

Математическое моделирование морских систем

УДК 551.465.5.001.57

Н.Г. Хоролич, В.В. Фомин, В.Н. Хоролич

О подобии спектральных тензоров градиентной скорости ветровых течений на шельфе

С помощью полуспектральной линейной модели ветровых течений исследуются особенности градиентной скорости течений при периодическом ветре для бесконечного шельфа с прямолинейным берегом и глубиной, которая изменяется только по нормали к нему. Показано, что если временные изменения наклона уровня по нормали к берегу имеют преимущественно реверсивный характер, то соотношения между основными инвариантами спектральных тензоров градиентной скорости ветровых течений (их подобие) не зависят от наклона уровня и наклона дна и определяются глубиной места, вертикальной координатой, вязкостью и параметром Кориолиса.

Введение. При анализе данных измерений морских течений в силу их специфики обычно используется корреляционно-спектральная теория. Однако отсутствие до настоящего времени единого взгляда на физику поведения вектора скорости течений, характеризующегося многомерностью вероятностных характеристик, и, следовательно, единого подхода при сопоставлении натурных данных с результатами гидродинамического моделирования, включая и вероятностный подход, в значительной степени затрудняют их исследование [1].

Как показали наши предыдущие исследования ветровых течений на шельфе [2, 3], данную проблему можно попытаться решить для некоторых хотя и простых, но довольно типичных ситуаций. Так, в работе [3] в рамках ранее предложенной полуспектральной гидродинамической модели ветровых течений для шельфа впервые было установлено, что если при переменном во времени поле ветра изменение наклона уровня по нормали к берегу имеет реверсивный характер, то угол ориентации соответствующего ему эллипса вращения [4] результирующей градиентной скорости течений не зависит от конкретных характеристик тангенциального напряжения ветра, т.е. определяется только ветровым механизмом их генерации. Однако другие важные свойства данного эллипса в контексте затрагиваемых в работах [2, 3] проблем не анализировались. Поэтому представляется целесообразным исследование и других его свойств, которые в данном случае, в принципе, позволяют получить некоторые соотношения между основными инвариантами [1] спектрального тензора градиентной скорости ветровых течений для суб-, суперинерционных, а также инерционной частот относительно к полю тангенциального напряжения ветра.

Несмотря на то, что в настоящее время ветровые течения являются одним из наиболее изученных с точки зрения как теории, так и обеспеченности данными наблюдений классов движений в море, предлагаемый подход позволит, на наш взгляд, качественно по-новому интерпретировать накопленные за несколько десятилетий данные измерений морских течений, главным образом

© Н.Г. Хоролич, В.В. Фомин, В.Н. Хоролич, 2008

на шельфе, где основная роль в генерации течений, по современным воззрениям [5 – 8], принадлежит ветру.

Постановка задачи и ее решение. В рамках ранее предложенного подхода [2] рассматривается задача о поведении градиентной скорости ветровых течений в однородном море произвольной глубины при изменении наклона уровня только в одном направлении, т.е. в случае, когда оно имеет реверсивный характер.

Решение данной задачи наиболее просто находится для бесконечного шельфа с прямолинейным берегом и глубиной, которая изменяется только по нормали к нему. При этом учитываются силы вертикального трения, Кориолиса, трения на дне, а также наклоны уровня по нормали к берегу, обусловленные влиянием берега и рельефа дна. Предполагается, что наклоны уровня известны. Начало декартовых координат расположено на невозмущенной поверхности моря. Горизонтальные оси координат Ox и Oy направлены соответственно вдоль берега и в сторону моря, а вертикальная ось Oz – вниз, система координат – правая.

Поскольку в задаче исследуется поведение градиентной скорости ветровых течений с точки зрения влияния на нее только указанного выше характера изменения наклона уровня, то для ее решения достаточно получить формальное соотношение между данной скоростью и наклоном уровня. Тогда уравнения движения для вязкой однородной жидкости, граничные условия на поверхности и на дне в линейном приближении можно записать в следующем виде:

$$-\frac{\partial W}{\partial t} + A \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} - i f W = -g G, \quad (1)$$

$$A \frac{\partial W}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0, \quad W|_{z=H} = 0, \quad (2)$$

где

$$W = u + iv, \quad G = i \frac{\partial \zeta}{\partial y}. \quad (3)$$

В этих уравнениях и граничных условиях: W , u , v – скорость течения и ее составляющие соответственно вдоль действительной и мнимой осей декартовых координат Ox и Oy ; t – время; A – кинематический коэффициент вертикального турбулентного обмена; $i = \sqrt{-1}$; $f = 2\Omega_r \sin \varphi$ – параметр Кориолиса (здесь Ω_r – угловая скорость вращения Земли, φ – широта места, $f > 0$ в Северном полушарии); g – ускорение силы тяжести; ζ – уровень (отклонение поверхности моря от невозмущенного горизонтального положения $z = 0$); $H = H(y)$ – глубина места.

Так как в задаче рассматриваются произвольные непрерывные процессы с нулевыми средними значениями, то выражение для скорости течений W (а также для наклона уровня G) можно представить в виде рядов Фурье по временной координате t [2]:

$$W = \sum_{n=-\infty}^{\infty} W_n \exp(i\omega_n t), \quad n \neq 0, \quad (4)$$

где W_n – комплексные коэффициенты Фурье функции W , зависящие от переменных y и z , а ω_n – угловая частота (в дальнейшем с целью сокращения записи при этих и других коэффициентах, а также при ω_n вместо индекса n будет использоваться только его знак).

Коэффициенты Фурье W_{\pm} представим в следующем виде [2]:

$$2W_{\pm} = u_a \pm v_b + i(v_a \mp u_b) = |W_{\pm}| \exp(i\psi_{\pm}), \quad (5)$$

где u_a, u_b, v_a, v_b – коэффициенты Фурье проекций скорости течений u и v на оси координат Ox и Oy соответственно, индексы a и b означают косинус- и синус-разложение по временной координате t , а $\psi_{\pm} = \text{arctg}[(v_a \mp u_b)/(u_a \pm v_b)]$.

