Термогидродинамика океана

М.В. Шокуров, М.И. Солдаткина

Режимы линейной стационарной реакции атмосферного пограничного слоя при холодном вторжении на Черное море

Для описания явления холодного вторжения на Черное море в зимний сезон исследована реакция атмосферы на локальный источник тепла на поверхности в двух наиболее простых постановках. В модели мелкой воды планетарный пограничный слой атмосферы однородный, с подвижной верхней границей. Во второй модели пограничный слой имеет постоянную толщину и однородную стратификацию.

В одномерной задаче для постоянного ветра, дующего перпендикулярно к берегу моря, реакция атмосферы определяется одним безразмерным параметром – числом Фруда, в зависимости от величины которого возможны два режима реакции. Число Фруда Fr < 1 (докритический режим) соответствует слабому ветру, сильной стратификации, толстому пограничному слою, большой скорости инерционно-гравитационных волн. Число Фруда Fr > 1 (закритический режим) соответствует сильному ветру, слабой стратификации, тонкому пограничному слою, малой скорости волн.

В двумерной задаче для моря круглой формы выделены четыре качественно различных типа реакции в зависимости от сочетания двух безразмерных параметров – числа Фруда и отношения радиуса моря к радиусу деформации.

Введение

В настоящее время оперативные численные модели атмосферной циркуляции и совместные климатические модели системы атмосфера – океан имеют низкое пространственное разрешение порядка 100 – 200 км. При таком разрешении невозможно воспроизвести в модели мезомасштабные атмосферные явления с горизонтальными масштабами от 1 до 100 км. В последнее время мезомасштабные процессы интенсивно исследуются. Актуальность этих исследований определяется, в частности, тем, что мезомасштабные явления влияют на региональные особенности погоды и климата. Мезомасштабные явления достаточно разнообразны и формируются под воздействием ряда факторов. Среди различных мезомасштабных задач можно выделить классические задачи о влиянии на атмосферу горного рельефа и температурного контраста между морем и сушей.

В летний сезон контраст температуры между морем и сушей, меняющийся с суточной периодичностью, приводит к формированию мезомасштабной бризовой циркуляции – дневного морского бриза и ночного берегового бриза. Для зимнего сезона типично другое проявление температурного контраста, возникающее при вторжении холодного континентального воздуха на теплую поверхность моря. Холодные вторжения являются типичным синоптическим явлением для зимнего сезона в средних и высоких широтах. Они наблюдают-

© М.В. Шокуров, М.И. Солдаткина, 2008

ся в Атлантическом океане над теплым Гольфстримом, над Великими озерами в Северной Америке, над Черным, Каспийским и Средиземным морями, в Тихом океане. При холодном вторжении внутри континентального пограничного слоя от берега в направлении ветра начинает развиваться новый морской пограничный слой с большими поверхностными потоками тепла и влаги, сильной конвективной турбулентностью. Толщина морского пограничного слоя растет от берега в направлении ветра за счет турбулентного вовлечения на верхней границе. Конвекция в таком слое имеет пространственно организованный характер в виде конвективных валиков, вытянутых вдоль ветра. Ширина валиков по порядку величины равна их вертикальному масштабу и постепенно увеличивается от берега в сторону открытого моря. В районе Великих озер сильная конвекция при холодных вторжениях приводит к катастрофическим погодным явлениям – обильным снегопадам.

В современных региональных моделях атмосферной циркуляции физические процессы в пограничном слое при холодном вторжении описываются в основном правильно, но значительная сложность и нелинейность этих процессов не позволяют анализировать задачу теоретически. Эта проблема была осознана уже давно, и различные исследователи пытались описать явление холодного вторжения с помощью упрощенных линеаризованных моделей, выделяя и анализируя различные аспекты задачи.

В работах [1, 2] рассмотрены одномерная и двумерная модели реакции атмосферы на локальный источник тепла на поверхности применительно к Великим озерам. Эти работы представляют определенный методический интерес, однако принятые упрощения не позволяют применить полученные результаты к реальной атмосфере – вертикальный коэффициент турбулентной теплопроводности и частота плавучести были заданы постоянными по вертикали, что явно нереально. В результате в задаче отсутствовал естественный вертикальный масштаб, а реакция атмосферы не была ограничена по высоте.

Этот недостаток был устранен в линейной модели [3] с более реалистичным представлением вертикальной стратификации атмосферы в виде пограничного слоя постоянной толщины с заданным вертикальным распределением тепла, который ограничен сверху сильной температурной инверсией, играющей роль «твердой крышки». Недостатком этой модели является слишком упрощенное нереалистичное описание турбулентной вязкости в пограничном слое.

