

Исследование свободных колебаний жидкости в ограниченном бассейне, представляющем приближенную модель Азовского моря

© 2016 Ю.В. Манилюк, Л.В. Черкесов

Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь, Россия
E-mail: uvmsev@yandex.ru

Поступила в редакцию 20.10.2015 г. После доработки 26.11.2015 г.

На основе аналитического решения системы уравнений длинных волн рассмотрены особенности сейшевых и сейшеобразных колебаний (комбинация мод сейш) в модельном бассейне, имеющем характерные размеры Азовского моря.

Установлено, что колебания уровня моря при сейшеобразных колебаниях принципиально отличаются от колебаний уровня при сейшевых колебаниях. Сейшеобразные колебания имеют одну узловую линию, которая поворачивается против часовой стрелки с течением времени. Максимальные возвышения уровня в отдельных областях акватории водоема могут приближаться к максимально возможным значениям, равным сумме амплитуд взаимодействующих волн и имеющим место в начальный момент времени. Максимальное значение модуля скорости волновых течений во всех рассмотренных случаях существенно меньше максимально возможного значения. Направление векторов волновых течений постоянно изменяется со временем, поворачиваясь по часовой стрелке.

Ключевые слова: сейши, сейшеобразные колебания, свободные волны, длинные волны, течения, Азовское море, аналитические решения.

Введение. Сейши являются одним из наиболее распространенных явлений в ограниченных водоемах и вносят значительный вклад в формирование их гидрологических режимов [1, 2]. Это обусловлено тем, что причин, вызывающих их, много, и для их генерации не требуется большого количества энергии [2, 3].

В результате воздействия вынуждающих сил в водоеме возникает начальное изменение уровня жидкости, которое после прекращения действия возмущения трансформируется в колебания, представляющие суперпозицию нескольких мод сейш. Назовем их сейшеобразными колебаниями жидкости.

Теоретическое исследование сейш в реальных водоемах затруднено тем, что водоемы имеют сложную геометрическую форму и переменную глубину. В силу этого получить аналитические решения уравнений гидродинамики для них пока не удастся. Поэтому приходится решать задачу численно. Для этого используются два подхода. При первом моделируется воздействие на поверхность водоема возмущающей силы, после прекращения действия которой исследуются колебания жидкости в водоеме. Возмущения могут быть весьма разнообразными в виде: циклона [4]; движущегося барического фронта [5]; волнопродуктора на жидкой границе бассейна, генерирующего волны на резонансных частотах [6]; поля ветра [7]. При этом неизвестно, из чего складывается результирующее колебание поверхности моря. Предполагается, что оно представляет собой суперпозицию нескольких мод сейш. При втором

подходе численно решается задача на собственные значения. Здесь также используется широкий набор разных методов на основе: метода конечных разностей [8]; метода конечных элементов [9]; *RT*-алгоритма конформного отображения [10]. Так, для Азовского моря на основе метода конечных элементов получено решение задачи на собственные значения в статье [9]. В результате рассчитаны периоды и определена пространственная структура мод сейш.

Аналитические решения позволяют получить более полную картину явления и исследовать его детальнее. В работах [11 – 13] для некоторых бассейнов простой формы приведены формулы для расчета периодов сейш и отклонений свободной поверхности. Из бассейнов, для которых можно найти аналитическое решение, к Азовскому морю по своей форме наиболее близок прямоугольный бассейн постоянной глубины.

Целью данной работы является нахождение в линейном приближении аналитического решения задачи о сейшах для прямоугольного бассейна постоянной глубины, которое позволяет рассчитать периоды мод сейшевых колебаний, отклонения свободной поверхности и скорости волновых течений. На основе полученного решения исследуются сейшевые и сейшеобразные колебания. В работе [14] показано, что после прохождения над Азово-Черноморским бассейном барического фронта могут возникать низшие моды баротропных сейш. Поэтому нами рассмотрены сейшеобразные колебания, представляющие собой суперпозицию первых двух мод сейш.

