

Пространственно-временная изменчивость модельных характеристик в Южной Атлантике

И. Д. Дейнего¹, И. Ансорг², К. П. Беляев^{1,3,*}, Н. А. Дианский⁴

¹Институт океанологии им. П. П. Ширшова РАН, Москва, Россия

²Университет Кейптауна, Отделение океанографии, Кейптаун, ЮАР

³Вычислительный центр РАН им. А. А. Дородницына, Москва, Россия

⁴Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

*E-mail: kosbel55@gmail.com

Поступила в редакцию 02.08.2019 г., после доработки – 20.08.2019 г.

Цель. Изучение пространственно-временной изменчивости некоторых модельных характеристик, в частности поля уровня океана в Южной Атлантике, – цель настоящей работы.

Методы и результаты. Основным методом исследования служит метод разложения аномалий уровня по естественным ортогональным составляющим (*Karhunen-Loeve decomposition*). Изучается изменчивость собственных чисел и векторов соответствующих ковариационных матриц, их распределение во времени и пространстве. Показывается, как данный метод может быть применен к ассимиляции наблюдаемых данных, и анализируется физический смысл этой ассимиляции. Рассматривается математическая модель гидродинамики океана, разработанная в Институте вычислительной математики РАН, сформулирована задача динамико-стохастической и гибридной ассимиляции данных уровня океана. Приведены результаты сравнений пространственно-временной изменчивости модельного и наблюдаемого уровня в Южной Атлантике. Проанализированы сходство и различие этой изменчивости.

Выводы. Сделан анализ структуры взаимосвязи наблюдаемого и моделируемого полей уровня океана, что позволит в дальнейшем провести усвоение данных наблюдений с использованием полученных весовых матриц. Подобные исследования структур взаимосвязей характеристик для полей поверхностной температуры океана, поверхностных течений, совместных ковариационных связей и не только позволят понять, как именно наблюдаемые величины корректируют модельный расчет. Показан климатический ход собственных векторов и чисел, их временная и пространственная изменчивость. Данная методика позволит более детально моделировать и прогнозировать гидродинамические процессы в Южной Атлантике и проводить дальнейший анализ их природы.

Ключевые слова: математическая модель, разложение по естественным ортогональным составляющим, динамико-стохастическая ассимиляция, Южная Атлантика.

Благодарности: работа выполнена по заданию Министерства науки и высшего образования РФ № 0149-2019-0004, а также при частичной поддержке гранта РФФИ № 19-57-60001 (модельные расчеты). Работа И. Ансорг была поддержана грантом UID 118901 Национальным научным фондом Южно-Африканской Республики.

Для цитирования: Пространственно-временная изменчивость модельных характеристик в Южной Атлантике / И. Д. Дейнего [и др.] // Морской гидрофизический журнал. 2019. Т. 35, № 6. С. 572–584. doi:10.22449/0233-7584-2019-6-572-584

Spatial-Temporal Variability of the Model Characteristics in the Southern Atlantic

I. D. Deinego¹, I. Ansorge², K. P. Belyaev^{1,3} *, N. A. Diansky⁴

¹*Shirshov Institute of Oceanology, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

²*University of Cape Town, department of oceanography, Cape Town, South African Republic*

³*Dorodnitsyn Computer Center of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

⁴*Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia*

*e-mail: kosbel55@gmail.com

Purpose. The present article is aimed at studying spatial-temporal variability of some model characteristics, particularly, the sea level data in the Southern Atlantic.

Methods and Results. The eigenvector decomposition method (called the Karhunen-Loeve decomposition) has been used as a main research technique. Variability of the eigenvectors and eigenvalues of the corresponding covariance matrices, and their distribution in time and space are represented. Application of the method to the problem of assimilating the observation data is shown, and physical sense of such assimilation is analyzed. The ocean hydrodynamics model developed in the Institute of Numerical Mathematics, Russian Academy of Sciences, was applied. The problem of dynamical-stochastic and hybrid assimilation of the sea level data is formulated. Spatial-temporal variability of the model sea level and the one observed in the Southern Atlantic were compared. The variability difference and similarity are analyzed.

Conclusions. The correlation structure between the observed and model ocean level fields is considered. This can permit to assimilate the observational data using the obtained weight matrices. Such studies of the sought characteristics' correlation structures of surface temperature, currents, joint covariance etc. will make it possible to understand exactly how the observed values correct model calculations and to carry out observations in the manner most convenient for data assimilation. Climatic behavior of the structure of eigenvectors and eigenvalues is shown. The represented technique permits to model and to forecast the hydrodynamic processes in the Southern Atlantic in more details.