Более реалистичное описание дано в работе [4], где в модели однородного пограничного слоя, ограниченного сверху инверсией, учтены многие не учитывавшиеся ранее явления. Во-первых, это изменение турбулентной вязкости при переходе с суши на море, что приводит к изменению профиля ветра и результирующей экмановской дивергенции или конвергенции на береговой линии. Во-вторых, учет турбулентного вовлечения на верхней границе пограничного слоя и роста его толщины за счет вовлечения. В-третьих, поток тепла на поверхности моря определялся явно через разность температуры воды и изменяющейся температуры воздуха. Важным результатом этой работы было выделение характерных пространственных масштабов задачи – радиуса деформации, инерционного радиуса, масштаба релаксации температуры пограничного слоя к температуре моря, характерного пространственного масштаба вовлечения и двух масштабов, связанных с контрастом турбулентной вязкости.

Целью настоящей работы является изучение мезомасштабной реакции атмосферы на источник тепла на подстилающей поверхности, в качестве которого выступает Черное море зимой во время холодного вторжения. В силу устойчивости стратификации всей толщи атмосферы в зимний период эта реакция, как правило, ограничена по вертикали, сосредоточена в пограничном слое. Поэтому задача будет решаться в двух наиболее простых постановках: 1) полутораслойная модель мелкой воды с однородным нижним пограничным слоем и однородной верхней атмосферой; 2) модель пограничного слоя с постоянной частотой плавучести, ограниченного сверху «твердой крышкой». Первый подход позволяет детально изучить горизонтальную структуру реакции. Во втором подходе с реалистичным вертикальным представлением атмосферы исследуется вертикальная структура реакции.

Развитие реакции атмосферы во времени состоит из двух стадий – переходного процесса приспособления и установившегося состояния. Нестационарная задача установления реакции также может быть решена в рамках рассматриваемых постановок, однако является достаточно громоздкой и второстепенной по значимости, поэтому в этой статье рассматриваться не будет. Временной масштаб холодного вторжения составляет несколько суток. За это время успевает установиться стационарная реакция атмосферы, которая и будет основным объектом исследования.

Типичное холодное вторжение сопровождается сильным ветром, однородным на синоптическом пространственном масштабе, который больше размера Черного моря. Поэтому основной эффект должен быть одномерным, развивающимся от берега вдоль направления ветра. В первых двух разделах статьи решается одномерная задача. Используются все возможные упрощения. Задача рассматривается в рамках приближений линейности, одномерности, гидростатики, Буссинеска, *f*-плоскости, отсутствия трения и теплопроводности, однородности плотности или однородной стратификации, однородности ветра, идеализированного распределения источника тепла. Простая постановка позволяет получить аналитические решения, которые можно детально проанализировать и выделить основные процессы и механизмы.

В третьем разделе решается двумерная задача для круглого моря в рамках модели мелкой воды. Эта задача решается численно с использованием двумерного преобразования Фурье. Простая геометрия позволяет проанализировать основные эффекты, возникающие в двумерной постановке.

1. Одномерная модель мелкой воды

Рассмотрим вначале на качественном уровне реакцию атмосферы на источник тепла на поверхности при отсутствии фонового ветра. Тепло переносится от поверхности моря вверх турбулентностью до верхней границы пограничного слоя. В свободной атмосфере турбулентности нет, и поэтому весь поток тепла идет на нагревание пограничного слоя. Поток тепла на поверхности пропорционален разности температуры поверхности моря и температуры воздуха. По мере нагревания пограничного слоя эта разность уменьшается, и

при достижении теплового равновесия, когда потенциальная температура воздуха в пограничном слое становится равной температуре поверхности моря, поток тепла обращается в нуль. В результате нагревания пограничного слоя над морем давление уменьшается – возникает термическая депрессия, величина которой определяется контрастом температуры и толщиной пограничного слоя. Если инверсия температуры над пограничным слоем достаточно сильная, тогда разница давлений между морем и сушей будет сосредоточена по вертикали в пределах пограничного слоя. Эта разность давлений после установления равновесия будет скомпенсирована силой Кориолиса, связанной с циклоническим вдольбереговым потоком воздуха, который разовьется в процессе приспособления атмосферы к термическому контрасту между берегом и морем. Ширина этого струйного течения определяется радиусом деформации, а интенсивность – величиной депрессии. Поперечная к берегу и вертикальная компоненты скорости ветра отличны от нуля в процессе приспособления, но в состоянии равновесия, когда поток тепла обратится в нуль, также обращаются в нуль.

При однородном по вертикали прогреве пограничного слоя над морем горизонтальный градиент давления между берегом и морем и интенсивность струйного течения будут линейно расти от верхней границы пограничного слоя вниз к поверхности. Для упрощения задачи можно считать, что потенциальная температура пограничного слоя при его нагревании над морем не изменяется, а вместо этого уменьшается толщина пограничного слоя, приводя к такому же, как при нагревании, падению давления над морем. Таким образом, задачу можно свести к модели мелкой воды, в которой источник тепла над морем будет эквивалентен стоку массы в пограничном слое. В отличие от реальной ситуации горизонтальный градиент давления и скорость вдольберегового струйного потока будут постоянными по высоте в пределах пограничного слоя.

Еще один процесс, который не учитывается в нашей работе, – это вовлечение на верхней границе пограничного слоя. За счет более сильных потоков тепла турбулентность над морем интенсивнее, чем над сушей, и поэтому пограничный слой над морем толще из-за более интенсивного вовлечения. В реальной ситуации это увеличение толщины приводит к частичному ослаблению термической депрессии.