Постановка задачи и получение аналитического решения. Рассмотрим свободные колебания однородной жидкости в замкнутом бассейне. Предположим, что волны длинные и атмосферное давление над акваторией бассейна постоянное. В таком случае движение жидкости описывается системой уравнений [15]

$$u_t = -g\zeta_x, \quad v_t = -g\zeta_y, \quad \zeta_t = -(hu)_x - (hv)_y, \quad (1)$$

где использованы следующие обозначения: x, y – декартовы координаты, u, v – проекции вектора скорости движения жидкости на осях x, y соответственно, ζ – отклонение свободной поверхности, h – глубина бассейна, t – время, g – ускорение свободного падения.

На твердых боковых стенках бассейна должно выполняться условие непротекания

$$V_n = 0. \quad (2)$$

Здесь V_n – нормальная к боковой стенке бассейна составляющая скорости.

Рассмотрим прямоугольный бассейн, имеющий постоянную глубину h . Длина бассейна равна a , ширина b . С учетом этого граничные условия (2) примут вид

$$u(0, y) = 0, \quad u(a, y) = 0; \quad v(x, 0) = 0, \quad v(x, b) = 0. \quad (3)$$

Будем искать решение системы (1) в виде функций, периодических по времени и удовлетворяющих граничным условиям (3):

$$\begin{aligned}
u_{km}(x, y, t) &= \bar{u}_{km}(y) \sin(k\pi x a^{-1}) \sin \sigma_{km} t, \\
v_{km}(x, y, t) &= \bar{v}_{km}(x) \sin(m\pi y b^{-1}) \sin \sigma_{km} t, \\
\zeta_{km}(x, y, t) &= \bar{\zeta}_{km}(x, y) \cos \sigma_{km} t,
\end{aligned} \tag{4}$$

где σ_{km} – частота колебаний жидкости, $k = 0, 1, 2, \dots$; $m = 0, 1, 2, \dots$.

Подставив (4) в систему (1), получим

$$\frac{\partial \bar{\zeta}_{km}(x, y)}{\partial x} = -\frac{\sigma_{km}}{g} \bar{u}_{km}(y) \sin \frac{k\pi x}{a}, \tag{5}$$

$$\frac{\partial \bar{\zeta}_{km}(x, y)}{\partial y} = -\frac{\sigma_{km}}{g} \bar{v}_{km}(x) \sin \frac{m\pi y}{b}. \tag{6}$$

Интегрируя уравнения (5) по x , а (6) по y , имеем

$$\bar{\zeta}_{km}(x, y) = \frac{\sigma_{km} a}{g k \pi} \bar{u}_{km}(y) \cos \frac{k\pi x}{a}, \tag{7}$$

$$\bar{\zeta}_{km}(x, y) = \frac{\sigma_{km} b}{g m \pi} \bar{v}_{km}(x) \cos \frac{m\pi y}{b}. \tag{8}$$

Будем искать $\bar{u}_{km}(y)$ и $\bar{v}_{km}(x)$ в виде

$$\bar{u}_{km}(y) = u_{0km} \cos(m\pi y b^{-1}), \quad \bar{v}_{km}(x) = v_{0km} \cos(k\pi x a^{-1}). \tag{9}$$

Здесь u_{0km} , v_{0km} – амплитуды составляющих скорости.

Приравнявая правые части уравнений (7), (8) друг к другу и заменяя $\bar{u}_{km}(y)$ и $\bar{v}_{km}(x)$ на выражения из (9), находим соотношение между амплитудами составляющих скорости

$$v_{0km} = \frac{am}{bk} u_{0km}. \tag{10}$$

Из третьего уравнения системы (1), учитывая (4), (8), получим

$$-\frac{\sigma_{km}^2 a}{g k \pi} u_{0km} \cos \frac{k\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} \sin \sigma_{km} t = -h \pi u_{0km} \left(\frac{k}{a} + \frac{m^2 a}{k b^2} \right) \cos \frac{k\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} \sin \sigma_{km} t.$$

Отсюда находим выражения для вычисления частот сейшевых колебаний жидкости в бассейне прямоугольной формы постоянной глубины:

$$\sigma_{km} = \pi \sqrt{gh} \sqrt{\frac{k^2}{a^2} + \frac{m^2}{b^2}}, \tag{11}$$

$$\tau_{km} = \frac{2}{\sqrt{gh}} \frac{ab}{\sqrt{k^2 b^2 + m^2 a^2}}. \tag{12}$$

С учетом (7), (9) формула (4) примет вид

$$\zeta_{km}(x, y, t) = \frac{\sigma_{km} a}{gk\pi} u_{0km} \cos \frac{k\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} \cos \sigma_{km} t. \quad (13)$$

Выражение (13) можно записать так:

$$\zeta_{km}(x, y, t) = \zeta_{0km} \cos \frac{k\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} \cos \sigma_{km} t, \quad (14)$$

где ζ_{0km} – амплитуда отклонения свободной поверхности.

