

# Математическое моделирование морских систем

УДК 551.46.02

И.Е. Тимченко, И.К. Иващенко, Е.М. Игумнова, И.П. Лазарчук

## Ассимиляция данных спутниковых наблюдений в адаптивных моделях параметров морской поверхности

Рассмотрено применение метода адаптивного баланса влияний (*ABC*-метод) в задаче ассимиляции спутниковых наблюдений с целью уточнения осредненных профилей характеристик морской поверхности вдоль траектории пролета спутника. На примере адаптивной *ABC*-модели профилей поверхностной температуры и концентрации хлорофилла *a* построены алгоритмы оптимальной экстраполяции данных наблюдений с использованием методов Колмогорова и Калмана. Приведены результаты усвоения имитированного ряда наблюдений концентрации хлорофилла *a* при постоянных и переменных корреляционных матрицах ряда. Показано, что использование в адаптивных моделях переменных коэффициентов экстраполяции, рассчитываемых по локально однородным корреляционным матрицам, повышает точность усвоения спутниковых данных.

**Ключевые слова:** *ABC*-метод, ассимиляция данных.

Ввиду большого количества факторов, влияющих на формирование основных полей морской поверхности, измеряемых из космоса, – поверхностной температуры, концентрации хлорофилла *a*, возвышений уровня и других характеристик, – пространственные профили параметров в узлах сеточной области представляют собой случайные отклонения от некоторых средних значений. Обычно осредненные профили параметров морской поверхности известны, так как они могут быть построены путем интерполяции при объединении в общий массив данных наблюдений, накопленных за определенный период времени. Новые данные наблюдений, поступающие при очередном пролете спутника вдоль изучаемой подспутниковой траектории на поверхности моря (трек), часто представляют собой дискретные отсчеты упомянутых отклонений, выполненные в последовательности точек трека. Поэтому возникает задача интерполяции дискретных отсчетов в произвольные точки трека с целью уточнения уже имеющихся осредненных профилей параметров морской поверхности. Случайный характер отклонений позволяет применить вероятностный подход для уточнения осредненных профилей путем использования статистических связей, которые существуют между различными параметрами. В такой постановке задача ассимиляции поступающих спутниковых данных сводится к оптимальной фильтрации наблюдений случайных гидрофизических полей [1] с применением методов Колмогорова [2] и Калмана [3].

В научной литературе содержится значительное количество работ, посвященных применению этих методов в метеорологии и океанологии. Наряду с обобщающими исследованиями [4 – 6] значительное внимание уделяется созданию практических методов усвоения данных спутниковых наблюдений

© И.Е. Тимченко, И.К. Иващенко, Е.М. Игумнова, И.П. Лазарчук, 2013

в различных районах океана. Ряд работ посвящен ассимиляции дистанционных наблюдений концентрации хлорофилла  $a$ , а также возвышений уровня в Черном море. В частности, в [6 – 10] предложены новые подходы к усвоению данных спутниковой альтиметрии, наблюдений поля поверхностной температуры, концентрации хлорофилла  $a$  и дистанционных наблюдений плавающих буев в численных моделях циркуляции Черного моря.

В связи с развитием этого направления исследований представляет интерес применение метода адаптивного баланса влияний [11] для ассимиляции спутниковых данных. В работе [12] данные о полях поверхностной температуры и концентраций хлорофилла  $a$  непосредственно включались в уравнения адаптивной модели интегральных процессов в экосистеме верхнего слоя Черного моря в качестве функций источников. В основе  $ABC$ -метода лежит предположение о стремлении динамической системы морской поверхности к состоянию равновесия, при котором внутрисистемные процессы адаптируются друг к другу и к внешним воздействиям таким образом, чтобы общий баланс влияний был равен нулю. Принцип адаптации приводит к относительно простым уравнениям динамических моделей взаимосвязанных процессов, что в свою очередь позволяет упростить уравнения алгоритма фильтра Калмана. Такой вывод содержится в работе [13], где  $ABC$ -метод был использован для получения оптимальных оценок временного ряда наблюдений.

В настоящей работе рассматривается пространственный вариант системы уравнений  $ABC$ -метода в приложении к задаче ассимиляции спутниковых вдольтрековых наблюдений. Мы делаем акцент на методической стороне предлагаемого способа ассимиляции данных. Поэтому в качестве адаптивной модели наблюдаемых параметров морской поверхности выбрана простейшая система  $ABC$ -уравнений, связывающая только два параметра экосистемы верхнего слоя моря – концентрацию хлорофилла  $a$  и поверхностную температуру моря. Кроме того, для получения более надежных оценок точности предлагаемого метода ассимиляции мы используем имитированный ряд вдольтрековых наблюдений концентрации хлорофилла  $a$ .

#### Ассимиляция наблюдений в адаптивных моделях $ABC$ -метода

Идея  $ABC$ -метода заключается в том, что все происходящие в системе процессы непрерывно адаптируются к сумме приложенных к ним внутренних и внешних влияний. Поэтому равновесие в модели любой динамической системы должно быть обеспечено балансом положительных и отрицательных влияний, формируемых обратными связями. Классическим примером уравнения, в котором баланс обратных связей удерживает переменную  $u$  на равновесном значении  $C$ , является динамическое уравнение Ферхюльста, впервые использованное в моделях динамики популяций живых организмов [14]:

$$\frac{du}{dt} = ru\left(1 - \frac{u}{C}\right), \quad (1)$$

где  $u$  – концентрация живой, или органической, субстанции в морской среде;  $r$  – удельная скорость роста концентрации;  $C$  – ресурсная емкость среды, ограничивающая этот рост некоторым естественным пределом. Устойчивым решением этого уравнения является значение  $C$ , в окрестности которого небольшим приращениям  $u$  соответствуют противоположные по знаку приращения скорости ее изменения.

Если к переменной  $u_i$  приложено какое-либо влияние со стороны функции  $A_i(u_j)$ , то уравнение (1) переходит в модульное уравнение ABC-метода [11]

$$\frac{du_i}{dt} = r_i u_i \left\{ 1 - \frac{1}{C_i} [u_i - A_i(u_j)] \right\}. \quad (2)$$

Устойчивое стационарное решение этого уравнения имеет вид

$$u_i^* = C_i + A_i(u_j), \quad (3)$$

из чего следует, что влияющая функция  $A_i(u_j)$  приводит к симметричным отклонениям значений процессов  $u_i$  от состояния невозмущенного равновесия  $u_i^* = C_i$ , совпадающего с серединами интервалов их изменчивости. Знаки отклонений определяются функциями влияния  $A_i(u_j)$ .