Заметим, что составляющие вектора W в (4) вращаются с угловыми частотами $\omega_{\pm}(\omega_{-})$ в положительном (отрицательном) направлении относительно действительной оси Ox , описывая при этом эллипс, большая ось которого образует с ней угол, равный полусумме их фазовых углов. Его большая полуось равна сумме модулей этих составляющих, а малая – их разности. При этом знак поляризации эллипса определяется знаком направления вращения большей по модулю составляющей вектора W [4].

Комплексные коэффициенты Фурье для наклона уровня G_{\pm} по аналогии с (4) и (5) имеют следующий вид:

$$2G_{\pm} = \pm \frac{\partial \zeta_b}{\partial y} + i \frac{\partial \zeta_a}{\partial y}, \quad (6)$$

где ζ_a, ζ_b – коэффициенты Фурье по t для уровня ζ .

Решение уравнения (1) для W_{\pm} известно [2, 3, 9]:

$$W_{\pm} = B_{\pm} G_{\pm}, \quad (7)$$

здесь

$$B_{\pm} = \Phi_{\pm} - iq\Lambda_{\pm}, \quad (8)$$

$$\Phi_{\pm} = gf_1 r / 2A a_{\pm}^2, \quad \Lambda_{\pm} = gf_2 / 2A a_{\pm}^2,$$

$$q = \text{sign}(f + \omega_{\pm}), \quad f_1 = sh\theta_{\pm} \sin \eta_{\pm} + sh\eta_{\pm} \sin \theta_{\pm}, \quad f_2 = 1 - r(ch\theta_{\pm} \cos \eta_{\pm} + ch\eta_{\pm} \cos \theta_{\pm}),$$

$$r = 1/(ch2a_{\pm}H + \cos 2a_{\pm}H), \quad a_{\pm} = (|f + \omega_{\pm}|/2A)^{1/2},$$

$$\eta_{\pm} = a_{\pm}H(1 - z/H), \quad \theta_{\pm} = a_{\pm}H(1 + z/H).$$

Анализ полученных результатов. В работе [1] в результате сравнительного анализа метода вращательных компонентов [4] и векторно-алгебраического метода, в частности, показано, что спектральные характеристики вектора скорости течений, полученные в терминах первого из них, дают возможность, в принципе, сравнительно легко получить основные инварианты соответствующего ему спектрального тензора. При этом угол ориен-

тации и знак поляризации эллипса вращения ее результирующего вектора совпадают соответственно с углом ориентации большой оси симметричной части данного тензора и знаком одного из его основных инвариантов – так называемого индикатора вращения.

Как известно [9, 10], выражение (8) для коэффициентов градиентного дрейфа B_{\pm} в случае глубокого ($H \geq d_{\pm}$, где $d_{\pm} = \pi/a_{\pm}$ – глубина трения) и мелкого ($a_{\pm}H \rightarrow 0$) моря значительно упрощается. При $H > 2d_{\pm}$ чисто дрейфовое течение наблюдается только в поверхностном слое трения толщиной d_{\pm} , тогда как градиентное течение охватывает всю толщу воды, причем в слое от поверхности моря до верхней границы придонного слоя трения $z = H - d_{\pm}$ оно практически геострофическое, а в придонном слое трения толщиной d_{\pm} – градиентное.

Следовательно, ниже поверхностного слоя трения толщиной d_{\pm} ветровые течения практически полностью определяются их градиентной составляющей.

Из совместного анализа выражений (6) и (7) следует, что разнонаправленно вращающиеся составляющие градиентной скорости течений определяются одинаковыми по модулю и ориентированными симметрично относительно нормали к берегу соответствующими им составляющими наклона уровня. Поэтому выражение для определения угла ориентации эллипса градиентной скорости течений будет иметь следующий вид [3]:

$$\alpha = (\pi - \Delta_{+} - q\Delta_{-})/2, \quad (9)$$

где Δ_{\pm} – угол между составляющей градиентной скорости течений и соответствующей ей составляющей наклона уровня G_{\pm} (в соответствии с (7) $\Delta_{\pm} > 0$).

Из анализа выражения для градиентной скорости течений (7) следует, что независимо от величины наклона уровня соответствующие ей эллипсы вращения [11] будут подобными, поскольку для них коэффициенты сжатия

$$K = |A_{*} - B_{*}| / (A_{*} + B_{*}), \quad K \in [0; 1] \quad (10)$$

(где $A_{*} = |B_{+}|$, $B_{*} = |B_{-}|$), знаки поляризации вращения и углы ориентации совпадают.

Таким образом, если временные изменения наклона уровня имеют реверсивный характер, то имеет место подобие эллипсов вращения соответствующей градиентной скорости течений, которое не зависит от его величины и наклона дна, поскольку определяется только коэффициентами градиентного дрейфа B_{\pm} , т.е. глубиной места, горизонтом (вертикальной координатой z), вязкостью, а также параметром Кориолиса.

Для упрощения дальнейшего анализа введем критерий подобия K_c как суперпозицию скалярного ΘK и векторного $E = \cos \alpha + i \sin \alpha$ полей:

$$K_c \Rightarrow K_c(\Theta K, E), \quad (11)$$

где $\Theta = \text{sign}(A_{*} - B_{*})$.

Результаты моделирования основных характеристик исследуемой скорости течений, полученные, по сути, в полуспектральной форме с помощью ме-

тогда вращательных компонентов [4], представим в спектральной форме, используя для этого векторно-алгебраический метод [1], и, следовательно, получим тензорный аналог вышеприведенного критерия подобия K_c . Заметим, что в силу специфики задачи для этого не требуется, чтобы наклон уровня представлял собой стационарный случайный процесс.

