

Математическое моделирование морских систем

УДК 532.59

В.А. Иванов, В.В. Фомин, Л.В. Черкесов, Т.Я. Шульга

Моделирование сгонно-нагонных явлений и трансформации поля примеси в Азовском море при наличии стационарных течений

В работе с использованием трехмерной нелинейной математической модели изучаются процессы переноса и диффузии загрязняющих веществ в Азовском море при наличии стационарных течений. Анализируются изменения уровня моря, сгонно-нагонные явления, направление и скорость стационарных течений, вызванные ветрами различных максимальных скоростей. Дана оценка области применимости линейного приближения и выбора размера шагов интегрирования по пространственным и временным координатам. Показано, что рост максимальной скорости ветра приводит к увеличению областей загрязнения и времени полного рассеяния примеси. Решения в линейном приближении мало отличаются от полученных в нелинейной модели при скоростях ветра до 5 м/с.

Введение. Азовское море обладает уникальными биоресурсами и значительным рекреационным потенциалом. Оно испытывает сильное антропогенное воздействие, связанное как с водопользованием в регионе, так и с интенсификацией нефтегазодобывающих работ в юго-западной части моря. На антропогенные изменения гидрологического режима моря также накладываются региональные климатические воздействия, которые могут усиливать или ослаблять негативные последствия хозяйственной деятельности.

Существует ряд работ, посвященных изучению течений и волнения в Азовском море при различных ветровых условиях при отсутствии стационарных течений. В работе [1] с использованием двумерных уравнений мелкой воды анализируется генерация длинноволновых возмущений, вызванных прохождением циклонов над Азовским морем. Моделирование ветрового волнения и циркуляции в этом районе для однородных по пространству и типовых распределений ветра проводится в [2]. В [3] решена задача о сгонно-нагонных колебаниях в Азовском море при воздействии постоянного ветра в линейном приближении.

Известны работы по исследованию эволюции примеси в Азовском бассейне под действием однородного по пространству и переменного по времени ветра. В работах [4, 5] выполнен анализ времени полного рассеяния примеси, максимальной площади загрязнения и трансформации пятен примеси в зависимости от максимальной скорости ветра и глубины моря в месте выброса.

© В.А. Иванов, В.В. Фомин, Л.В. Черкесов, Т.Я. Шульга, 2008

В данной работе с использованием трехмерной нелинейной математической модели изучаются процессы переноса и диффузии загрязняющих веществ в Азовском море при наличии стационарных течений. Анализируются изменения уровня моря, сгонно-нагонные явления, направление и скорость стационарных течений, вызванные ветрами различных максимальных скоростей. Дана оценка области применимости линейного приближения и выбора размера шагов интегрирования по пространственным и временным координатам.

1. Постановка задачи. Граничные и начальные условия. Введем систему координат, в которой ось x направлена на восток, y – на север, z – вертикально вверх. Для расчета используем нелинейные уравнения движения однородной несжимаемой жидкости в приближении теории мелкой воды [6, 7]:

$$\frac{du}{dt} - fv + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}(\tau_{11}) + \frac{\partial}{\partial y}(\tau_{12}) + \frac{\partial}{\partial z} K_M \frac{\partial u}{\partial z}, \quad (1)$$

$$\frac{dv}{dt} + fu + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x}(\tau_{21}) + \frac{\partial}{\partial y}(\tau_{22}) + \frac{\partial}{\partial z} K_M \frac{\partial v}{\partial z}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} + g\rho = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad (4)$$

Здесь u, v, w – компоненты скорости по осям x, y, z соответственно, t – время, $d/dt = \partial/\partial t + u\partial/\partial x + v\partial/\partial y + w\partial/\partial z$ – полная производная, p – давление, ρ – плотность, g – ускорение свободного падения, K_M – коэффициент вертикальной турбулентной вязкости, f – параметр Кориолиса.

Компоненты тензора турбулентных напряжений Рейнольдса τ_{ij} в (1), (2) определяются через компоненты скоростей по формулам:

$$\tau_{11} = 2A_M \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \tau_{12} = \tau_{21} = A_M \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad \tau_{22} = 2A_M \frac{\partial v}{\partial y}, \quad (5)$$

где A_M – коэффициент горизонтальной турбулентной вязкости, вычисляемый по формуле Смагоринского [8].

Полагая, что области загрязнения состоят из частиц одного типа, запишем для их концентрации C уравнение переноса – диффузии [9, 10]

$$\frac{dC}{dt} = \frac{\partial}{\partial x} \left(A_H \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(A_H \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_H \frac{\partial C}{\partial z} \right). \quad (6)$$

Здесь A_H и K_H – коэффициенты горизонтальной и вертикальной турбулентной диффузии.

Граничные условия на свободной поверхности ζ имеют вид

$$w|_{z=\zeta} = \frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y}, \quad (7)$$

$$K_M \left(\frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} \right) \Big|_{z=\zeta} = (\tau_{0x}, \tau_{0y}), \quad (8)$$

а также выполняется условие отсутствия потока примеси [10]

$$\left(K_H \frac{\partial C}{\partial z} \right) \Big|_{z=\zeta} = 0. \quad (9)$$

Здесь $\tau_{0x} = C_a W_x |\mathbf{W}|$ и $\tau_{0y} = C_a W_y |\mathbf{W}|$ – проекции касательных напряжений ветра; $\{W_x, W_y\}$ – компоненты вектора скорости ветра \mathbf{W} на высоте 10 м над уровнем моря, $|\mathbf{W}| = \sqrt{W_x^2 + W_y^2}$; C_a – коэффициент поверхностного трения [11]:

$$C_a = \begin{cases} 1,14 \cdot 10^{-3}, & |\mathbf{W}| \leq 10 \text{ м/с}, \\ (0,49 + 0,065|\mathbf{W}|) \cdot 10^{-3}, & |\mathbf{W}| > 10 \text{ м/с}. \end{cases} \quad (10)$$

Область загрязнения в момент выброса расположена на свободной поверхности и имеет вид пятна радиуса R толщиной z_1 :

$$C(x, y, z, t_0) = \begin{cases} 1, & r \leq R, 0 \geq z \geq -z_1, \\ 0, & r > R, z < 0; r \leq R, z < -z_1, \end{cases} \quad (11)$$

где $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$ – расстояние от центра (x_0, y_0) возмущения до точки, в которой вычисляется концентрация, z_1 – толщина верхнего расчетного слоя.