Рассмотрим в качестве примера формирование значения  $u_i$  пространственного профиля параметра  $u$  в точке  $l_i$  подспутниковой траектории, восстанавливаемого по данным  $n$  дискретных наблюдений параметров  $u_j$  в точках  $l_j$  этой траектории. Полагая, что каждое из измеренных значений параметров  $u_j$  дает вклад в величину  $u_i$ , пропорциональный степени корреляции между значениями  $u_i$  и  $u_j$ , и обозначая этот вклад как  $u_i = a_{ij} u_j$ , из уравнения (2) получим

$$\frac{du_i}{dt} = u_i \left[ 1 - \frac{1}{C_i} \left( u_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} u_j \right) \right], \quad i \neq j. \quad (4)$$

Как показывают исследования [11 – 13, 15], ABC-модели вида (4) при правильном выборе коэффициентов влияния  $a_{ij}$  обладают быстрой сходимостью к стационарным решениям. В условиях изменяющихся внешних воздействий  $a_{ij} u_j$  происходит непрерывная подстройка решений под сумму этих воздействий благодаря заложенной в структуре уравнений ABC-метода стабилизирующей отрицательной обратной связи второго порядка. Роль внешних воздействий выполняют другие процессы  $u_j$ , объединенные с процессом  $u_i$  в общую систему причинно-следственных связей и описывающие динамику природной среды.

Специфика задачи ассимиляции вдольтрековых измерений параметров морской поверхности заключается в том, что в качестве независимой переменной в системе уравнений (4) вместо времени может быть использована длина дуги трека  $l$ . Тогда задача восстановления значения параметра  $u_i$  в точке трека  $l_i$  с использованием данным наблюдений  $u_j$ , полученных в

предшествующих точках трека, т. е. при  $l_i > l_j$ , становится вполне эквивалентной задаче статистического прогноза этого параметра. Решение этой задачи ABC-методом с использованием алгоритмов Колмогорова и фильтра Калмана было рассмотрено в работе [13].

### Статистический алгоритм ассимиляции спутниковых наблюдений с идентификацией коэффициентов влияний

Коэффициенты влияний  $a_{ij}$  в уравнениях модели (4) с заменой независимой переменной  $t$  на  $l$  могут быть идентифицированы при наличии рядов спутниковых наблюдений, выполненных на протяжении некоторого времени и накопленных, например, в архивах. Для статистической оценки коэффициентов влияний будем предполагать, что ряды наблюдений представляют собой случайные отклонения  $u'_j$  от известных средних значений. Экстраполируемые значения отклонений  $u'_j$  в точках трека будем рассматривать как суммы влияний следующего вида:

$$u'_i = \sum_{j=1}^n g_{ij} u'_j, \quad i \neq j. \quad (5)$$

Введем в рассмотрение коэффициенты взаимной корреляции отклонений

$$P_{kl} = M \{u'_k u'_l\}. \quad (6)$$

Умножая равенство (5) поочередно на  $u'_k$ , выполняя осреднение полученных выражений и используя обозначения (6), получим

$$g_{ij} = P_{ij}^{-1} \left( P_{ij} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n g_{ik} P_{kj} \right). \quad (7)$$

Выражение (7) представляет собой систему линейных алгебраических уравнений для нахождения неизвестных коэффициентов влияний в уравнениях ABC-модели (4). Таким образом, при наличии архивных данных наблюдений для нахождения элементов корреляционной матрицы (6) оказывается возможной объективная оценка коэффициентов влияний  $g_{ij}$ . Заметим, что уравнения для оценки коэффициентов влияний через коэффициенты корреляции совпадают по форме с известными уравнениями оптимальной интерполяции стационарных случайных функций, полученными Колмогоровым [2].

Из общего алгоритма оценки коэффициентов влияний (7) следует, что они не зависят от данных наблюдений, так как определяются только значениями коэффициентов корреляции между точкой  $l_i$  экстраполяции параметра и точками измерений  $l_j$ . Коэффициенты корреляции подстраиваются под схему расположения измерений, чтобы удовлетворить соотношению (7), ко-

торое обеспечивает минимум среднеквадратической ошибки экстраполяции. Поэтому в работе [13] было предложено интерпретировать условие оптимальности оценки (7) как стационарное решение системы уравнений ABC-модели для нахождения коэффициентов влияний:

$$\frac{dg_{ij}}{dl} = g_{ij} \left\{ 1 - 2 \left[ g_{ij} - P_{jj}^{-1} \left( P_{ij} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n g_{ik} P_{kj} \right) \right] \right\}, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (8)$$

Адаптивная модель (8) вводит переменные коэффициенты влияний, которые могут быть рассчитаны для произвольной пары точек, выбранных на треке.

В том случае, когда данных прямых наблюдений отклонений параметров морской поверхности от средних значений недостаточно для нахождения корреляционной функции отклонений  $P_{kl}$ , для ассимиляции спутниковых наблюдений может быть применен адаптивный фильтр Калмана [3]. В работе [13] предложен метод прогнозирования временных рядов наблюдений с ассимиляцией данных, поступающих на момент прогноза. Этот метод представляет собой обобщение рассмотренного выше метода Колмогорова. Идея фильтра Калмана заключается в построении динамической модели для корреляционной функции ошибок прогнозов, позволяющей рассчитывать значения корреляционной функции отклонений  $P_{kl}$  в уравнении (8) через корреляционную функцию «истинного» поля параметра  $u^*$ :

$$R_{kl} = M \{ u_k^* u_l^* \}. \quad (9)$$

Представим вдольтрековый профиль параметра морской поверхности  $u^*$  в виде суммы двух составляющих – результата экстраполяции  $u$  и ошибки экстраполяции  $u'$ :

$$u^* = u + u'. \quad (10)$$

Примем, что результат экстраполяции значений профиля вычисляется по формуле

$$u_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} u_j^*, \quad i \neq j. \quad (11)$$

Подставляя (10) и (11) в определение корреляционной функции ошибок экстраполяции (6), после несложных преобразований получим следующее выражение для функции  $P_{ij}$ :

$$P_{ij} = R_{ij} - \sum_{k=1}^n a_{ik} R_{jk} - \sum_{l=1}^n a_{jl} R_{il} + \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n a_{ik} a_{jl} R_{kl}. \quad (12)$$

Рассматривая выражение (12) как стационарное решение модульного уравнения ABC-метода, можно выписать динамическое уравнение для корреляционной функции ошибок экстраполяции, которое составляет основу алгоритма фильтра Калмана:

$$\frac{dP_{ij}}{dt} = P_{ij} \left[ 1 - 2 \left( P_{ij} - R_{ij} + \sum_{k=1}^n a_{ik} R_{jk} + \sum_{l=1}^n a_{jl} R_{il} - \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n a_{ik} a_{jl} R_{kl} \right) \right]. \quad (13)$$

Наилучшая оценка профиля в точке  $l_i$  будет представлена формулой

$$\hat{u}_i^* = u_i + \sum_{m=1}^n g_{im} u'_m, \quad (14)$$

где  $u'_m$  – измеренные в направлении трека значения ошибок экстраполяции по наблюдениям в  $n$  точках. Для нахождения весовых коэффициентов ассимиляции могут быть использованы формулы (8) и (12) или (13) алгоритма фильтра Калмана.

Заметим, что ввиду значительного объема спутниковой информации, накапливаемой в архивах, в качестве осредненных компонент  $u_i$  в формуле (14) можно использовать результаты скользящего пространственно-временного осреднения соответствующих архивных данных. Что касается корреляционной функции «истинного» поля  $u^*$ , то с некоторым приближением ее также может заменить корреляционная функция этого параметра, построенная по архивным данным. Такая замена представляется оправданной, так как, по определению, пространственно-временная изменчивость корреляционной функции параметров морской поверхности существенно меньше изменчивости самих параметров.

