

## Применение метода адаптивной статистики для реанализа полей Черного моря с ассимиляцией псевдоизмерений температуры и солёности в модели

Г. К. Коротаев, В. В. Кныш\*, П. Н. Лишаев, С. Г. Демьшев

*Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь, Россия*

*\*E-mail: vaknysh@yandex.ru*

Поступила в редакцию 08.09.2017 г.

Для ассимиляции псевдоизмерений термохалинных параметров в модели использовался метод адаптивной статистики, характерной чертой которого является согласование трехмерных дисперсий ошибок прогноза температуры и солёности с циркуляцией вод бассейна. Трёхмерные поля псевдоизмерений температуры и солёности восстановлены в слое 100–500 м по данным альтиметрии и ограниченных измерений буев *Argo*. Апробация и валидация метода проводились посредством сопоставления воспроизведенных полей моря в реанализе за 2012 г. с измерениями *Argo*. Выявлено, что на горизонтах 100, 113 и 125 м дисперсии разностей (невязок) между псевдоизмерениями и модельными значениями температуры несколько больше модельной дисперсии, а на горизонтах слоя 150–500 м – меньше. Ежесуточное среднеквадратическое отклонение модельного уровня (относительно восстановленного по альтиметрии) меньше рассчитанного в прогнозе, а в период с марта по сентябрь меньше среднеквадратического отклонения, полученного с ассимиляцией псевдоизмерений по упрощенному методу. Разрешение мезомасштабных вихрей в полях течений более высокое при использовании метода адаптивной статистики.

**Ключевые слова:** адаптивная статистика, дисперсии ошибок прогноза, псевдоизмерения, валидация, дисперсии невязок.

**Для цитирования:** Применение метода адаптивной статистики для реанализа полей Черного моря с ассимиляцией псевдоизмерений температуры и солёности в модели / Г. К. Коротаев [и др.] // Морской гидрофизический журнал. 2018. Т. 34, № 1. С. 40–56. doi:10.22449/0233-7584-2018-1-40-56

## Application of the adaptive statistics method for reanalysis of the Black Sea fields including assimilation of the temperature and salinity pseudo-measurements in the model

G. K. Korotaev, V. V. Knysh\*, P. N. Lishaev, S. G. Demyshev

*Marine Hydrophysical Institute, Russian Academy of Sciences, Sevastopol, Russia*

*\*e-mail: vaknysh@yandex.ru*

To assimilate the thermohaline parameters' pseudo-measurements in the model, applied is the method of adaptive statistics, the characteristic feature of which consists in adjusting the three-dimensional errors' variances of the temperature and salinity forecast to the water circulation in the basin. The three-dimensional fields of the temperature and salinity pseudo-measurements are reconstructed in the 100–500 m layer based on the altimetry data and the *Argo* buoys' limited measurements. The method is approved and validated by comparing the reproduced sea fields in the reanalysis for 2012 with the *Argo* measurements. It is revealed that on the horizons 100, 113 and 125 m, variances of the differences (residuals) between the temperature pseudo-measurements and model values are somewhat higher than those in the model dispersion; whereas on the horizons within the 150–500 m layer, they are smaller. The daily standard deviation of the model level (relative to that reconstructed using the altimetry data) is smaller than the deviation calculated in the forecast; and during the March – September period, it is lower than the standard deviation obtained using the pseudo-measurements' assimilation by the simplified method. Resolution of the mesoscale vortices in the currents' fields is higher in case the adaptive statistics method is used.

**Keywords:** adaptive statistics, variance of forecast errors, pseudo-measurements, validation, dispersion of residuals.

**For citation:** Korotaev, G.K., Knysh, V.V., Lishaev, P.N. and Demyshev S.G., 2018. Application of the adaptive statistics method for reanalysis of the Black Sea fields including assimilation of the temperature and salinity pseudo-measurements in the model. *Morskoy Gidrofizicheskiy Zhurnal*, 34(1), pp. 40-56. doi:10.22449/0233-7584-2018-1-40-56 (in Russian).

**Введение.** Использование методов ассимиляции данных измерений в гидродинамических моделях океана при решении задач ретроспективного анализа обеспечивает реалистичное воспроизведение океанографических полей. В настоящее время к наиболее часто используемым методам относятся вариационное усвоение данных наблюдений [1–3] и фильтр Калмана [4, 5] в двух его разновидностях расчета матриц ковариаций ошибок прогноза: упрощенным методом [6–8] и по ансамблю реализаций [6, 9, 10]. Ансамблевый фильтр Калмана требует больших мощностей вычислительной техники и не всегда гарантирует получение оптимальных весовых коэффициентов [10].

В алгоритме дискретно-непрерывного фильтра Калмана [4, 11] в промежутках между наблюдениями компоненты вектора состояния и матрица ковариаций ошибок прогнозируются с использованием матричного оператора гидродинамической модели к началу поступления наблюдений. В моменты наблюдений прогностические значения компонентов вектора состояния корректируются взвешенными разностями между наблюдениями и интерполированными из узлов сетки в точки наблюдений прогностическими компонентами вектора состояния. Наряду с этим происходит также корректирование матрицы ковариаций ошибок [11, 12]. Упрощенная ковариационная функция ошибок прогноза температуры (солености) применялась в работе [13] для разработки метода адаптивной статистики, использованного для воспроизведения климатической циркуляции. Этот метод применялся также в статье [14] для выполнения ретроспективного анализа полей Черного моря. Отметим, что в работе [13] характерные (типичные) дисперсии ошибок прогноза температуры и солености зависели от вертикальной координаты, рассчитывались по однотипным дифференциальным уравнениям и использовались при ассимиляции термohалинных климатических полей в модели. В отличие от указанной работы, в статье [14] были оценены трехмерные типичные дисперсии ошибок прогноза, позволившие восстановить гидрофизические поля моря в реанализе за 1985–1993 гг. с разрешением модели  $5 \times 5$  км. Однако способ оценки типичных дисперсий для реанализа за период с 1993 г. по настоящее время с учетом ограниченности в этот период данных измерений температуры и солености буями *Argo*, так же как и способ учета этих оценок в дифференциальных уравнениях, требуют уточнения.

Цель исследования состояла в проведении (с анализом результатов) специальных численных экспериментов, направленных на совершенствование метода адаптивной статистики с последующим его применением для выполнения реанализа полей Черного моря с ассимиляцией в модели оригинально восстановленных трехмерных полей температуры и солености в слое 100–500 м глубоководной области бассейна.

**Основные соотношения фильтра Калмана и метода адаптивной статистики.** Ниже уделим внимание процедуре ассимиляции в модели данных наблюдений за температурой и соленостью. Данные поступают в дискретные моменты времени ( $t_l = l\Delta t_{\text{obs}}$ , где  $\Delta t_{\text{obs}}$  – период;  $l = 1, 2, \dots$ ) в  $N$  точках пространства. Формулы коррекции оптимальной оценки температуры  $\hat{T}(\bar{x}, t_l)$  (в смысле среднеквадратичного критерия) и ковариационных функций ошибок

оценок температуры  $P_T(\bar{x}, \bar{x}', t_l) = E[\delta T(\bar{x}, t_l) \cdot \delta T(\bar{x}', t_l)]$  ( $E$  – оператор осреднения) в эти моменты времени в явном виде имеют следующий вид:

$$\widehat{T}(\bar{x}, t_l^{**}) = \widehat{T}(\bar{x}, t_l^*) + \sum_{r=1}^N \left[ \Delta_r^T(\bar{x}, t_l^*) \delta T(\bar{x}_r, t_l^*) \right], \quad (1)$$

$$P_T(\bar{x}, \bar{x}', t_l^{**}) = P_T(\bar{x}, \bar{x}', t_l^*) - \sum_{r=1}^N \Delta_r^T(\bar{x}, t_l^*) P_T(\bar{x}_r, \bar{x}', t_l^*), \quad (2)$$