На боковых границах выполняются условия прилипания [7] и отсутствия потока примеси в направлении внешней нормали. На дне ($z = -H(x, y)$) равна нулю нормальная составляющая скорости

$$\left(w + u \frac{\partial H}{\partial x} + v \frac{\partial H}{\partial y} \right) \Big|_{z=-H} = 0. \quad (12)$$

Придонные касательные напряжения связаны со скоростью квадратичной зависимостью [6]:

$$K_M \left(\frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} \right) \Big|_{z=-H} = (\tau_{1x}, \tau_{1y}), \quad (13)$$

где $\tau_{1x} = c_b u \sqrt{u^2 + v^2}$, $\tau_{1y} = c_b v \sqrt{u^2 + v^2}$, c_b – коэффициент донного трения [10, 12], который находится по формуле $c_b = k^2 / (\ln^2 z_2 / b_0)$, z_2 – шаг по вертикали в придонном слое, $b_0 = 0,03$ м – параметр шероховатости морской поверхности, характеризующий гидродинамические свойства подстилающей донной поверхности, $k = 0,4$ – постоянная Кармана. Для параметризации вертикального турбулентного обмена использовалась теория Меллора – Ямады [13]. Отсутствие потока примеси у дна определяется условием

$$\left(K_H \frac{\partial C}{\partial z} \right) \Big|_{z=-H} = 0. \quad (14)$$

В начальный момент времени $t = 0$ движение жидкости отсутствует, свободная поверхность горизонтальна, концентрация примеси равна нулю:

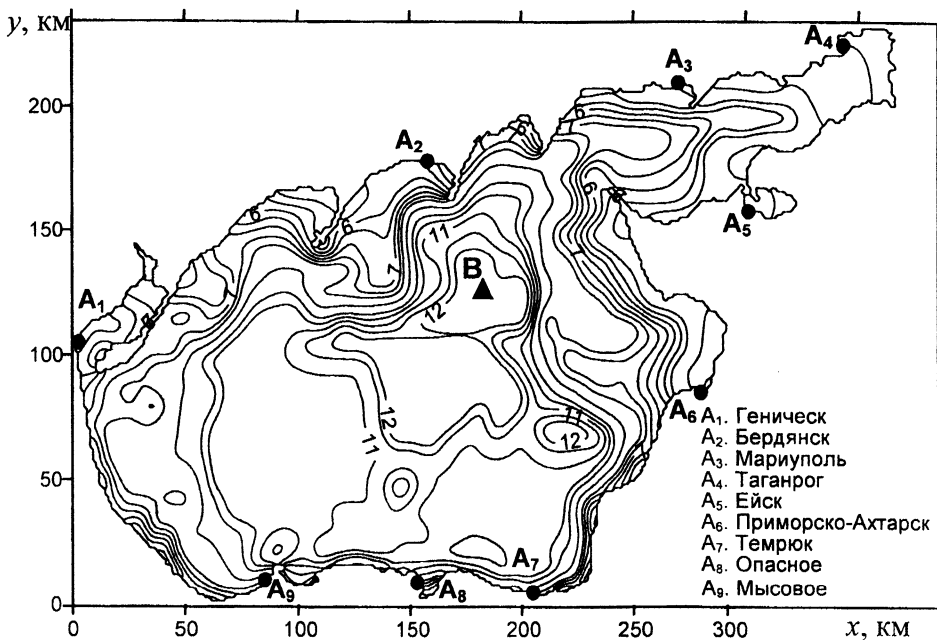
$$\begin{aligned} u(x, y, z, 0) = 0, \quad v(x, y, z, 0) = 0, \quad w(x, y, z, 0) = 0, \\ \zeta(x, y, z, 0) = 0, \quad C(x, y, z, t) = 0, \quad (0 \leq t \leq t_0). \end{aligned} \quad (15)$$

2. Численная реализация модели и выбор параметров. В исходных уравнениях (1) – (4), (6), граничных условиях (7) – (9), (12) – (14) и начальных условиях (15) осуществляется переход от координаты z к σ -координате [5, 6]:

$$x^* = x, \quad y^* = y, \quad \sigma = (z - \zeta) / (H + \zeta), \quad t^* = t, \quad \sigma \in [-1; 0]. \quad (16)$$

Далее поле горизонтальных скоростей представляется в виде суммы двух составляющих: средней по глубине компоненты и отклонения от нее. В результате этого уравнения движения расщепляются на две системы. Из первой определяются осредненные горизонтальные скорости и уровень моря. Из второй – отклонения горизонтальных скоростей от их средних значений и вертикальная скорость. Операторы переноса аппроксимируются с помощью TVD-схемы [2, 14], пространственная дискретизация уравнений выполняется на C -сетке. Используются равномерные шаги по горизонтальным координатам $\Delta x = 1,4$ км, $\Delta y = 1,3$ км и по σ -координате. Эволюционные уравнения интегрируются по времени с шагом Δt методом расщепления [15].

Модельный рельеф дна Азовского моря представлен на рис. 1. В узлах сетки данные брались с навигационной карты. Количество расчетных уровней σ_m по вертикали равно 11. Уравнения интегрировались с шагом $\Delta t = 18$ с для определения осредненных двумерных компонент скорости и уровня моря и с шагом $10\Delta t$ для вычисления вертикальной компоненты и отклонений от найденных средних.



Р и с. 1. Рельеф дна (м) Азовского моря, а также положение прибрежных пунктов и центра области загрязнения B при $t = 40$ ч

3. Анализ численных экспериментов. Для моделирования основных закономерностей динамики ветровых течений, а также скорости и направления переноса примеси рассматривался однородный по пространству и переменный во времени ветер. Как известно [16] (данные 18 тыс. экспедиционных наблюдений), на периферии циклонов, проходящих над Украиной, возникают однородные по пространству штормовые ветры над акваторией моря, действующие с запада на восток. Параметры ветра были выбраны на основе анализа синоптических карт за 10 лет [16].

