

# Математическое моделирование морских систем

УДК 551.465

Э.Н. Михайлова, Н.Б. Шапиро

## Метод вложенных сеток с улучшенным вертикальным разрешением в прибрежной зоне моря

Предлагается вариант метода вложенных сеток для моделей в  $Z$ -координатах, позволяющий использовать более детальное разрешение по вертикали в мелководных районах моря. Расчет скорости течения, температуры и солёности проводится отдельно для областей с разным вертикальным разрешением путем достаточно несложной модификации исходного алгоритма. Граница между расчетными областями связана с рельефом дна (проходит по изобате). В глубоководной области расчет проводится на базовой сетке, в мелководной используется более подробная – детальная – сетка, которая строится на основе базовой. При этом в горизонтальных направлениях разрешение не меняется, расчет интегральной функции тока (или уровня) не требует никакой модификации и осуществляется для всей области целиком. Обсуждаются результаты численных экспериментов по исследованию апвеллингов на северо-западном шельфе Черного моря. Показано, что использование детальной сетки приводит к более естественным распределениям вертикальной скорости течения.

**Ключевые слова:** трехмерная численная модель,  $Z$ -координаты, метод вложенных сеток, численный эксперимент, апвеллинг.

Конечно-разностная аппроксимация уравнений гидродинамики океана при условии выполнения соответствующих законов сохранения осуществляется с помощью бокс-метода. При этом для дискретизации по вертикали традиционно используются два подхода. В первом набор рассчитываемых переменных располагается на горизонтальных плоскостях (модель в  $Z$ -координатах). Во втором подходе переменные рассчитываются на криволинейных поверхностях. Это, например, модель в  $\sigma$ -координатах, в которой топография поверхностей функционально связана с рельефом дна ( $\sigma = z/H$ ). Каждая пространственная дискретизация имеет свои преимущества и недостатки. Основным недостатком модели в  $Z$ -координатах является относительно малое количество расчетных горизонтов в мелководных районах, например в шельфовых областях. Недостатком второго способа является, наоборот, грубое разрешение в глубоководной области моря при детальном разрешении по вертикали на мелководье.

Бокс-метод предполагает, что имеются два вида горизонтов – основные и дополнительные. На основных горизонтах, где расположены центры боксов, рассчитываются горизонтальные составляющие скорости течения, температура и солёность. Между ними на дополнительных горизонтах, где расположены границы боксов, рассчитываются вертикальные составляющие скоро-

© Э.Н. Михайлова, Н.Б. Шапиро, 2013

ISSN 0233-7584. Мор. гидрофиз. журн., 2013, 1

45

сти течения. Существует два способа взаимного расположения основных и дополнительных горизонтов. В первом случае дополнительные горизонты располагаются посередине между основными, а во втором, наоборот, основные горизонты располагаются посередине между дополнительными. Принципиального различия между этими вариантами нет.

В данной работе для моделей в  $Z$ -координатах предлагается вариант метода вложенных сеток с целью более детального разрешения по вертикали в мелководных районах. В горизонтальных направлениях разрешение не меняется, расчет интегральной функции тока или уровня не требует никакой модификации и осуществляется для всей области целиком. В то же время расчет компонент скорости течения, температуры и солёности проводится отдельно для областей с разным вертикальным разрешением путем достаточно несложной модификации исходного алгоритма расчета.

Вначале остановимся на разбиении расчетной области, учитывая, что граница между районами с разным вертикальным разрешением не прямолинейная, а связана с рельефом дна. А именно, эта граница проходит по изобате, разграничивающей глубоководную (ГВО) и мелководную (МВО) области расчета. В ГВО расчет проводится на вертикальной сетке, которую далее будем называть базовой. В МВО используется более подробная – детальная – сетка по вертикали, на которой рассчитываются все переменные задачи. Таким образом, в указанных областях искомые величины рассчитываются на различном числе горизонтов в соответствии с используемой (базовой или детальной) сеткой по вертикали. Базовая сетка служит основой для построения детальной, при этом можно построить разные варианты детальной сетки.

Отметим, что в работах [1 – 3] метод вложенных сеток использовался для улучшения горизонтального разрешения в отдельных районах рассчитываемой области. При этом границы выделенных районов предполагались прямолинейными.

Перейдем к методу построения детальной сетки и будем рассматривать вариант, когда горизонты с гранями боксов расположены посередине между горизонтами с центрами боксов. Построение происходит следующим образом. Между двумя соседними основными горизонтами  $Z_k$  и  $Z_{k+1}$ , на которых расположены центры боксов базовой сетки, на равном расстоянии друг от друга помещаются  $m$  промежуточных основных горизонтов детальной сетки. Число этих горизонтов должно быть четным, например  $m = 2$ , тогда слой между двумя базовыми основными горизонтами разбивается на  $m + 1$  промежуточных слоя, в данном случае на 3. На этих новых горизонтах  $Z_{k+1/(m+1)}$  и  $Z_{k+2/(m+1)}$  располагаются центры боксов детальной сетки. Подчеркнем, что число дополнительных горизонтов может быть различным в разных слоях  $[Z_k, Z_{k+1}]$ , то есть  $m = m(k)$ .