В выражениях (1)–(2)

$$\begin{aligned} \overline{\Delta}^T(\bar{x}, t_l^*) &= \left\| \Delta_1^T(\bar{x}, t_l^*), \Delta_2^T(\bar{x}, t_l^*), \dots, \Delta_N^T(\bar{x}, t_l^*) \right\|^T = \\ &= \left[ P_T(\bar{x}_r, \bar{x}_p, t_l^*) + R_T(\bar{x}_r, \bar{x}_p, t_l) \right]^{-1} \cdot P_T(\bar{x}, \bar{x}_r, t_l^*), \quad r, p = 1, 2, \dots, N, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\delta T(\bar{x}_r, t_l^*) = T(\bar{x}_r, t_l) - \widehat{T}(\bar{x}_r, t_l^*). \quad (4)$$

В формулах (1)–(4) знаками «\*», «\*\*» отмечены значения функций до и после коррекции соответственно; знак апострофа показывает транспортирование вектора. Квадратные скобки с верхним индексом  $-1$  в формуле (3) обозначают умноженную на вектор-столбец  $P_T(\bar{x}, \bar{x}_p, t_l^*)$  обратную матрицу, элементами которой являются ковариационные функции ошибок оценок температуры  $P_T(\bar{x}_r, \bar{x}_p, t_l^*)$  и ковариационные функции ошибок измерений  $R_T(\bar{x}_r, \bar{x}_p, t_l)$  температуры  $T(\bar{x}_r, t_l)$ . Горизонтальные компоненты вектора скорости течений  $u(\bar{x}, t)$ ,  $v(\bar{x}, t)$ ,  $\bar{x} = (x, y, z)$  не корректируются непосредственно измерениями.

Главной трудностью реализации фильтра Калмана является расчет ковариационных функций ошибок оценок. В соответствии с работой [12, с. 182] представим эти функции в следующем виде:

$$P_T(\bar{x}, \bar{x}', t) \approx \sigma_T(\bar{x}, t) \sigma_T(\bar{x}', t) P_T^H(|x - x'|, |y - y'|, z). \quad (5)$$

В выражении (5)  $\sigma_T(\cdot)$  – среднеквадратические отклонения (СКО) ошибок оценок температуры;  $P_T^H(|x - x'|, |y - y'|, z)$  – нормированная автокорреляционная функция полей ошибок, зависящая от расстояния между точками сеточной области численной модели.

При восстановлении трехмерных полей температуры и солёности моря для ассимиляции их в модели используется оригинальная процедура синтеза ограниченных данных измерений буев *Argo* и аномалий альтиметрического уровня [15]. С помощью этой процедуры восстановлены трехмерные поля псевдоизмерений температуры и солёности за 1993–2014 гг. во всех точках сетки модели в слое 100–500 м глубокowodной области моря, ограниченной изобатой 500 м. Оценены также СКО восстановленных полей посредством сопоставления с измерениями. Псевдоизмерения температуры и солёности в первом приближении предлагается рассматривать как независимые, и в таком случае корреляции (5) в каждой точке сетки сводятся к дисперсиям.

Расчет дисперсий ошибок оценок температуры и солености выполняли посредством численного решения соответствующих дифференциальных уравнений, вывод которых основан на уравнениях переноса – диффузии тепла и соли. Методика получения дифференциальных уравнений дисперсий ошибок оценок температуры и солености более полно изложена в работе [12]. Приведем здесь для примера дифференциальное уравнение дисперсии ошибок оценок температуры в следующем виде (аргументы функций опущены):

$$\frac{\partial \sigma_T^2}{\partial t} + \frac{\partial \sigma_T^2 u}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_T^2 v}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_T^2 w}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} k^T \frac{\partial \sigma_T^2}{\partial z} + k_H \Delta \sigma_T^2 + \frac{1}{REL} (\sigma_{*T}^2 - \sigma_T^2). \quad (6)$$

Уравнение для дисперсии ошибок оценки солености  $\sigma_S^2(\vec{x}, t)$  имеет такой же вид. Однотипные уравнения являются приближенными, поскольку в выведенных уравнениях пренебрегли взаимными дисперсиями ошибок оценок температуры (солености) и компонент вектора скорости, умноженными на производные оценок температуры (солености) по осям  $x$ ,  $y$  и  $z$ , а также средними квадратами производных ошибок оценок температуры (солености). В правой части уравнения (6)  $k^T, k_H$  – вертикальный и горизонтальный коэффициенты турбулентного обмена;  $\Delta$  – оператор Лапласа; третье слагаемое – источник, учитывающий сезонную изменчивость типичных дисперсий ошибок прогноза температуры  $\sigma_{*T}^2(\vec{x}, t_l)$  (солености  $\sigma_{*S}^2(\vec{x}, t_l)$ ) Черного моря.

С учетом отмеченных выше особенностей восстановленных на сетке модели псевдоизмерений температуры соотношение (1) в первом приближении можно представить в виде

$$\widehat{T}(\vec{x}, t_l^{**}) = \widehat{T}(\vec{x}, t_l^*) + \frac{\sigma_T^2(\vec{x}, t_l^*)}{[\sigma_T^2(\vec{x}, t_l^*) + \sigma_{\text{шт}T}^2(\vec{x}, t_l^*)]} [T^{\text{obs}}(\vec{x}, t_l^*) - \widehat{T}(\vec{x}, t_l^*)], \quad (7)$$

где  $T^{\text{obs}}(\vec{x}, t_l^*)$  – восстановленные трехмерные поля псевдоизмерений температуры на момент времени  $t_l$ ;  $\sigma_{\text{шт}T}^2(\vec{x}, t_l)$  – дисперсии ошибок восстановления. Температура при коррекции по формуле (7) меняется скачком. Для достижения плавного изменения гидрофизических полей моря при численном решении уравнений модели в правые части уравнений переноса – диффузии тепла включали источник следующего вида («крышка» над модельной температурой  $T(\vec{x}, t_l)$  опущена):

$$Q_T(\vec{x}, t_l) = \frac{\sigma_T^2(\vec{x}, t_l^*)}{REL1 [\sigma_T^2(\vec{x}, t_l^*) + \sigma_{\text{шт}T}^2(\vec{x}, t_l^*)]} [T^{\text{obs}}(\vec{x}, t_l) - T(\vec{x}, t_l)]. \quad (8)$$

Дисперсии ошибок оценки (прогноза) температуры после ассимиляции псевдоизмерений в рассматриваемом приближении корректируются по формуле

$$\sigma_T^2(\vec{x}, t_l^{**}) = \sigma_T^2(\vec{x}, t_l^*) - \frac{\sigma_T^2(\vec{x}, t_l^*) \sigma_T^2(\vec{x}, t_l^*)}{[\sigma_T^2(\vec{x}, t_l^*) + \sigma_{\text{шт}T}^2(\vec{x}, t_l^*)]} = \frac{\sigma_T^2(\vec{x}, t_l^*) \sigma_{\text{шт}T}^2(\vec{x}, t_l^*)}{[\sigma_T^2(\vec{x}, t_l^*) + \sigma_{\text{шт}T}^2(\vec{x}, t_l^*)]}. \quad (9)$$

Формулы (1)–(8) и выражение (9), представленные для температуры, необходимо дополнить аналогичными формулами и уравнением для солёности.

