффициентов нелинейного взаимодействия в системе (14), рассчитанные по формуле (12) с использованием аппарата обобщенных функций для одного из наборов волн с номерами мод 1, 0 и 2, распространяющихся над шельфом-ступенькой, приведены на рис. 5. При этом для удобства мы перешли к безразмерным величинам коэффициентов μ_j/μ , где $\mu = \sqrt{g/h_1}/l$ ($j = 1, 2, 3$). Следует отметить, что все коэффициенты отличны от нуля.



Р и с. 5. Коэффициенты взаимодействия для триады «102»

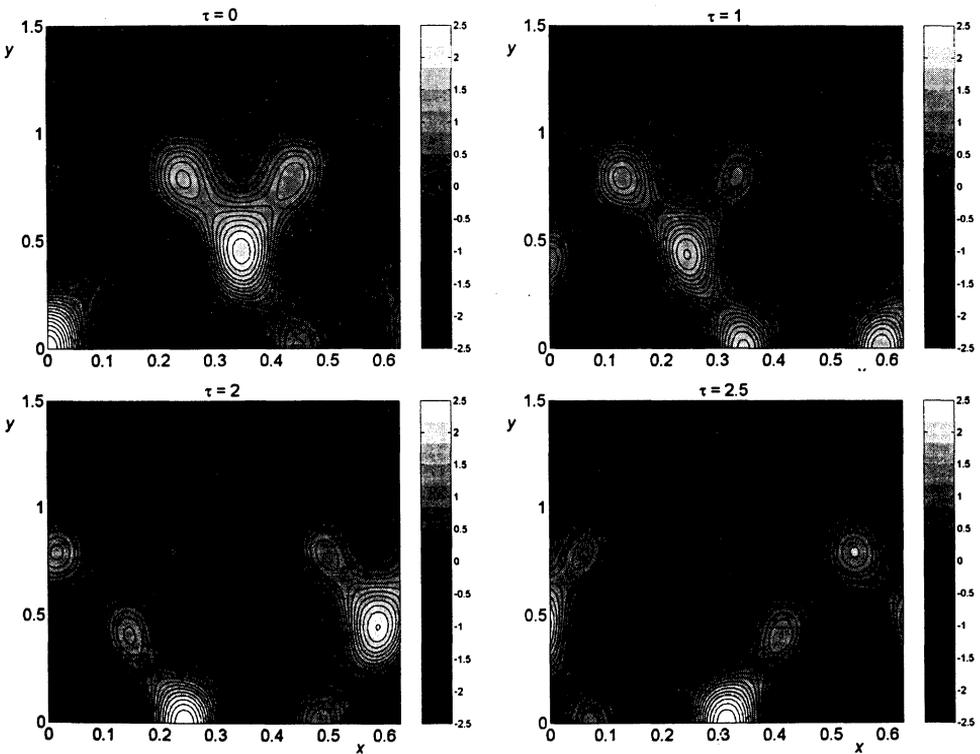
Исследуем пространственно-временную динамику волнового поля краевых волн на примере одной из резонансных триад. Рассмотрим, например, триаду «102» с волновыми числами $k_1 = 10l$, $k_2 = 17,45l$, $k_3 = 27,45l$. Для этой триады коэффициенты принимают значения $\mu_1 = -1,5616\mu$, $\mu_2 = -2,5042\mu$, $\mu_3 = -4,0755\mu$. Для указанной триады волновое поле, нормированное на амплитуду A , в безразмерных переменных

$$\tilde{x} = \frac{x}{l}, \quad \tilde{y} = \frac{y}{l}, \quad \tau = \frac{\sqrt{gh_1}}{l} T$$