Keywords: mathematical model, eigenvector and eigenvalue decomposition, dynamical-stochastic data assimilation method, Southern Atlantic.

Acknowledgments: The work is performed according to the task of the Ministry of Science and High Education of Russian Federation No 0149-2019-0004, and also at partial support of the RFBR grant No 19-57-60001. The work of I. Ansorge was supported by the grant UID 118901 of the National Science Foundation of South African Republic.

For citation: Deinego, I.D., Ansorge, I., Belyaev, K.P. and Diansky, N.A., 2019. Spatial-Temporal Variability of the Model Characteristics in the Southern Atlantic. *Physical Oceanography*, [e-journal] 26(6), pp. 504-514. doi:10.22449/1573-160X-2019-6-504-514

Введение

Одним из наиболее важных и востребованных направлений в современной океанологии является разработка и практическое применение методов ассимиляции (усвоения) данных наблюдений (АДН). С целью наиболее полного описания физической и/или технической динамической системы и ее изменчивости на современном этапе исследований необходимо объединять реальные данные независимых наблюдений и расчеты по математическим моделям, повышать точность моделирования и прогнозирования физических процессов. В последние годы методы АДН широко применяются в науках о Земле, обеспечивая взаимосвязь между двумя этими основными компонентами (наблюдениями и моделями), позволяющими проводить мониторинг состояния окружающей среды. Наибольшие приложения эти методы получи-

ли в метеорологии и океанографии, где наблюдения ассимилируются в численные модели с целью получения граничных или начальных условий, а также промежуточной корректировки модельных результатов для дальнейшего моделирования и прогноза [1–3].

Методы АДН можно условно разделить на вариационные, основанные на задачах минимизации заданного функционала [4–7], которые формулируются как задачи оптимального управления и теории сопряженных уравнений, и динамико-стохастические, базирующиеся на теории вероятностей и методах фильтрации [8–11]. История вариационного метода восходит к 70-м годам XX в., когда Г. И. Марчук сформулировал фундаментальный подход к решению задачи долгосрочного прогноза погоды, основанный на так называемых сопряженных уравнениях для нелинейных моделей гидродинамики атмосферы и океана [12, 13]. В динамико-стохастических схемах АДН используется принцип оптимальной фильтрации, основанный на уравнениях теории Калмана [14], которые на современном этапе известны как методы ансамблевого фильтра Калмана (*EnKF*) [15]. Обе вышеприведенные схемы активно используются при решении задач оперативной океанографии, 4D-прогноза состояния океана в районах, представляющих особый интерес с точки зрения добычи и транспортировки полезных ископаемых, прежде всего углеводородов, а также в зонах экологического мониторинга, рыбного промысла, расположения защитных сооружений и пр. На развитие и применение таких методов АДН направлены, в частности, проекты *REMO* (Бразилия) [16], *BlueLink* (Австралия) [17], *TOPAZ* (Норвегия) [18] и ряд других. Кроме указанных основных подходов АДН есть также и ряд гибридных методов, сочетающих оба вышеприведенных подхода. К этим методам можно, например, отнести авторскую схему АДН [19], в которой минимизируется функционал, построенный по динамико-стохастической схеме.

Тем не менее при применении обоих подходов АДН в работах мало внимания уделяется собственно физическому пониманию тех принципов, на которых строится ассимиляция данных. Например, при применении динамико-стохастического метода АДН никак или почти никак не исследуются следующие вопросы: за счет чего происходит передача информации от наблюдений к самой модели и как именно знание характеристик в одних точках меняет значение поля в других. То есть количественно и физически не исследуются взаимосвязи между различными точками пространства – времени (которые задаются уравнениями модели и соответствующими передаточными функциями), а также между различными модельными характеристиками. Непонятно, какие районы более чувствительны к наблюдениям, а какие нет, как такие взаимосвязи меняются во времени и как количественно они зависят от числа и плотности наблюдений. В динамико-стохастическом подходе эти взаимосвязи количественно выражаются через ковариационные функции или взаимно-ковариационные функции, построение которых представляет собой непростую задачу.

