

А.С. Самодуров

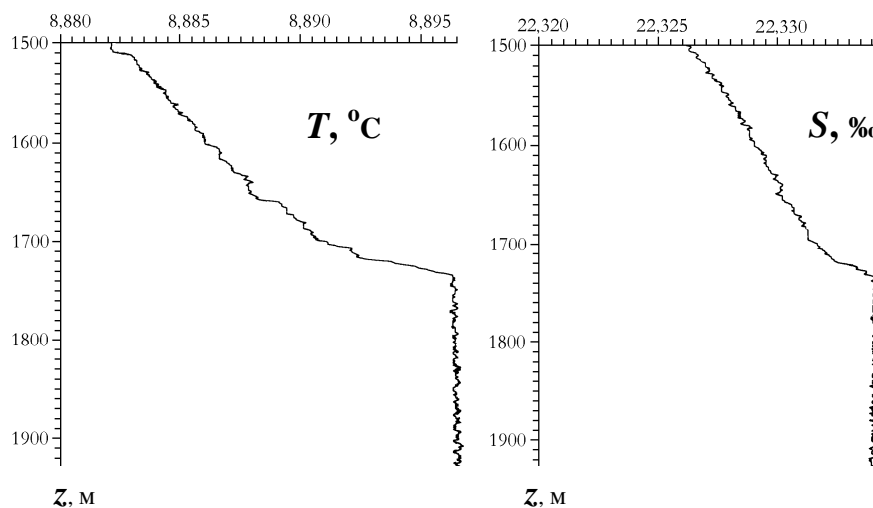
Придонный пограничный слой в Черном море: формирование стационарного состояния

В статье предпринята попытка ответить на вопрос, каким образом природная стационарная система слой – прослойка в режиме послонной конвекции двойной диффузии (например придонный пограничный слой в Черном море) «выбирает» из множества возможных вариантов единственный набор определяющих параметров. В качестве «правила отбора» привлечен принцип минимума производства энтропии для систем, близких к состоянию термодинамического равновесия. В процессе решения задачи система рассматривается как тепловая машина. Этот подход представляет собой простую процедуру применения принципа минимума производства энтропии для рассматриваемого случая. Совместный анализ теоретических результатов, данных глубоководных натуральных измерений в Черном море, а также результатов лабораторных экспериментов приводит к заключению, что, вероятнее всего, стационарная система «выбирает» определяющие параметры в соответствии с принципом Пригожина – Глэнсдорфа. Ключевым параметром в системе оказалось плотностное соотношение, приблизительно равное трем для стационарного случая.

Введение. Придонный пограничный слой (ППС), расположенный в абиссали Черного моря, представляет собой неотъемлемую составляющую его вертикальной структуры, отражая особенности обменных процессов в глубоководной части бассейна. Термическая структура ППС, равно как и неустойчивый градиент температуры в нижнем полутораклометровом слое моря объясняются наличием донного геотермального потока тепла Q_1 [1,2]. Устойчивая плотностная стратификация обеспечивается вертикальным распределением солености, которое, в свою очередь, формируется солеными водами нижнебосфорского течения [3]. Особая роль геотермального потока в образовании ППС в Черном море проявляется отчасти ввиду того, что динамические процессы, которые формируют придонный перемешанный слой в открытом океане, например баротропный прилив, здесь практически отсутствуют.

Рассматриваемый слой можно условно разделить на две части: нижний квазиоднородный слой, формируемый свободной плотностной конвекцией, и верхнюю стратифицированную прослойку, характеризующуюся довольно большими, по сравнению с вышележащей жидкостью, перепадами потенциальной температуры, солености (рис. 1) и потенциальной плотности. Средний вертикальный масштаб ППС d и толщина его стратифицированной верхней прослойки δ составляют величины около 350 м и первые десятки метров соответственно. При построении модели ППС будет предполагаться, что толщина прослойки δ пренебрежимо мала по сравнению с толщиной слоя d .

