УДК 551.466.81

М.В. Билюнас, С.Ф. Доценко

Стационарные волны в двухслойном течении с вертикальным сдвигом скорости

Рассмотрена плоская линейная задача о стационарных поверхностных и внутренних волнах в двухслойном горизонтальном течении идеальной несжимаемой жидкости с вертикальным сдвигом скорости. Исследованы некоторые общие свойства волн. Для экспоненциальных распределений скорости течения в слоях найдено аналитическое решение задачи. Установлено, что в зависимости от исходных параметров течения и стратификации возможны три типа течений сдвигового потока: с отсутствием волновых возмущений потока; с образованием только поверхностных волн; с образованием поверхностных и внутренних волн. Проведено сравнение волновых режимов для двухслойных течений без и с вертикальными сдвигами скорости при одних и тех же полных потоках в слоях. Показано, что сдвиги горизонтальной скорости течения приводят к изменению условий существования поверхностных и внутренних волн, горизонтальной и вертикальной структуры волнового поля.

Ключевые слова: течения с вертикальным сдвигом скорости, двухслойная жидкость, поверхностные волны, внутренние волны, свободные волны, аналитические решения, волновые режимы.

Введение. Морские течения оказывают существенное влияние на кинематику и динамику поверхностных и внутренних гравитационных волн в океане [1 – 3]. Одно из важных направлений волновых исследований как в океане, так и в атмосфере, – анализ волновых процессов при наличии пространственно-неоднородных сдвиговых течений. Это объясняется тем, что практически все течения в океане [4 – 8] и в атмосфере [9, 10] являются сдвиговыми.

Горизонтальные изменения скорости потоков воды приводят к рефракции волн, которая ярко выражена в зонах вихревых образований и струйных течений [1, 11, 12], она также может являться одним из механизмов генерации волн-убийц в океанах и морях [11, 12]. Вертикальные изменения скорости горизонтального потока влияют на характеристики поверхностных и внутренних волн, вертикальную структуру поля скорости [1 – 3, 13], могут приводить к неустойчивости течения [14] и изменению вертикального распределения термодинамических характеристик морской среды [15].

Для правильного описания волновой динамики природных водных бассейнов необходим учет плотностной стратификации жидкости. Наиболее простая модель плотностной стратификации – двухслойная жидкость. Хотя в ней возможны только две моды колебаний (баротропная и низшая бароклинная), такая стратификация позволяет анализировать качественные закономерности волновой динамики бароклинного океана. Более того, по результатам наблюдений большая часть энергии приходится именно на низшие моды внутренних волн [16]. Двухслойное распределение плотности позволяет моделировать сезонный или основной пикноклин в зависимости от перепада плотности между слоями и глубины залегания границы раздела слоев. Задание в слоях горизонтальных сдвиговых течений приводит к упрощенной модели стратифицированного течения с вертикальным сдвигом скорости [3, 13, 17]. Двухслойная модель получила широкое распространение для описания течений в проливах [18 – 20].

Ниже исследуются свободные стационарные поверхностные и внутренние гравитационные волны в двухслойных течениях с экспоненциальным убыванием скорости в слоях при удалении от скачка плотности. Найдено аналитическое решение задачи, выполнен анализ влияния сдвигов скорости течения в слоях на условия реализации тех или иных волновых режимов, характеристики внутренних и поверхностных волн. Задача о стационарных внутренних волнах в течении с линейными и экспоненциальными распределениями скорости в слоях рассматривалась ранее авторами с использованием приближения «твердой крышки» и при условии отсутствия разрыва скорости на скачке плотности [21].

Математическая постановка задачи. Рассматривается плоская задача о волнах в горизонтальном течении идеальной несжимаемой двухслойной жидкости. Горизонтальная скорость течения $U(z)$ изменяется по глубине (рис. 1):

$$U = U_1(z)\ (-h_1 \le z \le 0),\quad U = U_2(z)\ (-H \le z \le -h_1),$$

где z – вертикальная координата, отсчитываемая вверх от невозмущенного положения свободной поверхности. Толщины слоев h_1 и h_2 постоянны; $H = h_1 + h_2$; плотность верхнего слоя – ρ_1, нижнего – ρ_2.