В настоящей работе на основе математической модели общей циркуляции океана методом Монте-Карло строятся ковариационные матрицы аномалий уровня океана и затем эти ковариационные матрицы раскладываются по собственным векторам. Это известный в климатологии, океанологии и физике атмосферы метод разложения по естественным ортогональным составля-

ющим, в западной литературе именуемый как метод Карунена – Лоэва (*Karhunen-Loeve decomposition*). Как самому методу, так и его применению в геофизике посвящена обширная литература*. Тем не менее при ассимиляции данных этим методом почти не пользуются, хотя он позволяет понять, какие именно пространственно-временные взаимосвязи модельных и наблюдаемых характеристик используются при усвоении, а также чем модельные пространственно-временные взаимосвязи отличаются от наблюдаемых. Кроме того, использование этого метода может упростить чисто технически реализацию расчетов по динамико-стохастическому подходу, так как этот метод позволяет редуцировать размер ковариационной матрицы. Подобного рода исследования были проведены в [20].

Район Южной Атлантики выбран нами по следующим причинам. Во-первых, этот район изучен гораздо хуже, чем, например, Северная Атлантика, хотя его важность для исследования климата и общей циркуляции океана никем не оспаривается. Во-вторых, этот регион чрезвычайно важен для таких стран, как Бразилия и Южная Африка, а Россия как член БРИКС может и должна вносить свой вклад в изучение процессов в регионах, интересующих ее партнеров. И, наконец, разработка и применение новых методов более важны там, где мало данных и где их отсутствие или недостаток можно компенсировать разработкой более продвинутых и сложных методов исследования.

Математическая модель общей циркуляции

Базовые уравнения модели общей циркуляции *Institute of Numerical Mathematics Ocean Model (INMOM)* задаются в криволинейной ортогональной системе координат, полученной преобразованием декартовой системы координат для обобщенной сферы, и описываются следующей системой уравнений гидродинамики:

$$D_t u - (l + \xi)vH = \frac{-H}{r_x} \left(\frac{1}{\rho_0} P_x + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_a}{\partial x} - g \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{n}{H} \frac{\partial u}{\partial \sigma} + \Delta u, \quad (1)$$

$$D_t v - (l + \xi)uH = \frac{-H}{r_y} \left(\frac{1}{\rho_0} P_y + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_a}{\partial y} - g \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{n}{H} \frac{\partial v}{\partial \sigma} + \Delta v, \quad (2)$$

$$\text{div}_n u + \frac{1}{H} \frac{\partial w}{\partial \sigma} = \frac{1}{H} \frac{\partial \zeta}{\partial t}, \quad (3)$$

$$\tilde{D}_t \theta = \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{n_\theta}{H} \frac{\partial \theta}{\partial \sigma} + \Delta \theta + \frac{\partial R}{\partial \sigma}, \quad (4)$$

$$\tilde{D}_t S = \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{n_s}{H} \frac{\partial S}{\partial \sigma} + \Delta S, \quad (5)$$

$$\rho = \hat{\rho}(\theta, S + 35, p_w) - \hat{\rho}(0, 0, \rho_0 g \sigma H). \quad (6)$$

* Рожков В. А. Статистическая гидрометеорология. Часть III: Неустойчивость состояния и движения. Взаимодействие океана и атмосферы. Климат. СПб. : Изд-во СПбГУ, 2015. 255 с.

Здесь $u = (u, v)$ – вектор горизонтальной скорости, u и v – зональная и меридиональная компоненты скорости течения; w – вертикальная скорость в σ -системе координат, где $\sigma = (z - \zeta(x, y, t))/(H(x, y) - \zeta(x, y, t))$, z – направленная вниз вертикальная координата, ζ – отклонение уровня океана от невозмущенной поверхности, H – глубина океана в состоянии покоя; θ – потенциальная температура; R – поток проникающей солнечной радиации; S – соленость за вычетом константы, равной 35ШПС; ρ – отклонение плотности воды от некоторого среднего профиля плотности, зависящего только от давления столба жидкости ρ_0 со средней плотностью в океане $\rho_0 = 1,025$ г/см³ на глубине $z = \sigma H$; l – параметр Кориолиса; Δ – оператор горизонтального градиента. Метрические коэффициенты r_x, r_y задаются заранее при выборе обобщенной системы координат, а коэффициенты вязкости и диффузии n, n_s, n_θ считаются известными. Оператор D_t – так называемый оператор переноса, который при применении к произвольной скалярной переменной ϕ (например к температуре или солености) записывается в следующем виде:

$$\tilde{D}_t \phi = \frac{\partial \xi \phi}{\partial t} + (r_x r_y)^{-1} \left[\frac{\partial}{\partial x} (r_y u \phi) + \frac{\partial}{\partial y} (r_x v \phi) \right] + \frac{\partial}{\partial \sigma} w \phi. \quad (7)$$

Остальные обозначения общепринятые.