© А.С. Самодуров, 2009



Р и с. 1. Типичные вертикальные распределения потенциальной температуры и солёности в придонной области Черного моря

Наличие повышенных перепадов солёности и потенциальной температуры ΔS и ΔT в верхней прослойке, сопровождающихся пониженным значением плотностного соотношения $R_p = \beta \Delta S / \alpha \Delta T$ (в среднем оно составляет величину приблизительно 2,6 [1,2]), позволяет предположить, что диффузионный обмен здесь определяется механизмом двойной диффузии в режиме послойной конвекции. В выражении для плотностного соотношения S и T – концентрация соли в единицах СИ и потенциальная температура, β и α – соответствующие коэффициенты сжатия и расширения. Сравнение результатов прямых измерений геотермального потока в Черном море ($Q_1 \approx 3 \cdot 10^{-2}$ Вт·м⁻²), опубликованных Дучковым и Казанцевым [4], с полуэмпирическим соотношением Келли для диффузионной прослойки [5] показывает их соответствие в пределах 10% для обсуждаемых условий [1].

Рассмотренная выше схема обмена в ППС предполагает выполнение одного ключевого условия. Для поддержания стационарного состояния системы, наряду с поступлением тепла за счет геотермального потока, в слой должна поступать и соль. В противном случае не уравновешенный вынос соли через прослойку приведет к развитию системы во времени. Соль поступает в ППС, вероятнее всего, с остатками плюма, формируемого нижнебосфорским течением. Некоторое учитываемое количество соли выносится из слоя за счет адвекции [1,2].

Хотя в процессе поступления соленых вод в придонную область возможна временная изменчивость притока соли, имеющиеся данные измерений термохалинных характеристик за последние 70 лет не дают основания отказаться от условия стационарности состояния придонного слоя. По-видимому, этому обстоятельству способствует тот факт, что ППС представляет собой мощный халостат (так же, как и термостат), слабо реагирующий на сравнительно небольшие колебания внешнего притока соли.

Для выявления роли основных параметров, ответственных за формирование стационарного состояния ППС, рассмотрим, прежде всего, влияние внешних факторов. Геотермальный поток тепла, роль которого очевидна, можно считать постоянной величиной в расчете на единицу площади. Результаты лабораторных экспериментов [6] позволяют судить о зависимости отношения потоков соли и тепла в пересчете на отношение потоков плотности или плавучести γ (отношение потоков) от заданного значения плотностного соотношения R_ρ :

$$\gamma \equiv \beta F^S / \alpha F^T; \quad R_\rho \geq 1. \quad (1)$$

В диапазоне значений $1 \leq R_\rho \leq 2$ функция $\gamma(R_\rho)$ уменьшается от 1 до значения, приблизительно равного 0,15, и при дальнейшем увеличении R_ρ оно остается постоянным в пределах экспериментальных ошибок [6].

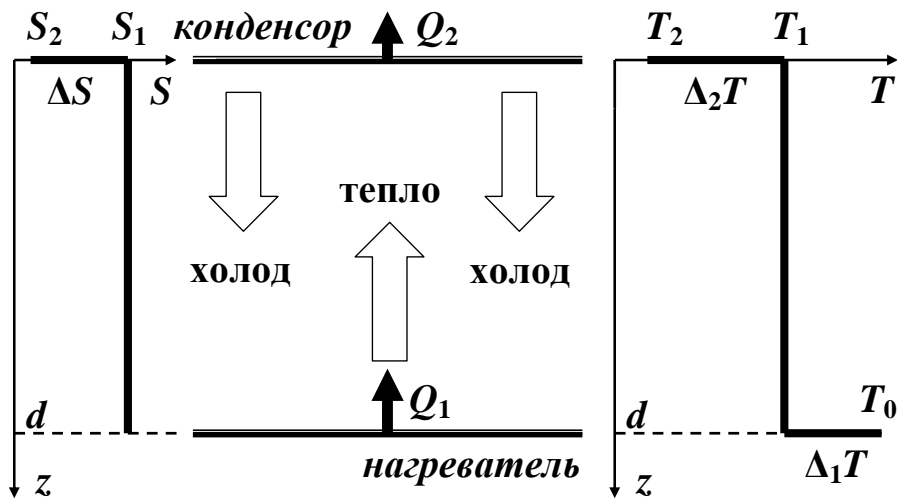
Скорость поступления соли зависит от расхода воды в босфорском плюме, который начинает уменьшаться с глубиной ниже горизонта 100 м [1,2]. Такой тип распределения расхода с глубиной дает основание предположить следующую картину формирования конвективного слоя. В процессе эволюции к своему стационарному состоянию толщина перемешанного слоя растет до тех пор, пока приток соленой воды с плюмом не станет достаточным для обеспечения баланса тепло – соль в стационарной системе с двойной диффузией. Это позволяет рассматривать величину d как внешний параметр (см. ниже дополнительную аргументацию).