Спектральная тензор-функция (в дальнейшем просто тензор) $S(\omega)$ (где $\omega = |\omega_{\pm}|$) может быть представлена в матричной форме в виде суммы симметричной $C(\omega)$ и кососимметричной $A(\omega)$ ее частей [1]:

$$S(\omega) = \begin{pmatrix} S_{uu} & S_{uv} \\ S_{vu} & S_{vv} \end{pmatrix} = C(\omega) + A(\omega), \quad (12)$$

здесь S_{uu} , S_{vv} – автоспектры ортогональных составляющих скорости течений u и v , $S_{uv}(\omega) = C_{uv} - iQ_{uv}$, $S_{vu}(\omega) = C_{uv} + iQ_{uv}$, а C_{uv} , Q_{uv} – коспектр и квадратурный спектр соответственно.

Спектральный тензор $S(\omega)$ в соответствии с правой частью (12) может быть полностью выражен через свои инварианты в следующем виде:

$$S(\omega) = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix} + 0,5D(\omega) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (13)$$

где λ_1 , λ_2 – собственные числа (главные оси) симметричного тензора $C(\omega)$, а $D(\omega)$ – функция, имеющая смысл индикатора вращения [1]:

$$D(\omega) = S_{uv} - S_{vu} = -2iQ_{uv}. \quad (14)$$

Из анализа кинематики вектора градиентной скорости течений [4] следует, что

$$S_{uu} \sim A_*^2 + B_*^2 + 2A_*B_* \cos 2\alpha, \quad S_{vv} \sim A_*^2 + B_*^2 - 2A_*B_* \cos 2\alpha, \quad -Q_{uv} \sim A_*^2 - B_*^2. \quad (15)$$

Используя (15), найдем выражения для спектров левого P_+ и правого P_- вращений [1]:

$$P_+ \sim A_*^2 \sim I_1 + D, \quad P_- \sim B_*^2 \sim I_1 - D, \quad (16)$$

где $I_1 = S_{uu} + S_{vv} = \lambda_1 + \lambda_2$ – линейный инвариант, а $D = -2Q_{uv}$.

Собственным числам λ_1 и λ_2 можно поставить в соответствие квадраты большой и малой полуосей эллипса вращения исследуемой скорости течений:

$$\lambda_1 \sim (A_* + B_*)^2, \quad \lambda_2 \sim (A_* - B_*)^2. \quad (17)$$

Тогда для коэффициента сжатия K эллипса вращения градиентной скорости течений будет справедливо следующее простое соотношение:

$$K = \sqrt{\lambda_2 / \lambda_1}. \quad (18)$$

Выражение для индикатора вращения $D(\omega)$ в терминах метода вращательных компонентов в соответствии с (14) и (15) примет вид:

$$\mathbf{D}(\omega) \sim 2i(A_*^2 - B_*^2). \quad (19)$$

Тогда в результате анализа выражений (17) – (19) можно получить следующие соотношения для индикатора вращения $\mathbf{D}(\omega)$:

$$\mathbf{D}(\omega) = 2i\Theta K\lambda_1 = 2i\Theta \sqrt{\lambda_1 \lambda_2} = 2i\Theta \sqrt{I_2}, \quad (20)$$

где I_2 – квадратичный инвариант симметричной части тензора $\mathbf{S}(\omega)$, который в данном случае совпадает с детерминантом матрицы тензора $\mathbf{C}(\omega)$:

$$I_2(\omega) = S_{uu}S_{vv} - C_{uv}^2. \quad (21)$$

Поскольку $|S_{uv}|^2 \in [0, S_{uu}S_{vv}]$, то $S_{uu}S_{vv} - C_{uv}^2 \geq 0$ [1].

Итак, вместо выражений для $\mathbf{D}(\omega)$ и $Q_{uv}(\omega)$ соответственно в (14) и (15) имеем следующие:

$$\mathbf{D}(\omega) = 2i\Theta \sqrt{S_{uu}S_{vv} - C_{uv}^2}, \quad Q_{uv}(\omega) = -\Theta \sqrt{S_{uu}S_{vv} - C_{uv}^2}. \quad (22)$$

Из анализа выражений (22) следует, в частности, что если из наблюдений известны автоспектры S_{uu} и S_{vv} составляющих скорости течений u и v соответственно, коспектр C_{uv} , а также квадратурный спектр Q_{uv} , то с их помощью очень легко можно проверить как правомерность представления вектора скорости течений в виде (4), так и качество ее измерения в случае использования данного представления.

Итак, вместо (13) запишем следующее выражение для спектрального тензора $\mathbf{S}(\omega)$:

$$\mathbf{S}(\omega) = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix} + \Theta \sqrt{\lambda_1 \lambda_2} i \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & \Theta \sqrt{\lambda_1 \lambda_2} i \\ -\Theta \sqrt{\lambda_1 \lambda_2} i & \lambda_2 \end{pmatrix}. \quad (23)$$

Нетрудно заметить, что детерминант матрицы спектрального тензора $\mathbf{S}(\omega)$ в виде (23) равен нулю.

Учитывая, что $I_1(\omega) \geq |\mathbf{D}(\omega)|$, матрицу тензора $\mathbf{S}(\omega)$ в виде (23) для дальнейшего анализа следует пронормировать делением ее элементов на $I_1(\omega)$:

$$\mathbf{S}^*(\omega) = \begin{pmatrix} (1+K^2)^{-1} & 0 \\ 0 & K^2(1+K^2)^{-1} \end{pmatrix} + \frac{\Theta Ki}{1+K^2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (24)$$

Таким образом, из вышеприведенного анализа следует, наконец, что спектральный тензор $\mathbf{S}^*(\omega)$ градиентной скорости течений является тензорным аналогом критерия подобия \mathbf{K}_e , ранее предложенного для ее эллипса вращения (см. (11)), поскольку содержит в себе, по сути, такие же его (эллипса) характеристики, что и \mathbf{K}_e . Заметим, что если известен спектральный тензор $\mathbf{S}^*(\omega)$ скорости течений, то правомерность использования модели (4) для ее описания можно установить в том случае, если существует такой параметр $K \in [0; 1]$, при котором справедливы следующие соотношения:

$$\lambda_1^* = (1+K^2)^{-1}, \quad \lambda_2^* = K^2(1+K^2)^{-1}, \quad |\mathbf{D}^*| = 2K(1+K^2)^{-1}. \quad (25)$$

Следовательно, если скорость течений задана в виде (4), то нахождение соответствующего ей спектрального тензора $\mathbf{S}(\omega)$ сводится, по сути, к нахождению соответствующих характеристик ее эллипса вращения. Если при этом имеет место подобие данных эллипсов, например как в решаемой здесь задаче, то в этом смысле можно говорить и о подобии спектральных тензоров, поскольку соотношения между их основными инвариантами остаются неизменными.