Эта модель детально описана в [21, 22], в настоящей работе важна конфигурация модели и ее экспериментальная реализация. Модель реализована для совместной акватории Атлантики и Арктического бассейна, включая Берингово море, от Антарктиды до Алеутских о-вов с пространственным разрешением $0,25^\circ$ в повернутой на 90° системе координат так, что модельные полюса лежат на географическом экваторе. По глубине задаются 40 неравномерно расположенных σ -уровней с более частым заданием в верхних слоях.

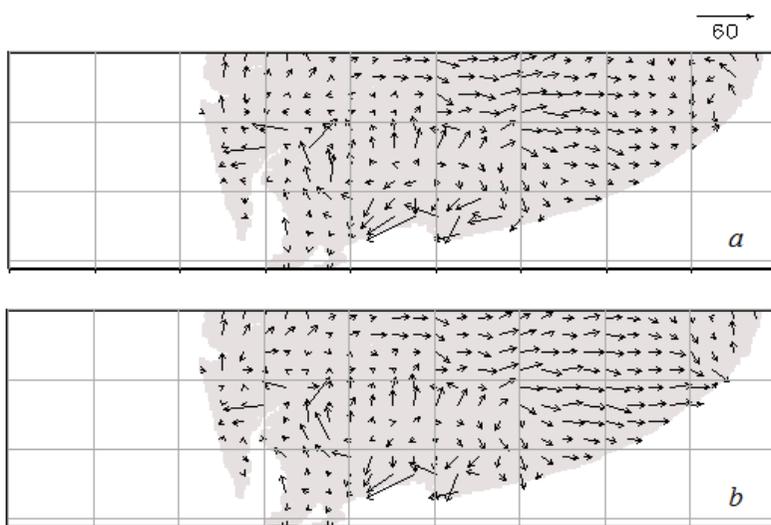
На твердых участках боковой границы для скорости течений используются условия непротекания и свободного скольжения, на дне – условия непротекания и квадратичного придонного трения. Для температуры и солености на всех участках твердой границы задаются условия изоляции.

На жидких границах в проливе Дрейка, между Африкой и Антарктидой и между Беринговым морем и Тихим океаном предписывались средние многолетние месячные значения температуры и солености из атласа [23]. Поскольку на жидких границах задавались значения плотности (через температуру и соленость), здесь автоматически реализуется условие задания геострофических скоростей течений. В качестве стока рек использовались климатические среднемесячные данные расходов воды для всех крупных рек модельной акватории, для задания атмосферного воздействия (внешний форсинг) – климатические поверхностные данные из атласа *NCEP/NCAR* [24], как это предложено в проекте *Common Ocean Research Experiment (CORE)*.

Уравнения (1) – (6) интегрируются с нулевыми начальными условиями для скоростей и значений из атласа [23] для температуры и солености в течение 40 лет (так называемая *Spin Up* процедура). В результате разгона полученные поля за последние 8 лет записываются на каждые сутки. Таким образом, име-

ется 365×8 ежесуточных климатических значений (високосные годы не учитываются). По этим полям строятся скорости течений и поля уровня. Все расчеты выполнялись на суперкомпьютере «Ломоносов-1» Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова [25].

На рис. 1 приведены значения поверхностных скоростей течений, рассчитанные по модели (1) – (6) для лета (15 января, среднее за 8 лет) и зимы (15 июля, среднее за 8 лет). Как видно, сезонно климатические течения различаются незначительно, хотя определенные различия есть: зимой течения интенсифицируются, особенно в районе пролива Дрейка, скорости несколько больше, горизонтальный градиент возрастает.