Итак, имеем базовую сетку по вертикали с горизонтами  $Z_k$ ,  $k = 1, \dots, K$ , где  $K$  – максимальное число расчетных горизонтов. Ей соответствует система боксов, границы которых  $b_k$  определяются соотношениями

$$b_0 = 0, b_k = (Z_k + Z_{k+1})/2, \quad k = 1, \dots, K-1, \quad b_K = H_{\max},$$

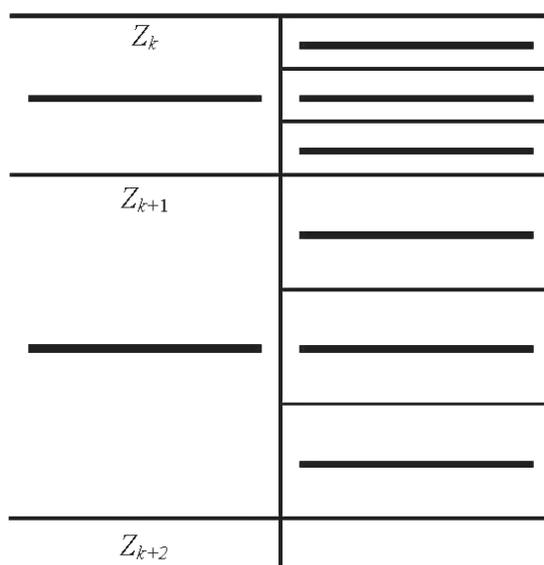
где  $H_{\max}$  – максимальная глубина моря. Тогда толщина  $k$ -го бокса

$$B_k = (b_k - b_{k-1}),$$

а расстояния между основными базовыми горизонтами

$$d_k = (Z_k - Z_{k-1}).$$

На приведенной схеме (рис. 1) слева показан фрагмент базовой сетки. Три тонкие горизонтальные линии в левой части рисунка – основные горизонты  $Z_k, Z_{k+1}, Z_{k+2}$ . Жирные линии представляют собой верхнюю и нижнюю границы  $(k+1)$ -го бокса, а именно  $b_k$  и  $b_{k+1}$ . В правой части схемы показана детальная сетка, когда между двумя основными базовыми горизонтами (тонкие линии слева) добавляются еще два горизонта, расположенных на равных расстояниях (тонкие линии справа), – два основных горизонта детальной сетки. Посередине между ними располагаются границы дополнительных промежуточных боксов (жирные линии справа), на которых рассчитывается вертикальная скорость. Видно, что базовый  $(k+1)$ -й бокс  $[b_k, b_{k+1}]$  в этом случае содержит несколько промежуточных дополнительных боксов (в рассматриваемом случае три) разной толщины. Еще раз отметим, что между двумя основными горизонтами базовой сетки можно поместить произвольное четное число основных горизонтов детальной сетки.



Р и с. 1. Схема построения детальной сетки

Расчетная область разделяется на МВО и ГВО следующим образом. В МВО включаются районы, где число расчетных горизонтов в базовой сетке не превышает заранее заданное число  $I$ , т. е. глубина моря  $H$  не превышает  $H^* = Z_{I+1}$ . Для этой области в верхних  $I$  боксах ( $I < K$ ) базовой сетки формируется детальная сетка с основными горизонтами  $h_n$ , где  $n = 1, \dots, N$ ,  $N$  – максимальное число расчетных горизонтов на этой сетке. Ей соответствует система боксов, границы которых  $d_n$  определяются соотношениями

$$d_0 = 0, d_n = (h_n + h_{n+1})/2, n = 1, \dots, N - 1,$$

их вертикальные размеры

$$D_n = (d_n - d_{n-1}),$$

расстояния между горизонтами

$$H_n = (h_n - h_{n-1}).$$

Важно, что все основные горизонты и границы боксов базовой сетки являются также основными горизонтами и границами боксов детальной сетки.

Отметим, что предложенная методика применима и в случае, когда центры боксов базовой сетки расположены посередине между верхней и нижней гранью боксов. Разница заключается в том, что в этом случае новые промежуточные горизонты располагаются внутри основного бокса и являются границами дополнительных боксов.

Далее опишем конкретную процедуру модернизации численного алгоритма модели, позволяющего проводить одновременный расчет термогидродинамических полей во всей рассматриваемой области на разных сетках по вертикали. Эта процедура требует небольшого количества изменений в исходном алгоритме и, как указывалось выше, по существу аналогична процедуре построения вложенных сеток с различным горизонтальным разрешением [1 – 3]. Расчет разбивается на два этапа, отдельно для МВО и ГВО. Вначале вносится ряд дополнений в программу расчета. Во-первых, строятся маски для идентификации областей, где расчеты должны проводиться с базовым или детальным разрешением по вертикали. Во-вторых, строятся маски для областей сопряжения, где проводится пересчет с одного вертикального разрешения на другое. В-третьих, определяется процедура такого пересчета, для чего заранее формируются информационные массивы, позволяющие приводить во взаимно однозначное соответствие горизонты и границы боксов базовой и детальной сеток. И наконец, создается система массивов, основных и вспомогательных, для всех искомым переменных, чтобы проводить расчеты на разных сетках в рамках одной программы, единого подхода.

Подход к построению масок может быть достаточно произвольным, но представляется необходимым ввести для них определенную иерархию. Первый уровень связан с выделением трех областей: области суши (обозначаемой во всех масках меткой 0), МВО и ГВО. Для расчета в МВО задаются следующие значения маски: 1 – там, где глубина моря меньше, чем априори заданная величина  $H^* = Z_{l+1} = \text{const}$ ; 4 – там, где глубина моря больше  $H^*$  и на данном этапе расчет не проводится. Для расчета в ГВО значения маски следующие: 1 – там, где большая глубина; 4 – там, где глубина меньше  $H^*$  и расчет не проводится. Это позволяет применять одни и те же подпрограммы для расчета термогидродинамических полей в МВО и ГВО, используя в качестве входных параметров в подпрограммах расчета разные маски и данные о соответствующей вертикальной сетке, а расчет проводить только там, где значения маски равны 1.