Если внешние условия в системе заданы, возникает проблема выбора определяющих параметров для поддержания ее стационарного состояния. Действительно, при условии, что вертикальная диффузия в прослойке вызвана механизмом послойной конвекции, переносимый через нее поток тепла связан с параметрами прослойки следующим выражением [6]:

$$Q = C(R_\rho)(\alpha \Delta T)^{4/3}. \quad (2)$$

Обсуждение вида функции $C(R_\rho)$ содержится в работе [7]. Таким образом, один и тот же поток тепла Q может переноситься через прослойку при множестве различных комбинаций значений параметров R_ρ и ΔT , удовлетворяющих уравнению (2). Вместе с тем физическая система в процессе эволюции к стационарному состоянию «выбирает» единственную пару значений определяющих параметров для переноса заданного потока тепла. Установление причины и условий такого «выбора» составляет основное содержание работы.

Моделирование: физический подход. Для того чтобы попытаться прояснить «правило отбора», удобно представить придонный слой как тепловую машину в рамках простой модели, (рис. 2). Это позволит упростить процедуру применения принципа Пригожина – Глэнсдорфа, который будет описан ниже.



Р и с. 2. Схема вертикального обмена в придонном пограничном слое Черного моря (средний блок – обмен в ППС; слева и справа – модельные вертикальные распределения солёности и потенциальной температуры соответственно)

Рассмотрим в поле силы тяжести бесконечный слой воды толщины d с плоскими горизонтальными границами. На дне заданы поток тепла удельной мощности Q_1 ($\text{Вт}\cdot\text{м}^{-2}$) и поток соли с удельным расходом F^S ($\text{кг}\cdot\text{м}^{-2}\cdot\text{с}^{-1}$). Рассматриваемая система представляет собой квазиоднородный конвективный слой средней температуры T_1 и средней солёности S_1 , имеющий скачки температуры, солёности и плотности на верхней границе. Скачок плотности в данной дифференциально-диффузионной системе гидростатически устойчив. Для определенности на верхней границе заданы значения потенциальной температуры T_2 (К) и солёности S_2 ($\text{кг}\cdot\text{м}^{-3}$), хотя, скорее всего, в природе при эволюции системы к стационарному состоянию к соответствующему стационарному состоянию эволюционируют и эти параметры. Предполагается, что потоки тепла и соли, проходящие через прослойку, выносятся за пределы рассматриваемой области за счет других механизмов обмена.

На нижней границе слоя задается перепад температуры $\Delta_1 T = T_0 - T_1$, где T_0 – температура прилегающего слоя. Поскольку геотермальный поток тепла является заданной величиной, перепад температуры $\Delta_1 T$ (рис. 2) для стационарного случая – также фиксированная величина, пропорциональная потоку тепла Q_1 . В непосредственной близости от нижней границы геотермальный поток тепла переносится посредством молекулярной диффузии.

В стационарном состоянии система обладает структурой, аналогичной структуре ППС в Черном море. Предположим, что система приведена в одно из состояний, разрешенных соотношениями (1), (2), т.е. обладает фиксированными значениями $\Delta_2 T$ и R_ρ из определенного диапазона значений, и сравним энергетическую «выгодность» всех возможных состояний в терминах тепловой машины. В пользу того, что представленную систему можно рассматривать как тепловую машину, свидетельствует тот факт, что в со-

стоянии динамического равновесия через слой за счет подводимого потока тепла (и только за счет него) в поле силы тяжести переносится определенное количество соли в единицу времени, и, следовательно, совершается работа. Этот факт не следует рассматривать как тривиальный. Если, например, для сравнения представить ситуацию, когда обмен через прослойку осуществляется за счет механизма двойной диффузии в режиме солевых пальцев (тепло и соль при этом должны подводиться сверху), модель тепловой машины теряет смысл, поскольку в такой системе не совершается работы.