В качестве действующего ветра выбран западный ветер ($W_x \neq 0, W_y = 0$), скорость которого изменяется по следующему закону. В начальный момент времени ($t = 0$) вода находится в состоянии покоя, уровень горизонтален, а скорость ветра нулевая. При $t > 0$ на водную поверхность начинает действовать ветер заданного (постоянного) направления, скорость которого нарастает со временем ($0 < t \leq t_1$) по линейному закону. Затем скорость ветра в каждой точке акватории достигает своего максимального значения и далее не меняется.

Таким образом, изменение по времени составляющей скорости ветра ($W_x = U$) задается следующим соотношением:

$$U_i(t) = \begin{cases} a_i t, & 0 < t \leq t_1, \\ a_i t_1, & t > t_1. \end{cases} \quad (17)$$

Здесь $t_1 = 3$ ч, $a_i t_1 = \max U_i = U_i^0$ ($i = \overline{1,4}$) – максимальная скорость ветра: $U_1^0 = 5$ м/с, $U_2^0 = 10$ м/с, $U_3^0 = 15$ м/с, $U_4^0 = 20$ м/с.

Отклонения свободной поверхности отмечаются на береговых станциях Азовского моря, расположенных по периметру моря (рис. 1): A_1 – Геничск, A_2 – Бердянск, A_3 – Мариуполь, A_4 – Таганрог, A_5 – Ейск, A_6 – Приморско-Ахтарск, A_7 – Темрюк, A_8 – Опасное, A_9 – Мысовое.

Выброс загрязнения происходит на свободной поверхности в момент времени ($t = t_0$) выхода течений, генерируемых ветром (17), на установившийся режим в виде пятна радиуса 9 км, занимающего площадь S_0 с концентрацией, равной единице. Место выброса загрязнения (пункт B) расположено над самой глубоководной ($H_{\max} = 12$ м) частью моря (рис. 1). Для расчета областей загрязнения вследствие процессов адвекции и диффузии были выбраны следующие значения коэффициентов турбулентной диффузии: $A_H = 10 \text{ м}^2/\text{с}$, $K_H = 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ [17].

3.1. В первой серии численных экспериментов определим время выхода течений на установившийся режим. Степень приближения к установившемуся режиму оценим по относительным изменениям полной энергии $E_T(t)$, которую находим как сумму осредненных по пространству кинетической $E_K(t)$ и потенциальной $E_P(t)$ энергий. Изменение E_T находим по формуле: $\delta E_T^n = |E_T^{n+1} - E_T^n| / E_T^n$, где $E_T = E_K + E_P$, n – номер шага по времени. Считаем, что стационарный режим достигается, когда $\delta E_T \leq 10^{-2}$. Исходя из этого, время выброса загрязнения принимаем равным 40 ч ($t_0 = 40$ ч).

3.2. Во второй серии численных экспериментов оценим, как влияет на результаты расчетов линеаризация исходных уравнений (1), (2) и граничных условий (7)–(9). Для этого сравним варианты решений, полученных в линейном (Л) и нелинейном (НЛ) случаях. Величину относительного отклонения решений для различных рассчитываемых параметров $\delta\Lambda$ будем находить по формуле: $\delta\Lambda = 100\% \left| \Lambda^{\text{Л}} - \Lambda^{\text{НЛ}} \right| / \left| \Lambda^{\text{НЛ}} \right|$.

Вначале рассмотрим особенности временной эволюции примеси и время ее полного рассеяния. При решении этой задачи считаем началом отсчета время выхода течений на установившийся режим ($t_0 = 40$ ч). Полагаем загрязнение рассеявшимся при условии, что максимум концентрации C_d становится равным $2,5 \cdot 10^{-2}$. Проанализируем, как изменяются площадь загрязнения с течением времени на горизонтах $z = 0$, $z = -H/2$, $z = -H + z_2$ и полный объем загрязнения. Введем две безразмерные величины K_{\max} и N_{\max} для оценки наибольших значений площади и объема загрязнения. Коэффициент K_{\max} рассчитываем как отношение максимальной площади S_{\max} , ограниченной изолинией концентрации примеси C_d в момент времени $t = t_{\max}$, к площади первоначального загрязнения S_0 при $t = t_2$ ($K_{\max} = S_{\max} / S_0$). Величина N_{\max} вычисляется как отношение максимального объема V_{\max} , ограниченного поверхностью с концентрацией примеси C_d в момент времени $t = t_{\max}$, к объему первоначального загрязнения V_0 , рассчитанному как произведение площади S_0 на толщину слоя z_1 ($N_{\max} = V_{\max} / V_0$).

В табл. 1 приведены максимальные значения коэффициентов K_{\max} и N_{\max} , соответствующие им моменты времени t_{\max} на различных глубинах моря для четырех значений максимальной скорости ветра. Здесь приведены также отклонения результатов $\delta\Delta$, полученные в Л и НЛ решениях; даны интервалы времени t_d полного рассеяния примеси.

Из анализа приведенных данных видно, что в нелинейном случае с возрастанием максимальной скорости ветра в 4 раза (от $U_1^0 = 5$ м/с до $U_4^0 = 20$ м/с) площадь загрязнения увеличивается в 1,1 раза, а при линейном – в 1,2 – 1,8 раза. Период времени, за который область загрязнения становится максимальной, с ростом U_i^0 уменьшается на различных глубинах (от 3 до 1 ч). С увеличением максимальных скоростей ветра время полного рассеяния загрязнения на различных глубинах возрастает (от 1 до 8 ч).

Относительное отклонение результатов Л и НЛ решений увеличивается с ростом максимальной скорости ветра. Так, при оценке коэффициента K_{\max} для рассматриваемых значений U_i^0 ($i=1,4$) величина δK_{\max} составляет с ростом U_i^0 соответственно на свободной поверхности: 0,9; 4,4; 8,3 и 16,7%; на глубине $z = -5$ м: 6; 16,6; 42,8; 71,4%; на глубине $z = -10$ м: 0,9; 13,4; 40,6; 62,1%. Отсюда видно, что отклонения значений K_{\max} , превышающие 17%, имеют место при скоростях ветра 15 и 20 м/с.