Учитывая, что для расчета каждой переменной в боксе на его боковых гранях требуется задавать значения соответствующих потоков (адвективных и диффузионных), для «склейки» расчетов в разных районах используются маски следующего уровня, определяющие положения областей перекрытия.

В областях перекрытия расположены рядом боксы разной толщины и необходимо проводить перерасчет значений переменных с одной сетки на другую. Маски, задающие положение областей перекрытия, рассчитываются отдельно для ГВО и МВО. В область перекрытия для ГВО входят прилегающие боксы МВО, информация из которых необходима для расчета потоков на гранях базовых боксов. И наоборот, в область перекрытия для МВО входят прилегающие боксы ГВО, информация из которых требуется для расчета потоков на гранях детальных боксов. Такие маски следующего уровня со значением 2 идентифицируют ячейки, находящиеся в области с другим разрешением и прилегающие к ячейкам, в которых проводится расчет. При использовании бигармонических операторов для горизонтальной диффузии и вязкости область перекрытия должна быть расширена, для чего требуется добавить еще один уровень масок со значением 3 – для ячеек, граничащих с ячейками со значением 2.

Фактически в этих областях требуется проводить отдельные расчеты для определения «внутренних» граничных условий, обеспечивающих обмен информацией между областями с различным вертикальным разрешением. Так, в боксах ГВО, входящих в область перекрытия с МВО, требуется интерполяция по вертикали в базовых боксах для расчета потоков в промежуточных детальных боксах. Процедура интерполяции с базовой на детальную сетку достаточно произвольная, хотя представляется необходимым выполнение законов сохранения, например совпадения запасов тепла и соли в базовом исходном боксе с суммарным тепло- и солезапасом входящих в него мелких боксов. Для этого достаточно задать температуру и соленость в мелких боксах равной температуре и солености в объединяющем их базовом боксе. В приведенных ниже расчетах использовалась линейная интерполяция с учетом дополнительной информации о температуре и солености в выше- и нижележащих боксах, при этом выполнялись законы сохранения тепла, соли, количества движения. И наоборот, проводится интегрирование значений в промежуточных детальных боксах МВО, прилегающих к базовым боксам в ГВО. Пересчет с детальной сетки на базовую в областях перекрытия в расчетах осуществлялся простейшим способом, а именно: интегрировались значения тепла, соли и количества движения в детальных боксах, входящих в соответствующий базовый бокс, и рассчитывались средние по этому боксу температура, соленость и значения горизонтальных составляющих скорости. Таким образом, если маски первого уровня определяют области расчетов с различным разрешением по вертикали, то маски следующего уровня служат для вспомогательных расчетов внутренних «граничных» условий в областях перекрытия, что обеспечивает взаимный обмен информацией между областями. Отметим, что при пересчете значений переменных с одной сетки на другую удобно заранее создать массивы с числом основных и промежуточных горизонтов детальной сетки соответственно между основными и промежуточными горизонтами в верхних  $I$  слоях базовой сетки.

Все расчетные массивы разделяются на две категории. Основные массивы содержат переменные на смешанной, гибридной сетке, в МВО – на детальной, в ГВО – на базовой. Эти массивы, как и при расчете с одной сеткой по вертикали, должны сохраняться и использоваться для продолжения расчета, а также для создания графических файлов. Для расчетов требуются также

временные вспомогательные массивы, которые используются для вычисления градиентов давления, горизонтальных адвекции и диффузии. Вспомогательные массивы строятся отдельно для МВО и ГВО, для каждой области на расширенной сетке, определяемой значениями масок 1, 2, 3. Внутри соответствующей области расчета (маска 1) значения всех переменных во вспомогательных массивах совпадают со значениями переменных в основных массивах. Кроме этого, в эти массивы включаются значения в областях перекрытия (маски 2 и 3), где проводится перерасчет с одной сетки на другую в соответствии с принятой процедурой.

В качестве технической детали отметим, что максимальное число расчетных горизонтов для детальной сетки  $N$  целесообразно выбирать не большим  $K$  – максимального числа горизонтов в базовой сетке, чтобы не увеличивать размерность используемых трехмерных массивов.

**Численные эксперименты.** Предложенный метод был опробован в численных экспериментах по районированию апвеллингов на северо-западном шельфе Черного моря, возникающих в результате действия интенсивных ветров различных направлений. Такие эксперименты обсуждались ранее в работах [4, 5]. В качестве индикатора апвеллинга рассматривалось распределение поверхностной температуры через определенное время после начала действия ветра. При этом анализировалась также структура гидрологических полей в глубинных слоях моря, в окрестностях локальных особенностей рельефа дна. Было показано, что под воздействием ветра в первоначально однородных полях температуры и солености возникают горизонтальные неоднородности, существенно связанные с направлением и интенсивностью ветрового воздействия. Полученные результаты в целом представляются достоверными, но их обоснованность вызвала некоторое неудовлетворение, поскольку в интересующих нас прибрежных районах разрешение по вертикали было достаточно грубым. Поэтому казалось логичным проверить работоспособность предложенного метода именно в таких численных экспериментах модельного характера с достаточно простой пространственной структурой воспроизводимых термогидродинамических полей, используя предыдущие результаты как тест.