Формула (14) позволяет найти профиль свободной поверхности жидкости для заданных значений k , m , ζ_{0km} и геометрических параметров бассейна a , b .

Используя (13) и (14), получим

$$\zeta_{0km} = \frac{\sigma_{km} a}{gk\pi} u_{0km}. \quad (15)$$

С учетом выражения (11) соотношение (15) примет вид

$$\zeta_{0km} = \frac{a}{k} u_{0km} \sqrt{\frac{h}{g} \sqrt{\frac{k^2}{a^2} + \frac{m^2}{b^2}}}. \quad (16)$$

Отсюда имеем формулу для вычисления значений u_{0km} по заданному значению ζ_{0km} :

$$u_{0km} = \zeta_{0km} \sqrt{\frac{g}{h} \frac{kb}{\sqrt{k^2 b^2 + m^2 a^2}}}. \quad (17)$$

Подставляя выражение (17) в (10), получим формулу для вычисления v_{0km} по заданному значению ζ_{0km} :

$$v_{0km} = \zeta_{0km} \sqrt{\frac{g}{h} \frac{ma}{\sqrt{k^2 b^2 + m^2 a^2}}}. \quad (18)$$

Используя (4), (9), (17), (18), выпишем формулы для расчета составляющих волновых скоростей:

$$u_{km}(x, y, t) = \zeta_{0km} \sqrt{\frac{g}{h} \frac{kb}{\sqrt{k^2 b^2 + m^2 a^2}}} \sin \frac{k\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} \sin \sigma_{km} t, \quad (19)$$

$$v_{km}(x, y, t) = \zeta_{0km} \sqrt{\frac{g}{h} \frac{ma}{\sqrt{k^2 b^2 + m^2 a^2}}} \cos \frac{k\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{b} \sin \sigma_{km} t. \quad (20)$$

Таким образом, для прямоугольного бассейна постоянной глубины получено решение системы уравнений длинных волн, позволяющее найти периоды мод сейшевых колебаний по формуле (12) и, задавая начальные значения амплитуд отклонений свободной поверхности ζ_{0km} , рассчитать на основе со-

отношения (14) отклонения свободной поверхности и с помощью выражений (19), (20) волновые скорости соответствующих мод.

Сейшевые колебания. Анализ формул (14), (19), (20) позволяет разделить сейши на три вида. Вид определяется значениями индексов k, m . У сейш первого вида $k \neq 0, m = 0$, а u, v, ζ не зависят от координаты y . У сейш второго вида $k = 0, m \neq 0$, а u, v, ζ не зависят от координаты x . Третий вид сейш имеет $k \neq 0, m \neq 0$, при этом u, v, ζ зависят и от координаты x , и от координаты y .

Количество узловых линий уровня у каждой моды сейш равно сумме индексов $k + m$. Число узловых линий, параллельных оси y , равно k , а параллельных оси x , равно m .

Рассмотрим особенности волновых движений, имеющих место для всех указанных выше видов сейш. Расчеты проведены для прямоугольного бассейна длиной 450 км, шириной 250 км, глубиной 10 м, который является приближенной моделью Азовского моря, имеющей его характерные размеры.

В таблице приведены для первых восьми мод сейшевых колебаний значения периодов сейш и максимальные значения модуля скорости волновых течений, рассчитанные по формуле $|\mathbf{V}_{km}| = \sqrt{u_{km}^2 + v_{km}^2}$ для амплитуды отклонения свободной поверхности, равной 0,3 м.