Наконец, не будет учитываться трение в пограничном слое. Известно, что контраст высоты шероховатости между морем и сушей может приводить к дивергенции или конвергенции потока воздуха в пограничном слое вдоль береговой линии и к дополнительной циркуляции и аномалиям давления. Чтобы не усложнять задачу, далее будет рассмотрен только термический контраст.

Таким образом, в этом разделе считается, что атмосфера состоит из двух слоев – нижнего пограничного слоя толщины H с плотностью ρ_1 и верхнего слоя бесконечной толщины с плотностью ρ_2 . Внешний фоновый поток U направлен по оси x, не зависит от высоты и одинаков в обоих слоях. Реакция атмосферы сосредоточена в нижнем слое и описывается вектором скорости с горизонтальными компонентами u, v, не зависящими от высоты, и вертикальным смещением границы раздела между слоями ζ . Как уже говорилось, тем-

пература не входит в описание, поэтому эффект нагревания воздуха над морем, в реальности приводящий к уменьшению плотности, в данной постановке описывается стоком массы нижнего слоя над морем, что при постоянной плотности ρ_1 эквивалентно уменьшению толщины нижнего слоя. Горизонтальное распределение источника тепла (стока массы) Q(x) имеет вид ступеньки с постоянным значением Q_0 над морем и нулевым – над сушей.

В одномерном стационарном случае с учетом среднего ветра и источника тепла (стока массы) линейные уравнения движения и уравнение неразрывности для нижнего слоя в приближении мелкой воды имеют вид:

$$Uu_{x} = fv - g'\zeta_{x},$$

$$Uv_{x} = -fu,$$

$$U\zeta_{x} + Hu_{x} = Q(x),$$

(1)

где $g' = g \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1}$ – приведенное ускорение свободного падения, f – параметр

Кориолиса. Из этих трех уравнений можно получить одно уравнение для поперечной к берегу компоненты скорости и:

$$(1 - \mathrm{Fr}^2)u_{xx} - \frac{u}{R_d^2} = \frac{Q_x}{H}.$$
 (2)

Решение этого уравнения зависит от безразмерного числа Фруда $Fr = \frac{U}{\sqrt{g'H}}$, равного отношению скорости ветра к скорости распространения

волн $c = \sqrt{g'H}$, и радиуса деформации Россби $R_d = \frac{c}{f} = \frac{\sqrt{g'H}}{f}$. Как видно из уравнения (2), характер его решения будет зависеть от знака множителя при второй производной $1 - Fr^2$. При положительном знаке решения будут экспонентами, при отрицательном – пространственными гармониками. Разберем эти два случая отдельно.

Докритический режим (Fr < 1). Согласно определению числа Фруда, этот режим соответствует слабому ветру, толстому пограничному слою, сильной стратификации, т.е. большому скачку плотности, или сильной температурной инверсии на верхней границе пограничного слоя.

Решения уравнения (2) для областей над сушей при x < 0 и над морем при x > 0 имеют вид:

$$u(x) = u_0 e^{k_0 x}, \quad x < 0,$$

$$u(x) = u_0 e^{-k_0 x}, \quad x > 0,$$
(3)

здесь $u_0 = \frac{Q_0 R_d}{2H\sqrt{1-Fr^2}}$, $k_0 = \frac{1}{R_d\sqrt{1-Fr^2}}$.

Fr < 1





Р и с. 1. Пространственное распределение поперечной к берегу u(a, c) и вдольбереговой v(6, d) компонент скорости и аномалии толщины пограничного слоя $\zeta(e, c)$ для модели мелкой воды в докритическом (a, 6, e) и закритическом (c, d, e) режимах

Поперечная к берегу скорость положительна, максимальна на береговой линии и экспоненциально затухает с расстоянием от берега в обе стороны (рис. 1, *a*). Ветер над береговой линией ускоряется. Для вдольбереговой компоненты скорости из второго уравнения (1) получается

$$v(x) = -v_0 e^{k_0 x}, \qquad x < 0,$$

$$v(x) = v_0 e^{-k_0 x} - 2v_0, \qquad x > 0,$$
(4)

где $v_0 = \frac{Q_0 g'}{2 f U}$. Образуется вдольбереговой поток, занимающий всю поверх-

ность моря (рис. 1, 6). Для уровня поверхности раздела с учетом граничного условия $\zeta_{I} \rightarrow 0$ при $x \rightarrow -\infty$ и условия сшивки на береговой линии $\zeta_{I} = \zeta_{II}$ при x = 0 получаем

$$\zeta(x) = -\zeta_0 e^{k_0 x}, \qquad x < 0,$$

$$\zeta(x) = -\zeta_0 e^{-k_0 x} - \frac{Q_0}{U} x, \quad x > 0,$$
(5)

где $\zeta_0 = \frac{Q_0 R_d}{2U\sqrt{1-Fr^2}}$. На береговой линии толщина погранслоя имеет ло-