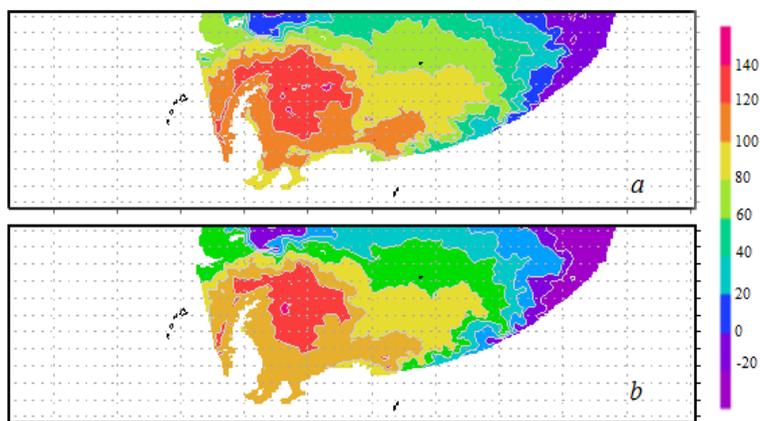


Р и с. 1. Рассчитанные поля поверхностных скоростей течений в районе пролива Дрейка летом – *a* и зимой – *b*. Модельная система координат. Левая жидкая граница проходит в проливе Дрейка, правая – между Антарктидой и Африкой

F i g. 1. Model fields of surface currents in the Drake Strait region in summer – *a* and in winter – *b*. Model coordinate system. The left aquatic boundary is in the Drake Strait, the right one – between Antarctica and Africa

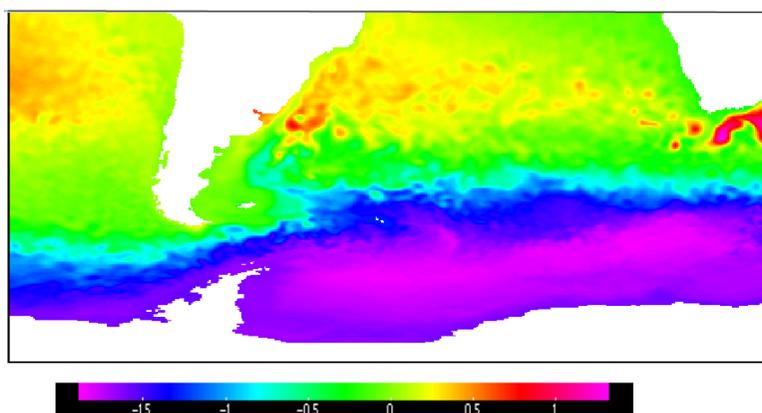
На рис. 2 приведены поля уровня ζ , построенные аналогичным образом. Также заметно, что в зимний период зона максимального уровня несколько смещена к северу, летом появляется небольшая дополнительная зона высоких значений уровня вблизи Антарктиды, градиент размывается.

Модельные значения уровня можно сравнить с наблюдаемым уровнем по данным *Altimetry Validating and Interpolating Satellite Observations (AVISO)* (www.aviso.gov). На рис. 3 показан уровень океана на климатический январь. По сравнению с модельным уровнем (рис. 2, *a*) на рис. 3 более выражены синоптические вихри в районе Циркумполярного течения и менее заметны крупномасштабные структуры в западной части Южной Атлантики. Однако общая картина уровня похожа как количественно, так и качественно.



Р и с. 2. Рассчитанные поля уровня океана летом – *a* и зимой – *b*. Модельная система координат. Левая жидкая граница проходит в проливе Дрейка, правая – между Антарктидой и Африкой. Положительные значения соответствуют понижению уровня

F i g. 2. Model fields of the ocean level in the Drake Strait region in summer – *a* and in winter – *b*. Model coordinate system. The left aquatic boundary is in the Drake Strait, the right one – between Antarctica and Africa. Positive values correspond to the level lowering



Р и с. 3. Наблюдаемый уровень поверхности океана (м) в районе пролива Дрейка в январе. Данные AVISO

F i g. 3. Observed sea surface level (m) in the Drake Strait region in January. AVISO data

Ковариационные связи при усвоении данных наблюдений

При АДН по динамико-стохастической схеме используется следующий алгоритм:

$$X_a = X_b + K(Y - HX_b), \quad (8)$$

$$K = BH^T (HBH^T + R)^{-1}. \quad (9)$$

Здесь X_a , X_b – модельные поля (состояния модели) после (*analysis*) и до (*background*) коррекции соответственно; Y – вектор наблюдений; K – весовая

матрица (*Kalman gain*); B – так называемая ковариационная матрица ансамбля модели. Ее строгое определение дать довольно сложно, вместо этого обычно описывается способ ее построения, а именно: строится ансамбль X^l , где $l = 1, \dots, N$, модельных расчетов с различных начальных условий и затем в каждой точке сетки i, j строится матрица вида

$$B = \{b_{ij}\} = N^{-1} \sum_{l=1}^N (X_i^l - \overline{X}_i)(X_j^l - \overline{X}_j)^T, \quad (10)$$

где \overline{X}_i – среднее по ансамблю в точке i . Кроме того, в (8) и (9) входят оператор проектирования H (смысл которого – спроектировать значение модели в точке наблюдений и при этом удалить из рассмотрения все ненаблюдаемые переменные), а также диагональная матрица R (физический смысл которой – дисперсия ошибок инструментальных наблюдений), которая обычно задается эмпирически. Верхний индекс T обозначает транспонирование вектора и/или матрицы.