Для каждого из рассматриваемых значений максимальной скорости ветра наибольший коэффициент загрязнения наблюдается на горизонте $z = -5$ м. Величина относительных отклонений значений моментов времени δt_{\max} на этой глубине составляет: 9,4 (U_1^0); 5,0 (U_2^0); 16,1 (U_3^0) и 19,1% (U_4^0).

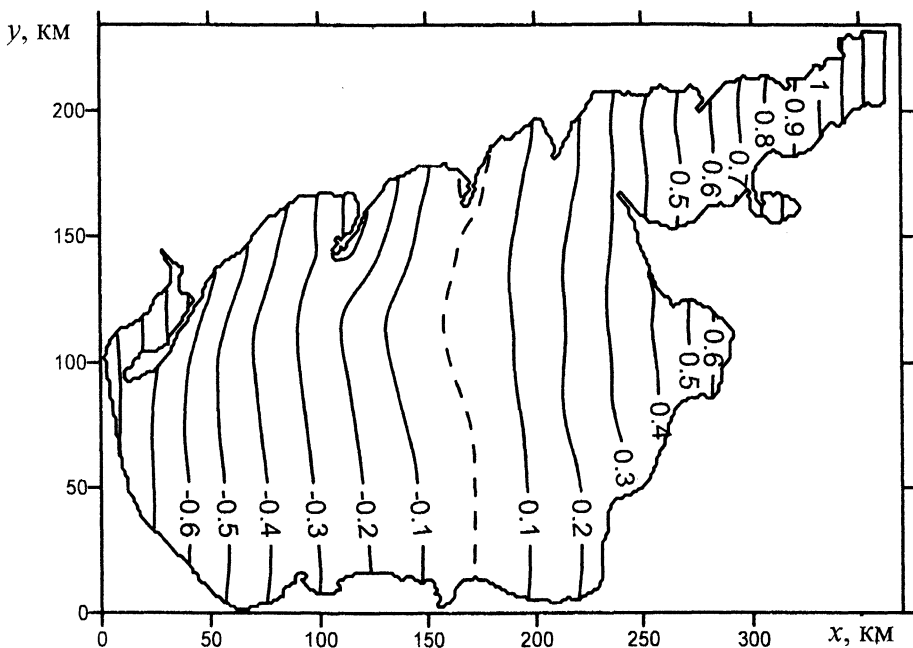
Значительная разница результатов, полученных в Л и НЛ случаях, имеет место для времени полного рассеяния примеси на глубине $z = -5$ м. При этом величина относительных отклонений значений моментов времени δt_d , отвечающих условию $K(t_d) = 0$, на этой глубине составляет: 2,0 (U_1^0); 14,1 (U_2^0); 25,4 (U_3^0) и 41,4% (U_4^0). Следовательно, отклонение результатов, найденных в линейной модели, от результатов нелинейной составляет менее 14% в случае, когда максимальная скорость ветра не превышает 10 м/с.

Проанализируем далее относительные изменения объемов загрязнения при тех же скоростях ветра. Из табл. 1 следует, что δN_{\max} равняется 2,1 (U_1^0); 6,7 (U_2^0); 21,9 (U_3^0) и 37,4% (U_4^0). Время достижения максимального объема загрязнения t_{\max} отличается при Л и НЛ моделировании на 7,6 (U_1^0); 2,9 (U_2^0); 7,4 (U_3^0) и 8,1% (U_4^0). Относительные отклонения моментов времени, отвечающих условию $N(t_d) = 0$, соответственно равны 4,2 (U_1^0); 9,5 (U_2^0); 31,9 (U_3^0) и 45,0% (U_4^0). Таким образом, для указанных параметров (N_{\max} , t_{\max} , t_d) линеаризация модели правомерна при максимальных скоростях ветра, не превышающих 10 м/с.

Максимальные значения K_{\max} , N_{\max} , а также время их достижения t_{\max} (ч), время полного рассеяния примеси t_d (ч) на различных глубинах моря за четырех значений максимальной скорости ветра и отклонения результатов δ (%), полученные при решении линейной и нелинейной задач

Глубина H , м	Максималь- ные значения	$U_1^0 = 5$ м/с			$U_2^0 = 10$ м/с			$U_3^0 = 15$ м/с			$U_4^0 = 20$ м/с		
		Л	НЛ	δ	Л	НЛ	δ	Л	НЛ	δ	Л	НЛ	δ
0	K_{\max}	1,15	1,14	0,9	1,24	1,18	4,4	1,30	1,20	8,3	1,42	1,22	16,7
	t_{\max}	4,2	5,7	26,1	3,8	4,9	22,6	3,4	4,8	28,8	4,1	4,5	9,2
	t_d	17,1	17,3	0,7	17,5	18,3	4,6	16,6	18,5	10,7	12,9	18,1	28,4
5	K_{\max}	1,23	1,16	6,0	1,37	1,18	16,6	1,74	1,22	42,8	2,15	1,26	71,4
	t_{\max}	12,9	14,3	9,4	14,0	14,7	5,0	11,2	13,4	16,1	12,0	14,9	19,1
	t_d	36,0	36,7	2,0	32,3	37,6	14,1	25,4	34,0	25,4	21,1	36,0	41,4
10	K_{\max}	1,17	1,16	0,9	1,35	1,19	13,4	1,73	1,23	40,6	2,06	1,27	62,1
	t_{\max}	25,6	26,9	5,0	24,8	25,2	1,7	24,3	26,9	9,8	21,9	29,2	24,9
	t_d	52,0	53,4	2,7	49,5	55,2	10,3	39,6	58,1	31,9	33,9	61,3	44,7
$0 \leq z \leq H_{\max}$	N_{\max}	11,29	11,06	2,1	11,81	11,07	6,7	13,59	11,14	21,9	15,43	11,23	37,4
	t_{\max}	14,3	15,5	7,6	13,7	14,2	2,9	14,6	15,7	7,4	13,1	14,3	8,1
	t_d	51,7	54,0	4,2	50,0	55,2	9,5	39,8	58,5	31,9	33,7	61,4	45,0

Оценим влияние двух подходов моделирования на максимумы сгонов и нагонов, формируемых западным ветром для четырех значений его максимальной скорости в пунктах побережья Азовского моря. Анализ расчетов, выполненных по Л и НЛ моделям, свидетельствует о том, что под действием ветра происходит постепенное повышение уровня у наветренных берегов (нагон) и понижение у подветренных (сгон) (рис. 2). В установившемся состоянии ($t \geq t_0$) поле уровня соответствует одноузловой сейше. Кривая нулевых амплитуд (штриховая линия) пересекает центральную часть моря и ориентирована почти перпендикулярно направлению ветра. Характерной особенностью хода уровня на береговых станциях является появление подъема уровня на станциях $A_3 - A_8$ и понижение в пунктах A_1, A_2 и A_9 , наблюдаемое в установившемся режиме ($t \geq t_0$).