#### **ABC-модель ассимиляции спутниковых данных о полях поверхностной температуры и концентрации хлорофилла $a$**

Будем рассматривать спутниковые измерения как текущую информацию, которую можно использовать для уточнения уже имеющихся представлений о средних полях параметров экосистемы верхнего слоя моря за некоторый период времени. В качестве последних могут фигурировать, например, карты осредненных полей поверхностной температуры, концентрации хлорофилла  $a$ , возвышений уровня морской поверхности, построенные по архивным данным наблюдений. Текущие спутниковые наблюдения вдоль треков можно интерпретировать как случайные отклонения от известных средних значений.

Рассмотрим, например, задачу ассимиляции измеренных со спутника параметров экосистемы – концентрацию хлорофилла  $a$ , которую мы обозначим как  $CH'$ , и поверхностную температуру  $T'$ , – считая, что они представлены на некоторой сетке. Тогда наилучшие оценки сеточных профилей этих параметров  $CH^*$  и  $T^*$  в точке  $l_i$ , где текущие оценки профилей отсутствуют, будут получены, если к известным осредненным значениям  $CH$  и  $T$  в этой точке добавить взвешенные с оптимальными весами оценки отклонений этих

параметров, построенных по данным текущих измерений в некоторой последовательности соседних точек на подспутниковой траектории. Текущие оценки отклонений будем интерпретировать как измерения, ассимилируемые в модели. В такой постановке задача восстановления уточненных профилей  $CH^*$  и  $T^*$  в произвольной точке может быть представлена следующей системой уравнений  $ABC$ -модели:

$$\begin{aligned} \frac{dCH_i^*}{dl} &= CH_i^* \left[ 1 - 2 \left( CH_i^* - CH_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} CH_j' - \sum_{r=1}^m b_{ir} T_r' \right) \right], \\ \frac{dT_i^*}{dl} &= T_i^* \left[ 1 - 2 \left( T_i^* - T_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} CH_j' - \sum_{r=1}^m b_{ir} T_r' \right) \right], \end{aligned} \quad (15)$$

где  $n$  – количество измерений отклонений концентрации хлорофилла  $a$  на подспутниковой траектории, которые удалены от точки  $l_i$  в пределах их радиуса корреляции;  $m$  – соответствующее количество измерений отклонений поля температуры. Переменные модели (15) представляют собой непрерывные функции параметра  $l$  – длины дуги, отсчитываемой от начала трека. Примем, что все зависимые переменные модели (15) приведены к безразмерным множествам значений в интервале  $[0,1]$ .

Введем в рассмотрение авто- и взаимные корреляционные функции отклонений для этих переменных в точках  $l_i$  и  $l_j$ :

$$K_{ij} = M\{CH_i' CH_j'\}, \quad R_{ij} = M\{T_i' T_j'\}, \quad G_{ij} = M\{CH_i' T_j'\}. \quad (16)$$

Коэффициенты влияний в системе уравнений (15) будем искать методом Колмогорова путем минимизации среднеквадратических ошибок оценок  $CH^*$  и  $T^*$  в предположении однородности и изотропности полей отклонений. Тогда, следуя изложенной выше методике, можно построить систему уравнений  $ABC$ -модели для коэффициентов влияний следующего вида:

$$\begin{aligned} \frac{da_{ij}}{dl} &= a_{ij} \left\{ 1 - 2 \left[ a_{ij} - K_{jj}^{-1} \left( K_{ij} - \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq j \\ p \neq i}}^{n+1} a_{ip} K_{pj} - \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq j \\ r \neq i}}^{m+1} b_{ir} G_{rj} \right) \right] \right\}, \\ \frac{db_{ij}}{dl} &= b_{ij} \left\{ 1 - 2 \left[ b_{ij} - R_{jj}^{-1} \left( R_{ij} - \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq i \\ p \neq j}}^{n+1} a_{ip} G_{pj} - \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq j \\ r \neq i}}^{m+1} b_{ir} R_{rj} \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (17)$$

Будем считать, что измерения концентрации хлорофилла  $a$  и поверхностной температуры моря выполняются на подспутниковых треках с одинаковым расстоянием между последовательными отсчетами отклонений  $CH'$  и  $T'$ , приравняем это расстояние к единице. С учетом этого имеем следующий конечно-разностный алгоритм усвоения спутниковых измерений:

$$CH_i^* = 2CH_i^q [1 - (CH_i^q - CH_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n+1} a_{ij} CH_j' - \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq i}}^{m+1} b_{ir} T_r')], \quad (18)$$

$$T_i^* = 2T_i^q [1 - (T_i^q - T_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n+1} a_{ij} CH_j' - \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq i}}^{m+1} b_{ir} T_r')], \quad (19)$$

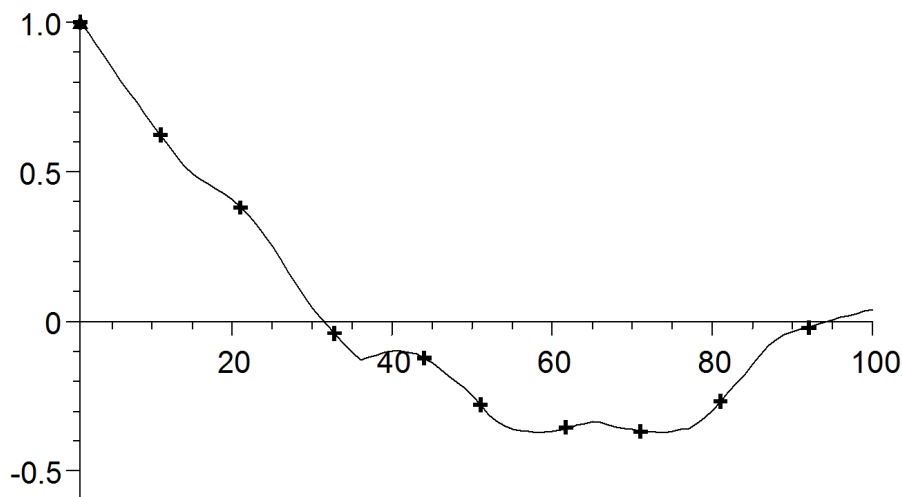
$$a_{ij} = 2a_{ij}^q \{1 - [a_{ij}^q - K_{jj}^{-1} (K_{ij} - \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq j \\ p \neq i}}^{n+1} a_{ip} K_{pj} - \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq j \\ r \neq i}}^{m+1} b_{ir} G_{rj})]\}, \quad (20)$$

$$b_{ij} = 2b_{ij}^q \{1 - [b_{ij}^q - R_{jj}^{-1} (R_{ij} - \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq j \\ p \neq i}}^{n+1} a_{ip} G_{pj} - \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq j \\ r \neq i}}^{m+1} b_{ir} R_{rj})]\}, \quad (21)$$

где верхние индексы  $q$  указывают на переменные, адаптирующиеся к равновесным значениям в процессе итераций.