В связи с этим описанная выше методика улучшения вертикального разрешения на мелководье была применена в трехмерной численной модели Черного моря [6] (в  $Z$ -координатах), которая использовалась в работах [4, 5]. Модель базируется на примитивных уравнениях гидродинамики океана, в ней не используется приближение «твердой крышки», а непосредственно рассчитывается топография уровня поверхности моря. Исходная система дифференциальных уравнений аппроксимируется разностными аналогами на основе консервативной схемы (бокс-метод) с использованием дозированной схемной диффузии при расчете температуры и солености. Схема двухслойная по времени, неявная при аппроксимации вертикальной диффузии, вязкости, адвекции, придонного трения и ускорения Кориолиса. Разностная сетка неравномерная и сдвинута как по горизонтали (сетка  $B$ ), так и по вертикали.

Рельеф дна аппроксимируется максимально приближенным к реальному, а именно: предполагается, что толщина нижнего придонного бокса является

переменной величиной и определяется как разность между реальной глубиной моря и глубиной нижней границы предпоследнего бокса.

На поверхности моря задается тангенциальное напряжение ветра. На дне принимаются условия обтекания с трением. На боковых твердых границах задаются условия прилипания для горизонтальных компонент скорости течения и дополнительные условия, связанные с введением бигармонического оператора для диссипации. Потоки тепла и соли на всех границах полагаются равными нулю, поскольку влияние этих потоков на перестройку полей температуры, солёности и скорости течения при исследовании формирования апвеллинга несущественно. Предполагается, что возникновение апвеллинга в основном обусловлено действием ветра соответствующего направления и интенсивности. В начальный момент времени поля температуры, солёности и скорости течения считаются известными.

Расчет проводится для всего Черного моря с реальной топографией дна, включая как глубоководную часть, так и северо-западный шельф с о. Змеиный. Выбранное горизонтальное разрешение позволяет достаточно точно описать конфигурацию берега в северной мелководной части шельфа с учетом Днепро-Бугского лимана, Кинбурнской, Тендровской и Джарылгачской кос, Егорлыцкого, Тендровского и Джарылгачского заливов.

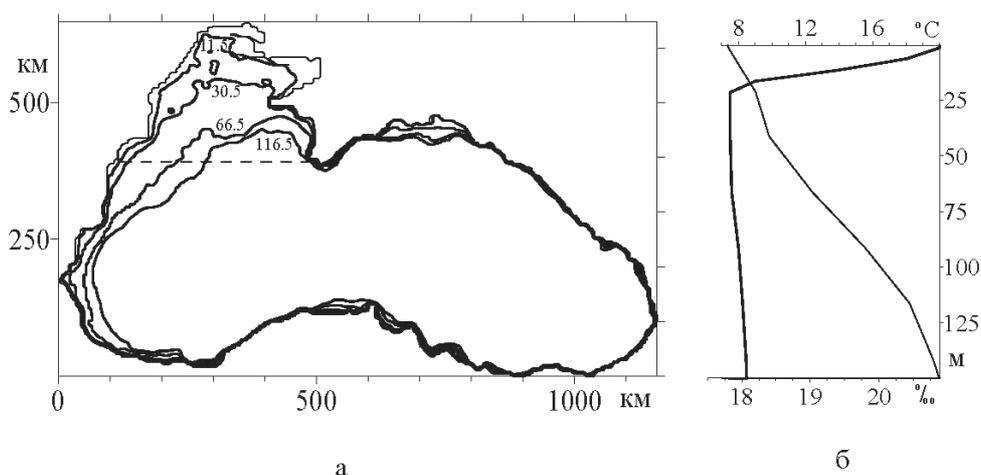
Вся область по горизонтали разбита на боксы, размеры которых составляют 2,5' вдоль параллели (3,36 км) и 1,25' вдоль меридиана (2,31 км). Горизонтальные составляющие скорости течения, температура и солёность рассчитываются на 24 горизонтах: 0,5, 1,5, 6,5, 11,5, 16,5, 21,5, 31,5, 41,5, 66,5, 91,5, 116,5, 141,5, 178,5, 221,5, 268,5, 321,5, 418,5, 521,5, 678,5, 851,5, 1076,5, 1301,5, 1526,5 и 1751,5 м. По введенной выше терминологии, это основные базовые горизонты. Вертикальные составляющие скорости течения рассчитываются на поверхности, дне моря и на горизонтах, расположенных посередине между основными горизонтами. Остров Змеиный моделируется по горизонтали одним боксом.

Коэффициент вертикальной вязкости  $A$  берется зависящим от глубины моря  $H(x, y)$ :  $A = A_0 \min(1, H/H_0)$ , где  $A_0 = 100 \text{ см}^2/\text{с}$ ,  $H_0 = 50 \text{ м}$ . Коэффициент горизонтальной бигармонической вязкости  $A_L = 10^{16} \text{ см}^4/\text{с}$ , коэффициенты вертикальной и горизонтальной бигармонической диффузии  $\mu_z = 5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2/\text{с}$ ,  $\mu_L = 10^{15} \text{ см}^4/\text{с}$  соответственно.

На рис. 2, а приведены береговой контур Черного моря и изобаты 11,5, 30,5, 66,5 и 116,5 м (глубины увеличиваются по мере удаления от берегового контура). В соответствии с выбранным базовым вертикальным разрешением это означает, что в самой близкой к берегу области число основных горизонтов не превышает 3, в следующих областях – 6, 8 и 10 горизонтов. Видно, что практически вся область северо-западного шельфа будет плохо обеспеченной расчетными данными.