**Краткие сведения об используемой ассимиляционной модели.** Для ассимиляции восстановленных трехмерных полей псевдоизмерений температуры и солёности использовалась версия численной вихререзающей модели Морского гидрофизического института (МГИ), представленная в полном виде в работе [16]. Здесь приведем только уравнения переноса – диффузии тепла и соли в виде

$$\frac{dT}{dt} = -k^H \Delta^2 T + (k^T T_z)_z - \frac{\partial I}{\partial z} + Q_T, \quad (10)$$

$$\frac{dS}{dt} = -k^H \Delta^2 S + (k^S S_z)_z + Q_S, \quad (11)$$

где  $\Delta^2$  – бигармонический оператор;  $I(z) = Swr[a \exp(-z/b_1) + (1-a) \exp(-z/b_2)]$ ;  $Swr$  – коротковолновая радиация на поверхности моря;  $Q_T, Q_S$  – ассимиляционные источники (8). Коэффициенты турбулентного обмена импульсом ( $v_V$ ), теплом ( $k^T$ ) и солью ( $k^S$ ) по вертикали рассчитывались с использованием приближения Пакановски – Филандера [17].

Горизонтальное разрешение модели составляет  $5 \times 5$  км ( $238 \times 132$  точки), по вертикали брались 38 горизонтов: 2,5; 5; 10; ...; 30; 40; 50; 63; 75; 88; 100; 113; 125; 150; ...; 200; 250; 300; 400; ...; 2100 м. В бигармонических операторах коэффициенты турбулентного обмена импульсом и турбулентной диффузии тепла и соли принимались равными  $v_H = 5 \cdot 10^{17}$  см<sup>4</sup>/с,  $k^H = 10^{16}$  см<sup>4</sup>/с соответственно. Поля атмосферы использовались из реанализа *ERA-Interim* [18].

Для последующего сравнения приведем источник упрощенного метода ассимиляции псевдоизмерений температуры в виде

$$Q_T(\bar{x}, t_l) = \frac{1}{REL[1 + \eta_T^2(z, t_{\text{мес}})]} [T^{\text{obs}}(\bar{x}, t_l) - T(\bar{x}, t_l)], \quad (12)$$

где  $\eta_T^2(z, t_{\text{мес}})$  – среднемесячные значения «меры ошибок измерений» [19, с. 130–131], равные отношению квадрата СКО псевдоизмерений температуры к дисперсии естественной изменчивости измеренных полей температуры. Аналогичный источник приводится для солёности.

Дифференциальные уравнения модели МГИ [16] дополняли двумя однотипными уравнениями вида (6), для которых использовались следующие граничные условия: на поверхности бассейна, на твердых боковых границах, в боксах рек и проливах, а также на дне потоки дисперсии равны нулю. В начальный момент времени задавали значения типичных дисперсий. Адвективные слагаемые уравнений переноса – диффузии дисперсий ошибок прогноза аппроксимировали с помощью TVD-схемы [20]. Такая схема гарантировала вычисление положительно определенных скалярных функций. В операторах Лапласа обоих уравнений коэффициент горизонтальной турбулентной диффузии дисперсии ошибок брался равным  $k_H = 10^5$  см<sup>2</sup>/с.

**Подбор параметра релаксации в уравнениях переноса – диффузии дисперсий ошибок прогноза.** Оценка типичных дисперсий ошибок прогноза температуры  $\sigma_{*T}^2(\bar{x}, t_l)$  и солености  $\sigma_{*S}^2(\bar{x}, t_l)$  выполнена по приведенной в статье [14] методике. В отличие от указанной выше статьи, в данной работе для оценки типичных дисперсий использовался ансамбль значений температуры и солености, полученный в результате расчета полей моря по модели МГИ [16] на 20 лет (с 1993 по 2012 гг.) без ассимиляции данных измерений. Атмосферные поля задавались по результатам реанализа *ERA-Interim* [18]. Такой подход методически близок к получению ансамбля векторов состояния модели для оценки матрицы ковариаций в разработанном параллельном алгоритме ансамблевой оптимальной интерполяции, изложенном в работе [21].

Пусть  $T_{i,j,k,t_d}^m$  – временной ряд трехмерных полей прогностической температуры, восстановленной по результатам прогноза с дискретностью по времени 1 сут на период  $m$  лет [1, 20] с горизонтальным разрешением  $5 \times 5$  км в точках сетки модели:  $i$  [1, 238] по оси  $x$ ,  $j$  [1, 132] по оси  $y$ ,  $k$  [1, 38] по оси  $z$ . Тогда в качестве типичной дисперсии ошибок прогноза температуры на каждые сутки в пределах условного года  $d$  [1, 365] принимали просуммированный по годам квадрат отклонений температуры от среднего по времени:

$$\sigma_{*T_{i,j,k,t_d}}^2 = \frac{1}{19} \sum_{m=1}^{20} [T_{i,j,k,t_d}^m - \bar{T}_{i,j,k,t_d}]^2, \quad (13)$$

где среднее значение температуры рассчитывали по формуле

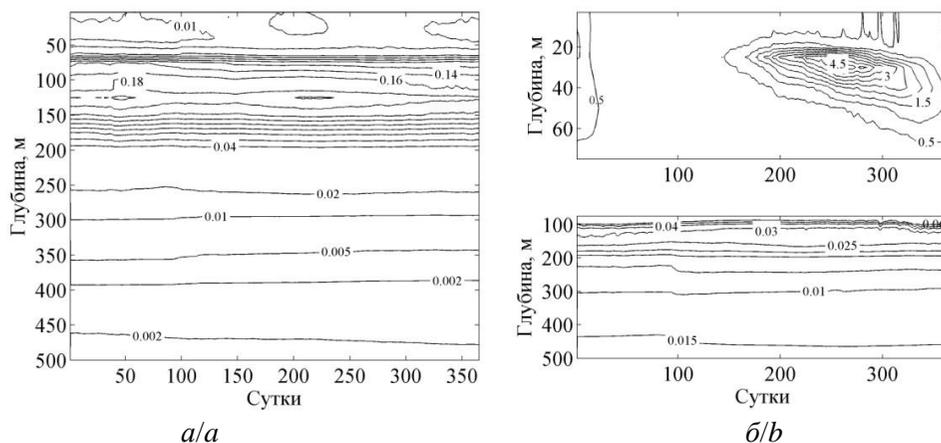
$$\bar{T}_{i,j,k,t_d} = \frac{1}{20} \sum_{m=1}^{20} T_{i,j,k,t_d}^m. \quad (14)$$

Оценка типичной дисперсии ошибок прогноза солености выполнялась аналогично.

На диаграмме (рис. 1, *a*) видно, что повышенные значения осредненной по бассейну типичной дисперсии солености сосредоточены в слое 100–150 м. Известно, что постоянный галоклин и основной пикноклин залегают на глубинах 50–100 м [22]. Более высокие значения типичной дисперсии солености в слое 100–150 м можно объяснить тем, что построенные по прогностическим данным профили температуры (модель *ROM* [23]) и солености (модель МГИ [16]) в этом слое являются несколько сглаженными по сравнению с наблюдениями.