кальный минимум и затем линейно растет над морем с расстоянием от берега (рис. 1, в). Локальный минимум возникает из-за ускорения фонового потока и, как будет показано в разделе 2 с более реалистичной вертикальной структурой, из-за возникновения конвективной ячейки с опусканием над сушей и подъемом над морем. Линейный же рост связан с постоянным источником тепла (стоком массы) над морем. При более реалистичном описании [4] источник тепла постепенно уменьшается с расстоянием от берега по мере нагревания пограничного слоя. В конце концов линейный рост прекращается на масштабе длины термической релаксации, когда температура пограничного слоя сравняется с температурой моря. Этот масштаб определяется толщиной пограничного слоя и коэффициентом переноса тепла на поверхности моря и принимает типичные значения в диапазоне 200 – 2000 км. Вдольбереговая струя (4) находится в геострофическом балансе с градиентом поверхности раздела и также затухает на термическом пространственном масштабе от берега.

Следует отметить, что характерный пространственный масштаб экспоненциальной части решения $\frac{1}{k_0} = R_d \sqrt{1 - Fr^2}$ равен радиусу деформации при малых числах Фруда и уменьшается до нуля при приближении к критическому значению Fr_c = 1.

Закритический режим (Fr > 1). В этом случае скорость ветра больше скорости распространения волны, что соответствует сильному ветру, тонкому пограничному слою и слабой стратификации – малому скачку плотности на его верхней границе. Решения для компонент скорости и возвышения поверхности над морем при x > 0 имеют вид:

$$u(x) = 2u_0 \sin k_0 x, \qquad (6)$$

$$v(x) = 2v_0 \cos k_0 x - 2v_0, \qquad (7)$$

$$\zeta(x) = -2\zeta_0 \sin k_0 x - \frac{Q_0}{U} x.$$
 (8)

Над сушей на наветренном берегу никакой реакции не возникает, так как волны не могут распространяться против сильного ветра. Обе компоненты ветра и уровень поверхности равны нулю:

$$u(x) = v(x) = \zeta(x) = 0, \quad x < 0.$$
(9)

Вся реакция атмосферы сосредоточена над морем и имеет вид параллельных струй, ширина которых определяется числом Фруда и радиусом де-

формации Россби: $\lambda = \frac{2\pi}{k_0} = 2\pi R_d \sqrt{Fr^2 - 1}$ (рис. 1, $z - \partial$). Этот период стре-

мится к нулю при $Fr \rightarrow 1$ и увеличивается с ростом числа Фруда.

Над морем вдольбереговая скорость периодически меняется с расстоянием от берега (рис. 1, ∂). Для возвышения поверхности также имеется периодическая структура, наложенная на линейное уменьшение с расстоянием от берега (рис. 1, e).

Линейное убывание имеет такое же происхождение, как и в докритическом режиме. Периодическая часть решения для поперечной скорости (6) и толщины погранслоя (8) описывает периодическую систему конвективных валиков волнового происхождения, вытянутых вдоль берега.

Если добавить в задачу второй подветренный берег моря на расстоянии L от наветренного, то в закритическом режиме возможны резонансные ситуации, когда реакция сосредоточена только над морем, т.е. когда размеры моря таковы, что над ним укладывается целое число $L = n\lambda$ длин волн и волны отражаются от берегов.

Оценим характерные числовые значения основных параметров. При толщине погранслоя H = 1 км и величине инверсии $\Delta \theta = 3$ К скорость волн будет равна 10 м/с. Значит ветер, больший 10 м/с, будет соответствовать за-критическому режиму.

2. Одномерная модель пограничного слоя с «твердой крышкой»

Представим атмосферу в виде слоя постоянной толщины *H* с постоянной частотой плавучести, ограниченного сверху «твердой крышкой». Будем считать распределение тепла по вертикали заданным и пренебрежем вязкостью и теплопроводностью. Хотя эти приближения не учитывают некоторые важные аспекты более реалистичного пограничного слоя, они позволяют получить наглядные результаты.

Для стационарного режима с фоновым ветром система линеаризованных уравнений движения, переноса тепла и неразрывности в приближении Буссинеска и гидростатики будет иметь вид:

$$Uu_{x} = fv - \phi_{x}, \quad Uv_{x} = -fu, \quad Ub_{x} + N^{2}w = Q,$$

$$\phi_{z} = b, \quad u_{x} + w_{z} = 0,$$
 (10)

здесь *u*, *v*, *w* – компоненты скорости возмущения, *U* – постоянная скорость фонового потока, $b = g \frac{\theta'}{\theta_0}$ – плавучесть, $\phi = \frac{p'}{\rho_0}$ – возмущение геопотенциала, *p'* и θ' – возмущение давления и потенциальной температуры, ρ_0 и θ_0 – фоновая плотность и потенциальная температура, $N^2 = \frac{g}{\theta_0} \frac{d\theta_0}{dz}$ – частота плавучести, *Q* – распределение источника тепла.