Используя предложенную методику, приступим к построению детальной сетки для области, ограниченной изобатой 66,5 м. Выбранная изобата будет отделять ГВО от МВО. В базовой сетке, приведенной выше, это соответствует 9-му горизонту. Таким образом, МВО включает районы, в которых число горизонтов базовой сетки не превышает восьми. Поскольку базовое разре-

ние позволяет довести число расчетных горизонтов в МВО до 24, то (в качестве основного варианта) было выбрано следующее построение детальной сетки. Верхние два горизонта (0,5 и 1,5 м) оставляем без изменения. Между 2-м и 5-м горизонтами, расположенными через 5 м, введем по четыре (всего 12) промежуточных горизонта, т. е. фактически в верхнем слое моря получим равномерную сетку с шагом 1 м (от 0,5 до 16,5 м). Между 5-м и 7-м горизонтами поместим по два промежуточных. Тогда распределение глубин на детальной сетке (с учетом базовых горизонтов) будет следующим: 16,5, 18,16, 19,83, 21,5, 24,5, 27,5 и 30,5 м. Между 7-м и 8-м базовыми горизонтами промежуточных горизонтов не вводим, так что последний (24-й) расчетный горизонт в детальной сетке на глубине 41,5 м совпадает с 8-м базовым горизонтом. В результате благодаря использованию детальной сетки в самой близкой к берегу области, показанной на рис. 2, а, максимальное число горизонтов в вертикальном направлении составляет 11 (на базовой сетке было 3), далее до изобаты 30,5 м – 22 (было 6), до изобаты 66,5 м – 24 (было 8).



**Р и с. 2.** Карта Черного моря с изобатами – а, вертикальные профили температуры (жирная кривая) и солёности в верхнем 150-метровом слое моря – б

В методических целях был рассмотрен еще один вариант детальной сетки – для области, ограниченной изобатой 116,5 м. В базовой сетке это соответствует 11-му горизонту. В этом варианте МВО включает районы, в которых число горизонтов базовой сетки не превышает десяти. При построении детальной сетки в этом случае между 2-м и 4-м горизонтами вводится по четыре (всего 8) промежуточных горизонта, т. е. фактически получаем равномерную сетку с шагом 1 м от 0,5 до 10,5 м. Между 4-м и 7-м горизонтами помещаем по два (всего 6) промежуточных. А глубже 22, 23, 24-й слои детальной сетки совпадают с 8, 9, 10-м слоями базовой сетки.

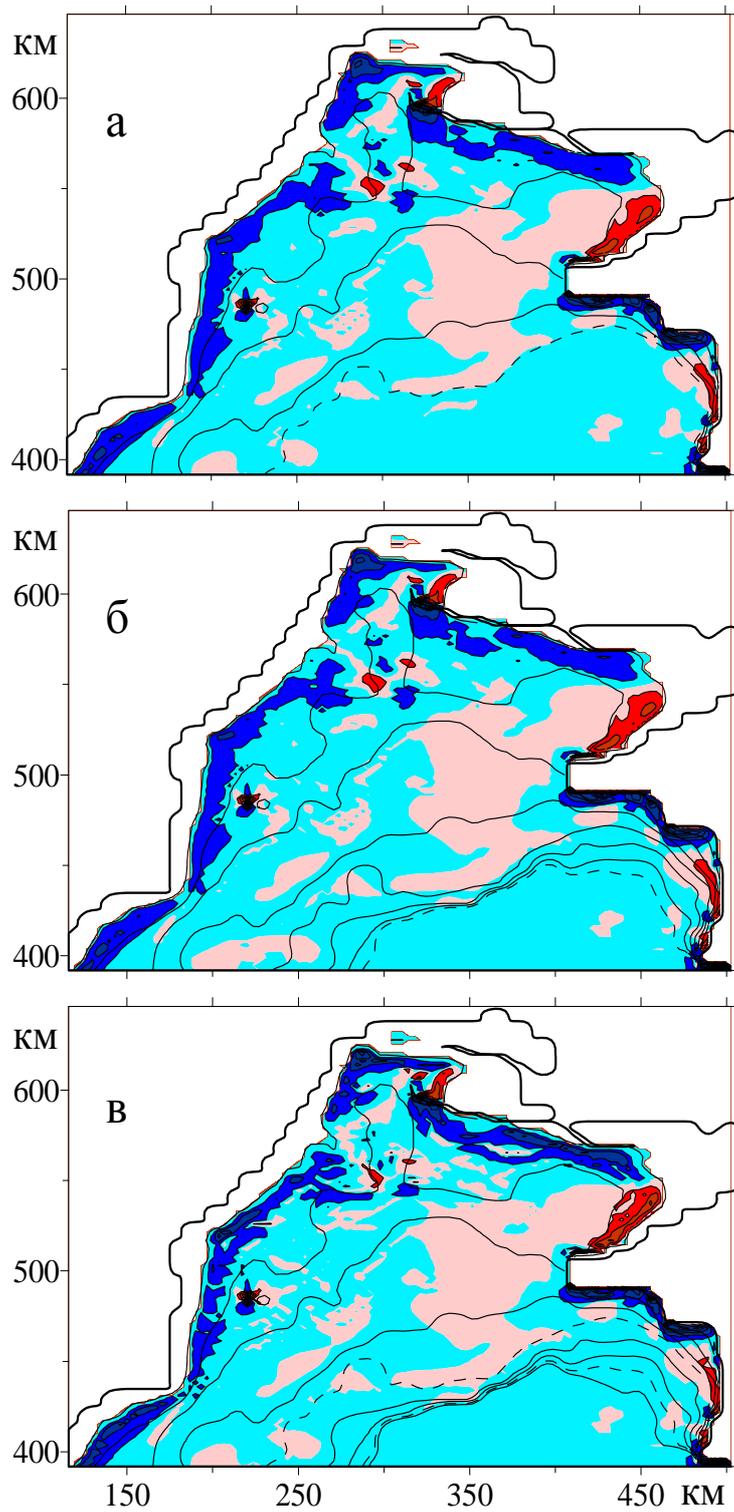
Было проведено три численных эксперимента по моделированию реакции моря на воздействие довольно интенсивного северо-западного ветра.