Таким образом, в случае использования модели (4) тензорному критерию подобия $\mathbf{K}_i = \mathbf{S}^*(\omega)$ можно поставить в соответствие каждую из приведенных в (24) характеристик (или соотношение (18)) вместе с углом ориентации α большой оси его симметричной части и параметром Θ (см. аналогию с \mathbf{K}_e в (11)). Хотя эти частные критерии подобия представляют собой уже не тензоры вида (24), тем не менее они в силу их, как уже было сказано выше, однозначной зависимости от коэффициента K могут быть использованы в качестве аналога тензорного критерия подобия \mathbf{K}_i .

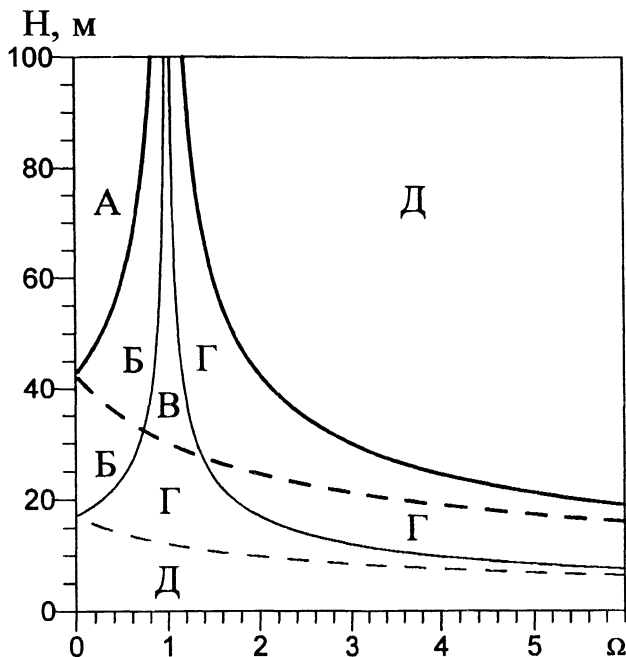
Так как в силу специфики данной задачи, определяемой влиянием силы Кориолиса на генерацию ветровых течений, наибольший интерес при анализе спектрального тензора $\mathbf{S}^*(\omega)$ представляет, пожалуй, исследование его индикатора вращения $\mathbf{D}^*(\omega) = 2\Theta Ki/(1+K^2)$, то именно ему и было отдано предпочтение при установлении данного критерия подобия. Следовательно, тензорному критерию подобия \mathbf{K}_i можно поставить в соответствие критерий подобия \mathbf{K}_D как результат суперпозиции скалярного и векторного полей, характеризующихся соответственно параметром $\Theta|\mathbf{D}^*|$ и углом ориентации α большой оси симметричной части \mathbf{K}_i :

$$\mathbf{K}_D \Rightarrow \mathbf{K}_D(\Theta|\mathbf{D}^*, \mathbf{E}). \quad (26)$$

Численные расчеты для анализа градиентной скорости течений были выполнены для относительной частоты $\Omega = |\omega_{\pm}|/f$ ($\Omega \in [0,024; 6]$, $\Delta\Omega = 0,024$), глубины места $H \in [2; 100]$ ($\Delta H = \Delta z = 1, \dots, 2$) м, $\varphi = 45^\circ$ с. ш., $A = 0,01$ м²/с и $\Delta L = 5$ км (где L – расстояние).

В силу сравнительно незначительного изменения по вертикали углов ориентации разнонаправленно вращающихся составляющих градиентной скорости течений анализ критерия подобия \mathbf{K}_D предварим рассмотрением поведения соответствующих им углов ориентации χ и μ большой оси симметричной части \mathbf{K}_i относительно оси Ox только для верхней и нижней (т.е. у дна) границ придонного слоя трения соответственно. Так как при $f > 0$ параметр $\Theta < 0$, то с целью упрощения анализа в дальнейшем будем иметь в виду поведение $|\mathbf{K}_D|$.

На рис. 1 с помощью изолиний H/d_{\pm} , равных 0,4 и 1, условно выделены отдельные области А, Б, В, Г и Д, для которых были определены диапазоны изменения указанных выше углов χ и μ (здесь ось $O\Omega$ совпадает с осью Ox , а ось OH – с осью Oy). Заметим, что при выделении зоны мелкого моря изолиния $H/d_{\pm} = 0,4$ была выбрана условно лишь для лучшей наглядности.