Периоды сейш и максимальные значения модуля скорости волновых течений

Номер моды	Период, ч	k	m	$ \mathbf{V}_{km} ^{\max}$, м/с
1	25,25	1	0	0,29
2	14,03	0	1	0,29
3	12,63	2	0	0,29
4	12,26	1	1	0,26
5	9,39	2	1	0,22
6	7,01	0	2	0,29
7	6,76	1	2	0,28
8	6,30	2	2	0,26

Как видно из таблицы, наибольший период, равный 25,25 ч, имеет продольная одноузловая сейша. Периоды остальных мод значительно меньше: 14,03 ч (одноузловая поперечная сейша), 12,63 ч (двухузловая продольная сейша), 12,26 ч (двухузловая продольно-поперечная сейша). Периоды сейш третьей (12,63 ч) и четвертой (12,26 ч) мод отличаются друг от друга незначительно. Это указывает на то, что не всегда можно однозначно идентифицировать моды сейшевых колебаний по длительности периодов. Максимальные скорости волновых течений одно- и двухузловых сейш первого ($k \neq 0, m = 0$) и второго ($k = 0, m \neq 0$) видов равны 0,29 м/с. Максимальные скорости волновых течений сейш третьего вида ($k \neq 0, m \neq 0$) всегда меньше, чем сейш первого и второго видов. Из всех рассмотренных здесь мод сейш третьего

вида наибольшую скорость волновых течений, равную 0,28 м/с, имеет седьмая мода ($k = 1, m = 2$), а наименьшую, равную 0,22 м/с, – пятая мода ($k = 2, m = 1$). Максимальные скорости волновых течений сейш (($k = 1, m = 1$) и ($k = 2, m = 2$)), имеющих одинаковое количество узловых линий, перпендикулярных как оси x , так и оси y , равны друг другу и составляют 0,26 м/с.

Рассмотрим подробнее структуру колебаний уровня. У сейш первого и второго видов все изолинии уровня параллельны. При этом у сейш первого вида изолинии параллельны оси y , а у сейш второго вида – оси x . В силу этого области, в которых отклонения уровня максимальны, расположены в окрестностях отрезков, параллельных одной из осей координат. Две из этих областей обязательно совпадают с боковой границей бассейна. У сейш третьего вида параллельны осям координат только узловые линии, остальные изолинии представляют собой кривые, расположенные в прямоугольниках, образованных пересекающимися узловыми линиями. Размеры областей, в которых отклонения уровня максимальны, значительно меньше, чем у сейш первого и второго видов. Для каждого из трех видов сейш, рассмотренных нами, в окрестности всех угловых точек бассейна существуют области, в которых отклонения уровня максимальны.

Сейшевые колебания вызывают течения, охватывающие весь объем жидкости в бассейне. Течение жидкости для сейш первого вида происходит параллельно оси x , а для сейш второго вида – параллельно оси y . Для сейш третьего вида картина волновых течений сложнее, чем для сейш первого и второго видов. Эти течения происходят под различными углами к осям координат.

Для сейш первого и второго видов области наибольших скоростей течений располагаются в окрестности узловых линий. Для сейш третьего вида изолиния скорости (для каждой моды она имеет свою величину) разделяет акваторию бассейна на ячейки. Выделяются ячейки, в которых скорость минимальная, и ячейки, в которых течения наиболее интенсивные. Расположение зон интенсивных волновых течений существенно зависит от номера моды. Имеются ячейки с постоянной скоростью, составляющей около 50% от максимального значения. Для каждой моды сейш выделяются ячейки, примыкающие к углам бассейна, в которых течения имеют минимальную интенсивность.

Для всех трех видов сейш встречаются как сходящиеся, так и расходящиеся потоки. Направления волновых течений изменяются на противоположные каждые полпериода соответствующей моды. Модуль скорости первые полпериода возрастает от нуля до максимального значения, а затем следующие полпериода убывает до нуля.

Сейшеобразные колебания. Рассмотрим взаимодействие двух мод сейшевых колебаний на примере суперпозиции ζ_{01} и ζ_{10} .

На рис. 1, а приведены максимальные для всего бассейна значения отклонений уровня $\zeta_{01} + \zeta_{10}$ за интервал времени $3\tau_{10}$ с шагом Δt , где τ_{10} – период первой моды сейшевых колебаний, $\Delta t = \tau_{10} / 20$. При этом амплитуды отклонений уровня взаимодействующих мод в начальный момент времени равны 0,3 м.