Распределение источника тепла Q(x,z) предполагается однородным по горизонтали на всей поверхности моря и нулевым на суше. Вертикальную

структуру Q для простоты определим в виде полуволны, укладывающейся на толщине погранслоя:

$$Q(z) = \sin mz, \tag{11}$$

где $m = \frac{\pi}{H}$ – вертикальное волновое число. При таком представлении источ-

ник тепла максимален в середине погранслоя и равен нулю на его верхней и нижней границах. Из уравнений (10) следует, что вертикальная скорость, температура и плавучесть будут иметь такую же зависимость от *z*, а давление и обе компоненты горизонтальной скорости будут меняться с высотой как соз *mz*. Такое представление для функции источника тепла позволяет предельно упростить задачу по вертикали и выделить горизонтальную структуру реакции, обусловленную горизонтальным градиентом плавучести. Учет турбулентных процессов (теплопроводности, вязкости и вовлечения) потребовал бы задания граничных условий – потоков на верхней и нижней границах – и значительно усложнил бы задачу по вертикальной координате.

Из системы уравнений (10) можно получить одно уравнение для вертикальной скорости w:

$$(1 - Fr^2)w_{xx} - \frac{w}{R_d^2} = \frac{Q_{xx}}{N^2},$$
(12)

где число Фруда Fr = $\frac{mU}{N}$, а радиус деформации $R_d = \frac{N}{fm}$. Как и в предыду-

щем разделе, характер решения будет определяться величиной числа Фруда.

Докритический режим (Fr < 1). В докритическом режиме, когда скорость ветра не превышает скорость волн, т.е. при толстом слое или сильной стратификации, решения уравнения для вертикальной скорости над сушей и над морем будут иметь вид:

$$w(x) = -w_0 e^{k_0 x}, \quad x < 0,$$

$$w(x) = w_0 e^{-k_0 x}, \quad x > 0,$$
(13)

где $w_0 = \frac{Q_0}{2(1 - Fr^2)N^2}$, $k_0 = \frac{1}{R_d\sqrt{1 - Fr^2}}$. Таким образом, по вертикали возни-

кает ячейка с подъемом над морем и опусканием над сушей (рис. 2, а).

Вдольбереговая компонента скорости

$$v(x) = -v_0 e^{k_0 x}, \qquad x < 0,$$

$$v(x) = v_0 e^{-k_0 x} - 2v_0, \qquad x > 0,$$
(14)

здесь $v_0 = \frac{w_0 mf}{U k_0^2}$. Вдоль берега моря образуется струя воздуха с циклониче-

ской завихренностью над морем и антициклонической над сушей, причем это течение занимает всю поверхность моря (рис. 2, б).



Р и с. 2. Пространственное распределение вертикальной w (*a*, *e*), вдольбереговой v (*б*, \mathcal{K}) и поперечной к берегу u (*в*, *з*) компонент скорости, положительных аномалий плавучести b (*г*, *u*) и отрицательных аномалий давления ϕ (*д*, κ) для модели с непрерывной стратификацией в докритическом (*a*, *б*, *в*, *г*, *д*) и закритическом (*e*, \mathcal{K} , *з*, *u*, κ) режимах

Поперечная к берегу циркуляция экспоненциально затухает с расстоянием от берега:

$$u(x) = u_0 e^{k_0 x}, \quad x < 0,$$

$$u(x) = u_0 e^{-k_0 x}, \quad x > 0,$$
(15)

где $u_0 = \frac{w_0 m}{k_0}$. Над морем сосредоточена область конвергенции, сопровож-

дающаяся подъемом, а над сушей – область дивергенции с опусканием (рис. 2, в). Решения для возмущений плавучести и давления имеют вид:

$$b(x) = b_0 e^{k_0 x}, \qquad x < 0,$$

$$b(x) = b_0 e^{-k_0 x} + \frac{Q}{U} x, \qquad x > 0;$$

$$(16)$$

$$\varphi(x) = -\varphi_0 e^{-k_0 x}, \qquad x < 0,$$

$$\phi(x) = -\phi_0 e^{-k_0 x} - \frac{Q}{Um} x, \quad x > 0,$$
(17)

где $b_0 = \frac{w_0 N^2}{U k_0}$, $\phi_0 = \frac{w_0 N^2}{U k_0 m}$. Положительные аномалии температуры и отрица-

тельные аномалии давления линейно растут с расстоянием от берега, причем на самом берегу наблюдаются их максимальные значения (рис. 2, *г*, *д*).

Эти решения показывают, что в докритическом режиме реакция атмосферы над сущей «чувствует» тепловой поток над морем, распространяясь от берега против ветра на расстояние, определяемое радиусом деформации.