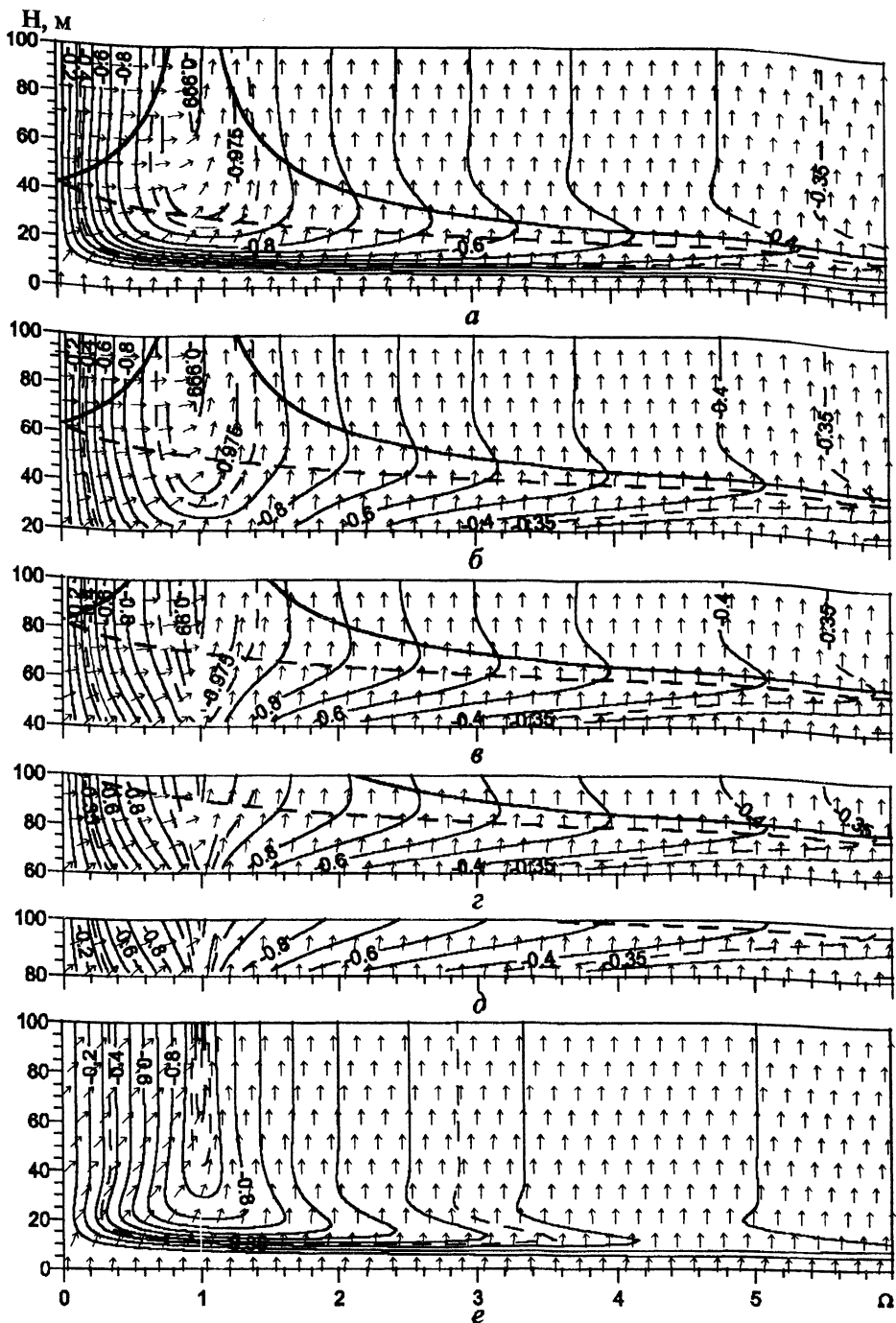


Р и с. 1. Схема для определения углов ориентации большой оси λ_1 симметричной части спектрального тензора градиентной скорости ветровых течений на верхней границе придонного слоя трения (χ) и у дна (μ) на шельфе в зависимости от относительной частоты Ω и глубины места H : А – $\chi = 0^\circ$, $\mu = 45^\circ$; Б – $0^\circ < \chi < 45^\circ$, $45^\circ < \mu < 67,5^\circ$; В – $\chi = 45^\circ$, $\mu = 67,5^\circ$; Г – $45^\circ < \chi < 90^\circ$, $67,5^\circ < \mu < 90^\circ$; Д – $\chi = \mu = 90^\circ$ (тонкие изолинии – $H/d_{\pm} = 0,4$, жирные изолинии – $H/d_{\pm} = 1,0$, H/d_{+} – штриховая линия, H/d_{-} – сплошная)

Как и следовало ожидать, наименьшие диапазоны изменчивости анализируемых углов приходятся на области А, В и Д, где они практически постоянны, поскольку для них выполняются условия глубокого и мелкого моря, а наибольшие – на остальные две области Б и Г. Следовательно, с этой точки зрения эти две области характеризуются наибольшей изменчивостью градиентной скорости ветровых течений. Еще одним важным выводом является то, что для глубины, превышающей глубину трения, в поверхностном слое угол ориентации χ большой оси симметричной части \mathbf{K}_t для субинерционных (суперинерционных) частот равен 0° (90°), так как для субинерционных частот она ориентирована вправо относительно результирующего наклона, а для суперинерционных – совпадает с ним.