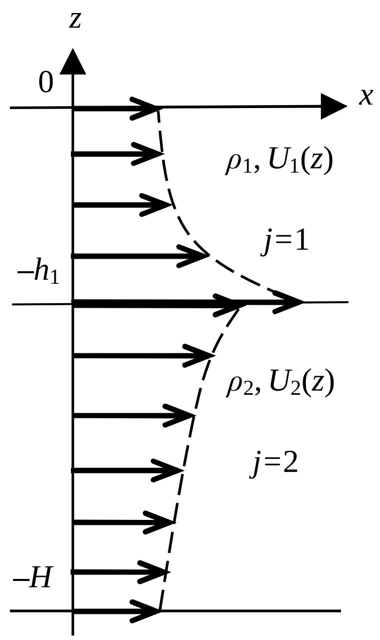
В линейной постановке исследуем стационарные поверхностные и внутренние волны в таком сдвиговом течении. Движение жидкости описывается системой шести линеаризованных относительно среднего течения уравнений:

$$U_j \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x} + \frac{dU_j}{dz}\overline{w}_j = -\frac{1}{\rho_j}\frac{\partial \overline{p}_j}{\partial x}, \quad (1)$$

$$U_j \frac{\partial \overline{w}_j}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_j}\frac{\partial \overline{p}_j}{\partial z}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x} + \frac{\partial \overline{w}_j}{\partial z} = 0, \quad (3)$$

где $\overline{u}_j(x,z)$ – малые возмущения горизонтальной скорости течения; $\overline{w}_j(x,z)$ – вертикальная скорость; $\overline{p}_j(x,z)$ – динамические возмущения гидростатического давления жидкости в слоях; значение индекса $j = 1$ относится к верхнему, $j = 2$ – к нижнему слою.



Р и с. 1. Двухслойное течение со сдвигом скорости

Систему уравнений (1) – (3) необходимо дополнить граничными условиями (кинематическими и динамическими) на свободной поверхности, границе раздела слоев и дне бассейна:

$$\overline{w}_1(x,0)=U_1(0)\frac{d\overline{\zeta}_1(x)}{dx}, \quad \overline{p}_1(x,0)-\rho_1 g\overline{\zeta}_1(x)=0\,, \tag{4}$$

$$\overline{w}_1(x,-h_1)=\theta\overline{w}_2(x,-h_1), \quad \overline{p}_1(x,-h_1)-\rho_1 g\overline{\zeta}_2(x)=\overline{p}_2(x,-h_1)-\rho_2 g\overline{\zeta}_2(x), \tag{5}$$

$$\overline{w}_2(x,-H)=0\,, \tag{6}$$

где $\overline{\zeta}_{1,2}(x)$ – смещения поверхности и границы раздела слоев от горизонтальных положений; g – ускорение свободного падения; $\theta=\dfrac{U_1(-h_1)}{U_2(-h_1)}$.

Редукция задачи к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Для задачи (1) – (6) рассмотрим гармонические по x волны вида

$$\{\overline{u}_j,\overline{p}_j,\overline{\zeta}_j\}=\{u_j(z),p_j(z),\zeta_j\}\cos kx,\ \ \overline{w}_j=w_j(z)\sin kx\,, \tag{7}$$