Р и с. 2. Уровень Азовского моря (м) при западном ветре максимальной скорости 15 м/с при установившемся движении

В табл. 2 приведены рассчитанные значения максимумов нагонов и сгонов в зависимости от максимальной скорости ветра и отклонения результатов, полученные в Л и НЛ моделях. Результаты Л и НЛ моделирования при $U_1^0 = 5$ м/с отличаются менее чем на 0,5%, и поэтому в табл. 2 результаты линейного решения не приводятся.

Из анализа данных, приведенных в табл. 2, следует, что ветер западного направления генерирует нагоны и сгоны, величина которых зависит от его максимальной скорости. Наибольшие нагоны для ветра с максимальными скоростями 5, 10, 15 и 20 м/с отмечаются в одном и том же пункте A_4 (Таганрог) и составляют для линейного решения 17 см (U_1^0); 63 см (U_2^0); 174 см (U_3^0) и 374 см (U_4^0), для нелинейного – 17 см (U_1^0); 60 см (U_2^0); 142 см

(U_3^0) и 254 см (U_4^0). Отметим, что наибольшее значение $\delta\zeta$ равняется 1,89 (U_1^0); 7,0 (U_2^0); 22,9 (U_3^0) и 48% (U_4^0). Отсюда следует, что отклонения решений становятся бóльшими при бóльших максимальных скоростях ветра. Таким образом, отклонения решений задачи о максимальных сгонах и нагонах, полученные в Л и НЛ случаях не превышают 7% только при $U_1^0 = 5$ м/с и $U_2^0 = 10$ м/с.

Т а б л и ц а 2

Максимальные значения сгонов и нагонов (см) на береговых станциях для четырех значений максимальной скорости ветра и отклонения результатов δ (%), полученные при решении линейной и нелинейной задач

Береговые станции	$U_1^0 = 5$ м/с				$U_2^0 = 10$ м/с			$U_3^0 = 15$ м/с			$U_4^0 = 20$ м/с		
	НЛ	Л	НЛ	δ	Л	НЛ	δ	Л	НЛ	δ	Л	НЛ	δ
Геническ	-10	-40	-39	4,4	-120	-104	14,5	-266	-210	26,5			
Бердянск	-34	-14	-13	4,9	-42	-36	18,3	-95	-68	39,9			
Мариуполь	8	30	29	2,3	83	70	18,0	177	128	38,4			
Таганрог	17	63	60	5,1	174	142	22,9	374	254	47,0			
Ейск	10	39	38	3,9	109	92	20,5	239	170	40,6			
Приморско-Ахтарск	9	36	34	6,8	110	91	19,8	248	179	38,5			
Темрюк	5	22	21	7,0	68	56	20,7	154	109	42,0			
Опасное	3	13	12	5,9	39	32	21,3	89	60	48,0			
Мысовое	-5	-20	-22	3,4	-55	-52	5,8	-19	-96	23,3			

Перейдем теперь к рассмотрению особенностей трехмерной структуры течений в Азовском море. На рис. 3 представлены векторы распределения скорости и направления течений на горизонтах 1, 3, 5 и 10 м в установившемся режиме, полученные в нелинейной модели. Как показывает анализ приведенных полей, главной особенностью циркуляции Азовского моря является существование компенсационных противотечений в нижних слоях. Так, в поверхностном слое 0 – 1 м течения направлены в основном по ветру (рис. 3, а), а небольшие отклонения в пределах 30 – 45° от направления ветра имеют место в районах мысов и заливов. Начиная с глубин 3 м (рис. 3, б), течения отклоняются на 90° и более от направления ветра. В слое 5 – 10 м (рис. 3, в, г) в центральной части акватории наблюдается хорошо выраженное компенсационное течение, направленное против ветра. Как показал анализ расчетов, время формирования противотечения в бассейне составляет в среднем 10 – 12 ч.