Как видно из формулы (10), матрица B имеет весьма громоздкий вид, зависит от каждой пары точек сетки (а также от размера ансамбля) и ее построение и анализ представляют собой сложную задачу. Тем не менее именно по матрице B определяется весовая матрица K , которая представляет собой передаточную функцию от наблюдений, а точнее от разности между наблюдением и моделью, то есть от ошибки расчета к самой модели.

В литературе построение матрицы B , а затем весовой матрицы K является основной задачей АДН по динамико-стохастической схеме. Работ, в которых исследуются свойства этих матриц, а также делаются какие-либо сравнения модельных матриц с построенными по наблюдениям, очень мало. Кроме вышеотмеченной работы [20] назовем еще работу [26], где исследуются числовые характеристики матрицы B . Между тем, как видно из формул (8) и (9), структура и спектр симметричной матрицы HBH^T будут определять свойства матрицы K , а затем и анализа X_a . При последовательном усвоении временные характеристики этих матриц будут давать основной вклад во временную изменчивость скорректированного поля. Более того, физические свойства полученного поля, например характеристики волн или течений, напрямую зависят от того, насколько хорошо эти матрицы учитывают физические взаимосвязи модельных и наблюдаемых параметров. В связи с вышеизложенным мы сделали попытку перед непосредственно усвоением данных по формулам (8) и (9) разобраться с этими взаимосвязями.

В предыдущей рубрике приведены результаты последних 8 лет модельных расчетов с климатическим форсингом на каждые сутки. По этим данным были построены средние по 8 годам и аномалии (разность между текущим и средним значениями). Затем строились ковариационные матрицы аномалий по формуле (10). При этом на каждый климатический месяц выбиралось 15-е число (среднее число месяца) и для увеличения длины выборки добавлялись 5-, 10-, 20-, 25-е числа этого же месяца, т. е. длина выборки была равна $5 \times 8 = 40$. Итого было построено 12 среднемесячных ковариационных матриц аномалий с длиной выборки 40.

Анализ результатов и некоторые выводы

В качестве основной физической характеристики для исследования был выбран уровень океана, выше обозначенный как ζ . По формуле (10) строились ковариационные функции аномалий этого уровня на каждый климатический месяц. Так как рассматривались только модельные данные, оператор H в формуле (10) был выбран единичным.

Для матрицы HBH^T , которая в дальнейшем будет обозначаться через B , искались собственные векторы и числа. То есть искался такой набор векторов X^l , где $l = 1, \dots, L$ (L – размерность $2D$ -сетки), при котором $BX^m = \lambda_m X^m$, где λ_m – собственные числа. В нашем случае размерность составляла $L = 148 \times 764$. Тогда представление любого вектора, в том числе разности наблюдаемого и модельного полей ($Y - HX_b$), может быть выражено как

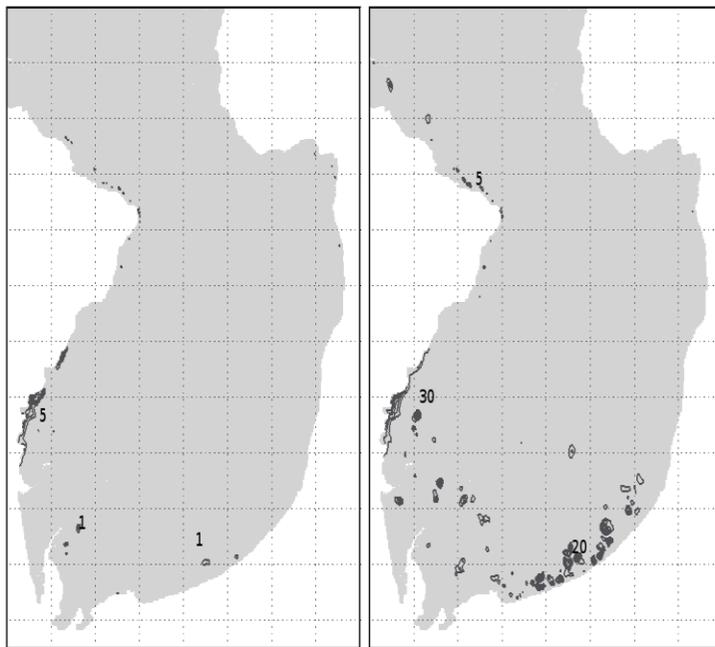
$$X_a = X_b + K(Y - HX_b) = X_b + \sum_{m=1}^L \alpha_m \lambda_m X^m, \quad (11)$$