где k – подлежащее определению волновое число; u_j, w_j, p_j – неизвестные амплитудные функции гидродинамических полей; ζ_j – амплитуды волн на свободной поверхности и границе раздела слоев. Подстановка выражений (7) в (1) – (6) приводит к краевой задаче на собственные значения k:

$$w_1'' - [k^2 + \alpha_1(z)]w_1 = 0 \ \left(-h_1 < z < 0\right), \qquad (8)$$

$$w_2'' - [k^2 + \alpha_2(z)]w_2 = 0 \ \left(-H < z < -h_1\right), \qquad (9)$$

$$w_1'(0) - \nu w_1(0) = 0\,, \qquad (10)$$

$$w_1(-h_1) = \theta w_2(-h_1)\,, \ \ w_2'(-h_1) - \eta w_2(-h_1) - \gamma\theta\, w_1'(-h_1) = 0\,, \qquad (11)$$

$$w_2(-H) = 0\,, \qquad (12)$$

где штрих – производная по z,

$$\alpha_j = \frac{U_j''(z)}{U_j(z)}, \quad \nu = \frac{g + U_1(0)U_1'(0)}{U_1^2(0)}\,,$$

$$\eta = \frac{\varepsilon g}{U_2^2(-h_1)} + \frac{U_2'(-h_1) - \gamma\theta U_1'(-h_1)}{U_2(-h_1)}, \quad \gamma = \frac{\rho_1}{\rho_2}, \quad \varepsilon = 1 - \gamma\,.$$

Распределения $U_{1,2}(z)$ предполагаются гладкими. Задача (8) – (12) на собственные значения $\mu = k^2$ является основной для последующего анализа.

Некоторые общие свойства стационарных волн. Для задачи (8) – (12) справедливы два общих свойства, характеризующие стационарные волны в двухслойном течении.

Следуя работе [21], докажем вещественность собственных значений μ задачи (8) – (12). Выполним с уравнениями (8) и (9) следующие операции:

$$\int_{-h_1}^{0} [(8)\cdot w_1^* - (8)^* \cdot w_1]dz = 0\,, \quad \int_{-H}^{-h_1} [(9)\cdot w_2^* - (9)^* \cdot w_2]dz = 0\,,$$

где звездочка означает знак комплексного сопряжения. Интегрирование по частям предыдущих выражений с учетом (10) – (12) приводит к равенству

$$(\mu^* - \mu)\left(\gamma \int_{-h_1}^{0} |\, w_1\,|^2\, dz + \int_{-H}^{-h_1} |\, w_2\,|^2\, dz\right) = 0\,,$$

из которого для нетривиальных решений задачи (8) – (12) следует $\mu^* = \mu$, что указывает на вещественность всех собственных чисел μ.

Таким образом, для стационарных периодических волн (7) волновые числа k могут быть либо вещественными (при $\mu > 0$), либо чисто мнимыми ($\mu < 0$). Чисто мнимые значения $k = \pm i\sqrt{-\mu}$ соответствуют неустойчивым волнам с экспоненциальным ростом амплитуды по координате x.

Второе свойство волн в сдвиговом течении касается асимптотического поведения волновых чисел k в коротковолновой области движения. Воспользуемся асимптотическими ВКБ-решениями при $k \to +\infty$ системы уравнений (8), (9) [22].

Вертикальная структура короткой поверхностной волны в верхнем слое описывается асимптотическим выражением $w_1 \sim a_s \exp(k_s z)$. Волновое число $k = k_s$ находится из граничного условия (10):

$$k_s = \nu . \tag{13}$$

Вертикальная структура короткой внутренней волны в верхнем и нижнем слоях описывается соответственно выражениями

$$w_1 \sim a_{1i} \exp[-k_i(z + h_1)], \;\; w_2 \sim a_{2i} \exp[k_i(z + h_1)].$$

Их подстановка в граничные условия (11) позволяет найти связь амплитуд вертикальной скорости в слоях $a_{2i} = \theta^{-1} a_{1i}$ и выражение для волнового числа короткой внутренней волны:

$$k_i = \eta (1 + \gamma\theta^2)^{-1} . \tag{14}$$

Вертикальные изменения скорости течения, допускающие аналитические решения. Для распределений горизонтальной скорости сдвигового течения, удовлетворяющих условиям $\alpha_{1,2} = \mathrm{const}$, решение задачи (8) – (12) находится аналитически. К таким распределениям $U(z)$ относятся:

– распределения с постоянными скоростями в слоях;

– распределения с линейными изменениями скорости в слоях;

– распределения с экспоненциальными изменениями скорости в слоях, т. е. $U_1(z) = U_{10} \mathrm{e}^{-\delta_1 z}$, $U_2(z) = U_{20} \mathrm{e}^{\delta_2 (z + h_1)}$, где $\delta_{1,2} > 0$;

– распределения скорости по законам $\mathrm{sh}\, p(z + z_1)$ или $\mathrm{ch}\, p(z + z_1)$, причем вещественные константы p могут быть различными в слоях;

– распределения скорости в слоях по законам $\sin p(z + z_1)$ или $\cos p(z + z_1)$;

– комбинированные распределения, изменяющиеся в слоях по различным из перечисленных выше законам.

При экспоненциальных изменениях скорости течения в слоях решение задачи записывается в виде

$$u_1(z) = A \frac{k_1}{k} \left(\mathrm{ch} k_1 z + \frac{k_1}{\nu} \mathrm{sh} k_1 z \right), \quad u_2(z) = A \frac{k_2}{k} \frac{(k_1 \mathrm{ch} k_1 h_1 - \nu \mathrm{sh} k_1 h_1)}{\nu\theta \mathrm{sh} k_2 h_2} \mathrm{ch} k_2 (z + H) ,$$

$$w_1(z) = A \left(\mathrm{sh} k_1 z + \frac{k_1}{\nu} \mathrm{ch} k_1 z \right), \quad w_2(z) = A \frac{(k_1 \mathrm{ch} k_1 h_1 - \nu \mathrm{sh} k_1 h_1)}{\nu\theta \mathrm{sh} k_2 h_2} \mathrm{sh} k_2 (z + H) ,$$

$$\zeta_1 = -\frac{A}{\nu U_{10}} \frac{k_1}{k} , \quad \zeta_2 = -\frac{A}{k\theta U_{20}} \left(\frac{k_1}{\nu} \mathrm{ch} k_1 h_1 - \mathrm{sh} k_1 h_1 \right),$$

где $k_{1,2} = \sqrt{k^2 + \delta_{1,2}^2}$; A – произвольный амплитудный множитель. Волновые числа $k > 0$ находятся из трансцендентного уравнения

$$(k_1 \mathrm{cth} k_1 h_1 - \nu)\,(k_2 \mathrm{cth} k_2 h_2 - \eta - \gamma\theta^2 \nu) = \gamma\theta^2 (\nu^2 - k_1^2) . \tag{15}$$

Анализ возможных волновых режимов. Опираясь на уравнение (15), рассмотрим волновые режимы, возможные в двухслойных течениях с экспоненциальными вертикальными распределениями скорости в слоях. Сопоставим полученные результаты с найденными для течения Кельвина – Гельмгольца в предположении, что средние скорости в слоях,

$$C_1 = \frac{1}{h_1}\int_{-h_1}^{0} U_1(z)dz\,, \quad C_2 = \frac{1}{h_2}\int_{-H}^{-h_2} U_2(z)dz\,,$$

для обоих течений совпадают.

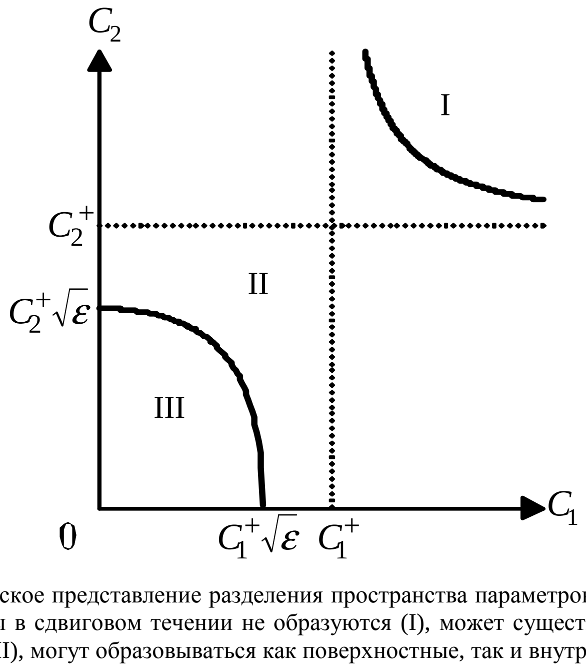
Анализ трансцендентного уравнения (15) позволил определить условия существования вещественных корней, соответствующих волнам в сдвиговом течении. Уравнение границы $C_2 = C_2(C_1)$, разделяющей на плоскости (C_1, C_2) области с различными волновыми режимами, записывается следующим образом:

$$C_2 = \frac{1-\mathrm{e}^{-\delta_2 h_2}}{\delta_2 h_2}\sqrt{\frac{g}{\delta_2(\mathrm{cth}\delta_2 h_2 - 1)}\left[1+\frac{\gamma g(\mathrm{e}^{\delta_1 h_1}-1)^2}{C_1^2\delta_1^3 h_1^2(\mathrm{cth}\delta_1 h_1 + 1) - g}\right]}\,,$$

где C_1, C_2 – скорости в слоях бессдвигового течения с теми же полными потоками, что и у течения с вертикальными сдвигами скорости.

Функция $C_2(C_1)$ терпит разрыв второго рода при $C_1 = C_1^+$, а при $C_1 \to \infty$ стремится к значению C_2^+. Значения C_j^+ находятся по формуле

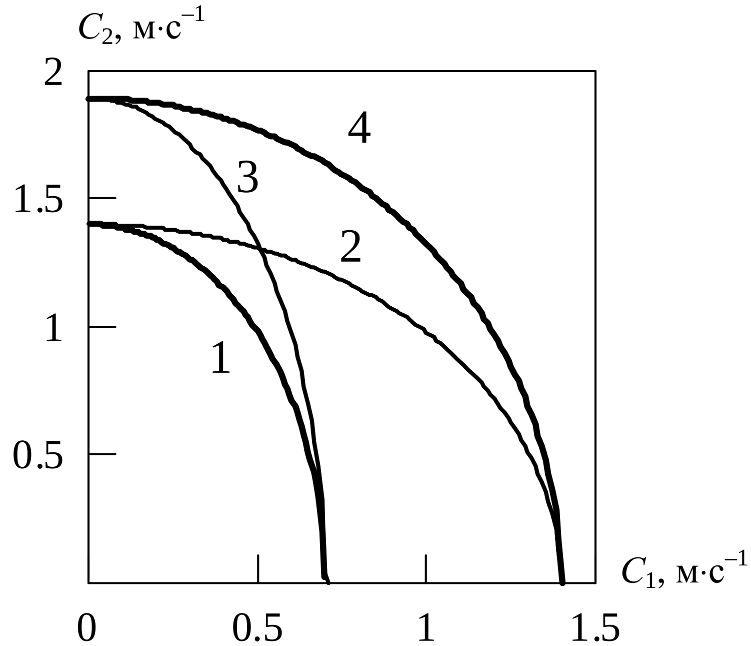
$$C_j^+ = \frac{(-1)^{j+1}\{\exp[(-1)^{j+1}\delta_j h_j]-1\}}{\delta_j h_j}\sqrt{\frac{g}{\delta_j[\mathrm{cth}\delta_j h_j + (-1)^{j+1}]}}\,.$$



Р и с. 2. Схематическое представление разделения пространства параметров задачи на области, в которых волны в сдвиговом течении не образуются (I), может существовать только поверхностная волна (II), могут образовываться как поверхностные, так и внутренние волны (III)