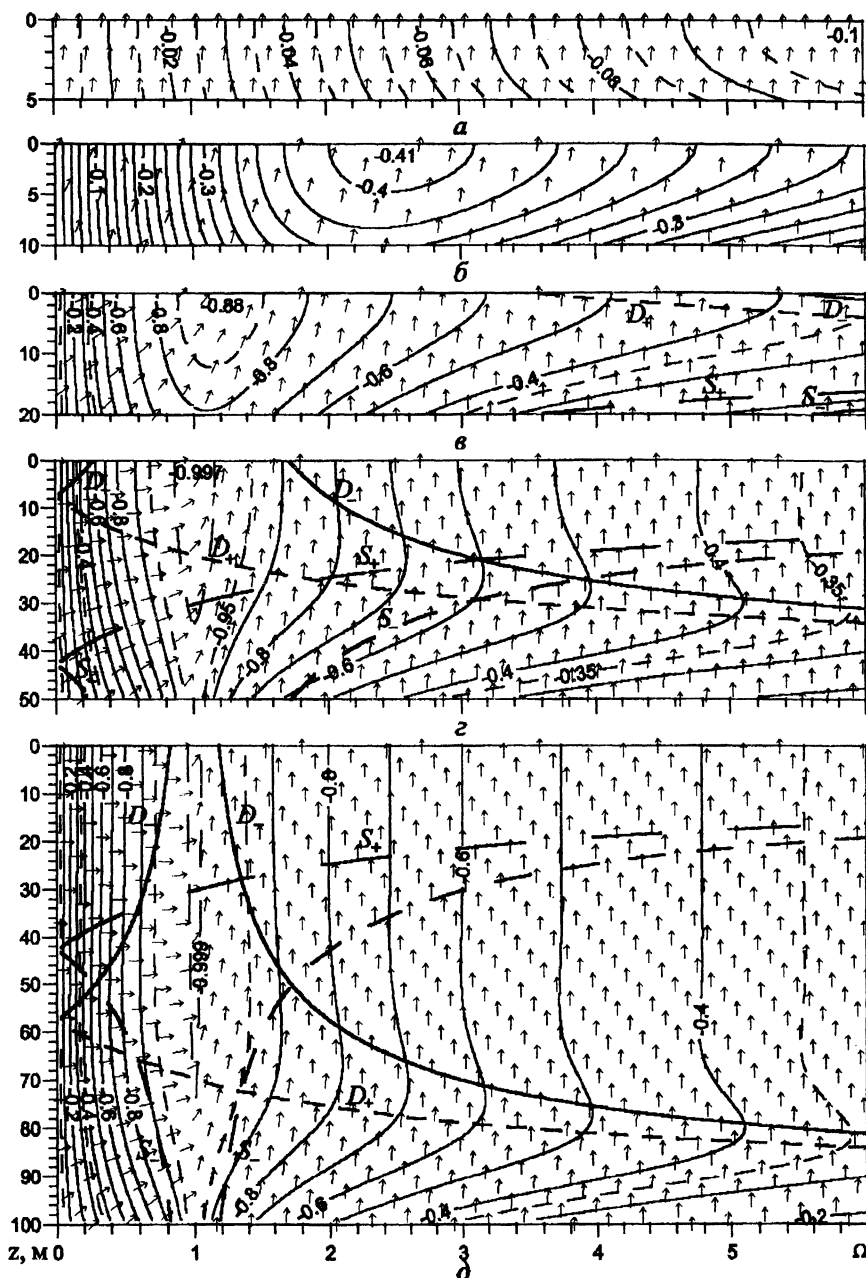
Критерий подобия $|\mathbf{K}_D|$ на рис. 2 представлен для указанных горизонтов, на рис. 3 – в виде непрерывного распределения по вертикали для характерных значений глубины H и, наконец, на рис. 4 – в виде непрерывного распределения по вертикали и всему исследуемому диапазону глубины H для характерных значений относительной частоты Ω .

На рис. 2 ось $O\Omega$ совпадает с осью Ox (как, впрочем, и на рис. 1 и 3), а ось OH – с осью Oy . На рис. 3 ось Oy находится в его плоскости, а на рис. 4 – направлена по нормали от берега в сторону моря (здесь ей соответствует ось OL).

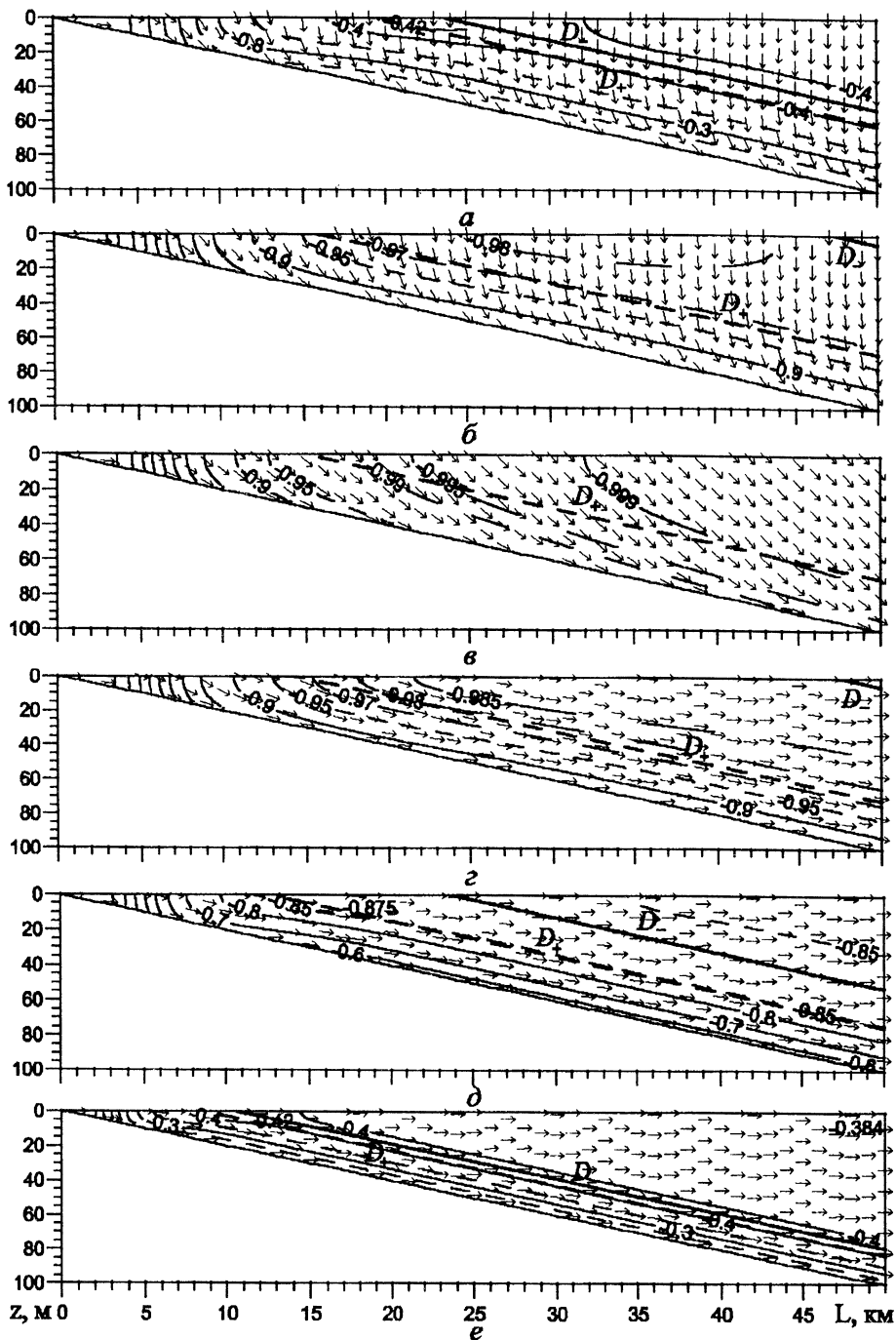


Р и с. 2. Зависимость модуля критерия подобия $[K_D]$ спектрального тензора градиентной скорости ветровых течений от относительной частоты Ω и глубины места H для горизонтов 0 (а), 20 (б), 40 (в), 60 (г), 80 м (д) и расстояния 0,05 м от дна (е) (вспомогательные жирные линии – глубина $H = z + d_+$, штриховая линия – d_+ , сплошная – d_-)

На рис. 3, 4 с помощью линий D_{\pm} приведено также положение верхней границы придонного слоя трения $z = H - d_{\pm}$. Кроме того, на рис. 3 с помощью линий S_{\pm} дополнительно приведено положение нижней границы поверхностного слоя трения $z = d_{\pm}$.