### Имитационные эксперименты по ассимиляции дистанционных измерений вдоль траектории пролета спутника

Для проверки предложенного алгоритма ассимиляции спутниковых наблюдений (18) – (21) был проведен вычислительный эксперимент, в котором в целях упрощения рассмотрен только один случайный ряд дистанционных измерений параметра экосистемы  $CH'$ . Ряд, содержащий 1000 значений, имитировал отклонения от среднего значения концентрации хлорофилла  $a$  вдоль траектории пролета спутника. Он имел пространственную корреляционную функцию, изображенную на рис. 1.



Р и с. 1. Корреляционная функция  $K_{ij}$  имитированного ряда наблюдений  $CH'$



Алгоритм усвоения наблюдений в этом случае состоял из уравнения (18) и системы уравнений (20) для нахождения весовых коэффициентов ассимиляции. Были проведены два эксперимента. В первом из них предполагалось, что корреляционная функция отклонений сохраняет свой вид вдоль всей траектории полета. Во втором была использована переменная корреляционная функция в предположении локальной однородности реального поля  $CH'$ .

В первом вычислительном эксперименте была поставлена задача восстановления значения поля  $CH_i^*$  в точке  $l_i$ , где отсутствовали измерения, по четырем спутниковым измерениям, расположенным на треке на расстояниях  $l_i - l_j$  от точки  $l_i$ , не превышающих радиуса корреляции функции  $K_{ij}$ , изображенной на рис. 1. Для того чтобы иметь возможность оценить точность восстановления истинного поля  $CH_i^*$ , в качестве спутниковых измерений выбирались значения этого ряда через 10 последовательных элементов, т. е. через 10 единичных шагов по пространству в направлении трека.

В эксперименте проводилась ассимиляция группы из четырех текущих измерений для восстановления значения поля на удалении 60 шагов вперед по треку от ближайшего к точке экстраполяции измерения группы. Вычислительный алгоритм ассимиляции состоял из следующих уравнений:

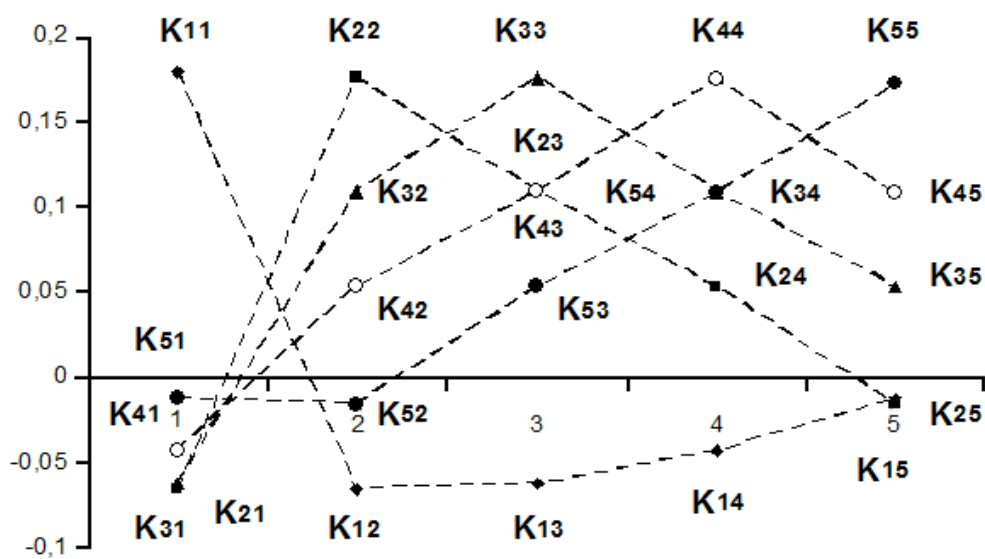
$$CH_i^* = 2CH_i^q \left[ 1 - (CH_i^q - CH_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^5 a_{ij} CH_j') \right], \quad (22)$$

$$\begin{aligned} a_{12} &= 2a_{12}^q \{ 1 - [a_{12}^q - K_{22}^{-1} (K_{12} - a_{13}K_{32} - a_{14}K_{42} - a_{15}K_{52})] \}, \\ a_{13} &= 2a_{13}^q \{ 1 - [a_{13}^q - K_{33}^{-1} (K_{13} - a_{12}K_{23} - a_{14}K_{43} - a_{15}K_{53})] \}, \\ a_{14} &= 2a_{14}^q \{ 1 - [a_{14}^q - K_{44}^{-1} (K_{14} - a_{12}K_{24} - a_{13}K_{34} - a_{15}K_{54})] \}, \\ a_{15} &= 2a_{15}^q \{ 1 - [a_{15}^q - K_{55}^{-1} (K_{15} - a_{12}K_{25} - a_{13}K_{35} - a_{14}K_{45})] \}. \end{aligned} \quad (23)$$

Заметим, что система уравнений для нахождения весовых коэффициентов ассимиляции зависит не только от коэффициентов корреляции, связывающих точку восстановления поля с точками измерений, но также и от статистических связей между самими точками измерений. Поэтому в системе уравнений используются все элементы корреляционной матрицы  $\{K_{ij}\}$ . Элементы матрицы – ненормированные величины постоянных коэффициентов взаимной корреляции отклонений  $CH'$  между точкой восстановления поля на треке с координатой  $l_1$  и точками ассимилируемых измерений с координатами  $l_2, l_3, l_4$  и  $l_5$  при осреднении по всему ряду наблюдений – имели следующий вид:

$$\{K_{ij}\} = \begin{pmatrix} 0,180 & -0,065 & -0,062 & -0,043 & -0,012 \\ -0,065 & 0,176 & 0,109 & 0,054 & -0,015 \\ -0,062 & 0,109 & 0,176 & 0,109 & 0,053 \\ -0,043 & 0,054 & 0,109 & 0,175 & 0,109 \\ -0,012 & -0,015 & 0,053 & 0,109 & 0,173 \end{pmatrix}.$$

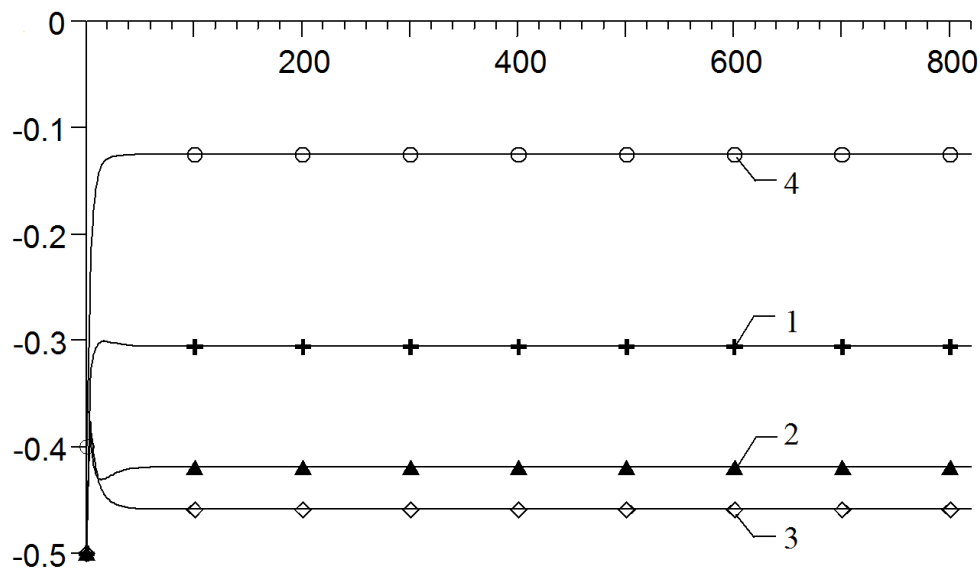
Для наглядности строки элементов корреляционной матрицы представлены на рис. 2 штриховыми линиями. Прямые корреляционные связи точки восстановления поля с точками ассимиляции данных представляет на рис. 2 первая строка матрицы с элементами  $K_{11}, \dots, K_{15}$ . Как видно из этого рисунка, а также из графика корреляционной функции (рис. 1), все прямые связи точек измерений с точками ассимиляции оказались отрицательными. В то же время большинство корреляционных связей между точками измерений имели положительные значения.