В этом случае на северо-западном шельфе Черного моря возникает апвеллинг, который четко проявляется в распределениях полей температуры и солености. Амплитуда тангенциального напряжения ветра была взята равной  $4 \text{ см}^2/\text{с}^2$ , что соответствует скорости ветра 15 м/с. Первый эксперимент проводился с использованием во всей рассматриваемой области базовой сетки. Во втором эксперименте в области глубин, меньших 66,5 м, применялась первая детальная сетка. В третьем эксперименте вторая детальная сетка была в области глубин до изобаты 116,5 м.

В начальный момент времени скорость течения во всей области принималась равной нулю, температура и соленость – однородной по горизонтали и стратифицированной по вертикали. Профиль солености соответствовал характерному многолетнему профилю, а профиль температуры – термическому состоянию в начале летнего сезона (на рис. 2, б приведены профили в верхнем 150-метровом слое глубоководной части Черного моря). Расчеты проводились с шагом по времени 7,5 мин на 10 сут. В данной работе обсуждаются результаты, полученные для первых суток, через 4 и 24 ч с начала действия ветра.

Сравнение результатов показало, что во всех трех численных экспериментах рассчитанные поля горизонтальных составляющих скорости течения, температуры и солености оказались близкими и в распределениях на отдельных горизонтах практически неразличимыми. Этот факт является важным и подтверждает правильность ранее полученных выводов, касающихся пространственно-временных характеристик апвеллингов на северо-западном шельфе Черного моря [4, 5].

В то же время существуют и различия. Они проявляются при сравнении распределений вертикальных компонент скорости течения, анализу которых должно уделяться особое внимание именно при исследовании апвеллинга. Дело в том, что распределение вертикальной скорости дает непосредственное представление о зонах подъема и опускания вод, а, как известно, эта величина рассчитывается с большой погрешностью. Распределения вертикальной скорости течения будем рассматривать в области (к северу от штриховой линии на рис. 2, а), в которой практически везде используется детальное разрешение по вертикали. Сразу заметим, что такие распределения рассматриваются на дополнительных горизонтах, расположенных посередине между основными горизонтами. На рис. 3 приведены соответствующие распределения на глубине 9 м через 24 ч расчетного времени для всех трех численных экспериментов. Синие области – районы довольно интенсивного подъема вод ( $< -5 \cdot 10^{-3} \text{ см/с}$ ), красные области – зоны интенсивного опускания ( $> 5 \cdot 10^{-3} \text{ см/с}$ ). На рис. 3, а показано распределение вертикальной скорости, полученное в расчете с первой деталью сеткой. Тонкими линиями приведены изобаты (начиная с 10 м) через 15 м, штриховая линия – граница между ГВО и МВО для данной детальной сетки (изобата 66,5 м).



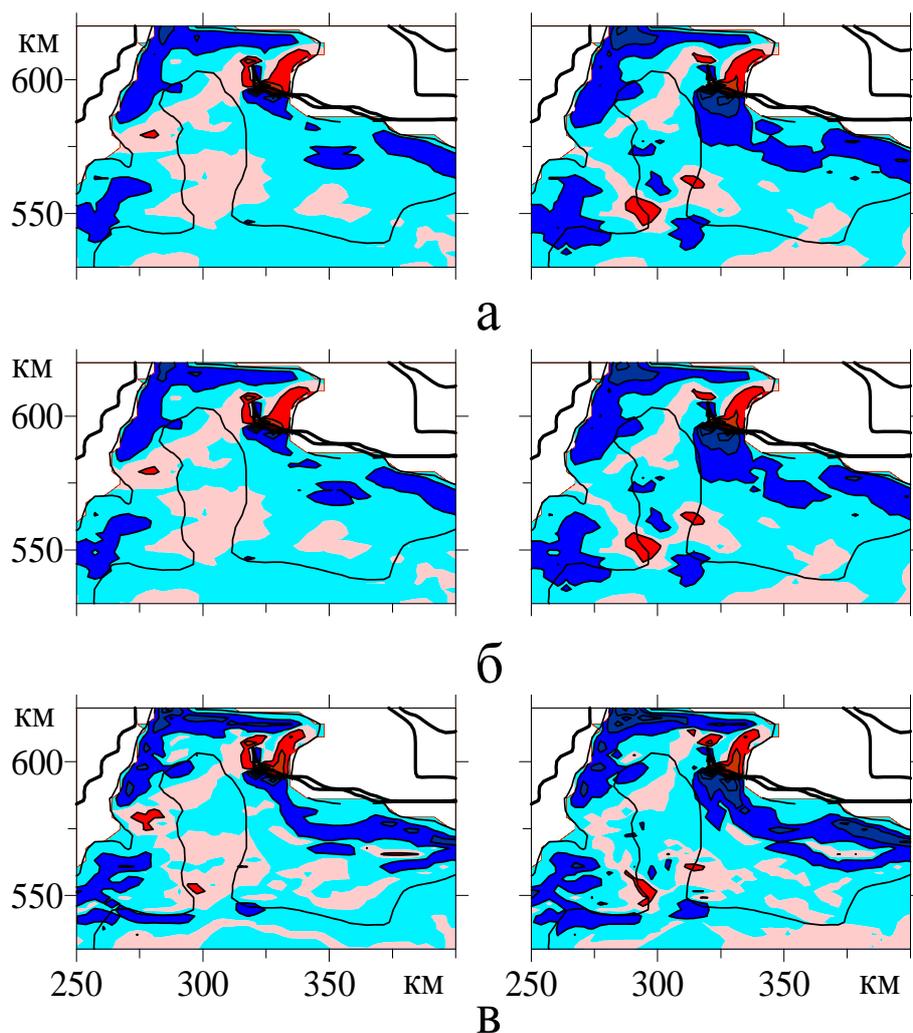
**Р и с. 3.** Зоны подъема (синие области) и опускания (красные области) через 24 ч после начала действия ветра на северо-западном шельфе на глубине 9 м