Р и с. 3. Зависимость вертикального распределения модуля критерия подобия $|K_D|$ спектрального тензора градиентной скорости ветровых течений от относительной частоты Ω для глубины места $H = 5$ (а), 10 (б), 20 (в), 50 (г) и 100 м (д) (вспомогательные линии D_{\pm} , S_{\pm} – границы придонного ($z = H - d_{\pm}$) и поверхностного ($z = d_{\pm}$) слоев трения соответственно)



Р и с. 4. Распределение модуля критерия подобия $|K_D|$ спектрального тензора градиентной скорости ветровых течений на разрезе по нормали к берегу для относительной частоты $\Omega = 0,2$ (а), $0,8$ (б), $\approx 1,0$ (в), $1,2$ (г), $1,8$ (д) и $5,0$ (е) (обозначения те же, что и на рис. 3)

Как показал предварительный анализ, исследование зависимости критерия подобия $|K_D|$ от определяющих его факторов заметно упрощается, если при этом рассматривать его зависимость непосредственно от соотношения модулей коэффициентов градиентного дрейфа $b = |B_-|/|B_+|$. Для параметра b в силу особенностей поведения модуля коэффициента $|B_-|$ в исследуемой области (см. ниже), вообще говоря, выполняется строгое неравенство $b > 1$. Кроме того, было установлено, в частности, что на интервал $b \in (1; 10]$ происходят значительные изменения коэффициента сжатия K ($K \in (0; 0,82)$) и, следовательно, модуля критерия подобия $|K_D|$ ($|K_D| \in (0; 0,98)$). Поэтому K и $|K_D|$ определяются с большей точностью, если порядок параметра b не более единицы. Другими словами, данные функции очень слабо реагируют на изменения b при $b \geq 10$.

В случае $H > d_{\pm}$ симметрия относительно инерционной частоты $\Omega = 1$ для $\Omega \in (0; 2)$ только коэффициента B_- и сравнительно незначительная и к тому же монотонная зависимость его от частоты вне данного интервала, а также аналогичная зависимость от частоты во всем ее исследуемом диапазоне другого аналогичного коэффициента B_+ являются определяющими для поведения тензорного критерия подобия $|K_D|$ не только в близинерционной области, но и в остальной части исследуемой области частот.

Следовательно, строгая симметрия изолиний данного критерия относительно $\Omega = 1$ для $\Omega \in (0; 2)$ невозможна. Тем не менее только при $d_- \gg d_+$ ($H \gg d_+$) $|K_D| \rightarrow 1$, и его изолинии будут практически симметричны относительно $\Omega = 1$ для $\Omega \in (0; 2)$, так как $|B_-| \gg |B_+|$. Здесь следует отметить, что область частот $\Omega > \Omega_*$ (где $\Omega_* > 1$) более «глубоководная», чем область частот $\Omega \in (1, \Omega_*)$. Для субинерционных частот $\Omega > \Omega_*$ (где $\Omega_* > 0$) картина обратная.

Другой характерной особенностью модулей коэффициентов $|B_{\pm}|$ является наличие в них максимумов для фиксированной частоты $\Omega \neq 1$, находящихся несколько ниже верхней границы придонного слоя трения. Благодаря этим максимумам характер изолиний критерия подобия $|K_D|$, начиная с некоторого промежуточного горизонта в интервале $z \in (H - d_-, H - d_+]$, заметно изменяется. Причем наиболее резко это происходит для $\Omega \gg 1$, что находит свое выражение в образовании в данном интервале горизонтов его максимумов для фиксированных частот. Однако в интервале частот $\Omega \in (0; 2)$ они практически не прослеживаются.

Для глубины $H \leq d_{\pm}$ близинерционная область наибольших значений критерия подобия $|K_D|$ трансформируется. При уменьшении глубины H , начиная с $H = d_{\pm}$, условная вертикальная ось квазисимметрии изолиний этого критерия в данной области частот, образуемая во всей толще воды инерционным максимумом, не только наклонена, но и смещена в направлении оси $O\Omega$. Что касается его максимумов, то при этом они уменьшаются таким образом, что отношение частот, соответствующих им у поверхности и вблизи дна, увеличивается. Вследствие того, что монотонный характер распределения данных максимумов (их уменьшение), а также сужение их области вдоль данной оси сохраняются, аналогичный характер распределения $|K_D|$ по вертикали (для $z \in [0, H)$) в интервале частот, нижней и верхней границами которого явля-

ются соответственно частоты его локальных максимумов у поверхности и вблизи дна, нарушается.

Вполне очевидно, что такое свойство критерия подобия $|K_D|$ может быть объяснено только особенностями поведения модулей коэффициентов $|B_{\pm}|$ в исследуемой области. Действительно, как показал анализ, близинерционная область частот характеризуется слабо выраженным инерционным максимумом модуля коэффициента $|B_{\pm}|$ и сравнительно более низкими значениями его градиента $-\partial|B_{\pm}|/\partial\Omega$ в отличие от находящейся справа от нее области частот с несколько повышенными их значениями, которая, в свою очередь, с увеличением частоты постепенно переходит в следующую область, где значения $-\partial|B_{\pm}|/\partial\Omega$ снова уменьшаются (причем $-\partial|B_{\pm}|/\partial\Omega \rightarrow 0$ при $\Omega \rightarrow \infty$). Поскольку данным свойством частично обладает также модуль коэффициента $|B_{\pm}|$ при соответствующем сдвиге его аргумента Ω вправо на $\Delta\Omega = 2$, то отсюда следует, что на начало второй области частот или, в крайнем случае, на ее границу с первой (близинерционной) областью должен приходиться локальный максимум $|K_D|$.