имеет вид

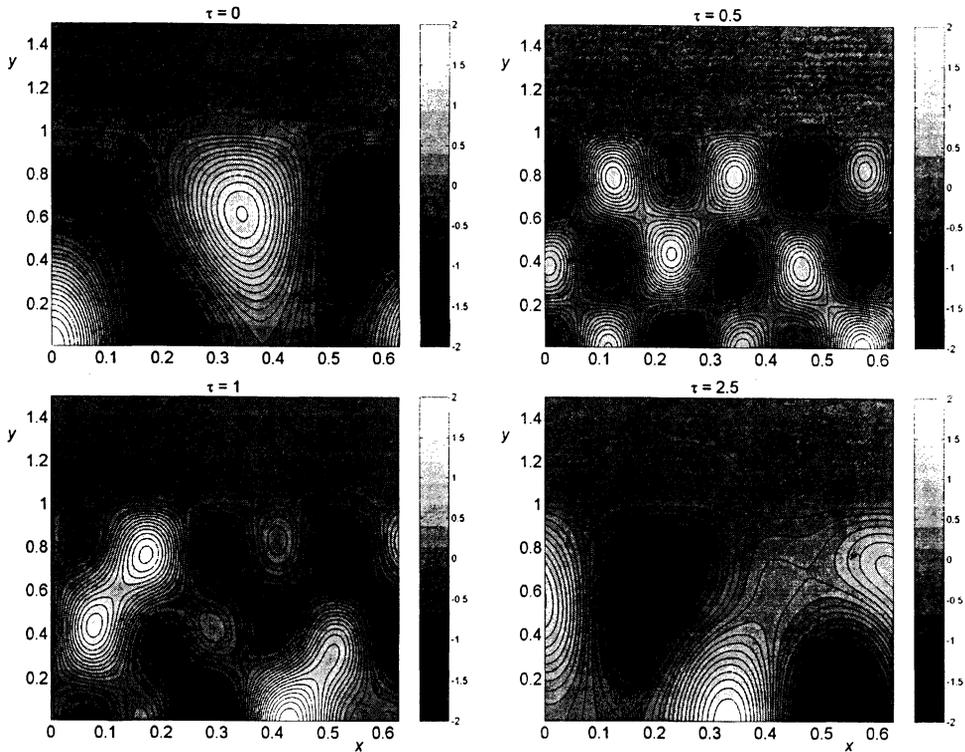
$$\tilde{\eta}(\tilde{x}, \tilde{y}, \tau) = F_1^1(\tilde{y}) \cos(10\tilde{x} - 11,02\tau) + F_2^0(\tilde{y}) \cos(17,45\tilde{x} - 17,52\tau) + F_3^2(\tilde{y}) \cos(27,45\tilde{x} - 28,54\tau). \quad (16)$$

Рис. 6 демонстрирует волновое поле (16) в различные моменты времени со стационарными амплитудами (15): $|A_1| = |A_2| = A$, $|A_3| = 1,00012A$. Видно, что волновое поле обладает достаточно сильной временной изменчивостью и резко спадает с удалением от берега.



Р и с. 6. Волновое поле, соответствующее стационарному решению системы (14) в различные моменты времени

Волновое поле, соответствующее нестационарному решению уравнений (14) с заданными начальными условиями $|A_1(0)| = |A_2(0)| = 1$, $|A_3(0)| = 0$, еще более нерегулярно. Его структура показана на рис. 7.



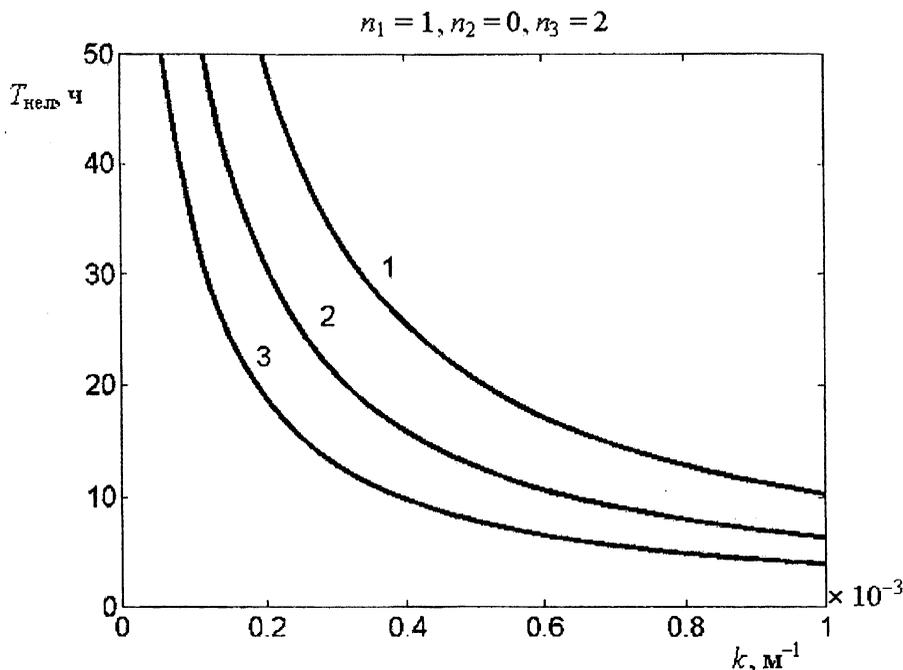
Р и с. 7. Волновое поле, соответствующее нестационарному решению системы (14) в различные моменты времени