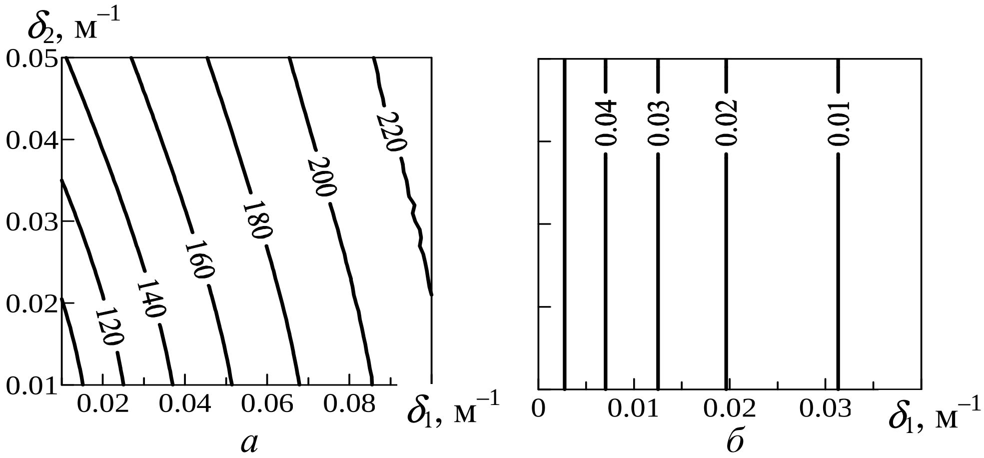
На рис. 2 схематически показаны области в пространстве параметров, для которых возможны следующие волновые режимы: когда волны в потоке не образуются (I); когда в сдвиговом течении могут существовать только поверхностные волны (II); когда в течении могут образовываться поверхностные и внутренние волны (III). Для реализации безволнового режима (I) средние скорости течений в слоях должны превосходить значения C_1^+ и C_2^+. Для реальных океанических течений скорости имеют гораздо меньшие значения [4 – 6, 8]. Иначе говоря, безволновой режим (I) невозможен в реальных условиях. Область III существования поверхностных и внутренних волн зависит от относительного перепада плотности ε между слоями: при увеличении параметра ε область существования внутренних волн расширяется.

На рис. 3 показана граница разделения волновых режимов II и III для экспоненциальных распределений скорости при различных δ_1 и δ_2 с такими же полными потоками жидкости в слоях, как и для бессдвигового течения (кривая *1*). Наличие сдвига скорости потока только в верхнем или только в нижнем слое приводит к расширению области параметров, при которых существуют внутренние волны (кривые *2* и *3*), по сравнению с бессдвиговым течением (кривая *1*). Одновременное увеличение сдвигов скорости фонового течения в обоих слоях, как показывает кривая *4*, вызывает расширение области значений параметров, при которых существуют внутренние волны в сдвиговом течении.



Р и с. 3. Граница, разделяющая области параметров II и III, при одних и тех же полных потоках в слоях C_1 = 0,3 м·с$^{-1}$, C_2 = 0,05 м·с$^{-1}$ и параметрах стратификации h_1 = 50 м, h_2 = 200 м, ε = 0,001: *1* – бессдвиговое течение; *2* – течение с экспоненциальным распределением скорости только в верхнем слое (δ_1 = 0,05 м$^{-1}$, δ_2 = 0); *3* – течение с экспоненциальным распределением скорости только в нижнем слое (δ_1 = 0, δ_2 = 0,008 м$^{-1}$); *4* – течение с экспоненциальными распределениями скорости в каждом слое (δ_1 = 0,05 м$^{-1}$, δ_2 = 0,008 м$^{-1}$)

На рис. 4 представлены зависимости длин внутренних и поверхностных волн от сдвигов скорости при условии равенства полных потоков жидкости в слоях для течений со сдвигом и без сдвига скорости. Длина внутренней волны растет с увеличением сдвига скорости течения в обоих слоях, причем изменение сдвига в верхнем слое оказывает более заметное влияние. На длины поверхностных волн сдвиг скорости течения в нижнем слое практически не оказывает влияния (изолинии почти параллельны оси абсцисс). Рост сдвига скорости течения в верхнем слое приводит к уменьшению длины поверхностной волны, что можно объяснить уменьшением скорости течения в окрестности свободной поверхности жидкости.