При $t = 0$ отклонение уровня максимально и составляет 0,6 м. С течением времени значение максимума убывает, достигает величины 0,24 м через

$3\Delta t$ (3,78 ч), затем возрастает до 0,39 м к моменту времени $6\Delta t$ (7,56 ч). После этого снова убывает до 0,32 м при $t = 7\Delta t$ (8,82 ч), затем возрастает до 0,58 м при $t = 10\Delta t$ (12,6 ч). Аналогичные колебания уровня происходят в следующие временные интервалы $(\tau_{10}, 2\tau_{10}]$ и $(2\tau_{10}, 3\tau_{10}]$. Таким образом, за интервал времени, равный τ_{10} , максимум уровня совершает два колебания. В этом сказывается влияние более короткопериодной моды ($\tau_{01}/\tau_{10} = 0,55$). Расчеты показали, что при взаимодействии двух мод максимальная амплитуда результирующей волны может быть близка к сумме амплитуд взаимодействующих мод и в данном случае достигала 98% от возможного максимума в момент времени, равный $20\Delta t$ (25,2 ч), и 88% от возможного максимума в момент времени, равный $40\Delta t$ (50,4 ч). Отметим также, что в течение расчетного интервала времени максимум амплитуды результирующей волны был больше 10 см, за исключением узкого интервала в окрестности момента времени $45\Delta t$ (56,7 ч), в который максимум равен нулю. При этом значения максимального возвышения и максимального понижения уровня равны по модулю.

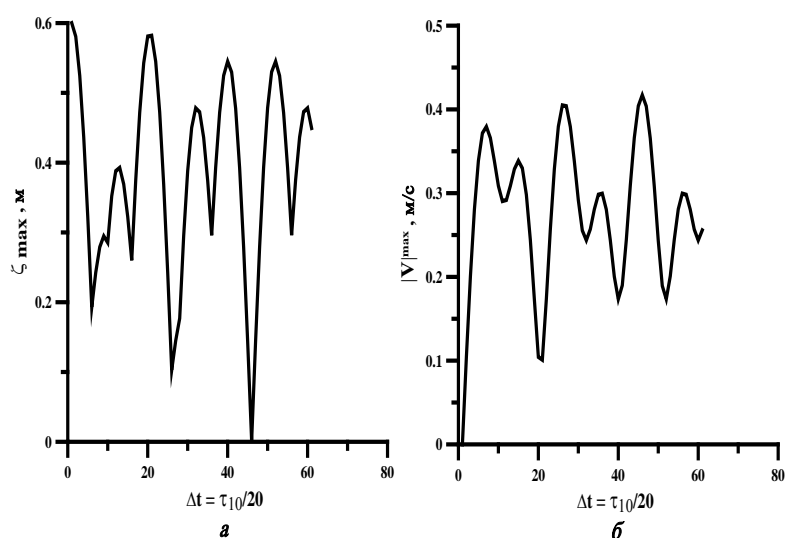


Рис. 1. Зависимость от времени максимумов отклонений уровня свободной поверхности и модуля скорости волновых течений: $a - \zeta_{01} + \zeta_{10}$, $b - |\mathbf{V}_{01} + \mathbf{V}_{10}|$

Теперь рассмотрим, как влияет взаимодействие двух мод на структуру колебаний уровня жидкости в бассейне. На рис. 2 показаны изолинии уровня результирующего колебания $\zeta_{01} + \zeta_{10}$ для различных моментов времени в течение интервала, равного периоду τ_{10} , для случая, когда амплитуды отклонений уровня взаимодействующих мод в начальный момент времени составляют $\zeta_{001} = \zeta_{010} = 0,3$ м. В момент времени $t = 0$ (рис. 2, *а*) $\zeta_{\max} = 0,6$ м, при $t = \tau_{10}/2$ (рис. 2, *б*) $\zeta_{\max} = 0,29$ м и при $t = \tau_{10}$ (рис. 2, *в*) $\zeta_{\max} = 0,58$ м.