Замечание о потоке тепла как единственном источнике энергии важно для данного рассмотрения. Если бы вертикальный обмен в прослойке осуществлялся за счет турбулентных процессов (скажем, за счет опрокидывания внутренних волн), то для описания системы необходимо было бы включать дополнительные источники энергоснабжения, а систему нельзя было бы рассматривать как чисто тепловую машину. Вероятно, это обстоятельство необходимо принимать во внимание при исследовании послойной конвекции в естественных ступенчатых структурах для динамически активных слоев в океане.

В рассматриваемой модельной стационарной системе можно рассчитать несколько полезных величин: коэффициенты полезного действия (к.п.д.) для идеальной и реальной тепловых машин, а также скорость диссипации энергии и скорость производства энтропии в системе. Коэффициент полезного действия для идеальной машины, как известно, имеет вид

$$\theta_i = \Delta_0 T / T_0. \quad (3)$$

Здесь $\Delta_0 T = T_0 - T_2 = \Delta_1 T + \Delta_2 T$. Для тепловой машины величины T_0, T_2 представляют собой температуру нагревателя и температуру конденсора соответственно. Реальный к.п.д. вычисляется как отношение работы, производимой в слое в единицу времени, к мощности придонного источника тепла:

$$\theta_r = g F^S d / Q_1,$$

где g – ускорение свободного падения.

Для проведения необходимых расчетов рассмотрим соотношения, определяющие работу идеальной и реальной машин. В общем виде для первой из них справедливы равенства

$$\dot{A} = Q_1 - Q_2, \quad Q_1 / T_0 = Q_2 / T_2, \quad (4)$$

где Q_1, Q_2 – потоки подводимого и отводимого тепла соответственно, а \dot{A} – полезная работа в единицу времени. Тогда для реальной машины имеем

$$\dot{A}^D = Q_1 - Q_2^D, \quad Q_1 / T_0 + EP = Q_2^D / T_2, \quad \dot{A}^D < \dot{A}. \quad (5)$$

Здесь EP – производство энтропии в системе на единицу площади за счет диссипации энергии. Добавим формально в левую и правую части первого из равенств (4) величину Q^D , представляющую собой производство тепла в системе за счет диссипации энергии. Тогда, используя (5), получим $\dot{A}^D + Q^D = \dot{A}$ и $Q_2^D = Q_2 + Q^D$. Это означает, что в стационарном случае при-

ток «непроизводительного» тепла за счет диссипации Q^D полностью выносятся из системы в составе величины Q_2^D . Здесь мы рассмотрели ситуацию, когда при заданных значениях T_0 и T_2 реальная машина совершает определенную полезную работу. Тогда очевидное неравенство $\theta_i > \theta_r$ означает, что при тех же условиях идеальная машина совершала бы большую полезную работу на величину потерь. Это позволяет оценить скорость диссипации энергии в рассматриваемой системе. Поскольку потери в данном случае чисто диссипативные и не связаны с рассеиванием тепла, можно объединить формально полезную работу и диссипацию энергии, как это сделано выше, вычислить «виртуальный» к.п.д. и приравнять его к к.п.д. идеальной машины:

$$\frac{\dot{A}^D + Q^D}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \equiv \frac{\Delta_0 T}{T_0}, \text{ или } \frac{gF^S d}{Q_1} + \frac{\rho \varepsilon d}{Q_1} = \theta_i, \quad (6)$$

где ρ – средняя плотность жидкости в слое, а ε – средняя скорость диссипации энергии на единицу массы. Отсюда имеем выражение для величины ε :

$$\varepsilon = Q_1 \frac{(\theta_i - \theta_r)}{\rho d}. \quad (7)$$

Для расчета к.п.д. реальной машины $\theta_r = gF^S d / Q_1$ используем равенства

$$F^S = \frac{\alpha}{\beta} F^T \gamma, \quad Q_2^D = C_p F^T. \quad (8)$$

Тогда из соотношений, представленных выше, имеем

$$\theta_r = \frac{\tau}{1 + \tau}, \quad \tau = \frac{\alpha g \gamma d}{\beta C_p}, \quad (9)$$

где C_p – теплоемкость морской воды при постоянном давлении. Отметим, что в равенство (9) не входят конкретные значения потоков и термодинамических характеристик системы.