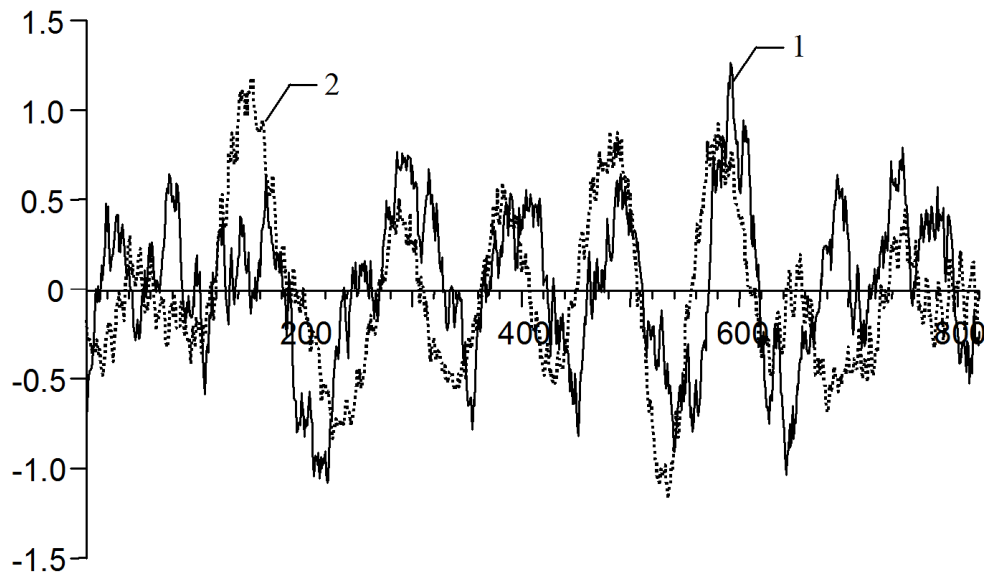
Р и с. 2. Ненормированные величины постоянных коэффициентов авто- и взаимной корреляции отклонений  $CH'$  между точкой восстановления поля на треке  $l_1$  и точками ассимилируемых измерений  $l_2, l_3, l_4$  и  $l_5$  на удалении 60, 70, 80 и 90 шагов вперед вдоль трека

С помощью  $ABC$ -модели (23) по данным корреляционной матрицы были идентифицированы постоянные коэффициенты ассимиляции наблюдений в уравнении (22), они изображены на рис. 3.

С найденными постоянными коэффициентами влияний был восстановлен пространственный профиль отклонений путем экстраполяции на 60 шагов вперед вдоль трека при ассимиляции четырех текущих измерений ряда. Результаты восстановления пространственного профиля  $CH'$  приведены на рис. 4 в сопоставлении с истинными значениями исходного имитированного профиля отклонений.



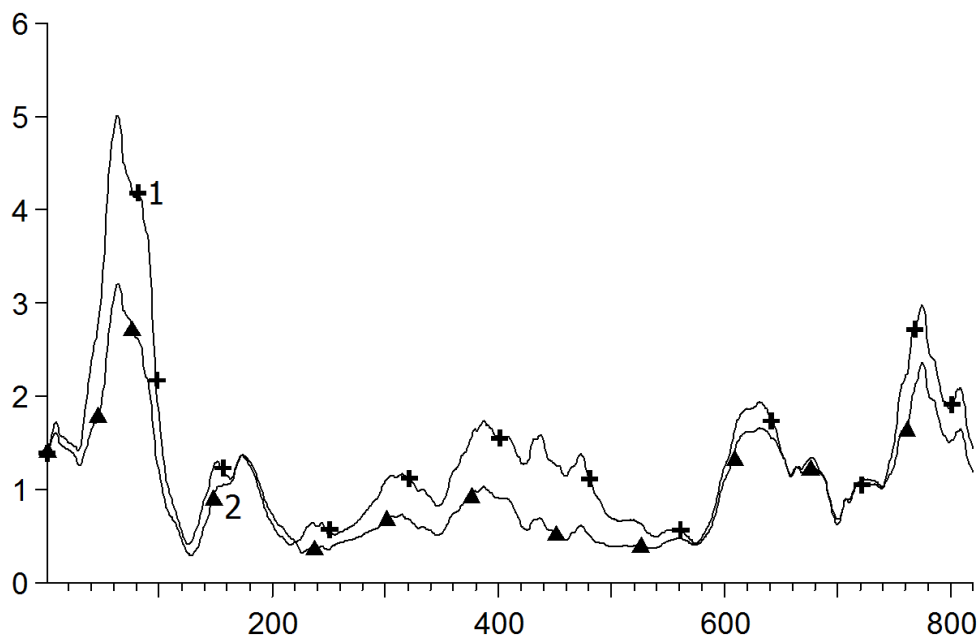
Р и с. 3. Идентифицированные по корреляционным связям постоянные коэффициенты влияний в модели ассимиляции данных: 1 –  $a_{12}$ ; 2 –  $a_{13}$ ; 3 –  $a_{14}$ ; 4 –  $a_{15}$



Р и с. 4. Результаты восстановления профиля отклонений  $CH'$  в точке  $l_1$  вдоль трека по результатам ассимиляции измерений в точках  $l_2, l_3, l_4$  и  $l_5$  на удалении 60, 70, 80 и 90 шагов от  $l_1$  при постоянных коэффициентах влияний: истинный (1) и восстановленный (2) профили

Для количественной оценки качества восстановления было вычислено отношение текущей дисперсии разности между истинным и восстановленным профилями  $CH'$  к текущей дисперсии истинного профиля, имитировавшего наблюдения. При вычислении текущих дисперсий было использовано осреднение по 100 последовательным значениям каждого профиля, переме-