Распределение повышенных по глубине и времени (рис. 1, *b*) значений типичной дисперсии температуры поясняется особенностями термодинамических процессов в верхнем слое моря, характерных при образовании верхнего квазиоднородного слоя (ВКС), возникновении нового и поддержке ранее сформировавшегося холодного промежуточного слоя (ХПС). Распределение дисперсий температуры в январе, ноябре и декабре от поверхности до глубины 40–60 м указывает на появление ВКС. Существенное увеличение дисперсии наблюдается с мая по декабрь на глубинах залегания ХПС. Оно обусловлено такими процессами, как образование сезонного термоклина, заглупление верхней и нижней границ ХПС, осеннее нарушение сплошности и зимнее

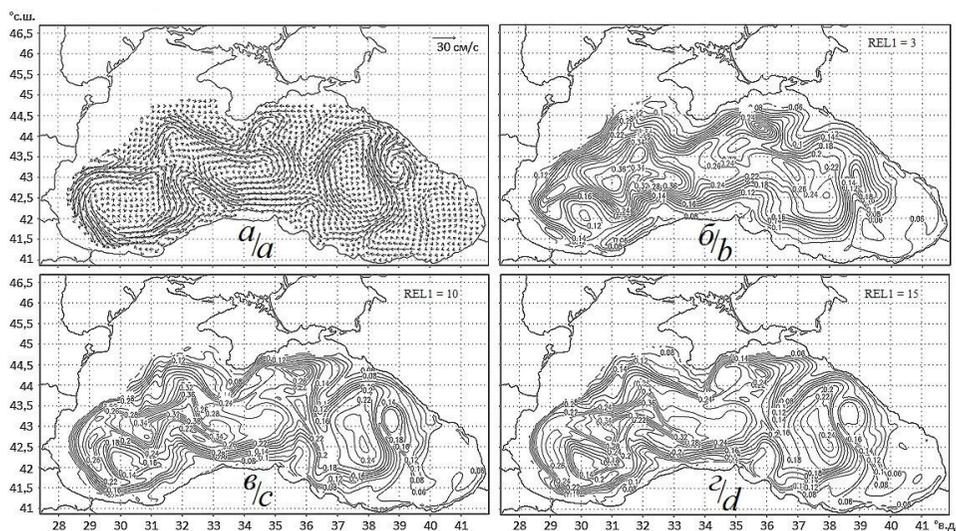
обновление ХПС. В слое 100–500 м дисперсия температуры на два порядка меньше и монотонно уменьшается с глубиной.



**Рис. 1.** Временная изменчивость осредненных по горизонтам слоя 0–500 м среднесуточных значений типичных дисперсий ошибок прогноза солености (*a*) и температуры (*b*)

**Fig. 1.** Temporal variability of the mean daily values of typical dispersions of the salinity (*a*) and temperature (*b*) forecast errors averaged over the horizons within the 0–500 m layer

Пространственное распределение типичных дисперсий солености и температуры на горизонтах слоя 100–500 м на конкретную дату условного года характеризуется локализацией повышенных их значений в центральной акватории моря, а пониженных – в области, примыкающей к изобате 500 м.



**Рис. 2.** Течения (*a*) и типичная дисперсия ошибок прогноза солености, рассчитанная при REL1 = 3 (*b*), 10 (*c*) и 15 сут (*d*), на горизонте 100 м 15.09.2012 г.

**Fig. 2.** Currents (*a*) and typical dispersion of the salinity forecast errors calculated with REL1 = 3 (*b*), 10 (*c*) and 15 days (*d*) at the horizon 100 m on 15.09.2012

Для выбора параметра релаксации выполнили три прогностических расчета по модели на 2012 г. (без ассимиляции псевдоизмерений температуры и солёности) с совместным численным решением уравнений вида (6) при REL = 3, 10 и 15 сут. Значение параметра релаксации, при котором горизонтальная адвекция и источник в правой части уравнения вида (6) являются сопоставимыми по порядку, выбиралось для проведения численных экспериментов с ассимиляцией в модели псевдоизмерений температуры и солёности. На рис. 2, а, в и г хорошо видна корреляция между положениями структур циркуляции и типичной дисперсии ошибок прогноза солёности. Такая же корреляция наблюдается между расположением структур течений и дисперсии ошибок прогноза температуры. Результаты расчетов позволили выбрать значение параметра релаксации, равное 10 сут.

**Анализ результатов численных экспериментов с ассимиляцией псевдоизмерений температуры и солёности в модели методом адаптивной статистики.** Были проведены численные эксперименты по восстановлению гидрофизических полей моря за 2012 г. с использованием метода адаптивной статистики. Начальные поля (температура, солёность, компоненты вектора скорости течений и уровень моря на 01.01.2012 г.) брались из реанализа за 1993–2012 гг. с ассимиляцией в модели профилей температуры и солёности нулевой градации уровня моря, восстановленных по альтиметрии [24]. Данные псевдоизмерений температуры и солёности ассимилировали в уравнениях (10), (11) на каждом шаге по времени  $t_l = l\Delta t$ , где  $\Delta t$  – шаг по времени в численной модели, равный 5 мин;  $l = 1, 2, \dots$ . Модельные дисперсии ошибок прогноза температуры и солёности корректировали по соотношениям вида (9) также на каждом временном шаге. Дисперсии ошибок восстановления псевдоизмерений  $\sigma_{\text{ош}T}^2(\bar{x}, t_l)$ ,  $\sigma_{\text{ош}S}^2(\bar{x}, t_l)$  на горизонтах слоя 100–500 м равнялись осредненному за месяц квадрату СКО восстановленных температуры и солёности относительно измерений буями *Argo*.

**Выбор параметра релаксации в источниках уравнений переноса – диффузии тепла и соли.** Для подбора параметра релаксации было проведено пять реанализов за 2012 год при REL1 = 3, 6, 12, 24 и 36 час. Оптимальное значение параметра выбирали, анализируя СКО между модельными и измеренными значениями температуры и солёности на каждом горизонте до 1000 м, оцененные за весь 2012 г.

Из табл. 1 следует, что поля солёности в сезонном слое 0–30 м галоклина во всех расчетах, кроме первого, воспроизводятся вполне удовлетворительно. Существенные различия между модельными и измеренными полями видны в пределах постоянного галоклина (50–125 м). Сопоставление значений СКО, оцененных по горизонтам слоя 100–500 м, с учетом корня из дисперсии естественной изменчивости полей измеренной солёности позволяет сделать вывод о том, что следует отдать предпочтение значению REL1 = 12 час.

Наибольшие значения СКО полей температуры (табл. 2) принимают на глубине 20 м, соответствующей сезонному термоклину. Однозначно определить оптимальное значение параметра релаксации по результатам оценки СКО

полей температуры в слое 100–500 м сложно. Достоверность воспроизведения и сезонная изменчивость гидрофизических полей моря в слое 0–88 м определяются в основном качеством модели и полей атмосферного воздействия.

Т а б л и ц а 1  
T a b l e 1

**Среднеквадратические отклонения (СКО) восстановленных по модели полей солености: I – по методу адаптивной статистики, II – по упрощенному методу, III – в прогностическом расчете; корень из дисперсии измеренных ( $\sigma$ ) значений солености по горизонтам за 2012 г.**

**Root-mean-square deviations (RMS) of the model-reconstructed salinity fields: I - using the method of adaptive statistics, II - using the simplified method, III - in the prognostic calculation; root of the measured ( $\sigma$ ) salinity values' dispersion over the horizons for 2012**