где α_m – некоторые коэффициенты, определяемые при разложении наблюдаемого вектора. Структура же полей анализа будет полностью определяться характеристиками собственных векторов X^m , а их суммарный вклад – величинами собственных чисел λ_m с учетом того факта, что собственные векторы прямой и обратной симметричной матрицы совпадают, а собственные числа обратной матрицы обратны (т. е. возводятся в минус первую степень) собственным числам прямой матрицы.

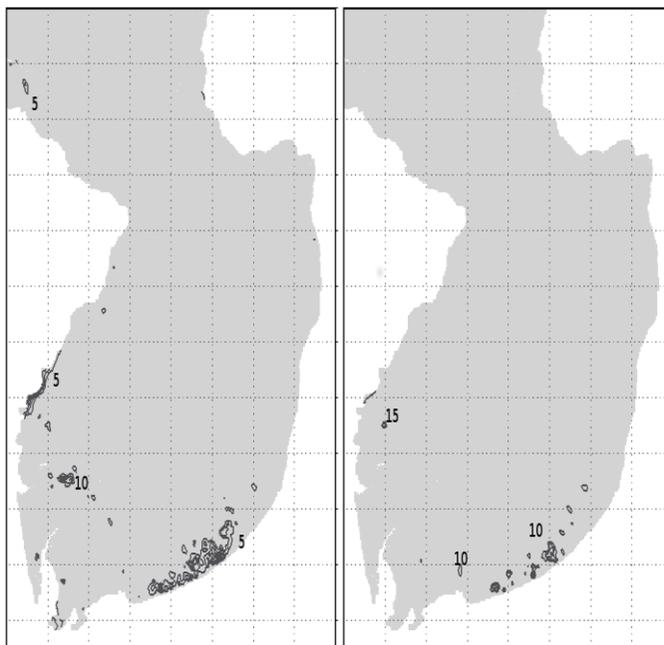
На рис. 4 приведены первые два собственных вектора аномалии уровня ζ^m , где $m = 1, 2$ для января (лето). Обращает на себя внимание наличие заметных ненулевых значений вдоль берегов, особенно в южной части океана, и почти полное отсутствие какого-либо сигнала в центре области. Это означает, что основные ковариационные связи, т. е. корреляция между пространственными значениями уровня, передаются именно вдоль этих ненулевых значений. Достаточно легко отождествить эти связи с известными волновыми структурами, в частности с шельфовыми захваченными волнами, которые структурно очень похожи.

Зимние (июль) ковариационные связи показаны на рис. 5. Здесь заметна интенсификация значений вдоль южного берега, а также сильная струя вдоль южноамериканского шельфа, которые не прослеживаются в летний период. В целом оба собственных вектора как в зимний, так и в летний период показывают концентрацию взаимосвязей вдоль южной части Атлантики, ближе к африканскому и антарктическому берегу, и в меньшей степени – вдоль Южной Америки.

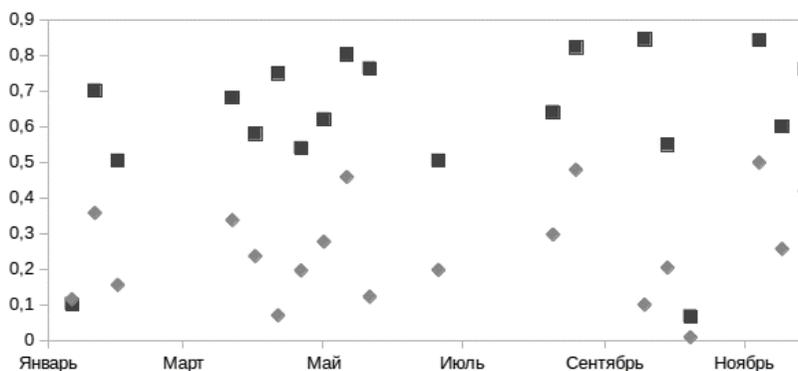
Приведем также структуру собственных чисел, отвечающих векторам, построенным ранее. На рис. 6 показаны нормированные значения первых двух компонент в годовом ходе. Видно, что первая компонента примерно в три раза превосходит по значению, а следовательно, и по энергии вторую компоненту соответствующей матрицы. Данные собственные числа имеют выраженный климатический сезонный ход, заметно уменьшаются по значению зимой (май – сентябрь) и увеличиваются к лету (ноябрь – февраль). При этом сама структура собственных векторов также имеет сезонный ход, но проявляющийся обратным образом: в январе она намного беднее, чем в июле.