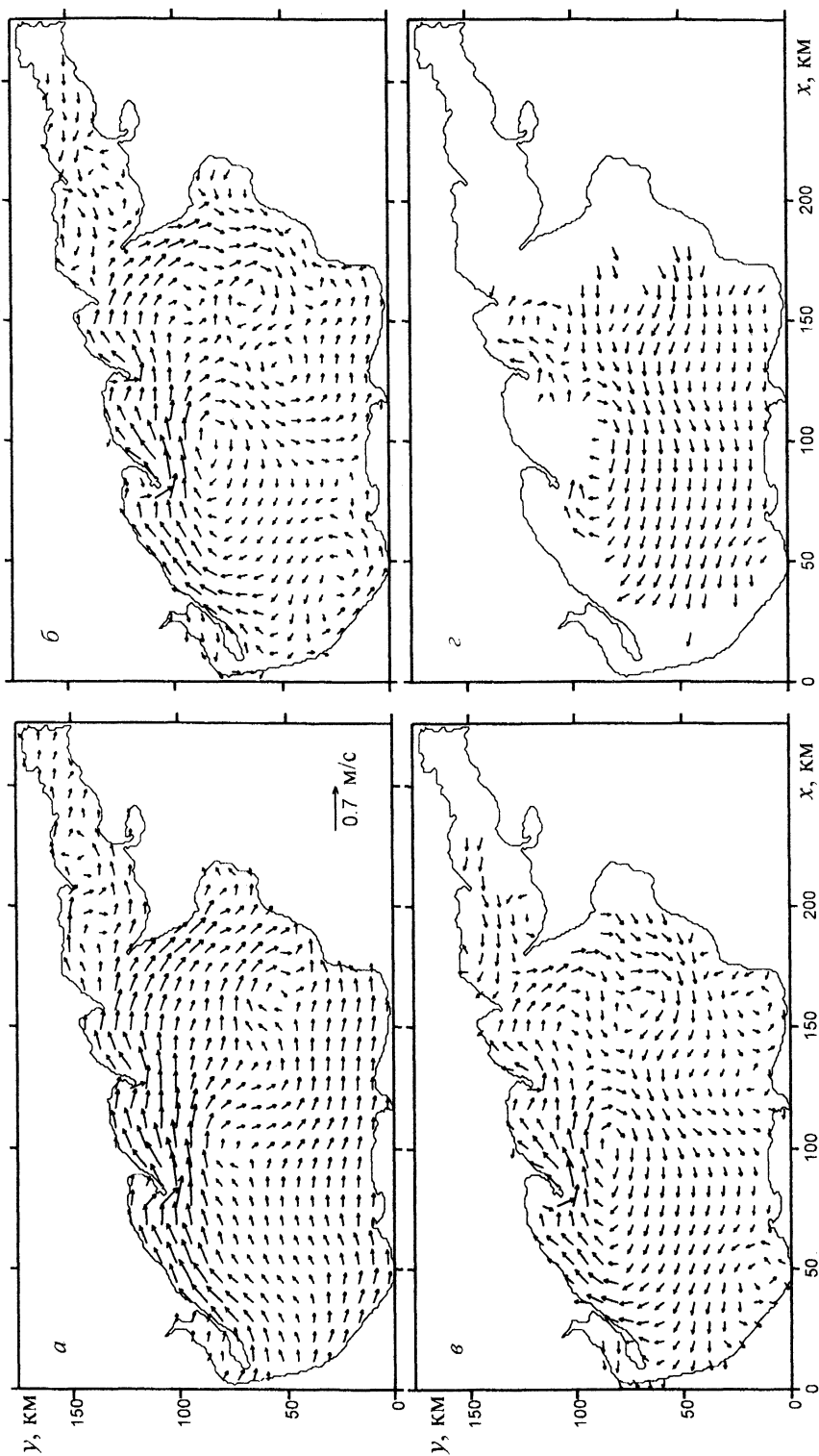


Рис. 3. Скорость (м/с) и направление стационарных течений на горизонтах 1 м (а), 3 м (б), 5 м (в) и 10 м (г) при западном ветре максимальной скорости 15 м/с

Результаты расчета величины скорости и направления стационарных течений в линейной модели имеют свои особенности. Направления течений на указанных горизонтах аналогичны полученным в нелинейной модели, а величины их скоростей существенно отличаются.

В табл. 3 приведены рассчитанные значения максимумов скорости ветровых течений для различных значений максимальной скорости ветра и отклонения результатов, полученные при двух способах моделирования. Из приведенных данных следует, что при больших максимальных скоростях ветра становятся большими отклонения решений. Отмечаем, что наибольшее значение относительных отклонений максимумов скорости течений составляет: 6,25 (U_1^0); 32,7 (U_2^0); 72,8 (U_3^0) и 122% (U_4^0). Следовательно, решение, полученное в линейном приближении для максимальной скорости ветра, превышающей 10 м/с, отличается от нелинейного более чем на 33%.

Таблица 3

Максимальные значения скорости течений (м/с) на различных глубинах для четырех значений максимальной скорости ветра и отклонения результатов δ (%), полученные при решении линейной и нелинейной задач

Глубина H , м	$U_1^0 = 5$ м/с			$U_2^0 = 10$ м/с			$U_3^0 = 15$ м/с			$U_4^0 = 20$ м/с		
	Л	НЛ	δ	Л	НЛ	δ	Л	НЛ	δ	Л	НЛ	δ
0	0,17	0,16	6,25	0,65	0,49	32,7	1,83	1,06	72,8	3,94	1,77	122,0
3	0,14	0,13	7,69	0,51	0,44	15,9	1,44	0,97	48,3	3,08	1,64	87,5
5	0,12	0,12	0,00	0,42	0,41	2,4	1,14	0,91	25,6	2,40	1,54	55,6
10	0,09	0,09	0,00	0,22	0,29	24,1	0,42	0,64	34,6	0,65	1,09	40,4

3.3. Следующий ряд численных экспериментов по нелинейной численной модели проведен с целью получения оценки величины выбранных шагов по пространственным и временным координатам. Для этого сравним результаты моделирования с шагами интегрирования Δx , Δy , Δt (I) и $2\Delta x$, $2\Delta y$, $2\Delta t$ (II) в задаче об эволюции примеси и сгонно-нагонных явлениях для тех же четырех значений максимальной скорости ветра U_i^0 ($i = \overline{1,4}$).

Результаты численных экспериментов задачи о трансформации и рассеянии примеси приведены в табл. 4. Здесь даны максимальные значения коэффициентов K_{\max} и N_{\max} с соответствующими моментами времени и периоды полного рассеяния загрязнений. Также приведена относительная погрешность вычислений $\delta\Lambda$ с различными шагами по координатам ($\delta\Lambda = 100\% \left| \Lambda^I - \Lambda^{II} \right| / \left| \Lambda^I \right|$).

Максимальные значения K_{\max} , N_{\max} , а также время их достижения t_{\max} (ч), время полного рассеяния примеси t_d (ч) на различных глубинах моря для четырех значений максимальной скорости ветра и отклонения результатов δ (%), полученные при различных шагах интегрирования (I, II)