Закритический режим (Fr > 1). При скорости ветра, большей скорости волн, когда в атмосфере наблюдаются слабая стратификация или мелкий пограничный слой, устанавливается закритический режим циркуляции (Fr > 1). Решение уравнения (12) в этом случае для области над морем является периодическим волновым. Волны не могут распространяться против ветра, поэтому на суше реакция отсутствует: $w = u = v = b = \phi = 0$ при x < 0(рис. 2, *e*, *ж*, *з*, *u*, *к*). Решение для вертикальной компоненты скорости над морем имеет вид

$$w(x) = -2w_0 \cos k_0 x \,. \tag{18}$$

Реакция атмосферы представляет собой систему параллельных валиков, ширина которых определяется числом Фруда Fr и радиусом деформации R_d , она начинается от берега с максимального отрицательного значения вертикальной скорости (рис. 2, *e*). Вдольбереговая и поперечная к берегу компоненты скорости периодически меняются над морем с расстоянием от берега (рис. 2, *ж*, 3):

$$u(x) = 2u_0 \sin k_0 x,$$
 (19)

$$v(x) = 2v_0 \cos k_0 x - 2v_0.$$
 (20)

Как и в модели мелкой воды, в этой задаче также возможны резонансные режимы, когда реакция полностью сосредоточена над морем. Такие режимы возникают, когда над морем укладывается целое число длин волн и волны отражаются от берегов.

Для плавучести и давления решение имеет вид:

$$b(x) = 2b_0 \sin k_0 x + \frac{Q}{U} x, \qquad (21)$$

$$\phi(x) = -2\phi_0 \sin k_0 x - \frac{Q}{Um} x.$$
 (22)

Над морем положительная аномалия температуры и отрицательная аномалия давления также имеют периодическую структуру, но, кроме того, линейно растут с расстоянием от берега (рис. 2, u, κ).

Таким образом, в одномерной задаче выделены параметры, влияющие на изменение реакции атмосферы в направлении ветра при переходе с холодной на теплую поверхность. Число Фруда определяет поведение этой реакции, которая изменяется от квазигеострофической при малых значениях числа Фруда до стоячих инерционно-гравитационных волн над морем при значениях числа Фруда больше единицы.

3. Двумерная модель мелкой воды

Для двумерной задачи мы возьмем симметричный источник тепла – круглое море. Уравнения движения и неразрывности в приближении мелкой воды имеют вид:

$$Uu_{x} = fv - g'\zeta_{x} - \sigma u + v_{1}\Delta u - v_{2}\Delta^{2}u,$$

$$Uv_{x} = -fu - g'\zeta_{y} - \sigma v + v_{1}\Delta v - v_{2}\Delta^{2}v,$$

$$U\zeta_{x} + H(u_{x} + v_{y}) = Q - \sigma\zeta + v_{1}\Delta\zeta - v_{2}\Delta^{2}\zeta,$$

(23)

где σ – коэффициент рэлеевского трения, v_1 – вязкость, v_2 – гипервязкость. Аналогичные диссипативные слагаемые введены в уравнение неразрывности. В данной постановке рэлеевские члены локализуют реакцию на источник тепла, которая в противном случае распространялась бы до бесконечности. Вязкость и гипервязкость позволяют подавлять мелкие масштабы в процессе численного решения. После выполнения двумерного преобразования Фурье система уравнений (23) становится алгебраической. Определим вначале горизонтальную дивергенцию $d = u_x + v_y$, которая соответствует вертикальной скорости с противоположным знаком:

$$\widetilde{d} = \frac{\widetilde{Q}g'k^2}{a^2 + f^2 + c^2k^2},$$
(24)

где $a = ik_xU + \sigma + v_1k^2 + v_2k^4$, $k^2 = k_x^2 + k_y^2$, $c^2 = g'H$, волна сверху обозначает преобразование Фурье.

Уровень поверхности, который соответствует отрицательным аномалиям давления и положительным аномалиям температуры, будет иметь вид

$$\widetilde{\zeta} = \frac{\widetilde{Q}(a^2 + f^2)}{a(a^2 + f^2 + c^2 k^2)}.$$
(25)

Для компонент скорости из уравнений (23) получаем

$$\widetilde{u} = -i \frac{\widetilde{Q}g'(k_x + \frac{f}{a}k_y)}{a^2 + f^2 + c^2k^2},$$
(26)

$$\widetilde{\nu} = i \frac{\widetilde{Q}g'(-k_y + \frac{f}{a}k_x)}{a^2 + f^2 + c^2k^2}.$$
(27)

Для численного расчета были выбраны следующие значения параметров: $R_d = 100$ км, c = 10 м/с, $f = 10^{-4}$ с⁻¹, $\sigma = 0,3 \cdot 10^{-4}$ с⁻¹, $v_1 = 0$, $v_2 = 0,2 \cdot 10^{-12}$ м⁴·с⁻¹, $\Delta x = \Delta y = 10$ км, $L_x = L_y = 2560$ км.

Реакция атмосферы на источник тепла определяется двумя безразмерными параметрами: числом Фруда и отношением радиуса моря к радиусу деформации. В зависимости от значений этих параметров можно выделить четыре качественно отличающихся типа реакции.

Докритический режим (Fr < 1). Прежде всего, реакция зависит от отношения величины среднего ветра к скорости волн. Когда скорость ветра меньше скорости волн, устанавливается докритический режим. При этом реакция не сносится в направлении ветра, а сосредоточивается в окрестности источника тепла. Докритическому режиму соответствуют два типа реакции.