Как видно из этого рисунка, результирующее колебание имеет только одну узловую линию, которая с течением времени изменяет свое положение,

поворачиваясь против часовой стрелки вокруг центра бассейна. Через интервал времени, равный периоду продольной одноузловой сейши τ_{10} , узловая линия совершает поворот на 90° . Аналогичным образом перемещаются максимальные отклонения уровня. При этом в каждый момент времени минимальное и максимальное отклонения равны по модулю.

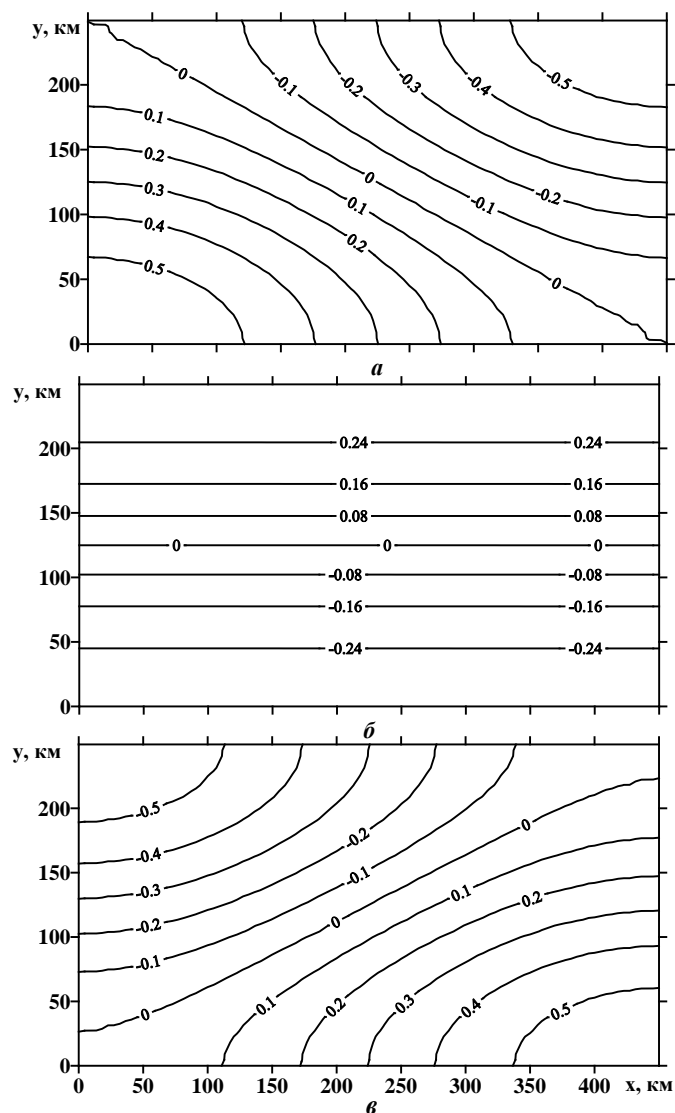


Рис. 2. Изолинии уровня результирующего колебания жидкости в бассейне $\zeta_{01} + \zeta_{10}$: *a* – $t = 0$, *б* – $t = \tau_{10}/2$, *в* – $t = \tau_{10}$

Также были рассмотрены случаи, когда $\zeta_{001} > \zeta_{010}$, $\zeta_{001} < \zeta_{010}$. Установлено, что разница амплитуд не влияет на характер движения. Изменяется только начальное положение этой узловой линии. Если $\zeta_{001} > \zeta_{010}$, то оно

сдвинуто против часовой стрелки относительно положения, когда $\zeta_{001} = \zeta_{010}$, а если $\zeta_{001} < \zeta_{010}$, то оно сдвинуто по часовой стрелке.

Таким образом, в результате взаимодействия двух мод сейшевых колебаний образуется сейшеобразное колебание, которое имеет одну узловую линию, поворачивающуюся с течением времени против часовой стрелки вокруг центра бассейна.