Горизонт, м / Horizon, m	СКО, ‰ / RMS, ‰							III	$\sigma$ , ‰
	I					II			
	REL1					REL1			
	3 ч / 3 hours	6 ч / 6 hours	12 ч / hours	24 ч / 24 hours	36 ч / 36 hours	12 ч / 12 hours			
3	0,135	0,154	0,137	0,140	0,132	0,159	0,141	0,170	
5	0,201	0,199	0,194	0,196	0,189	0,200	0,214	0,252	
10	0,171	0,169	0,169	0,164	0,163	0,170	0,186	0,205	
15	0,148	0,143	0,143	0,135	0,136	0,147	0,156	0,178	
20	0,128	0,120	0,118	0,109	0,110	0,126	0,137	0,143	
25	0,134	0,124	0,120	0,113	0,115	0,129	0,133	0,125	
30	0,141	0,131	0,128	0,122	0,124	0,133	0,139	0,117	
40	0,201	0,191	0,190	0,187	0,184	0,201	0,199	0,205	
50	0,388	0,368	0,367	0,353	0,339	0,404	0,343	0,417	
63	0,625	0,589	0,582	0,537	0,511	0,660	0,582	0,630	
75	0,493	0,457	0,463	0,455	0,446	0,575	0,558	0,707	
88	0,522	0,490	0,496	0,491	0,494	0,615	0,580	0,696	
100	0,398	0,394	0,400	0,436	0,442	0,408	0,534	0,617	
113	0,343	0,340	0,331	0,362	0,369	0,348	0,459	0,504	
125	0,272	0,268	0,259	0,285	0,293	0,279	0,380	0,414	
150	0,164	0,159	0,153	0,158	0,161	0,169	0,248	0,249	
175	0,112	0,108	0,104	0,105	0,105	0,114	0,166	0,161	
200	0,092	0,089	0,086	0,087	0,087	0,093	0,112	0,121	
250	0,061	0,060	0,057	0,058	0,058	0,061	0,082	0,073	
300	0,041	0,041	0,038	0,039	0,038	0,041	0,051	0,048	
400	0,024	0,024	0,023	0,023	0,022	0,024	0,031	0,027	
500	0,017	0,019	0,016	0,021	0,020	0,017	0,023	0,017	

Полученные оценки СКО в реанализах и прогностическом расчете указывают на неточное воспроизведение термодинамики верхнего слоя моря.

**Среднеквадратические отклонения (СКО) восстановленных по модели полей температуры: I – по методу адаптивной статистики, II – по упрощенному методу, III – в прогностическом расчете; корень из дисперсии измеренных ( $\sigma$ ) значений температуры по горизонтам за 2012 г.**

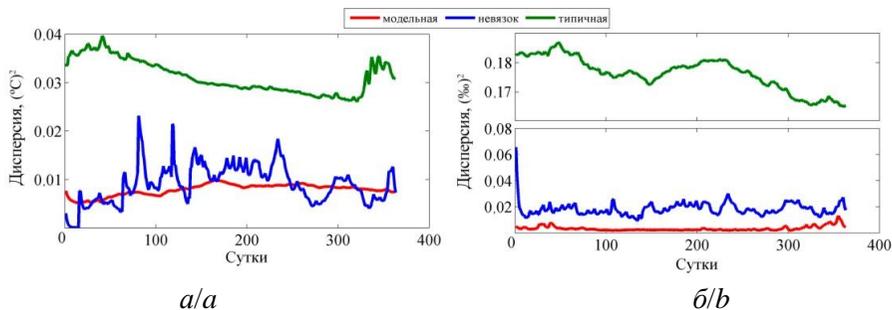
**Root-mean-square (RMS) deviations of the model-reconstructed temperature fields: I - using the method of adaptive statistics, II - using the simplified method, III - in the prognostic calculation; root of the measured ( $\sigma$ ) temperature values' dispersion over the horizons for 2012**

Горизонт, м / Horizon, m	СКО, °C / RMS, °C							III	$\sigma$ , °C
	I					II			
	REL1					REL1			
	3 ч / 3 hours	6 ч / 6 hours	12 ч / hours	24 ч / 24 hours	36 ч / 36 hours	12 ч / 12 hours			
3	1,860	1,898	1,916	1,957	1,973	1,917	1,969	5,330	
5	2,360	2,365	2,409	2,444	2,462	2,385	2,431	6,337	
10	2,436	2,442	2,473	2,486	2,500	2,447	2,456	6,452	
15	3,786	3,765	3,809	3,782	3,774	3,820	3,768	5,503	
20	5,129	5,073	5,116	5,064	5,050	5,173	5,090	4,561	
25	4,555	4,454	4,559	4,448	4,418	4,640	4,563	3,758	
30	2,979	2,906	3,033	2,985	2,948	3,108	2,987	2,394	
40	1,928	1,919	1,994	1,954	1,949	1,997	1,884	0,946	
50	1,171	1,197	1,233	1,219	1,214	1,212	1,117	0,669	
63	0,726	0,768	0,770	0,773	0,764	0,763	0,739	0,655	
75	0,497	0,522	0,544	0,558	0,556	0,508	0,615	0,624	
88	0,347	0,368	0,390	0,413	0,420	0,350	0,508	0,483	
100	0,258	0,251	0,249	0,267	0,273	0,291	0,363	0,321	
113	0,197	0,182	0,168	0,165	0,165	0,208	0,226	0,185	
125	0,111	0,104	0,101	0,099	0,101	0,117	0,144	0,121	
150	0,049	0,049	0,049	0,050	0,051	0,050	0,095	0,065	
175	0,035	0,035	0,034	0,035	0,035	0,036	0,076	0,045	
200	0,032	0,031	0,028	0,029	0,029	0,032	0,055	0,037	
250	0,022	0,022	0,022	0,022	0,022	0,022	0,033	0,024	
300	0,015	0,014	0,013	0,014	0,014	0,014	0,027	0,014	
400	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,016	0,006	
500	0,006	0,006	0,006	0,008	0,009	0,006	0,016	0,007	

Так как в уравнении состояния морской воды основной вклад вносит соленость, для уравнения переноса – диффузии тепла примем значение REL1 = 12 час. Результаты варианта реанализа с этим значением коэффициента релаксации использовались для последующего изучения восстановленных гидрофизических и статистических полей.

**Сопоставление фактических и модельных дисперсий ошибок прогноза.** В результате проведения численных экспериментов на горизонтах слоя 100–500 м получены модельные среднесуточные дисперсии ошибок прогноза полей температуры (солености), рассчитываемые по уравнениям вида (6)

и корректируемые по формулам типа (9), а так же дисперсии разностей (невязок) между псевдоизмерением температуры (солености) и модельным значением. На рис. 3, *a* видно, что значения типичной дисперсии температуры выше значений невязок, которые, в свою очередь, выше значений дисперсии модельной. При этом модельная дисперсия относительно гладко меняется во времени. Ее поля соответствуют динамике вод моря. Обратим внимание на значения и сезонный ход невязок, характеризующих фактические отклонения модельной температуры от псевдоизмерений. Заметно, что в январе – феврале и сентябре – декабре дисперсии невязок принимают значения, близкие к значениям модельной дисперсии. Значения рассматриваемых статистических характеристик на горизонте 100 м несколько выше, чем на 113 м, а сезонный ход дисперсии невязок такой же. Однако ее значения больше значений модельной дисперсии. Значения всех статистических характеристик на горизонтах слоя 100–500 м уменьшаются с глубиной. Дисперсия невязок на горизонтах слоя 150–500 м становится меньше модельной дисперсии.