На рис. 3, б приведено распределение, полученное с использованием второй детальной сетки, с границей между ГВО и МВО, проходящей по изобате 116,5 м. В обоих расчетах глубина 9 м является 9-м сверху дополнительным расчетным горизонтом. Распределение вертикальной скорости течения на рис. 3, в получено в расчете, когда во всей области использовалась базовая сетка и рассматриваемый горизонт – 3-й дополнительный сверху. Штриховые линии здесь соответствуют границам между ГВО и МВО в двух предыдущих расчетах. Видно, что елом местоположение зон подъема и опускания совпадает во всех расчетах. В то же время результаты, полученные с использованием детальных сеток, дают более гладкую по пространству картину с четко выраженными крупномасштабными структурами. При использовании базовой сетки картина вертикальных движений получается более изрезанной и зашумленной, особенно в северной части шельфа, где число расчетных горизонтов на этой сетке не превышает шести.

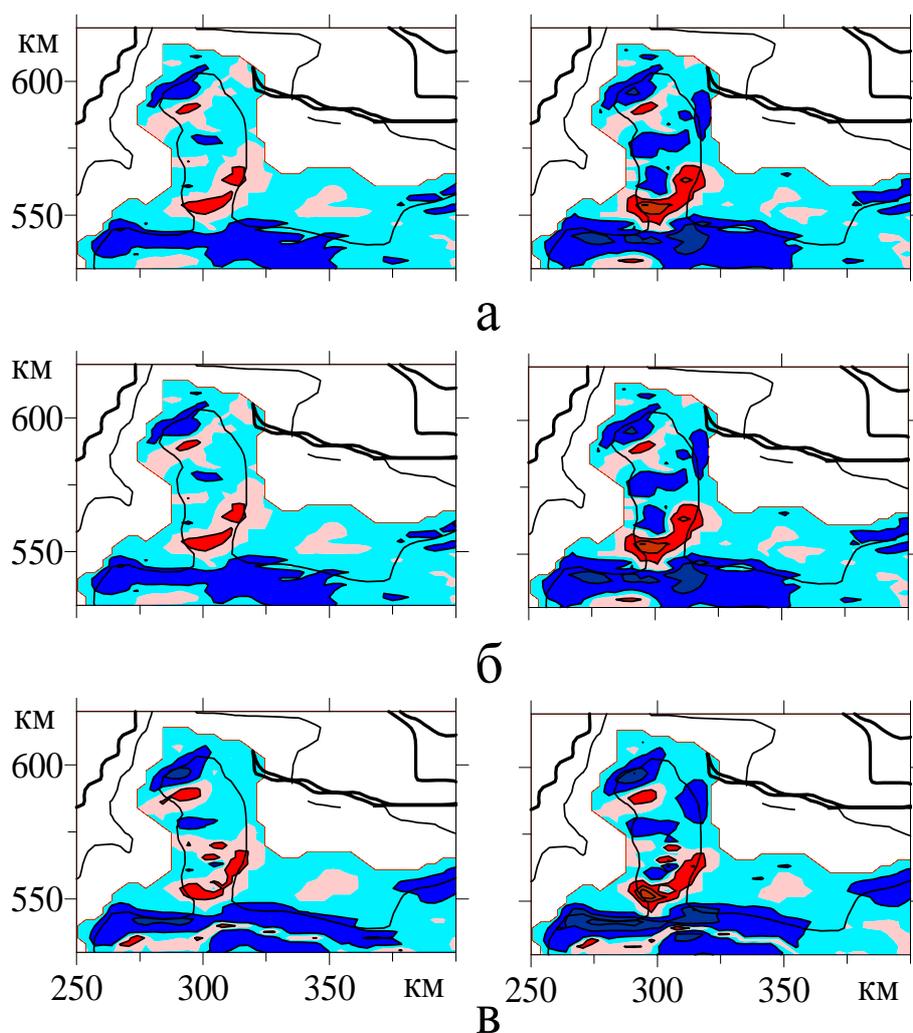
На рис. 4 приведены распределения вертикальной скорости течения в северной части рассматриваемой области – в районе узкой впадины юго-западнее оконечности Тендровской косы – на глубине 9 м через 3 и 24 ч с начала действия ветра. Тонкие линии соответствуют изобатам 10 и 25 м. В первых двух расчетах (рис. 4, а, б) можно видеть, как на мелководье достаточно быстро возникают обширные области подъема вод (слева). К северу от Тендровской косы также быстро формируется область опускания. Со временем зоны подъема вод расширяются и распространяются в глубоководные районы (справа). В частности, в районе впадины возникают зоны с интенсивным подъемом вод, а по краям образуются зоны опускания. В расчете с использованием базовой сетки (рис. 4, в) отчетливо проявляется разница с предыдущими экспериментами: поля более зашумлены, причем эта зашумленность усиливается со временем. Следует отметить однако, что крупномасштабные характеристики зон подъема и опускания вод качественно подобны.