На рис. 1, б приведены максимальные значения модуля скорости волновых течений $|\mathbf{V}_{01} + \mathbf{V}_{10}|$ в интервале времени продолжительностью $3\tau_{10}$. Амплитуды отклонений уровня для обеих мод в начальный момент времени равны 0,3 м. Результаты расчетов показали, что максимальное значение модуля скорости за расчетный период равно 0,42 м/с, что составляет 72% от суммы максимальных амплитуд скоростей обеих мод и достигается в моменты времени $26\Delta t$ (32,76 ч) и $48\Delta t$ (60,48 ч). Также в момент времени $t = 8\Delta t$ (10,08 ч) имеет место локальный максимум, равный 0,38 м/с (66% от максимально возможного значения). За интервал времени, равный τ_{10} , максимум модуля скорости совершает два колебания. При этом он на интервале от 0 до $3\tau_{10}$ больше 10 см/с за исключением небольшого отрезка в окрестности момента времени $t = 0$, в который скорость волновых течений равна нулю. Таким образом, в отличие от отклонения уровня за расчетный период, равный $3\tau_{10}$, модуль скорости не превышает 72% от максимально возможного значения и обращается в нуль один раз.

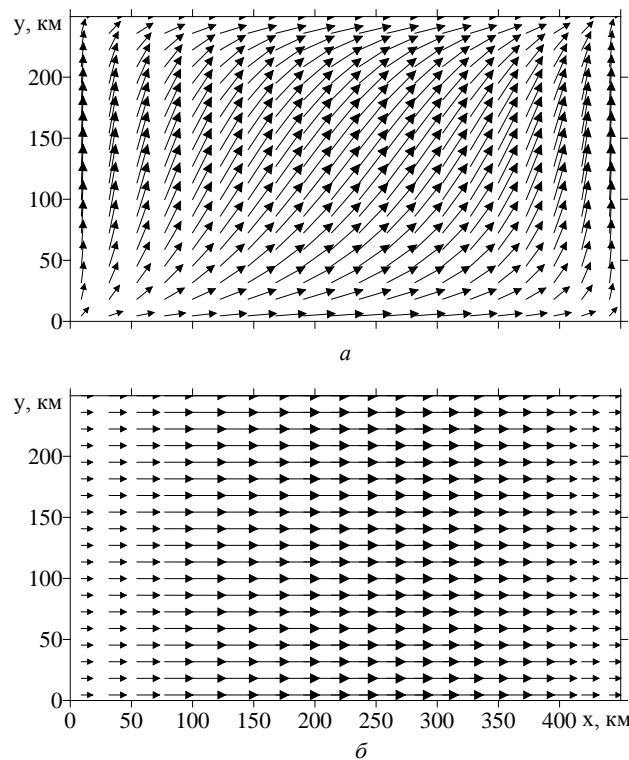


Рис. 3. Векторные поля скорости волновых течений $\mathbf{V}_{01} + \mathbf{V}_{10}$: $a - t = 0,3\tau_{10}$, $b - t = 0,5\tau_{10}$

На рис. 3 для моментов времени $t = 0,3\tau_{10}$ и $t = 0,5\tau_{10}$ приведены векторные поля скорости волновых течений $\mathbf{V}_{01} + \mathbf{V}_{10}$, которые иллюстрируют факт того, что в результате взаимодействия двух мод сейш образуется система волновых течений, принципиально отличающаяся от системы волновых течений, имеющих место для одиночных мод сейш. В случае рассмотренных сейшеобразных колебаний направление течений постоянно изменяется со временем, поворачиваясь по часовой стрелке. При этом встречные и расходящиеся потоки отсутствуют.

Выводы.

1. В результате взаимодействия нескольких мод сейш получается непериодическое колебание, имеющее одну узловую линию, которая поворачивается вокруг центра бассейна с течением времени против часовой стрелки.

2. Максимальные возвышения уровня в отдельных областях акватории водоема могут приближаться к максимально возможным значениям, равным сумме амплитуд взаимодействующих волн.

3. Максимальная величина модуля скорости волновых течений во всех рассмотренных случаях меньше максимально возможного значения и не превышает 72% от него.