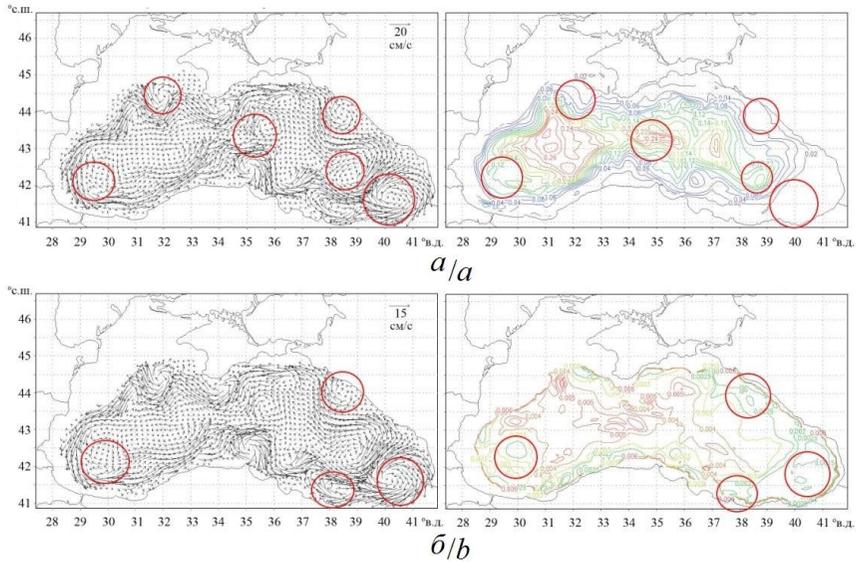
**Рис. 3.** Сезонная изменчивость средней по горизонту типичной и модельной дисперсий ошибок прогноза, а также средней дисперсии невязок температуры (*a*), солености (*б*) на горизонте 113 м  
**Fig. 3.** Seasonal variability of the horizon average typical and model dispersions of the forecast errors and the average dispersion of the temperature (*a*) and salinity (*b*) residuals at the horizon 113 m

Значения типичной дисперсии солености выше значений дисперсии модельной и невязок (рис. 3, *б*). Дисперсия невязок больше дисперсии модельной на горизонтах от 100 до 200 м, хотя и приближается к ней по значению с увеличением глубины. Дисперсия невязок становится меньше модельной дисперсии на горизонтах слоя 250–500 м. Превышение значений дисперсий невязок солености над значениями модельной дисперсии на большем количестве горизонтов по сравнению с температурой обусловлено большими значениями СКО псевдоизмерений солености.

### ***Сравнение восстановленных структур гидрофизических полей моря.***

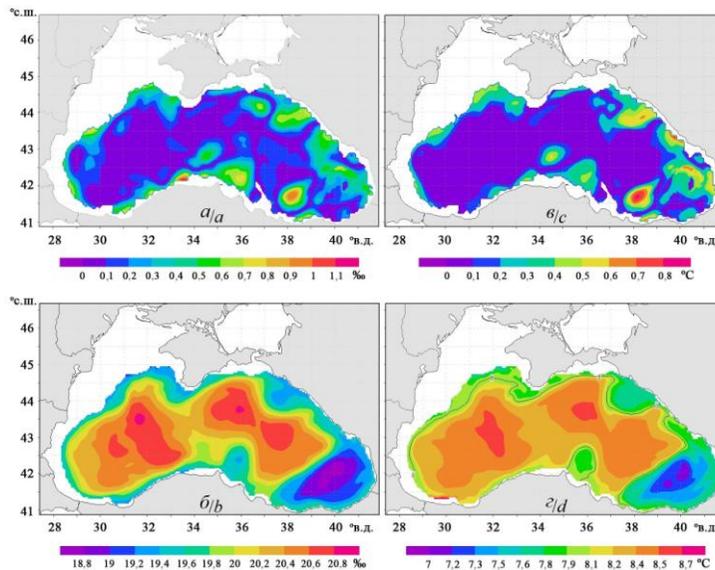
Сопоставим карты течений и дисперсий типичных и модельных ошибок прогноза (рис. 4). На рис. 4, *a* видно, что структуры с меньшими значениями типичной дисперсии соответствуют антициклонам, а с большими – циклоническим круговоротам. Такое же соответствие наблюдается между значениями модельной дисперсии и структурами циркуляции на горизонте 100 м (рис. 4, *б*). На рис. 5, *a, в* видно, что меньшие модули невязок солености и температуры характерны для циклонических круговоротов, большие – для антициклонов и периферии. Отмеченные особенности используемого метода обеспечивают взаимное согласование статистических параметров и восстанавливаемых гид-

рофизических полей моря. Повышенные значения модельной дисперсии в циклонических круговоротах и циклонах означают больший вес данных в модели (источники вида (8)), а пониженные значения дисперсии в антициклонах и по периферии бассейна – большее влияние модели при воспроизведении гидрологических полей.



**Рис. 4.** Течения и типичная дисперсия ошибок прогноза солёности на горизонте 75 м (а), течения и модельная дисперсия ошибок прогноза солёности на горизонте 100 м (б) 15.07.2012 г.

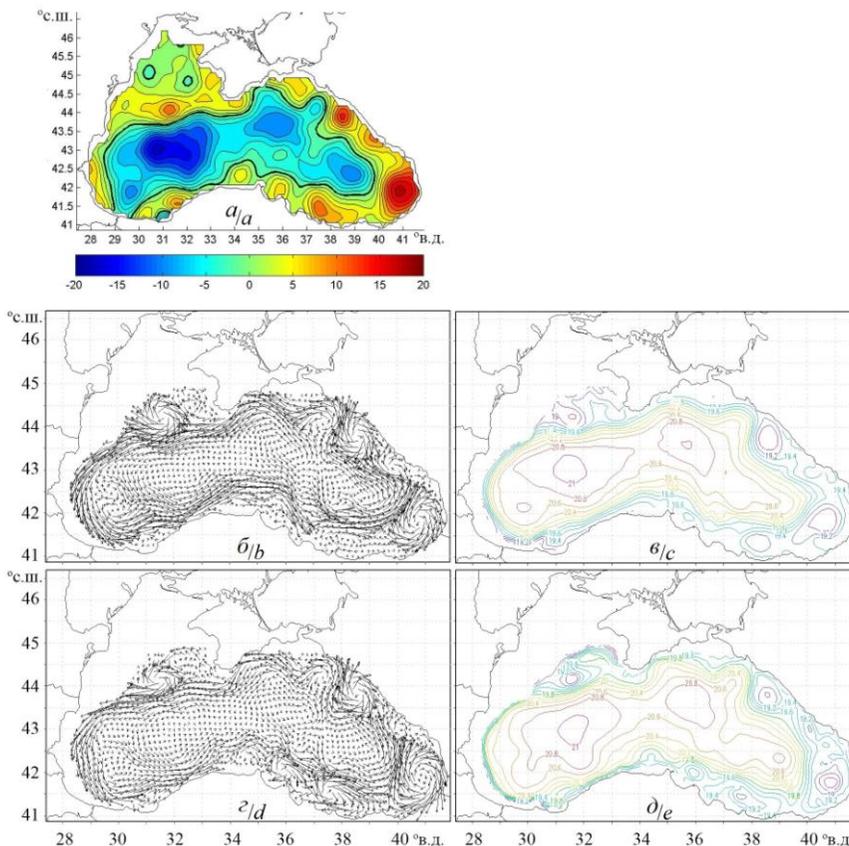
**Fig. 4.** Currents and typical dispersion of the salinity forecast errors at the horizon 75 m (a); currents and model dispersion of the salinity forecast errors at the horizon 100 m (b) on 15.07.2012



**Рис. 5.** Распределение модуля невязок солёности (а), модуля невязок температуры (б), солёности (в) и температуры (г) на горизонте 100 м 15.09.2012 г.