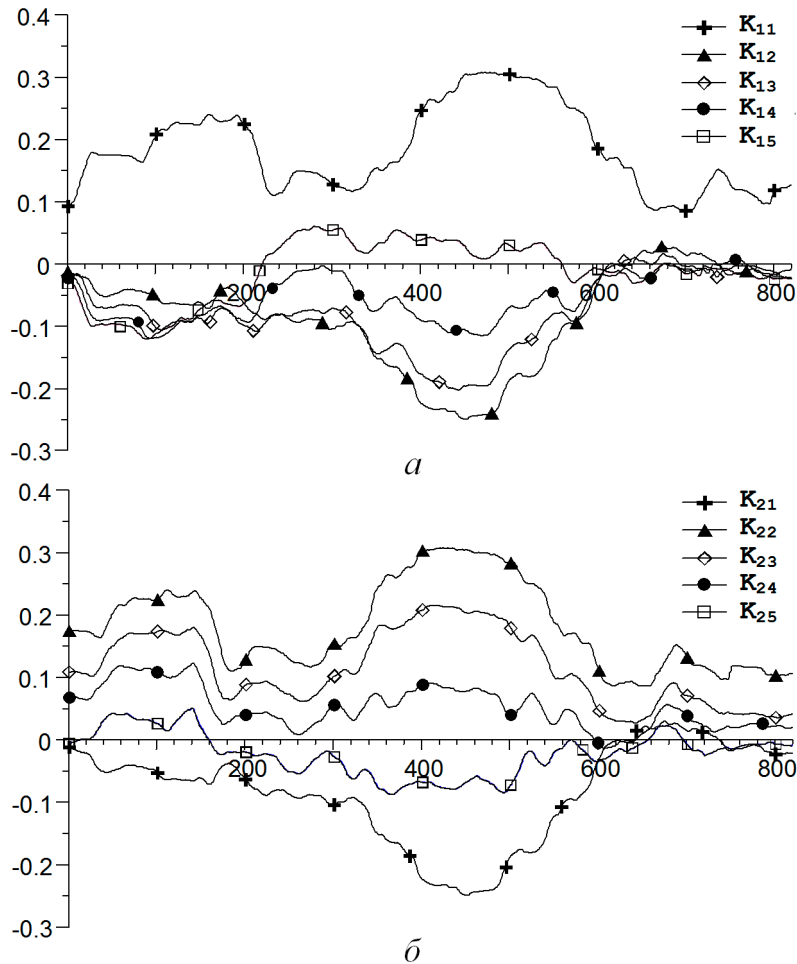
щаемым вдоль трека. Это отношение показано на рис. 5. Для сравнения на этом же рисунке приведена кривая точности восстановления профиля для случая, когда в качестве весовых коэффициентов ассимиляции измерений были использованы нормированные коэффициенты корреляции, входящие только в верхнюю строку корреляционной матрицы:  $a_{12} = K_{12}/K_{11}$ ,  $a_{13} = K_{13}/K_{11}$ ,  $a_{14} = K_{14}/K_{11}$ ,  $a_{15} = K_{15}/K_{11}$ . Эти коэффициенты получаются из системы уравнений (23), когда в ней учитываются только прямые корреляционные связи между точкой восстановления профиля поля и точками измерений на треке, а связи между точками измерений исключены из рассмотрения.



**Р и с. 5.** Динамика точности восстановления профиля отклонений  $SN'$  вдоль трека при постоянных значениях элементов корреляционной матрицы: 1 – с учетом корреляционных связей между измерениями, 2 – без учета

Результаты сравнения точности экстраполяции показали, что при постоянных значениях корреляционной матрицы и постоянных коэффициентах влияний в уравнениях (22), (23) учет корреляционных связей между измерениями не приводит к улучшению качества восстановления профиля.

В дальнейших экспериментах по ассимиляции данных наблюдений предположение о статистической однородности и изотропности поля отклонений было снято. Вместо него принята гипотеза о локальной однородности этого поля и использована переменная вдоль трека корреляционная матрица с коэффициентами, рассчитываемыми по наблюдениям отклонений при движении вдоль трека. Локальная однородность означала, что элементы корреляционной матрицы рассчитывались путем скользящего осреднения по 200 текущим значениям ряда отклонений. Представление о временной изменчивости коэффициентов корреляции, расположенных в двух верхних строках матрицы, дает рис. 6.

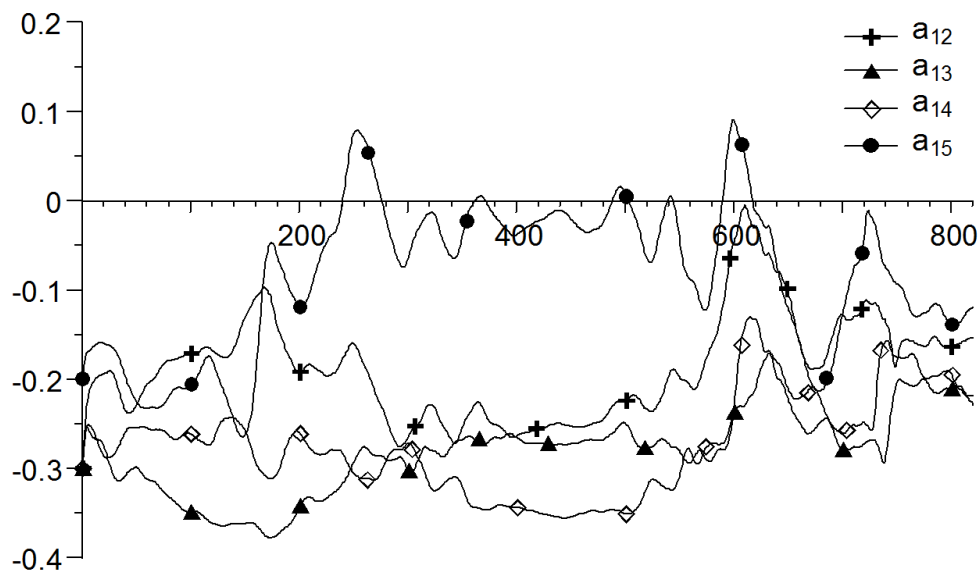


Р и с. 6. Изменчивость элементов первых двух строк корреляционной матрицы отклонений при движении вдоль трека