Аналогичные выводы можно сделать при рассмотрении соответствующих распределений на глубине 19 м (18-й дополнительный горизонт первой детальной сетки (рис. 5, а), 16-й дополнительный горизонт второй детальной сетки (рис. 5, б) и 5-й дополнительный горизонт базовой сетки (рис. 5, в)) через 3 ч (слева) и 24 ч (справа) с начала действия ветра. Интересно отметить, что уже через 3 ч с начала действия ветра в рассматриваемой области, расположенной на относительно большой глубине и удаленной от берега, возникает достаточно сложная система чередующихся областей подъема и опускания

вод. Наиболее обширная полоса подъема вод видна вдоль изобаты 25 м. Усложнение картины связано с вытянутой к северу впадиной в рельефе дна, при этом изобата 25 м образует «петлю». Со временем происходит усиление и расширение зон подъема и опускания вод во впадине, и, как видно на рис. 4, через 24 ч соответствующие зоны проявляются четко также на глубине 9 м. В целом при использовании базового разрешения получают более высокие значения вертикальных скоростей с зашумленной пространственной картиной.



**Р и с. 4.** Зоны подъема (синие области) и опускания (красные области) через 3 ч (слева) и 24 ч (справа) после начала действия ветра на глубине 9 м (в северной части шельфа)



Р и с. 5. То же, что на рис. 4, на глубине 19 м

**Выводы.** Предложенный метод путем достаточно несложной модернизации имеющихся численных моделей позволяет улучшить воспроизведение процессов в мелководных районах конкретных морских бассейнов. Эти районы, как правило, вообще исключаются из рассмотрения вследствие недостаточного вертикального разрешения сетки.

На основании проведенных экспериментов можно сделать вывод, что при использовании предложенного метода вложенных сеток вертикальные движения в море рассчитываются со значительно большей точностью. Подчеркнем, что вертикальные скорости течений не поддаются измерениям, и поэтому их расчет имеет особую ценность для решения прикладных народнохозяйственных задач. Можно также надеяться, что этот метод найдет применение для детализации процессов в шельфовой зоне моря при воспроизведении пространственно-временной изменчивости гидрофизических полей под действием реальных внешних факторов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

ISSN 0233-7584. Мор. гидрофиз. журн., 2013, 1

1. *Lie-Yauw Oey*. The formation and maintenance of density fronts on the U.S. southeastern continental shelf during winter // *J. Phys. Oceanogr.* – 1986. – 16, № 6. – P. 1121 – 1135.
2. *Spall M.A., Holland W.R.* A nested primitive equation model for oceanic application // *Ibid.* – 1991. – 21, № 2. – P. 205 – 220.
3. *Михайлова Э.Н., Шапиро Н.Б.* Моделирование распространения и трансформации речных вод на северо-западном шельфе и в глубоководной части Черного моря // *Морской гидрофизический журнал.* – 1996. – № 3. – С. 30 – 40.
4. *Иванов В.А., Михайлова Э.Н., Шапиро Н.Б.* Моделирование ветровых апвеллингов в окрестностях локальных особенностей рельефа дна на северо-западном шельфе Черного моря // Там же. – 2008. – № 3. – С. 68 – 80.
5. *Иванов В.А., Михайлова Э.Н.* Апвеллинг в Черном море. – Севастополь: ЭКОСИ-Гидрофизика, 2008. – 91 с.
6. *Андросович А.И., Михайлова Э.Н., Шапиро Н.Б.* Численная модель и расчеты циркуляции вод северо-западной части Черного моря // *Морской гидрофизический журнал.* – 1994. – № 5. – С. 28 – 42.

Морской гидрофизический институт НАН Украины,  
Севастополь  
E-mail: men\_sh@mail.ru

Материал поступил  
в редакцию 20.06.11  
После доработки 19.07.11

**АНОТАЦІЯ** Пропонується варіант методу вкладених сіток для моделей в Z-координатах, який дозволяє використовувати детальнішу роздільність по вертикалі в мілководних районах моря. Розрахунок швидкості течії, температури та солоності проводиться окремо для областей з різною вертикальною роздільністю шляхом достатньо нескладної модифікації початкового алгоритму. Межа між розрахунковими областями пов'язана з рельєфом дна (проходить по ізобаті). У глубоководній області розрахунок проводиться на базовій сітці, в мілководній використовується докладніша – детальніша – сітка, яка будується на основі базової. При цьому в горизонтальних напрямках розподіл не міняється, розрахунок інтегральної функції струму (або рівня) не вимагає ніякої модифікації і здійснюється для всієї області цілком. Обговорюються результати чисельних експериментів з дослідження апвеллінгів на північно-західному шельфі Черного моря. Показано, що використання детальної сітки призводить до природніших розподілів вертикальної швидкості течії.

**Ключові слова:** тривимірний чисельний експеримент, апвеллінг, Z-координати, метод вкладених сіток, чисельний експеримент, апвеллінг.

**ABSTRACT** A variant of the method of nested grids is proposed for the models in Z-coordinates. It permits to use more detailed vertical resolution in the shallow regions of the sea. Current velocity, temperature and salinity are calculated separately for the areas with different vertical resolutions by means of rather a simple modification of the initial algorithm. The boundary between the areas under calculation is related with the bottom relief (it follows the isobath). In the deep-water part the calculation is carried out on the basic grid, in the shallow water part more detailed grid constructed using the basic one is used. At that the resolution does not change in horizontal directions; calculation of the current (or level) integral function requires no modification and is carried out for the whole region. The results of numerical experiments on studying upwelling on the Black Sea northwestern shelf are discussed. It is shown that application of a more detailed grid results in more natural distributions of a current vertical velocity.

**Keywords:** three-dimensional numerical model, Z-coordinates, method of nested grids, numerical experiment, upwelling.