Оценим возможность нелинейного взаимодействия реальных краевых волн. Для этого достаточно определить масштабы нелинейности (что должно показать, возможно ли эффективное взаимодействие мод краевых волн на шельфе конечной протяженности). Поэтому вместо точных решений рассмотрим приближенные соотношения, следующие из системы (14). Заменяя производные в ней на отношение амплитуда/время взаимодействия, получим следующую оценку:

$$T_{\text{нел}} \approx \chi_j \sqrt{\frac{h_1}{g}} \frac{l}{\tilde{A}}, \quad j = 1, 2, 3, \quad (17)$$

где $\chi_j = \mu/\mu_j$ – коэффициент, характеризующий интенсивность взаимодействия; \tilde{A} – характерная амплитуда взаимодействующих мод (в уравнениях (14) $|A_1|, |A_2|, |A_3| \sim \tilde{A}$). Характерные значения времени проявления нелинейности для триады «102» краевых волн, бегущих в одну сторону, в зависимости от

величины волновых чисел для шельфа-ступеньки с характерными размерами $h_1 = 300$ м, $h_2 = 1800$ м, $l = 50\,000$ м и амплитудой $\tilde{A} = 1$ м приведены на рис. 8. Кривые 1, 2, 3 соответствуют аналогичным значениям j в (17). Как видно из рис. 8, для достаточно длинных волн (с периодами порядка нескольких минут) $T_{\text{нел}}$ составляет несколько часов, и, следовательно, нелинейное взаимодействие краевых волн достаточно эффективно.