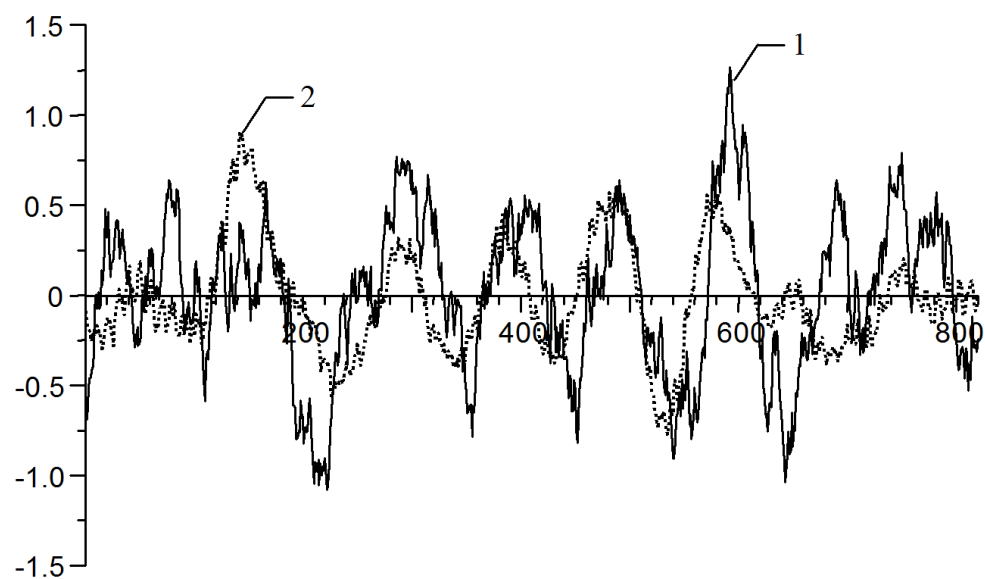
Как следует из сравнения кривых на рис. 6, представляющих элементы корреляционной матрицы, имитированный истинный профиль  $CH'$  имел существенную неоднородность как по дисперсии  $K_{11}$ , так и по связям между отдельными точками профиля. Подстановка переменных коэффициентов корреляции в уравнения  $ABC$ -модели ассимиляции данных (22), (23) позволила рассчитать переменные коэффициенты влияний, которые учитывали статистическую неоднородность случайного профиля отклонений вдоль трека. Идентифицированные переменные коэффициенты влияний представлены на рис. 7. Результаты прогнозирования ряда с переменными коэффициентами влияний приведены на рис. 8.

Для контроля качества восстановления профиля было вычислено отношение текущей дисперсии разности невязок ассимиляции к текущей дисперсии истинного восстанавливаемого профиля. При вычислении текущих дисперсий было использовано скользящее осреднение по 100 значениям откло-

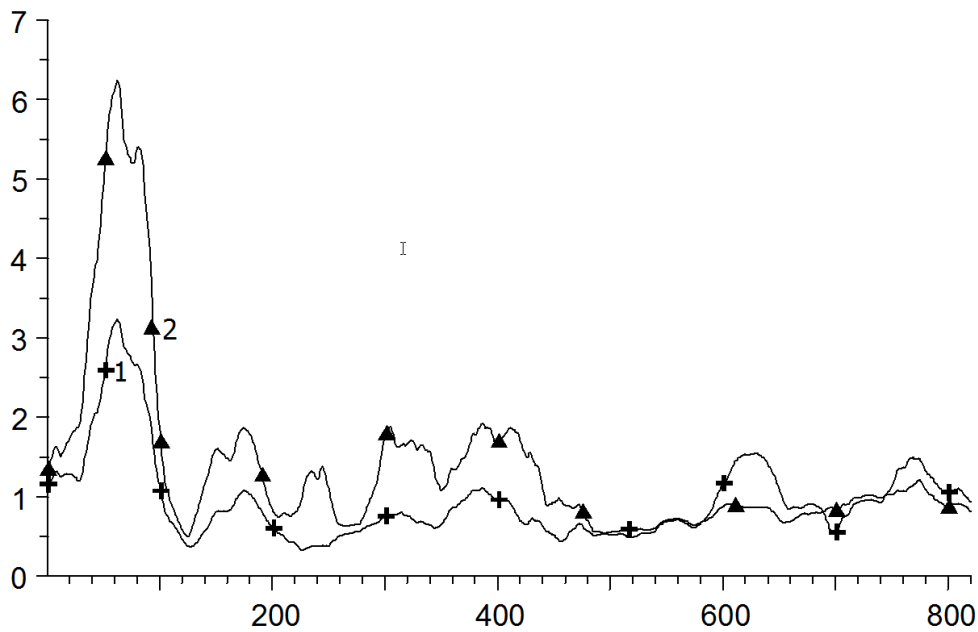
нений (кривая 1 на рис. 9). Для сравнения на этом же рисунке приведена кривая 2 точности ассимиляции при использовании в качестве коэффициентов влияния переменных нормированных коэффициентов взаимной корреляции.



Р и с. 7. Идентифицированные по корреляционным связям переменные коэффициенты влияния  $a_{12} - a_{15}$  при движении вдоль трека

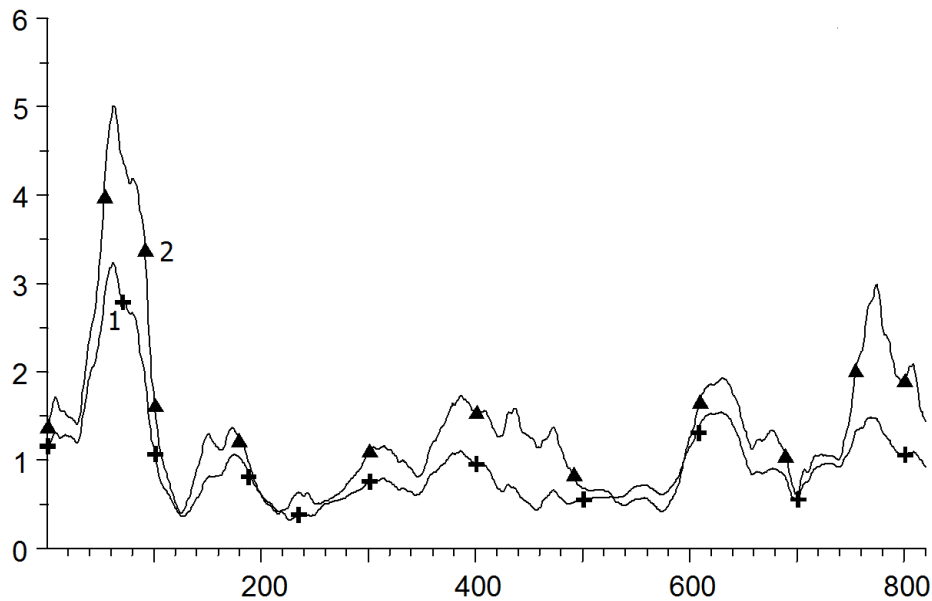


Р и с. 8. Результаты восстановления профиля отклонений  $CH'$  в точке  $l_1$  вдоль трека по результатам ассимиляции измерений в точках  $l_2, l_3, l_4$  и  $l_5$  на удалении 60, 70, 80 и 90 шагов от  $l_1$  при переменных коэффициентах влияния: истинный (1) и восстановленный (2) профили



**Р и с. 9.** Динамика точности ассимиляции при переменных значениях элементов корреляционной матрицы: 1 – с учетом корреляционных связей между измерениями, 2 – без учета

Таким образом, при использовании переменных значений корреляционной матрицы учет статистических связей между измерениями привел к некоторому улучшению качества восстановления профиля  $CH'$  по сравнению с использованием только прямых переменных корреляционных связей между точкой прогноза и точками измерений.



**Р и с. 10.** Кривые точности ассимиляции при переменных (1) и постоянных (2) коэффициентах влияний

Общий итог перехода к гипотезе о локальной однородности профиля отклонений вытекает из сравнения кривых точности ассимиляции данных (рис. 10) при постоянных и переменных коэффициентах влияний в уравнении (22). Видно, что переход к переменным коэффициентам влияний дает улучшение качества восстановления профиля.