Из уравнения (5) для баланса энтропии в реальной машине получим

$$EP = Q^D / T_2 \quad (10)$$

или, в рамках рассматриваемой модели с учетом (7), для скорости производства энтропии на единицу массы ep можно записать

$$ep = \frac{Q_1}{T_2} \frac{(\theta_i - \theta_r)}{\rho d}. \quad (11)$$

Как следует из приведенного выше анализа, скорость производства энтропии на единицу массы может быть выражена как

$$ep = \frac{Q_1}{T_2 \rho d} \left(\frac{\Delta_1 T + \Delta_2 T}{T_0} - \theta_r \right), \quad (12)$$

где $\Delta_2 T = \frac{1}{\alpha} \left[\frac{Q_2^D}{C(R_p)} \right]^{3/4}$, $Q_2^D = Q_1(1 - \theta_r)$, или

$$ep = \frac{Q_1(1 - \theta_r)^{3/4}}{T_2 \rho d} \left\{ \frac{1}{\alpha T_0} \left[\frac{Q_1}{C(R_p)} \right]^{3/4} + \frac{\Delta_1 T}{T_0(1 - \theta_r)^{3/4}} - \frac{\theta_r}{(1 - \theta_r)^{3/4}} \right\}. \quad (13)$$

Это основное выражение для скорости производства энтропии в рассматриваемой модели.

Теорема о минимуме производства энтропии [8,9] утверждает, что слабо-неравновесная слабонелинейная термодинамическая система стремится к устойчивому стационарному состоянию, характеризуемому минимальным производством энтропии, совместимому с налагаемыми на систему связями. Фактически основное условие для рассматриваемой системы должно выполняться в квазиоднородном слое: вся полезная работа, диссипация энергии и энтропия производятся именно здесь. При условии, что система находится в состоянии, близком к термодинамическому равновесию, проблема описания стационарного состояния сводится к определению набора параметров, соответствующих минимуму функции ep .

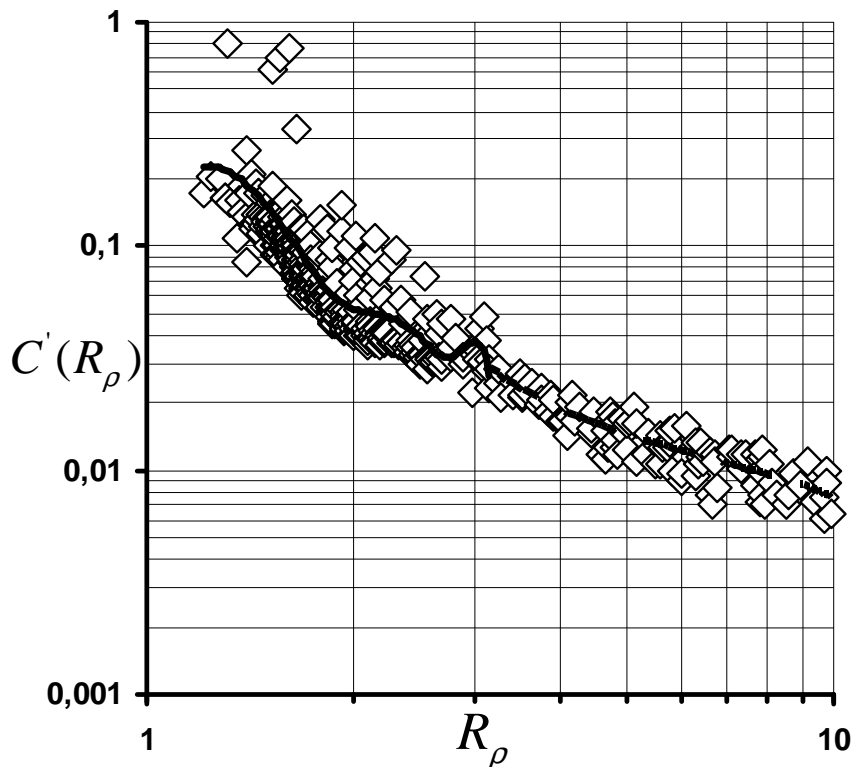
Условие «равновесия» для ППС. Возможность применения принципа Пригожина – Глэнсдорфа к черноморскому ППС предполагает, что последний находится в состоянии, близком к термодинамическому равновесию. Представляется, что в данном случае это условие выполняется: перепады температуры в квазиоднородном слое, очевидно, не превышают 0,001К (рис. 1). В то же время слабую неравновесность, равно как и слабую нелинейность, природной системы, видимо, следует рассматривать здесь как правдоподобные гипотезы.