Глубина H , м	Максималь- ные значения	$U_1^0 = 5 \text{ м/с}$			$U_2^0 = 10 \text{ м/с}$			$U_3^0 = 15 \text{ м/с}$			$U_4^0 = 20 \text{ м/с}$		
		I	II	δ	I	II	δ	I	II	δ	I	II	δ
0	K_{\max}	1,14	1,18	3,4	1,18	1,12	5,1	1,20	1,16	3,3	1,22	1,18	0,5
	t_{\max}	5,7	5,7	0,3	4,9	4,9	0,8	4,8	4,7	2,1	4,5	4,3	3,6
	t_d	17,3	16,2	6,3	18,3	17,0	7,0	18,5	16,8	9,1	18,1	16,4	9,2
5	K_{\max}	1,16	1,14	0,3	1,18	1,13	4,2	1,22	1,14	6,6	1,26	1,16	1,7
	t_{\max}	14,3	14,1	1,1	14,7	14,5	1,4	13,4	13,1	2,5	14,9	14,4	3,7
	t_d	36,7	34,6	5,8	37,6	34,7	7,7	34,0	30,8	9,5	36,0	31,9	11,4
10	K_{\max}	1,16	1,14	2,1	1,19	1,08	9,2	1,23	1,12	8,9	1,27	1,14	4,2
	t_{\max}	26,9	26,8	0,5	25,5	25,2	1,0	26,9	26,2	2,5	29,2	27,9	4,6
	t_d	53,4	50,7	5,0	55,2	51,0	7,6	58,1	52,7	9,4	61,3	54,4	11,3
$0 \leq z \leq H_{\max}$	N_{\max}	11,06	10,05	9,1	11,07	10,20	7,8	11,14	10,08	9,6	11,23	10,05	10,6
	t_{\max}	15,5	15,3	1,0	14,2	14,0	1,7	15,7	15,3	2,4	14,3	13,7	4,1
	t_d	54,0	50,1	7,2	55,2	51,3	7,1	58,1	51,9	10,6	61,4	53,8	12,4

Из анализа приведенных данных следует, что для U_1^0 значение δK_{\max} на различных глубинах составляет: 3,4 ($z=0$); 0,3 ($z=-5$ м) и 2,1% ($z=-10$ м); для U_2^0 : 5,1 ($z=0$); 4,2 ($z=-5$ м) и 9,2% ($z=-10$ м); для U_3^0 : 3,3 ($z=0$); 6,6 ($z=-5$ м) и 8,9% ($z=-10$ м); для U_4^0 : 0,5 ($z=0$); 1,7 ($z=-5$ м) и 4,2% ($z=-10$ м). Таким образом, двукратное увеличение шагов интегрирования при расчетах максимальной площади области загрязнения приводит к менее чем 9%-ному отклонению результатов и не зависит от скорости ветра.

Дадим оценку наибольшим погрешностям времени достижения максимумов площади загрязнения δt_{\max} на указанных горизонтах. Для рассматриваемых скоростей они составляют: 1,1 (U_1^0); 1,7 (U_2^0); 2,5 (U_3^0) и 4,6% (U_4^0). Видно, что с ростом максимальной скорости ветра полученные δt_{\max} увеличиваются, но не превышают 5%. Менее 12%-ная погрешность имеет место при вычислении времени полного рассеяния площади загрязнения δt_d : 6,3 (U_1^0); 7,7 (U_2^0); 9,5 (U_3^0) и 11,4% (U_4^0).

Точность расчета максимума объема загрязнения δN_{\max} для различных шагов по координатам составляет менее 11%: 9,1 (U_1^0); 7,8 (U_2^0); 9,6 (U_3^0); 10,6% (U_4^0). Относительные отклонения моментов времени δt_{\max} , отвечающих N_{\max} , для рассматриваемых значений U_i^0 ($i=\overline{1,4}$) соответственно равны: 1,0; 1,7; 2,4 и 4,1%. Для тех же значений максимальной скорости ветра величина отклонения δt_d времени, за которое концентрация примеси по всему объему становится меньше C_d , составляет 7,2; 7,1; 10,6 и 12,4%.

Следовательно, максимальные погрешности вычислений, допущенные при расчете указанных коэффициентов (K_{\max} , N_{\max} , t_{\max} , t_d), находятся в пределах от 5 до 12%. Большие отклонения в численном моделировании с различными шагами по времени и координатам относятся ко времени полного рассеяния загрязнения.

Проанализируем полученные значения максимумов нагонов и сгонов на береговых станциях в зависимости от U_i^0 ($i=\overline{1,4}$) и отклонения результатов, полученные при различных шагах интегрирования. Из анализа данных, приведенных в табл. 5, следует, что в обоих случаях максимумы нагонов и сгонов тем больше, чем больше скорость ветра. Наибольшие отклонения при расчете нагонов $\delta \zeta$ для U_1^0 отмечаются в пункте A_6 (11,1%); для U_2^0 – также в A_6 (11,8%); для U_3^0 – в A_5 (12,4%) и для U_4^0 – в A_6 (10,3%). Для найденных значений сгонов наибольшие отклонения при U_1^0 отмечаются в A_2 (8,3%); при U_2^0 – в A_9 (10,5%); при U_3^0 – в A_1 (10,7%) и при U_4^0 – в A_1 (11,3%).

Максимальные значения сгонов и нагонов (см) на береговых станциях для четырех значений максимальной скорости ветра и отклонения результатов δ (%), полученные при различных шагах интегрирования (I, II)

Береговые станции	$U_1^0 = 5$ м/с			$U_2^0 = 10$ м/с			$U_3^0 = 15$ м/с			$U_4^0 = 20$ м/с		
	I	II	δ	I	II	δ	I	II	δ	I	II	δ
Геническ	-10	-9	5,3	-39	-37	5,1	-104	-93	10,7	-210	-186	11,3
Бердянск	-34	-31	8,3	-13	-12	9,9	-36	-33	9,6	-68	-62	8,6
Мариуполь	8	7	10,2	29	26	10,3	70	64	7,9	128	118	7,6
Таганрог	17	16	3,6	60	59	1,7	142	141	0,4	254	253	0,3
Ейск	10	9	7,9	38	34	10,8	92	81	12,4	170	156	8,1
Приморско-Ахтарск	9	8	11,1	34	30	11,8	91	82	10,2	179	161	10,3
Темрюк	5	4	11,0	21	20	5,3	56	55	1,3	109	108	0,7
Опасное	3	3	0,0	12	11	8,3	32	28	11,4	60	54	9,4
Мысовое	-5	-5	0,0	-22	-20	10,5	-52	-49	6,2	-96	-86	10,2

Отклонения уровня на береговых станциях, полученные при нелинейном моделировании с шагами интегрирования Δx , Δy , Δt и $2\Delta x$, $2\Delta y$, $2\Delta t$, не зависят от максимальной скорости ветра, а зависят от положения исследуемого пункта. Полученные отклонения решений этой задачи не превышают 12%. Таким образом, можно считать выбранные шаги по пространственным и временным координатам оптимальными для расчета трансформации поля примеси и сгонно-нагонных явлений в бассейне Азовского моря.