**Fig. 5.** Distribution of the salinity residuals' module (a), the temperature residuals' module (c), and salinity (b) and temperature (d) at the horizon 100 m on 15.09.2012

Использование метода адаптивной статистики для ассимиляции псевдоизмерений температуры и солёности в реанализе за 2012 г. позволило воспроизвести некоторые мезомасштабные вихри в полях течений, хотя эти вихри не были получены в прогностическом расчёте и при использовании упрощённого метода ассимиляции. Это видно в трёх областях моря на рис. 6. На карте течений (рис. 6, б) в юго-западной области четко выделяется дипольная система вихрей циклон – антициклон, которая также проявляется на карте уровня моря (рис. 6, а). Вместо дипольной системы вихрей на карте циркуляции, рассчитанной в реанализе с усвоением в модели псевдоизмерений по упрощённому методу, присутствует один циклонический вихрь (рис. 6, з). Различие между результатами расчёта течений, полученными двумя методами, заметно в окрестности Севастопольского антициклона. Система течений здесь состоит из трех вихрей (рис. 6, б) – двух антициклонов и циклона, что ближе к структурам поля солёности (рис. 6, в) и уровня моря (рис. 6, а). Наконец, локальное понижение уровня в северо-восточном изгибе Основного Черноморского течения (ОЧТ) (рис. 6, а) свидетельствует о циклоническом вихре, который более четко проявляется на рис. 6, б по сравнению с рис. 6, з.

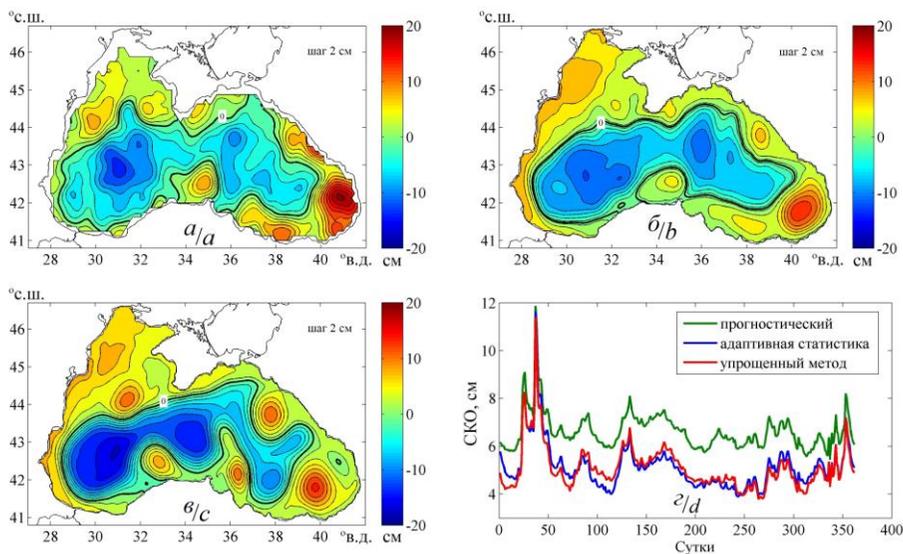


**Рис. 6.** Уровень моря по данным альтиметрии (а), течения и солёность на горизонте 100 м, восстановленные по методу адаптивной статистики (б, в) и по упрощённому методу (з, д), на 9.05.2012 г.

**Fig. 6.** Altimetry-derived sea level (a); currents and salinity at the horizon 100 m reconstructed using the method of adaptive statistics (b, c) and the simplified method (d, e) for 9.05.2012

Важной гидродинамической функцией, определяющей поверхностные географические течения, является уровень моря. Сопоставление уровня моря, рассчитанного по методу адаптивной статистики, по альтиметрическим данным и в прогнозе, представлено на рис. 7. Видно, что расположение циклонических круговоротов и основных антициклонов в реанализе и альтиметрическом уровне моря сходно, поскольку псевдоизмерения температуры и солёности привязаны к альтиметрическому уровню [15]. В то же время в прогностическом расчете локализация упомянутых структур иная. Отметим, что перепад восстановленного по альтиметрии уровня заметно больше (32 см), чем воспроизведенного в ассимиляционной модели (25 см). Причина малого перепада уровня и слабой интенсивности вихрей кроется в недостаточной точности моделирования термодинамики верхнего слоя моря 0–100 м, поскольку в этом слое псевдоизмерения температуры и солёности не ассимилируются по причине их отсутствия [15] и формирование структуры термохалинных полей в основном определяется качеством модели и полей атмосферного воздействия.

Поля динамического уровня моря, рассчитанные на каждые сутки по данным об аномалиях уровня [25], позволили оценить СКО восстановленного уровня моря (по отношению к альтиметрическому) в трех вариантах расчета с использованием модели. На рис. 7, *г* видно, что СКО уровня во всех вариантах достаточно большие, при этом наибольшие в прогностическом расчете. Значения СКО близки в вариантах с ассимиляцией псевдоизмерений температуры и солёности по упрощенному методу и методу адаптивной статистики. С целью уточнения восстанавливаемых при реанализе полей температуры и солёности необходимо совместно ассимилировать в модели уровень моря, рассчитанный по данным альтиметрии, и трехмерные псевдоизмерения температуры и солёности в слое 100–500 м.



**Рис. 7.** Уровень моря, восстановленный по данным альтиметрии (*а*), по методу адаптивной статистики (*б*), прогностический (*в*) на 26.06.2012 г. и сезонная изменчивость СКО восстановленного уровня (относительно альтиметрического) в трех вариантах (*г*)

**Fig. 7.** Sea level reconstructed using the altimetry data (*a*), the method of adaptive statistics (*b*) and the prognostic calculation (*c*) for 26.06.2012; and the RMS seasonal variability of the reconstructed level (relative to the altimetry one) in three variants (*d*)

**Выводы.** Уточнение ранее предложенного метода адаптивной статистики состоит в использовании новых оценок типичных дисперсий ошибок прогноза температуры и солености, а также адаптации модельных дисперсий ошибок к циркуляции вод бассейна. Апробация метода проведена посредством воспроизведения гидрофизических полей Черного моря в ретроспективном анализе за 2012 г. с ассимиляцией трехмерных полей псевдоизмерений температуры и солености в модели в слое 100–500 м глубоководной области, ограниченной изобатой 500 м [15].

Применение метода адаптивной статистики обеспечило согласованность между гидрофизическими полями и статистическими параметрами. Пространственное распределение модельной дисперсии ошибок прогноза характеризуется локализацией повышенных значений в циклонических круговоротах и циклонах, а пониженных – в антициклонах. Модули разностей (невязок) между псевдоизмерениями и модельными значениями температуры и солености меньше в структурах с положительной завихренностью и больше в структурах с отрицательной завихренностью.

Метод адаптивной статистики позволил воспроизвести на качественно лучшем уровне (по сравнению с упрощенным методом ассимиляции) мезомасштабные вихревые структуры в полях течений. Положения синоптических вихрей на картах уровня моря, восстановленного в реанализе и полученного по данным альтиметрии, сходны. Ежесуточное СКО модельного уровня относительно восстановленного по альтиметрии меньше СКО, рассчитанного в прогнозе, а в период с марта по сентябрь меньше СКО, полученного в варианте с ассимиляцией псевдоизмерений по упрощенному методу ассимиляции.

Сопоставление воспроизведенных в реанализе полей моря с измерениями *Argo* позволило определить максимальные значения среднегодовых СКО: для солености – в халоклине (63 м), для температуры – в верхнем слое 0–100 м. Для повышения точности восстановления гидрофизических полей необходимо ассимилировать данные в слое 0–100 м.