Таким образом, в рамках линейной теории ветровых течений в море удалось выяснить причину трансформации близинерционной области критерия подобия $|K_D|$ при уменьшении глубины H .

Выводы. Особенности поведения градиентной скорости ветровых течений на шельфе при реверсивном изменении наклона уровня по нормали к берегу исследованы на основе анализа так называемого тензорного критерия подобия, характеризующего соотношения между основными инвариантами, знак индикатора вращения, а также угол ориентации большой оси симметричной части ее спектрального тензора, полученные с помощью линейной модели. Данный критерий удалось установить в силу однозначной зависимости его характеристик от коэффициента сжатия, знака поляризации и угла ориентации соответствующих ему эллипсов вращения результирующего вектора исследуемой скорости течений.

Установлено, что предложенный критерий не зависит от наклона уровня и наклона дна, поскольку определяется только коэффициентами градиентного дрейфа B_{\pm} , т.е. глубиной места, горизонтом (вертикальной координатой z), вязкостью, а также параметром Кориолиса.

Условно выделены отдельные области, для которых были определены диапазоны изменения углов ориентации относительно берега большой оси симметричной части тензорного критерия подобия для верхней и нижней границ придонного слоя трения. Отмечены две области с наибольшей изменчивостью направления градиентной скорости ветровых течений.

В случае глубокого моря для модулей коэффициентов градиентного дрейфа $|B_{\pm}|$, кроме инерционного максимума для модуля коэффициента $|B_{\pm}|$, характерно наличие несколько ниже верхней границы соответствующих им придонных слоев трения максимума для фиксированной частоты $\omega \neq f$, что обуславливает здесь максимум тензорного критерия подобия $|K_D|$.

С уменьшением глубины (в случае мелкого моря) вертикальная ось квазисимметрии изолиний тензорного критерия подобия в близинерционной области частот не только смещается, но и наклоняется в направлении суперинерционных частот. Такое его поведение в данном случае обусловлено на-

личием справа от слабо выраженного инерционного максимума модуля коэффициента $|B_-|$ области максимума его градиента $-\partial|B_-|/\partial\omega$. Поскольку данным свойством частично обладает также модуль коэффициента $|B_+|$ при соответствующем сдвиге его аргумента ω вправо на $\Delta\omega = 2f$, то это и обуславливает здесь локальный максимум $|K_D|$.

Полученные результаты могут быть использованы, в частности, при идентификации ветровых течений (которые ниже поверхностного слоя трения практически полностью описываются их градиентной составляющей), а также тестировании различных вычислительных схем, применяемых при моделировании ветровых течений на шельфе, поскольку без задания тангенциального напряжения ветра и интегрирования соответствующих ему дифференциальных уравнений для уровня можно, в принципе, получить общее представление об особенностях поведения основных характеристик спектрального тензора градиентной скорости течений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бельшев А.П., Клеванцов Ю.П., Рожков В.А.* Вероятностный анализ морских течений. – Л.: Гидрометеоздат, 1983. – 263 с.
2. *Хоролич Н.Г.* Теоретическая модель по расчету временных спектров скоростей течений в однородном море конечной глубины / Депон. рукопись №368гм-Д84.– ИЦ ВНИИГМИ-МЦД, 1984. – 38 с.
3. *Хоролич Н.Г., Ломакин П.Д., Хоролич В.Н.* Полуспектральная модель генерации течений на шельфе взаимосвязанными полями ветра и атмосферного давления // Системы контроля окружающей среды. – Севастополь: МГИ НАН Украины, 2005. – С. 193 – 204.
4. *Gonella J.A.* A rotary-component method for analyzing meteorological and oceanographic vector time series // Deep-Sea Res. – 1972. – 19, №12. – P. 833 – 846.
5. *Gill A.E., Schumann E.H.* The generation of long shelf waves by the wind // J. Phys. Oceanogr. – 1974. – 24, №1. – P. 83 – 90.
6. *Ланно С.С.* Среднемасштабные динамические процессы океана, возбуждаемые атмосферой. – М.: Наука, 1979. – 181 с.
7. *Волны в пограничных областях океана* / Под ред. В.В. Ефимова. – Л.: Гидрометеоздат, 1985. – 280 с.
8. *Brink K.H.* Coastal-trapped waves and wind-driven currents over the continental shelf // Ann. Rev. Fluid Mech. – 1991. – 23. – P. 389 – 412.
9. *Фельзенбаум А.И.* К теории периодических течений // Проблемы теории океанических течений: Экспресс-информация. – Киев: Наук. думка, 1966. – 4. – С. 5 – 23.
10. *Ekman V.W.* On the influence of the Earth's rotation on ocean currents // Arkiv Mat., Astr., och Phys. – 1905. – 2, № 11. – P. 11 – 53.
11. *Выгодский М.Я.* Справочник по высшей математике. – М.: Наука, 1977. – 870 с.

Морское отделение Украинского научно-исследовательского
гидрометеорологического института,
Севастополь
Морской гидрофизический институт НАН Украины,
Севастополь
Севастопольский национальный технический университет,
Севастополь

Материал поступил
в редакцию 22.11.06
После доработки 21.02.07

ABSTRACT Using a semi-spectral linear model of wind currents, the features of the gradient speed of currents are investigated at a periodic wind for an infinite shelf with a rectilinear coast and depth changing only normally to it. It is shown that if temporal changes of the level inclination normal to the coast are mainly of a reverse character, the relations between the basic invariants of the spectral tensors of the gradient speed of wind currents (their similarity) do not depend on the level and bottom inclinations and are determined only by depth, vertical coordinate, viscosity and the Coriolis parameter.