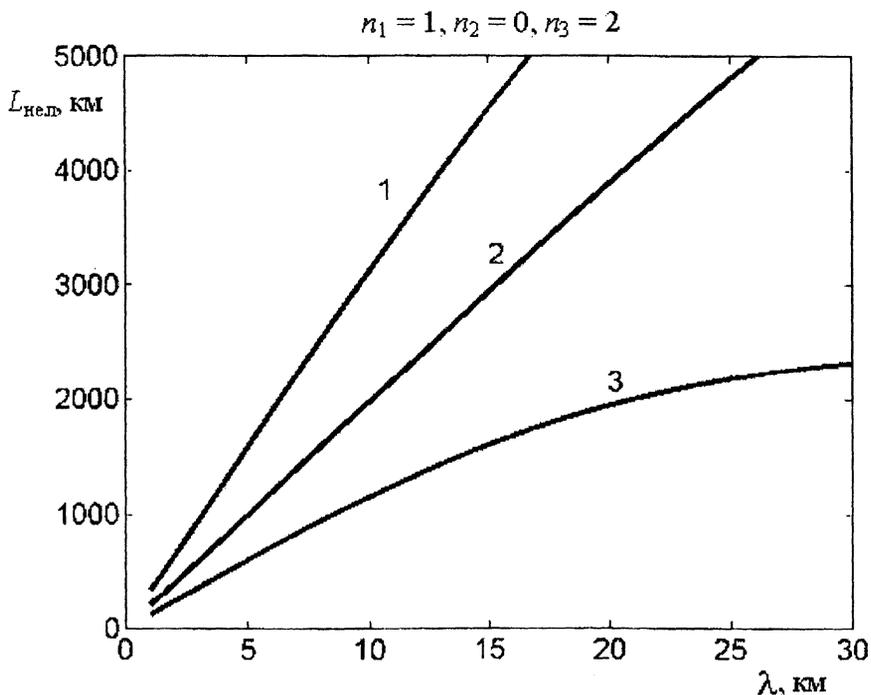


Р и с. 8. Зависимость характерного времени проявления нелинейных эффектов от величины волновых чисел для триады «102»

Чтобы рассмотреть характерные пространственные масштабы, определим длину нелинейности $L_{\text{нел}}$ как расстояние, которое проходит волна за время $T_{\text{нел}}$. Для этого домножим (17) на групповую скорость распространения мод:

$$L_{\text{нел}} \approx \chi_j \sqrt{h_1 h_2} \frac{d^2(\mu \operatorname{tg} \mu + \sin^2 \mu) + \cos^2 \mu}{(\mu \operatorname{tg} \mu + \sin^2 \mu) + \cos^2 \mu} \frac{1 + d \operatorname{tg}^2 \mu}{1 + d^2 \operatorname{tg}^2 \mu} \frac{l}{\tilde{A}}, \quad j = 1, 2, 3, \quad (18)$$

где $d = h_1/h_2$. На рис. 9 показано характерное расстояние проявления нелинейных взаимодействий для трех соотношений (18). Так, для волн с характерной длиной $\lambda = 5$ км в триаде «102» длина нелинейности $L_{\text{нел}} < 2000$ км, что в принципе сопоставимо с реальными размерами шельфа.

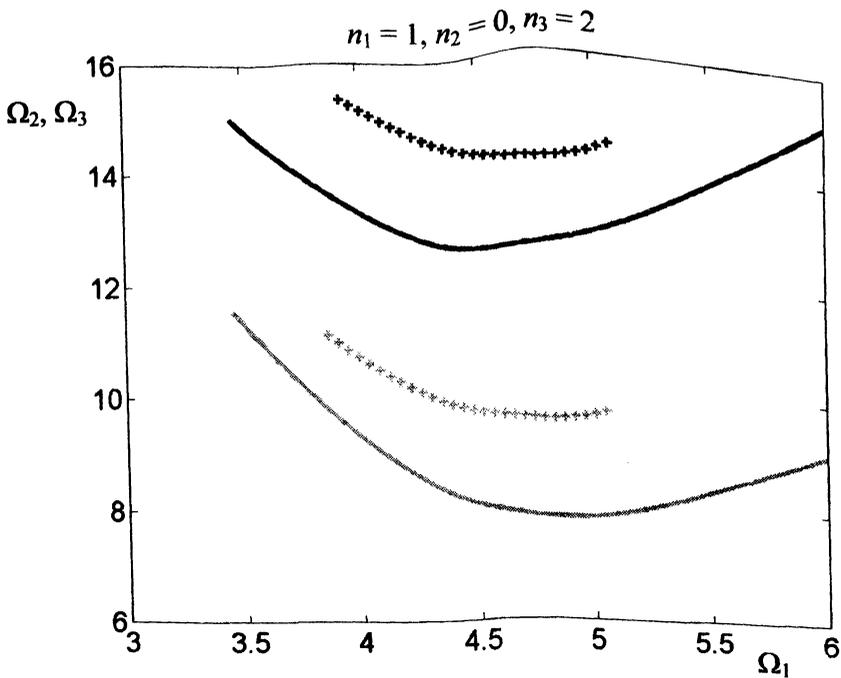
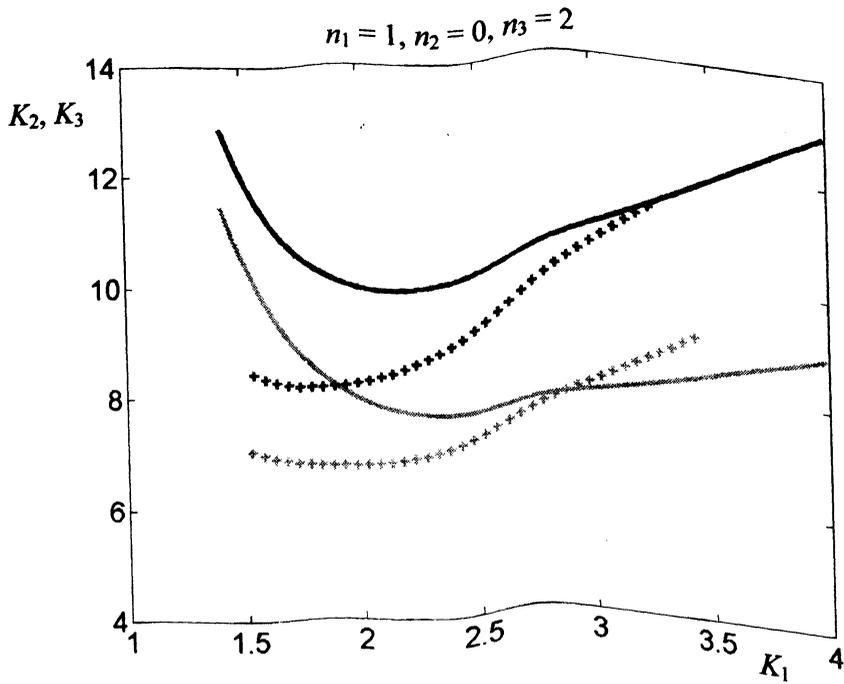