На рис. 3 представлена реакция атмосферы на источник тепла, меньший радиуса деформации. Конвективная зона занимает всю поверхность моря, над берегом воздух опускается (рис. 3, δ). Отрицательная аномалия давления и положительная аномалия температуры переносятся ветром с акватории моря на расстояние порядка $L = U/\sigma$ (рис. 3, a). При очень малых числах Фруда циркуляция над морем представляет собой твердотельное вращение (с постоянной завихренностью), а при значении числа Фруда Fr = 0,5 оно сносится по ветру (рис. 3, a).

На рис. 4 показана реакция на источник тепла, больший радиуса деформации. Зона конвекции сосредоточена в узкой прибрежной области в пределах радиуса деформации, а над берегом возникает аналогичная зона с опусканием (рис. 4, 6). В отличие от вертикальной скорости прогретый воздух с пониженным давлением занимает всю акваторию моря и подветренную часть суши с характерным размером L (рис. 4, a). При очень малых числах Фруда течение образует циклоническую струю, прижатую к берегу. При значении числа Фруда Fr = 0,5 эта струя, геострофически уравновешенная градиентом давления, сносится средним ветром (рис. 4, e).



Р и с. 3. Пространственное распределение аномалии толщины пограничного слоя ζ (*a*), горизонтальной дивергенции *d* (*б*), поля скорости (*в*) для докритического режима (U = 5 м/с, Fr = 0,5) и размера моря, меньшего радиуса деформации (R = 80 км, $R_d = 100$ км) (оттенками серого цвета обозначены положительные значения, горизонтальной штриховкой – отрицательные, сплошной линией обозначен берег моря)



Р и с. 4. То же, что на рис. 3 для докритического режима (U = 5 м/с, Fr = 0,5), но для размера моря, превышающего радиус деформации (R = 300 км, $R_d = 100$ км)



Закритический режим (Fr > 1). При скорости ветра, превышающей скорость волн, устанавливается закритический режим, которому также соответствуют два типа реакции в зависимости от отношения радиуса моря к радиусу деформации.



Р и с. 5. То же, что на рис. 3, но для закритического режима (U = 15 м/с, Fr = 1,5) и размера моря, меньшего радиуса деформации (R = 80 км, $R_d = 100$ км)

На рис. 5 показана реакция атмосферы на источник тепла, меньший радиуса деформации. На всех трех фрагментах видно, что реакция не распространяется против ветра и сосредоточена в пределах конуса, ограниченного волновыми фронтами. Это явление аналогично образованию конуса ударной волны (конусу Maxa) при сверхзвуковом движении источника звука, образованию корабельных волн за движущимся кораблем. Фронт формируется в результате интерференции волн, исходящих от разных точек берега. Внутренняя его структура имеет вид конвективного валика с подъемом в подветренной части и опусканием в наветренной.

В рассмотренном ранее одномерном случае реакция при числе Фруда Fr = 1 обращается в бесконечность на берегу моря из-за равенства скорости вегра и скорости волн. В двумерном случае для образования такой сингулярности должны совпадать проекция скорости ветра на скорость волны и сама скорость волны: $c = U \cos \theta$. В результате сингулярность образует прямую линию с углом наклона θ к направлению ветра. На приведенных рис. 5, 6 эта линия сингулярности «размыта» из-за вязкости и рэлеевского трения, но тем не менее максимальная реакция сосредоточена именно в этой области.

На рис. 5, б зоны конвекции образуют волновые фронты, исходящие от участков берега, наклоненных под тем же углом θ к направлению ветра. При этом при переходе с суши на море над морем образуется область опускания, а не подъема, как в докритическом режиме. При переходе с моря на сушу образуются два фронта с подъемом над морем. В зоне пересечения этих двух фронтов находится зона интенсивной конвекции (рис. 5, б), которая была раньше отмечена в других работах [5, 6]. Аналогичная картина имеет место в случае, когда размеры источника тепла превышают радиус деформации, при этом фронты выражены четче (рис. 6, б). Зоны интенсивной конвекции на подветренном берегу моря были ранее численно смоделированы с использованием нелинейной региональной модели атмосферной циркуляции в работах [5, 6]. В этих работах усиление конвекции возникало в результате встречного движения берегового бриза и фонового синоптического ветра. В настоящей статье зоны интенсивной конвекции естественно интерпретируются как результат пересечения двух волновых фронтов, возникающих на подветренном берегу (рис. 6, *б*).

Кроме волнового конуса в реакции присутствуют периодические волны, которые в одномерном случае соответствовали числам Фруда больше единицы. Они расположены за волновым фронтом и затухают из-за рэлеевского трения. Их пространственное распределение зависит от отношения радиуса моря к радиусу деформации и определяет сложную конфигурацию аномалий давления и температуры, видную на рис. 5, *а* и рис. 6, *а*. Зона пониженного давления расположена за волновыми фронтами в виде так же ориентированных полос. Вид реакции зависит от значения коэффициента рэлеевского трения. При больших значениях реакция на берегу не распространяется далеко, а затухает. Волновые фронты становятся короче, и волны за ними затухают быстрее. Введение вязкости приводит к «размыванию» фронтов, их горизонтальный размер увеличивается. При больших размерах моря и сильном трении конвекция сосредоточена лишь в очень узких зонах вдоль берега.