Учитывая, что значение R_p в стационарном черноморском ППС близко к 3, величина γ может рассматриваться постоянной, близкой к 0,15 для искомого стационарного состояния. Последнее, кроме того, может служить подтверждением предположения о величине d как о внешнем параметре для ППС. Действительно, численная оценка параметра $\theta_r \cong 2,1 \cdot 10^{-5}$ ($\alpha \cong 1,3 \cdot 10^{-4} \text{ К}^{-1}$, $\beta \cong 7,8 \cdot 10^{-4} (\text{кг} \cdot \text{м}^{-3})^{-1}$, $C_p \cong 4,2 \cdot 10^6 \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-3} \cdot \text{К}^{-1}$, $d \cong 350 \text{ м}$) указывает на то, что введение потока Q_1 вместо Q_2^D для вычисления соответствующего потока соли (см. (1) с учетом равенства $F^T = Q/C_p$) вносит незначительный вклад в окончательный результат. Отметим, что если S – концентрация соли в единицах СИ, как в данном случае, то надлежащее численное значение β фактически соответствует случаю, когда соленость измеряется в практических единицах солености. Принимая во внимание характер зависимости θ_r от параметров (9) и численные оценки, полученные выше, выражение (13) для скорости производства энтропии можно преобразовать к виду

$$ep \cong \frac{Q_1}{T_2 \rho d} \left\{ \frac{1}{\alpha T_0} \left[\frac{Q_1}{C(R_\rho)} \right]^{3/4} + \frac{\Delta_1 T}{T_0} - \frac{\alpha g \chi d}{\beta C_\rho} \right\}. \quad (14)$$

Как следует из (14), имеется единственный параметр $C(R_\rho)$, который система может «выбрать» для того, чтобы достичь стационарного состояния. Тогда функция $C(R_\rho)$ должна иметь локальный максимум в состоянии равновесия.

Результаты лабораторных измерений, выполненных с целью определения вида функции $C(R_\rho)$ для режима послойной конвекции двойной диффузии, были обобщены в работе [7]. Соответствующая безразмерная зависимость $C'(R_\rho)$ представлена на рис. 3.



Р и с. 3. Обобщенная безразмерная зависимость $C'(R_\rho)$ на основе массива данных лабораторных экспериментов [7] (кривые соответствуют приближениям с помощью метода наименьших квадратов полиномами шестой степени для двух интервалов независимой переменной: $1 < R_\rho \leq 3,144$ – сплошная линия, $R_\rho > 3,144$ – штриховая)

Как можно видеть на рис. 3, измеренная зависимость обладает слабо выраженным локальным максимумом в окрестности $R_\rho = 3$. В интервале $1 < R_\rho \leq 3,144$ общая структура данных измерений довольно хорошо описывается приближением при помощи метода наименьших квадратов с исполь-

зованием полинома шестой степени (см. рис. 3). Конечно, строго говоря, результаты анализа данных лабораторных измерений сами по себе не могут служить единственным основанием для выводов об условиях существования стационарного состояния системы. Однако то, что природная система «выбирает» для своего стационарного состояния приблизительно то же значение параметра, которое предсказывают независимые данные лабораторных экспериментов, позволяет рассматривать значение $R_\rho \cong 3$ в качестве равновесного для подобного рода систем, имея в виду принцип минимума производства энтропии.

В заключение отметим, что существует еще одно соображение, указывающее на энергетическую «эффективность» состояния $R_\rho = 3$. Тернер [6] описал процесс формирования слоя для дифференциально-диффузионной системы с первоначально устойчивым линейным градиентом солености и постоянной температурой, интенсивно подогреваемого снизу. Он особо отметил предельный режим формирования слоя, когда потенциальная энергия сохраняется между начальным и конечным состояниями. Это соответствует конечному состоянию с $R_\rho = 3$ на верхней границе перемешанного слоя. Отметим, что нечто подобное наблюдается в стационарной модели, представленной выше. Потенциальная энергия, генерируемая на верхней границе раздела посредством потока плавучести, уравнивается в среднем за счет придонного потока тепла. Это может служить дополнительным аргументом в пользу обоснованности интерпретации данных лабораторного моделирования при решении поставленной задачи.