Р и с. 9. Зависимость характерной длины нелинейности от длины волн для триады «102»

Из рис. 8 и 9 также видно, что наиболее быстро в триаде «102» взаимодействуют волны первая и вторая с передачей энергии в третью волну.

Следует учитывать, что оценки проводились для достаточно больших амплитуд взаимодействующих волн (амплитуда 1 м, по-видимому, возможна только при импульсном возбуждении краевых волн, например, сейсмическим источником), однако и для меньших амплитуд $L_{нел}$ вписывается в характерные размеры реальных шельфов.

Проиллюстрируем возможность применения результатов этого раздела для краевых волн на реальной топографии. В книге [17] приводятся примеры дисперсионных кривых для пяти профилей зоны шельфа Курильских о-вов и материкового склона. Из пяти приведенных графиков дисперсионных кривых три качественно аналогичны модели шельфа-ступеньки. На рис. 10 приведена связь между безразмерными частотами и волновыми числами в триаде «102» для реального профиля глубины № 2 из работы [17]. Сравнение показывает близость реального профиля к модельному шельфу, поэтому простые оценочные формулы, полученные выше, могут быть использованы для расчетов реальных ситуаций, где шельфы содержат ярко выраженную ступеньку.



Р и с. 10. Зависимость волновых чисел (вверху) и частот (внизу) резонансно взаимодействующих волн: ———— — триада «102» для модели шельфа-ступеньки, + + + + — триада «102» для реального профиля глубины