4. Волновые течения для сейшеобразных колебаний принципиально отличаются от волновых течений для отдельных сейш. При сейшевых колебаниях течения имеют направление, которое является постоянным в продолжение полупериода, а затем изменяется на противоположное. Также для сейш характерно наличие встречных и расходящихся потоков. В случае сейшеобразных колебаний направление волновых течений постоянно изменяется со временем, при этом векторы скорости поворачиваются по часовой стрелке. Встречные и расходящиеся потоки отсутствуют.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Океанографическая энциклопедия.* – Л.: Гидрометеиздат, 1980. – 304 с.
2. *Дарвин Д.* Приливы и родственные им явления в солнечной системе. – М.: Наука, 1961. – 252 с.
3. *Лабзовский Н.А.* Непериодические колебания уровня моря. – Л.: Гидрометеиздат, 1971. – 237 с.
4. *Еремеев В.Н., Коновалов А.В., Манилюк Ю.В., Черкесов Л.В.* Моделирование длинных волн в Азовском море, вызываемых прохождением циклонов // *Океанология.* – 2000. – 40, № 5. – С. 658 – 665.
5. *Доценко С.Ф., Миклашевская Н.А.* Генерация сейш при перемещении барических образований // *Морской гидрофизический журнал.* – 2007. – № 6. – С. 3 – 13.
6. *Матишов Г.Г., Инжебейкин Ю.И.* Численное исследование сейшевых колебаний уровня Азовского моря // *Океанология.* – 2009. – 49, № 4. – С. 485 – 493.
7. *Черкесов Л.В., Шульга Т.Я.* Численный анализ пространственной структуры свободных колебаний в Азовском море // *Экология, экономика, информатика.* – Сб. статей в 3-х томах. Т. 2. Системный анализ и моделирование экономических и экологических систем. – Ростов-на-Дону: Изд-во Южного федерального ун-та, 2015. – С. 689 – 699.

8. *Иванов В.А., Янковский А.Е.* Длинноволновые движения в Черном море. – Киев: Наукова думка, 1992. – 112 с.
9. *Манилюк Ю.В., Черкесов Л.В.* Математическое моделирование сейшевых колебаний в Азовском море на основе метода конечных элементов // Морской гидрофизический журнал. – 1994. – № 5. – С. 3 – 8.
10. *Рабинович Б.И., Левянт А.С.* Численное решение задачи расчета сейш на основе RT-алгоритма конформного отображения // Природные катастрофы и стихийные бедствия в Дальневосточном регионе. Т. 2. – Владивосток: Изд-во ДВО АН СССР, 1990. – С. 328 – 342.
11. *Ламб Г.* Гидродинамика. – М.: Гостехиздат, 1947. – 948 с.
12. *Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В.* Теоретическая гидромеханика. Т. 1. – М.: Гостехиздат, 1956. – 560 с.
13. *Rabinovich A.B.* Seiches and Harbor Oscillations (Chapter 9) // Handbook of Coastal and Ocean Engineering / Ed. Y.C. Kim. – Singapoure: World Scientific Publ., 2009. – P. 193 – 236.
14. *Доценко С.Ф., Миклашевская Н.А.* Генерация сейш в ограниченных бассейнах перемещающимися барическими фронтами // Морской гидрофизический журнал. – 2008. – № 2. – С. 3 – 19.
15. *Сретенский Л.Н.* Теория волновых движений жидкости. – М.: Наука, 1977. – 815 с.

Investigation of free liquid oscillations in a bounded basin representing an approximate model of the Azov Sea

Yu.V. Maniliuk, L.V. Cherkesov

*Marine Hydrophysical Institute, Russian Academy of Sciences, Sevastopol, Russia
e-mail: uvmsev@yandex.ru*

Based on the analytic solution of long wave equations, the features of seiches and seiche-like oscillations (combination of seiche modes) in the model basin with the dimensions characteristic of the Azov Sea are considered.

It is found that the sea level fluctuations induced by the seiche-like oscillations are fundamentally different from those resulting from the seiche oscillations. The seiche-like fluctuations have a single nodal line turning counter-clockwise with time. The level maximum elevations in certain areas of the basin can approach their maximum possible values which equal the sum of the interacting waves' amplitudes and occur at the initial moment of time. In all the cases under consideration the maximum value of the wave flows' velocity module is significantly smaller than the maximum possible one. The direction of the wave flows' vectors is constantly changing with time turning clockwise.

Keywords: seiches, seiche-like oscillations, free waves, long waves, flows, Sea of Azov, analytic solution.