Р и с. 4. Длины внутренних (*а*) и поверхностных (*б*) волн (в метрах) в зависимости от сдвигов скорости течения в верхнем δ_1 и нижнем δ_2 слоях при параметрах стратификации h_1 = 50 м, h_2 = 200 м, ε = 0,001 и средних скоростях в слоях C_1 = 0,3 м·с$^{-1}$, C_2 = 0,05 м·с$^{-1}$

Заключение. В линейной постановке рассмотрена плоская задача о поверхностных и внутренних стационарных волнах в двухслойном течении с вертикальным сдвигом скорости. Показано, что такие течения могут быть либо неустойчивыми (экспоненциальный рост амплитуд волновых возмущений с расстоянием), либо устойчивыми с образованием гармонических по горизонтальной координате баротропных и бароклинных волн. С помощью ВКБ-приближения найдены простые асимптотические оценки для волновых чисел коротких поверхностных и внутренних волн.

Получены аналитические решения задачи, описывающие стационарные поверхностные и внутренние волны в потоке с экспоненциальными изменениями по вертикали скоростей течения в слоях. Установлено, что в зависимости от параметров течения возможны три волновых режима: с отсутствием волновых возмущений течения; с образованием в течении только поверхностной волны; с одновременным существованием в потоке жидкости гармонических поверхностной и внутренней волн. Увеличение сдвигов скорости в слоях и перепада плотности между ними приводит к увеличению длин волн и к расширению диапазонов изменения параметров, для которых существуют внутренние волны. На длины поверхностных волн сдвиг в нижнем (более толстом) слое практически не влияет, а сдвиг в верхнем слое приводит к их уменьшению.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Филлипс О.М.* Динамика верхнего слоя океана. – Л.: Гидрометеоиздат, 1980. – 320 с.
2. *Краусс В.* Внутренние волны. – Л.: Гидрометеоиздат, 1968. – 272 с.
3. *Ле Блон П., Майсек Л.* Волны в океане. Т. 1, 2. – М.: Мир, 1981. – 478 с., 373 с.
4. *Евгенов Н.И.* Морские течения. – Л.: Гидрометеоиздат, 1954. – 110 с.
5. *Фомин Л.М.* Вычисление абсолютной скорости течений в океане по результатам гидрологических измерений // Исследование течений океана. – М.: Наука, 1985. – С. 54 – 67.
6. *Бурков В.А.* Развитие экспериментальных исследований экваториальных течений Мирового океана // Там же. - С. 67 – 91.
7. *Степанянц Ю.А., Фабрикант А.Л.* Распространение волн в сдвиговых гидродинамических течениях // Успехи физических наук. – 1989. – 159, вып. 1. – С. 83 – 123.
8. *Морозов А.Н., Лемешко Е.М.* Опыт использования акустического доплеровского измерителя течений (*ADCP*) в условиях Черного моря // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа // Севастополь: ЭКОСИ-Гидрофизика, 2004. – Вып. 12. – С. 457 – 476.
9. *Berkofsky L.* Internal gravity-vorticity lee waves over mountains // J. Geophys. Res. – 1960. – 65, № 11. – P. 3685 – 3692.
10. *Погосян Х.П.* Общая циркуляция атмосферы. – Л.: Гидрометеоиздат, 1972. – 394 с.
11. *White B.S., Fornberg B.* On the change of freak waves // J. Fluid Mech. – 1998. – 255. – P. 113 – 138.
12. *Лавренов И.В.* Математическое моделирование ветровых волн в пространственно-неоднородном океане. – С.-Петербург: Гидрометеоиздат, 1998. – 500 с.
13. *Букатов А.Е., Власенко В.И., Стащук Н.М. и др.* Поверхностные и внутренние гравитационные волны в океане. – Киев: Наук. думка, 1989. – 144 с.
14. *Дикий Л.А.* Гидродинамическая устойчивость и динамика атмосферы. – Л.: Гидрометеоиздат, 1976. – 108 с.
15. *Loveti J.R.* Vertical temperature gradient variations related to current shear and turbulence // Limnol. Oceanogr. – 1968. – 13, № 1. – P. 127 – 142.
16. *Каменкович В.М., Кошляков М.Н., Монин А.С.* Синоптические вихри в океане. – Л.: Гидрометеоиздат, 1987. – 512 с.
17. *Суворов А.М.* Генерация внутренних волн в потоке двухслойной жидкости со сдвигом скорости // Цунами и внутренние волны. – Севастополь: МГИ АН УССР, 1976. – С. 170 – 178.
18. *Brandt P., Alpers W., Backhaus J.O.* Study of the generation and propagation of internal waves in the Strait of Gibraltar using a numerical model and synthetic aperture radar images of the European ERS 1 sattelite // J. Geophys. Res. – 1996. – 101, № C6. – P. 14237 – 14252.
19. *Watson G.* Internal waves in a stratified shear flow: the Strait of Gibraltar // J. Phys. Oceanogr. – 1994. – 24, № 2. – P. 509 – 517.