Выводы. Совместный анализ теоретических результатов, данных глубоководных измерений в Черном море и лабораторных экспериментов, принятый в настоящей работе, позволяет сделать заключение о правилах формирования стационарного состояния для ступенчатого дифференциально-диффузионного слоя. В частности, придонный пограничный слой в Черном море, вероятнее всего, «выбирает» свои определяющие равновесные параметры (в данном случае значение плотностного соотношения) в соответствии с принципом минимума производства энтропии Пригожина – Глэнсдорфа.

Следует иметь в виду, что в рамках представленного подхода необходимо выполнение двух условий: 1) рассматриваемая дифференциально-диффузионная система близка к состоянию термодинамического равновесия; 2) придонный пограничный поток тепла представляет собой единственный источник энергии для поддержания вертикального обмена в системе. Повидимому, далеко не все квазистационарные дифференциально-диффузионные системы в океане (скажем, ступенчатые структуры) удовлетворяют этим условиям. Следовательно, «стационарное» значение $R_\rho \cong 3$ нельзя рассматривать как универсальное. Отклонение системы от первого и/или второго условий предполагает привлечение других, более сложных подходов для ее описания.

Автор приносит благодарность Дэну Келли (D.E. Kelley, Department of Oceanography, Dalhousie University, Halifax, NS, B3H 4J1, Canada) за предоставленные данные лабораторных экспериментов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ivanov L.I., Samodurov A.S.* The role of lateral fluxes in ventilation of the Black Sea // *J. Mar. Syst.* – 2001. – 31, № 1 – 3. – P. 159 – 174.
2. *Самодуров А.С., Иванов Л.И.* Балансовая модель для расчета средних вертикальных потоков жидкости, тепла, соли и растворенных химических веществ в термохаликлин Черного моря // *Морской гидрофизический журнал.* – 2002. – № 1. – С. 7 – 24.
3. *Özsoy E., Unluata U., Top Z.* The evolution of Mediterranean water in the Black Sea: interior mixing and material transport by double diffusive intrusions // *Progr. in Oceanogr.* – 1993. – 31. – P. 275 – 320.
4. *Дучков А.Д., Казанцев С.А.* Тепловой поток впадины Черного моря // *Геофизические поля Атлантического океана.* – М.: Наука, 1988. – С. 121 – 130.
5. *Kelley D.E.* Fluxes through diffusive staircases: a new formulation // *J. Geophys. Res.* – 1990. – 95. – P. 3365 – 3371.
6. *Тернер Дж.* Эффекты плавучести в жидкостях. – М.: Мир, 1977. – 431 с.
7. *Kelley D.E., Fernando H.J.S., Gargett A.E. et al.* The diffusive regime of double-diffusive convection // *Progr. in Oceanogr.* – 2003. – 56. – P. 461 – 481.
8. *Prigogine I.* Introduction to nonequilibrium thermodynamics – New York: Wiley-Interscience, 1962.
9. *Glansdorff P., Prigogine I.* Thermodynamic theory of structure, stability and fluctuations. – New York: Wiley-Interscience, 1971.

Морской гидрофизический институт НАН Украины,
Севастополь

Материал поступил
в редакцию 01.08.07
После доработки 14.09.07

ABSTRACT An attempt is undertaken to solve a problem, how the natural stationary layer – interface system «selects» a unique set of governing parameters from a great number of possible variants in the regime of the layer convection of double diffusion (for example, the benthic boundary layer in the Black Sea). The principle of minimum entropy production for the system close to the thermodynamic equilibrium state is used as a «selection rule». During solution of the problem the system is considered to be a heat engine. This approach is just a simple procedure of applying the principle of minimum entropy production to the examined case. Joint analysis of theoretical results, field measurement data on the Black Sea abyss and those of the relevant laboratory experiments permits to draw a conclusion that, most probably, the stationary system «selects» its governing parameters in accordance with the Prigogine – Glansdorff principle. The density ratio approximately equal to 3 for the stationary case, appears to be a key parameter in the system.