Работа выполнена в рамках государственного задания по теме № 0827-2014-0011 «Исследования закономерностей изменений состояния морской среды на основе оперативных наблюдений и данных системы диагноза, прогноза и реанализа состояния морских акваторий» (шифр «Оперативная океанография»), а также при частичной поддержке РФФИ, грант № 16-05-00621.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Агошков В. И., Пармузин Е. И., Шутяев В. П. Ассимиляция данных наблюдений в задаче циркуляции Черного моря и анализ чувствительности ее решения // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2013. Т. 49, № 6. С. 643–654. doi:10.7868/S0002351513060023
2. Gejadze I., Le Dimet F.-X., Shutyaev V. P. On analysis error covariances in variational data assimilation // SIAM J. Sci. Comput. 2008. Vol. 30, iss. 4. P. 1847–1874. doi:10.1137/07068744X
3. Залесный В. Б., Ивченко В. О. Моделирование крупномасштабной циркуляции морей и океанов // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2015. Т. 51, № 3. С. 295–308. doi:10.7868/S0002351515030141
4. Jazwinski A. H. Stochastic Processes and Filtering Theory. N.-Y. : Academic Press, 1970. 376 p.

5. *Sakaya Y.* Optimal filtering in linear distributed-parameter systems // *Int. J. Contr.* 1972. Vol. 16, iss. 1. P. 115–127. <https://doi.org/10.1080/00207177208932247>
6. *Беляев К. П., Танажуря К. А. С., Тучкова Н. П.* Сравнение методов усвоения данных буев «АРГО» в гидродинамической модели океана // *Океанология.* 2012. Т. 52, № 5. С. 643–653. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=17928237> (дата обращения: 21.08.2017).
7. *Kaurkin M. N., Ibrayev R. A., Belyaev K. P.* Data assimilation in the ocean circulation model of high spatial resolution using the methods of parallel programming // *Russian Meteorology and Hydrology.* 2016. Vol. 41, iss. 7. P. 479–486. doi:10.3103/S1068373916070050
8. *Дорофеев В. Л., Сухих Л. И.* Анализ изменчивости гидрофизических полей Черного моря в период 1993–2012 годов на основе результатов выполненного реанализа // *Морской гидрофизический журнал.* 2016. № 1. С. 33–48. doi:10.22449/0233-7584-2016-1-33-48
9. *Evensen G.* The Ensemble Kalman Filter: theoretical formulation and practical implementation // *Ocean Dyn.* 2003. Vol. 53, iss. 4. P. 343–367. doi:10.1007/s10236-003-0036-9
10. *Counillon F., Bertino L.* High-resolution ensemble forecasting for the Gulf of Mexico eddies and fronts // *Ibid.* 2009. Vol. 59, iss. 1. P. 83–95. doi:10.1007/s10236-008-0167-0
11. *Климова Е. Г.* Модель для расчета ковариаций ошибок прогноза в алгоритме фильтра Калмана, основанная на полных уравнениях // *Метеорология и гидрология.* 2001. № 11. С. 11–21.
12. *Мизюк А. И.* Особенности реализации алгоритма адаптивной статистики в  $\sigma$ -координатной модели в задаче восстановления гидрофизических полей Черного моря // *Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа.* Севастополь : ЭКОСИ-Гидрофизика, 2009. Вып. 18. С. 180–192.
13. Assimilation of climatic hydrological data in a Black-Sea model based on the algorithm of adaptive statistics of prognostic errors / V. V. Knysh [et al.] // *Physical Oceanography.* 2008. Vol. 18, iss. 1. P. 14–24. <https://doi.org/10.1007/s11110-008-9006-6>
14. *Мизюк А. И.* Реанализ гидрофизических полей Черного моря на основе ассимиляции данных измерений температуры и солености в  $z$ -координатной модели // *Морской гидрофизический журнал.* 2014. № 3. С. 30–47. URL: <http://mgfj.ph/index.php/repository?id=95> (дата обращения: 20.08.2017).
15. *Коротаев Г. К., Лишаев П. Н., Кныш В. В.* Восстановление трехмерных полей солености и температуры Черного моря по данным спутниковых альтиметрических измерений // *Исследование Земли из космоса.* 2016. № 1–2. С. 199–212. doi:10.7868/S0205961416010073
16. Восстановление синоптической изменчивости гидрофизических полей Черного моря на основе реанализа за 1980–1993 годы / П. Н. Лишаев [и др.] // *Морской гидрофизический журнал.* 2014. № 5. С. 49–68. URL: <http://mgfj.ph/index.php/repository?id=83> (дата обращения: 20.08.2017).
17. *Pacanowski R. C., Philander S. G. H.* Parameterization of vertical mixing in numerical models of tropical oceans // *J. Phys. Oceanogr.* 1981. Vol. 11, no. 11. P. 1443–1451. [https://doi.org/10.1175/1520-0485\(1981\)011<1443:POVMIN>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0485(1981)011<1443:POVMIN>2.0.CO;2)
18. The ERA-Interim archive. Version 1.0 / P. Berrisford [et al.]. Berkshir: ECMWF, 2009. 16 p. URL: <https://www.ecmwf.int/sites/default/files/elibrary/2009/8173-era-interim-archive.pdf> (дата обращения: 18.08.2017).
19. *Гандин Л. С., Каган Р. Л.* Статистические методы интерпретации метеорологических данных. Л. : Гидрометеиздат, 1976. 360 с.
20. *Pietrzak J.* The use of TVD limiters for forward-in-time upstream-biased advection schemes in ocean modeling // *Mon. Wea. Rev.* 1998. Vol. 126, no. 3. P. 812–830. [https://doi.org/10.1175/1520-0493\(1998\)126<0812:TUOTLF>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0493(1998)126<0812:TUOTLF>2.0.CO;2)
21. *Кауркин М. Н., Ибраев Р. А., Беляев К. П.* Усвоение данных ARGO в модель динамики океана с высоким разрешением по методу ансамблевой оптимальной интерполяции (EnOI) // *Океанология.* 2016. Т. 56, № 6. С. 852–860. doi:10.7868/50030157416060058
22. *Иванов В. А., Белокопытов В. Н.* Океанография Черного моря. Севастополь : ЭКОСИ-Гидрофизика, 2011. 212 с.

23. Использование данных измерений с дрейфующих буев *SVP-BTC* и *Argo* для валидации результатов прогноза температуры воды в прибрежной области Черного моря / Ю. Б. Ратнер [и др.] // Морской гидрофизический журнал. 2014. № 5. С. 33–48.
24. Реанализ сезонной и межгодовой изменчивости полей Черного моря за 1993–2012 гг. / Г. К. Коротаяев [и др.] // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2016. Т. 52, № 4. Р. 475–487. doi:10.7868/S0002351516040076
25. *AVISO*<sup>+</sup> – Satellite Altimetry Data: [сайт]. URL: <http://www.aviso.oceanobs.com> (дата обращения: 20.08.2017).

*Сведения об авторах:*

**Коротаяев Геннадий Константинович**, научный руководитель ФГБУН РАН (Севастополь, Россия), член-корреспондент РАН, профессор, доктор физико-математических наук, ResearcherID: K-3408-2017.

**Кныш Василий Васильевич**, ведущий научный сотрудник отдела динамики океанических процессов ФГБУН МГИ (Севастополь, Россия), профессор, доктор физико-математических наук, ResearcherID: B-3603-2018, [vasiliy.knysh@mhi-ras.ru](mailto:vasiliy.knysh@mhi-ras.ru).

**Лишаев Павел Николаевич**, младший научный сотрудник отдела динамики океанических процессов ФГБУН МГИ (Севастополь, Россия), Scopus Author ID: 57193071072, [pavel.lishaev@mhi-ras.ru](mailto:pavel.lishaev@mhi-ras.ru).

**Демьшев Сергей Германович**, заведующий отделом теории волн ФГБУН МГИ (Севастополь, Россия), доктор физико-математических наук, ORCID: 0000-0002-5405-2282.