### Заключение

Цель настоящей работы состояла в том, чтобы показать возможности построения относительно простых алгоритмов ассимиляции спутниковых данных о параметрах состояния морской поверхности в адаптивных моделях причинно-следственных связей между этими параметрами. Особенностью моделей адаптивного баланса влияний является возможность использования пространственных производных вместо производных по времени в уравнениях, связывающих между собой профили параметров состояния морской поверхности. Рассмотренный в настоящей работе пример простейшей адаптивной модели профилей поверхностной температуры и концентрации хлорофилла  $a$  основан на взаимной коррелированности этих профилей. Физический смысл этой корреляции заключается в наличии общих причин, которые обуславливают подобие тенденций в изменчивости профилей. Как известно, причиной положительной корреляции служит солнечная радиация в инфракрасном и видимом диапазонах спектра, а также горизонтальный перенос и диффузия в верхнем слое. Отрицательная корреляция связана с вертикальным подъемом холодных вод, насыщенных нутриентами. Следовательно, оба коррелированных профиля должны быть адаптированы друг к другу, что и отражает использованная в данной работе простая  $ABC$ -модель (15) – (17).

Еще одной особенностью подобных моделей является модульное уравнение  $ABC$ -метода, из которого следует выражение для стационарного решения этого уравнения. Это обстоятельство позволяет существенно упростить построение алгоритмов ассимиляции данных, основанных на методах Колмогорова и Калмана. Как известно, в методе Колмогорова корреляционная матрица для расчета коэффициентов оптимальной интерполяции должна быть задана, а в методе Калмана для нее должно быть выведено специальное эволюционное уравнение. С этим выводом связаны основные трудности применения фильтра Калмана в задачах геофизики.

Рассмотренный выше пример свидетельствует о том, что в  $ABC$ -моделях взаимосвязанных процессов при использовании метода Колмогорова легко выводится эволюционное уравнение (8) для коэффициентов оптимальной интерполяции профилей, а при использовании метода Калмана – эволюционное уравнение (13) для корреляционной матрицы невязок экстраполяции профилей. Как показали результаты вычислительных экспериментов, наилучшую точность восстановления вдольтрековых профилей параметров морской поверхности обеспечивает ассимиляция спутниковых данных в приближении локальной однородности корреляционных матриц измеряемых профилей.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тимченко И.Е. Системные методы в гидрофизике океана. – Киев.: Наук. думка, 1988. – 180 с.
2. Колмогоров А.Н. Интерполирование и экстраполирование стационарных случайных последовательностей // Изв. АН СССР. Серия матем. – 1941. – 5. – С. 3 – 13.



3. Kalman R.E. A new approach to linear filtering and prediction problems // J. Basic Engen. – 1960. – 82, Ser. D. – P. 35 – 45.
4. Ghil M., Malanotte-Rizzoli P. Data assimilation in meteorology and oceanography // Adv. Geophys. – 1991. – 33. – P. 141 – 266.
5. Robinson A.R., Lermusiaux P.F.J. Overview of data assimilation // Harv. Rep. Phys. Interdiscip. Ocean Sci. – Cambridge, Massachusetts: Harvard University, 2000. – № 62. – 28 p.
6. Коротаев Г.К., Еремеев В.Н. Введение в оперативную океанографию Черного моря. – Севастополь: ЭКОСИ-Гидрофизика, 2006. – 382 с.
7. Дорофеев В.Л., Коротаев Г.К. Ассимиляция данных спутниковой альтиметрии в вихре-разрешающей модели циркуляции Черного моря // Морской гидрофизический журнал. – 2004. – № 1. – С. 52 – 68.
8. Кныш В.В., Инюшина Н.В. Ассимиляция климатических данных в модели циркуляции вод Черного моря с учетом пространственной и временной изменчивости дисперсий и функций взаимной ковариации ошибок прогноза // Там же. – 2008. – № 4. – С. 18 – 31.
9. Demyshev S., Knysh V., Korotaev G. et al. The MyOcean Black Sea from a scientific point of view // Mercator Ocean Quart. Newslet. – October 2010. – № 39. – P. 16 – 24. – <http://www.myocean.eu.org>.
10. Пухтяр Л.Д., Станичний С.В., Тимченко И.Е. Оптимальная интерполяция данных дистанционного зондирования морской поверхности // Морской гидрофизический журнал. – 2009. – № 4. – С. 34 – 50.
11. Тимченко И.Е., Игумнова Е.М., Тимченко И.И. Системный менеджмент и ABC-технологии устойчивого развития. – Севастополь: ЭКОСИ-Гидрофизика, 2000. – 225 с.
12. Тимченко И.Е., Иващенко И.К., Игумнова Е.М., Лазарчук И.П. Оценка пространственных распределений параметров морской экосистемы методом адаптивного баланса влияния // Морской гидрофизический журнал. – 2011. – № 5. – С. 50 – 65.
13. Тимченко И.Е., Игумнова Е.М. Ассимиляция данных наблюдений и адаптивный прогноз природных процессов // Там же. – 2009. – № 6. – С. 47 – 70.
14. Murray J.D. Mathematical biology II: Spatial Models and Biomedical Applications. 3rd edition. – Springer, 2008. – 736 p.
15. Иванов В.А., Игумнова Е.М., Латун В.С., Тимченко И.Е. Модели управления ресурсами прибрежной зоны моря. – Севастополь: ЭКОСИ-Гидрофизика, 2007. – 258 с.

Морской гидрофизический институт НАН Украины,  
Севастополь

Материал поступил  
в редакцию 11.01.12  
После доработки 24.02.12

**АНОТАЦІЯ** Розглянуто застосування методу адаптивного балансу впливів (ABC-метод) у задачі асиміляції супутникових спостережень з метою уточнення осереднених профілів характеристик морської поверхні вздовж траєкторії польоту супутника. На прикладі адаптивної ABC-моделі профілів поверхневої температури та концентрації хлорофілу *a* побудовані алгоритми оптимальної екстраполяції даних спостережень з використанням методів Колмогорова та Калмана. Наведено результати засвоєння імітованого ряду спостережень концентрації хлорофілу *a* при постійних і змінних кореляційних матрицях ряду. Показано, що використання в адаптивних моделях змінних коефіцієнтів екстраполяції, які розраховуються за локально однорідними кореляційними матрицями, підвищує точність засвоєння супутникових даних.

**Ключові слова:** ABC-метод, асиміляція даних.

**ABSTRACT** Application of the method of adaptive balance of causes (ABC-methods) in the problem of satellite observations assimilation in order to clarify averaged profiles of the sea surface characteristics along the satellite flying path is considered. The adaptive ABC-model of the surface temperature profiles and chlorophyll *a* concentration serves an example for constructing the algorithms of observation data optimal extrapolation using the Kolmogorov and Kalman methods. The results of assimilation of a series of simulated observations of chlorophyll *a* concentration at constant and variable number of correlation matrixes are represented. It is shown that application of variable extrapolation coefficients calculated by locally homogeneous correlation matrixes in the adaptive models increases accuracy of satellite data assimilation.

**Keywords:** ABC-method, data assimilation.