Заключение. Рассмотрены трехволновые процессы взаимодействия краевых волн в прибрежной зоне. Определена структура коэффициентов нелинейного взаимодействия для произвольного профиля дна. Детальные вычисления даны для краевых волн, распространяющихся над шельфом-ступенькой. Найдены триады взаимодействующих волн в случае, когда волны распространяются в одном направлении. Параметризация условий синхронизма и вычисления коэффициентов взаимодействия проведены для триад краевых волн пяти низших мод. Исследована пространственно-временная структура волнового поля на примере одной резонансной триады; даже в случае постоянных амплитуд (равновесные значения) выявлена сложная интерференционная структура волнового поля. Выполнены оценки проявления нелинейных эффектов в поле реальных краевых волн, в частности для условий Курильских о-вов. Рассчитанные значения характерных времени и расстояния нелинейного взаимодействия позволяют сделать вывод о возможности выполнения условий синхронизма и нелинейного взаимодействия реальных краевых волн в прибрежной зоне океана.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ (05-05-64265, 05-05-64333, 06-05-64087), INTAS (03-51-4286) и научной школы члена-корреспондента РАН Б.В. Левина (НШ-8043.2006.5).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bryan K.P., Hovs P.A., Bowen A.J. Field observations of bar-trapped edge waves // *J. Geophys. Res.* – 1998. – 103. – P. 1285 – 1305.
2. Huntley D.A., Bowen A.J. Field observation of edge waves // *Nature*. – 1973. – 243, № 5403. – P. 160 – 162.
3. Huntley D.A., Guza R.T., Thornton E.B. Field observation of surf beat. 1. Progressive edge waves // *J. Geophys. Res.* – 1981. – 86, № C7. – P. 6451 – 6466.
4. Aagaard T. Multiple-bar morphodynamics and its relation to low-frequency edge waves // *J. Coast. Res.* – 2004. – 7. – P. 801 – 813.
5. Bowen A.J. Rip currents. 1. Theoretical investigation // *J. Geophys. Res.* – 1969. – 74, № 23. – P. 5467 – 5478.
6. Bowen A.J., Huntley D.A. Waves, long waves and nearshore morphology // *Mar. Geology*. – 1984. – 60, № 1/4. – P. 1 – 13.
7. Bowen A.J., Inman D.L. Edge waves crescentic bars // *J. Geophys. Res.* – 1971. – 76, № 36. – P. 8662 – 8671.
8. Masselink G. Alongshore variation in beach cusp morphology in a coastal embayment // *Earth Surf. Processes and Landforms*. – 1999. – 24. – P. 335 – 347.
9. Kenyon K.E. A note on conservative edge wave interaction // *Deep-Sea Res.* – 1970. – 17. – P. 197 – 201.
10. Кочергин И.Е., Пелиновский Е.Н. Нелинейное взаимодействие триады краевых волн // *Океанология*. – 1989. – 29, вып. 6. – С. 899 – 903.
11. Kirby J.T., Putrevu U., Ozkan-Haller H.T. Evolution equations for edge waves and shear waves on longshore uniform beaches // *Proc. 26th Int. Conf. Coastal Engineering*. – 1998. – P. 203 – 216.
12. Дубинина В.А., Куркин А.А., Пелиновский Е.Н. и др. Резонансные трехволновые взаимодействия краевых волн Стокса // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. – 2006. – 42, № 2. – С. 254 – 261.
13. Кочергин И.Е. Триады нелинейно взаимодействующих краевых волн для различных типов прибрежной топографии // *Колебания и волны в механике сплошной среды (аналитические и численные методы)*. – Горький: ГПИ, 1989. – С. 79 – 83.

14. *Galletta V., Vittori G.* Nonlinear effects on edge wave development // *Europ. J. Mechan. B / Fluids*. – 2004. – 23. – P. 861 – 878.
15. *Полухина О.Е., Куркин А.А., Дубинина В.А.* Динамика краевых волн в океане. – Н. Новгород: НГТУ, 2006. – 136 с.
16. *Пелиновский Е.Н., Фридман В.Е., Энгельбрехт Ю.К.* Нелинейные эволюционные уравнения. – Таллинн: Валгус, 1984. – 154 с.
17. *Ефимов В.В., Куликов Е.А., Рабинович А.Б. и др.* Волны в пограничных областях океана. – Л.: Гидрометеиздат, 1985. – 280 с.
18. *Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П.* Теория волн. – М.: Наука, 1979. – 384 с.
19. *Абрамовиц М., Стиган И.* Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами. – М.: Наука, 1979. – 832 с.
20. *Камке Э.* Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1976. – 576 с.

Нижегородский государственный
технический университет,
г. Нижний Новгород

Материал поступил
в редакцию 29.09.06

ABSTRACT Nonlinear three-wave interactions between the edge waves propagating in the same direction above the step-shelf are considered. The synchronism conditions are defined and the interaction coefficients for the cases of interaction of the waves of five lowest modes are calculated. The spatial-temporal dynamics is investigated on the example of a triad of the edge waves. Possibility of interaction of the edge waves in the areas of actual topography is shown.