Выводы. В результате численного моделирования выполнен анализ отклонений уровня моря, времени полного рассеяния примеси, максимальной площади загрязнения и трансформации пятен примеси при наличии стационарных течений в Азовском море. Анализ результатов позволил сделать следующие выводы:

- особенностью циркуляции стационарных течений является существование компенсационных противотечений в нижних слоях, скорость которых уменьшается с глубиной;

- скорости стационарных течений, вызванных ветром с максимальной скоростью более чем 10 м/с, рассчитанные по линейной модели, отличаются от найденных по нелинейной более чем на 33%;

– в стационарном режиме при различных максимальных скоростях ветра и способах моделирования нагоны отмечаются у наветренных берегов и сгоны – у подветренных;

– отклонения максимумов сгонов и нагонов, полученные в линейной модели, отличаются от найденных в нелинейной не более чем на 7% только для максимальных скоростей ветра 5 и 10 м/с;

– время проникновения примеси на глубину $z = -H/2$ для различных скоростей ветра составляет 4 ч, в придонный слой – 16 ч;

– увеличение максимальной скорости ветра приводит к увеличению областей загрязнения;

– время полного рассеяния примеси (по объему) тем больше, чем больше скорость ветра;

– отклонения величин сгонов и нагонов в рамках нелинейной модели с шагами $\Delta x = 1,4$ км; $\Delta y = 1,3$ км; $\Delta t = 18$ с и $2\Delta x$, $2\Delta y$, $2\Delta t$ не превышают 12% при различных максимальных скоростях ветра.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Еремеев В.Н., Коновалов А.В., Манилюк Ю.В., Черкесов Л.В. Моделирование длинных волн в Азовском море, вызываемых прохождением циклонов // *Океанология*. – 2000. – 40, №5. – С. 658 – 665.
2. Фомин В.В. Численная модель циркуляции вод Азовского моря // *Научные труды Украинского научно-исследовательского гидрометеорологического института*. – Киев, 2002. – Вып. 249. – С. 246 – 255.
3. Букатов А.Е., Завьялов Д.Д., Соломаха Т.А. Численное моделирование динамики Азовского моря при сгонно-нагонных явлениях // *Метеорология и гидрология*. – 2006. – № 6. – С. 69 – 75.
4. Иванов В.А., Фомин В.В., Черкесов Л.В., Шульга Т.Я. Исследование влияния течений, вызванных западным ветром, на эволюцию областей загрязнения в Азовском море // *Доповіді НАН України*. – 2007. – №3. – С. 112 – 117.
5. Иванов В.А., Фомин В.В., Черкесов Л.В., Шульга Т.Я. Математическое моделирование эволюции примеси в Азовском море // *Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа*. – Севастополь: МГИ НАН Украины, 2006. – С. 230 – 239.
6. Blumberg A.F., Mellor G.L. A description of three dimensional coastal ocean circulation model // *Three-Dimensional Coastal Ocean Models* / Ed. N. Heaps. – Washington, D. C.: American Geophysical Union. – 1987. – 4. – P. 208.
7. Черкесов Л.В., Иванов В.А., Хартиев С.М. Введение в гидродинамику и теорию волн. – СПб.: Гидрометеиздат, 1992. – 264 с.
8. Smagorinsky J. General circulation experiments with primitive equations. I. The basic experiment // *Mon. Weath. Rev.* – 1963. – 91. – P. 99 – 164.
9. Yang Zh., Hamrick I.M. Variational inverse parameter estimation in a cohesive sediment transport model: An adjoint approach // *J. Geophys. Res.* – 2003. – 108, № C2. – P. 37-1 – 37-10.
10. Burchard H., Bolding K., Villareal M. R. Three-dimensional modeling of estuarine turbidity maxima in a tidal estuary // *Ocean Dynam.* – 2004. – 54, №2. – P. 250 – 265.
11. Large W.G., Pond S. Open ocean momentum fluxes in moderate to strong winds // *J. Phys. Oceanogr.* – 1981. – 11. – P. 324 – 326.
12. Китайгородский С.А. Физика взаимодействия атмосферы и океана. – Л.: Гидрометеиздат, 1970. – 284 с.
13. Mellor G.L., Yamada T. Development of a turbulence closure model for geophysical fluid problems // *Rev. Geophys. Space Phys.* – 1982. – 20. – P. 851 – 875.

14. *Sweby P.K.* High resolution schemes using flux limiters for hyperbolic conservation laws // Soc. Industr. Appl. Math. J. Numer. Analys. – 1984. – 21. – P. 995 – 1011.
15. *Марчук А.Г., Чубаров Л.Б., Шокин Ю.И.* Численное моделирование волн цунами. – Новосибирск: Наука, 1983. – 174 с.
16. *Гидрометеорологические условия шельфовой зоны морей СССР. Т. III. Азовское море.* – Л.: Гидрометеоздат, 1986. – 218 с.
17. *Демьшев С.Г., Кныш В.В., Коротков Г.К.* Численное моделирование сезонной изменчивости гидрофизических полей Черного моря // Морской гидрофизический журнал. – 2002. – № 3. – С. 12 – 26.

Морской гидрофизический институт НАН Украины,
Севастополь

Материал поступил
в редакцию 21.02.07
После доработки 27.02.07

ABSTRACT Processes of transport and diffusion of contaminating substances in the Sea of Azov in the presence of stationary currents are studied using a three-dimensional non-linear mathematical model. Changes of the sea level, surge phenomena, direction and speed of stationary currents induced by the winds of various high speeds are analyzed. The region of applicability of linear approximation and choice of a size of the steps of integration on spatial and temporal coordinates are estimated. It is shown that growth of the wind high speed results in increase both of the regions of contamination and time of the impurity complete diffusion. The solutions in the linear approximation differ weakly from those resulted from the nonlinear model at the wind speeds up to 5 m/s.