Р и с. 6. То же, что на рис. 3, но для закритического режима (U = 15 м/с, Fr = 1,5) и размера моря, превышающего радиус деформации (R = 300 км, $R_d = 100$ км)

В реальности Черное море имеет сложную форму береговой линии, поэтому реакция будет зависеть от взаимной ориентации направления ветра и положения моря.

Заключение

Исследована реакция атмосферы на локальный источник тепла на поверхности в двух наиболее простых постановках. В модели мелкой воды пограничный слой однородный, с подвижной верхней границей. Во второй модели пограничный слой имеет постоянную толщину с однородной стратификацией. Горизонтальная структура одномерных решений в обеих постановках одинакова.

Стационарная реакция при наличии среднего ветра определяется одним безразмерным параметром – числом Фруда, в зависимости от величины которого возможны два режима реакции. Число Фруда Fr < 1 соответствует слабому ветру, сильной стратификации, толстому слою, большой скорости инерционно-гравитационных волн. При этом скорость ветра меньше скорости волны (докритический режим), волны могут распространяться против ветра, и реакция атмосферы распространяется на берег. Вдоль берега моря образуется струя воздуха с циклонической завихренностью над морем и антициклонической над сушей, возникает ячейка с подъемом над морем и опусканием над сушей.

Число Фруда Fr > 1 соответствует сильному ветру, слабой стратификации, тонкому слою, малой скорости волн. При этом скорость ветра больше скорости волны (закритический режим). На наветренном берегу реакция атмосферы отсутствует. Реакция над морем имеет вид системы параллельных струй, ширина которых определяется радиусом деформации и числом Фруда. В зависимости от размера моря возможны резонансные режимы, при которых реакция сосредоточена только над морем.

Основные результаты, полученные в двумерной модели, состоят в том, что существуют четыре качественно различных типа реакции в зависимости от сочетания двух безразмерных параметров – числа Фруда и отношения радиуса моря к радиусу деформации. При малых числах Фруда конвекция локализована в пределах моря, для большого моря она сосредоточена в прибрежной полосе в пределах радиуса деформации, а для маленького занимает всю поверхность моря. При больших числах Фруда возникают волновые фронты, простирающиеся от берега моря в направлении, определяющемся числом Фруда. Максимальная конвекция сосредоточена в этих волновых фронтах. На подветренном берегу в результате пересечения двух фронтов возникают наиболее интенсивные зоны конвекции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Hsu H.-M. Study of linear steady atmospheric flow above a finite surface heating // J. Atmos. Sci. - 1987. - 44, №1. - P. 186 - 199.
- 2. Hsu H.-M. Mesoscale lake-effect snowstorms in the vicinity of lake Michigan: linear theory and numerical simulations // Ibid. -- 1987. 44, №7. P. 1019 -- 1040.
- Sousounis P.J., Shirer H.N. Lake aggregate mesoscale disturbance. Part 1: Linear analysis // Ibid. - 1992. - <u>49</u>, №1. - P. 80 - 96.

- 4. Yuen C.-W., Young J.A. Dynamical adjustment theory of boundary layer flow in cold surges // Ibid. - 1986. - 43, №24. - P. 3089 - 3108.
- 5. Laird N.F., Kristovich D.A.R., Walsh J.E. Idealized model simulations examining the mesoscale structure of winter lake-effect circulations // Mon. Wea. Rev. 2003. <u>131</u>, №1. P. 206 221.
- 6. Laird N.F., Kristovich D.A.R., Walsh J.E. Model simulations examining the relationship of lakeeffect morphology to lake shape, wind direction, and wind speed // Ibid. - 2003. - <u>131</u>, №9. -P. 2102-2111.

Морской гидрофизический институт НАН Украины, Севастополь

Материал поступил в редакцию 26.03.07 После доработки 05.09.07

ABSTRACT Response of the atmosphere to the local heat source is studied in the framework of two idealized models to describe the phenomena of a cold surge in the Black Sea. In the shallow water model, the planetary boundary layer is uniform and its upper boundary is mobile. In the second model, the boundary layer has constant depth and uniform stratification.

In the one-dimensional problem for the uniform wind blowing normally to the coast, the atmospheric reaction is determined by a single dimensionless parameter – the Froude number. Depending on the value of the Froude number, two different regimes of response are possible. The Froude number Fr < 1 (subcritical regime) corresponds to week wind, strong stratification, thick boundary layer and large speed of the inertial-gravitational waves. The Froude number Fr > 1 (supercritical regime) corresponds to strong wind, weak stratification, thin boundary layer and low speed of waves.

Depending on combination of two parameters – the Froude number and the relation of the sea radius to the deformation radius, in the two-dimensional problem for the round sea four qualitatively different regimes of response are revealed.