20. *Морозов А.Н., Лемешко Е.М., Иванов В.А. и др.* Течения в Керченском проливе по данным *ADCP*-наблюдений 2008 – 2009 годов. // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа. – Севастополь: МГИ НАН Украины, 2010. – Вып. 21. – С. 253 – 267.

21. *Билюнас М.В., Доценко С.Ф.* Свободные внутренние волны в неоднородном течении с вертикальным сдвигом скорости // Морской гидрофизический журнал. – 2012. – № 1. – С. 3 – 16.

22. *Федорюк М.В.* Асимптотические методы для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Наука, 1983. – 352 с.

Морской гидрофизический институт НАН Украины,
Севастополь
E-mail: sf_dotsenko@mail.ru

Материал поступил
в редакцию 12.10.12

АНОТАЦІЯ Розглянуто плоску лінійну задачу про стаціонарні поверхневі та внутрішні хвилі у двошаровій горизонтальній течії ідеальної нестисливої рідини з вертикальним зсувом швидкості. Досліджено деякі загальні властивості хвиль. Для експоненціальних розподілів швидкості течії в шарах знайдено аналітичне рішення задачі. Встановлено, що залежно від вихідних параметрів течії та стратифікації можливі три типи течій зсувного потоку: з відсутністю хвильових збурень потоку; з утворенням лише поверхневих хвиль; з утворенням поверхневих і внутрішніх хвиль. Проведене порівняння хвильових режимів для двошарових течій без та з вертикальними зсувами швидкості при одних і тих самих повних потоках у шарах. Показано, що зсуви горизонтальної швидкості течії призводять до зміни умов існування поверхневих і внутрішніх хвиль, горизонтальної та вертикальної структури хвильового поля.

Ключові слова: течії з вертикальним зсувом швидкості, двошарова рідина, поверхневі хвилі, внутрішні хвилі, вільні хвилі, аналітичні рішення, хвильові режими.

ABSTRACT Plane linear problem of stationary surface and internal waves in a two-layer horizontal flow of ideal incompressible fluid with velocity vertical shear is considered. Some general properties of the waves are investigated. The analytical solution of the problem is found for exponential velocity distributions in the layers. It is shown that depending on initial parameters of the flow and stratification, three types of currents of a shear flow are possible: when the flow wave disturbances are absent; when only surface waves are formed; when surface and internal waves are formed. The wave regimes in two-layer flows both with the velocity vertical shears and without them are compared at the identical full flows in the layers. It is shown that vertical shears of a current horizontal velocity result in changes in the conditions of surface and internal waves' existence, and horizontal and vertical structures of a wave field.

Keywords: currents with velocity vertical shear, two-layer fluid, surface waves, internal waves, free waves, analytical solutions, wave regimes.