Р и с. 4. Первый (слева) и второй (справа) собственные векторы летом
Fig. 4. The first (left) and the second (right) eigenvectors in summer



Р и с. 5. Первый (слева) и второй (справа) собственные векторы зимой
Fig. 5. The first (left) and the second (right) eigenvectors in winter



Р и с. 6. Распределение собственных чисел двух главных компонент, нормированных на сумму: ■ – первая, ◆ – вторая компонента

F i g. 6. Distribution of the eigenvalues of two main components normalized for the sum: ■ – the first component, ◆ – the second one

З а к л ю ч е н и е

Рассмотрена задача численного моделирования гидродинамики Южной Атлантики с анализом структуры взаимосвязи характеристик полей наблюдаемого и модельного уровня. Эти расчеты позволят в дальнейшем провести усвоение данных наблюдений и понять, как именно данные наблюдений влияют на модельные поля и связанные с ними характеристики. Исследование подобных структур и взаимосвязей позволяет не только понять, как именно наблюдаемые величины корректируют модельный расчет, но и выделить особо важные районы для усвоения; понять, где именно необходимо проводить наблюдения, чтобы наблюдаемая информация использовалась максимально.

В работе показано, что структура собственных векторов и чисел имеет заметный климатический сезонный ход. Собственные векторы имеют более богатую и энергетически выраженную структуру зимой (июль) по сравнению с летом (январь). Наоборот, собственные числа, соответствующие этим векторам, ведут себя обратным образом – они максимальны летом и минимальны зимой.

Разложение ковариационных функций, применяемых для АДН, позволяет существенно улучшить вычислительные характеристики алгоритма усвоения, ускорить процедуры нахождения весовых передаточных матриц и в целом упростить саму схему АДН. Кроме того, можно предварительно сравнивать наблюдаемые и модельные структуры и их взаимосвязи для определения наиболее энергетически важных структур, изучать их сезонную и синоптическую изменчивость.

В данной работе как первый шаг все необходимые расчеты были выполнены для полей уровня. Однако ничего не мешает сделать то же самое для полей температуры поверхности океана, поверхностных течений, а также для определения совместных ковариационных связей.

В дальнейшем планируется усвоение данных наблюдений с гидрологических станций, выполненных в экспедициях совместно с университетом Кейптауна, ЮАР. Применение данной методики так же, как и других современных методов и моделей, позволит более детально разобраться с процессами гидродинамики в Южной Атлантике.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ghil M., Malanotte-Rizzoli P.* Data Assimilation in Meteorology and Oceanography // *Advances in Geophysics*. 1991. Vol. 33. P. 141–266. doi:10.1016/S0065-2687(08)60442-2
2. A simpler formulation of forecast sensitivity to observations: application to ensemble Kalman filters / E. Kalnay [et al.] // *Tellus A: Dynamic Meteorology and Oceanography*. 2012. Vol. 64, iss. 1. 18462. <https://doi.org/10.3402/tellusa.v64i0.18462>
3. Информационно-вычислительные технологии – новый этап развития оперативной океанографии / Г. И. Марчук [и др.] // *Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана*. 2013. Т. 49, № 6. С. 629–642. doi:10.7868/S0002351513060114
4. *Marchuk G. I., Zalesny V. B.* Modeling of the World Ocean Circulation with the Four-Dimensional Assimilation of Temperature and Salinity Fields // *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*. 2012. Vol. 48, no. 1. P. 15–29. doi:10.1134/S0001433812010070
5. Problems of variational assimilation of observational data for ocean general circulation models and methods for their solution / V. I. Agoshkov [et al.] // *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*. 2010. Vol. 46, iss. 6. P. 677–712. doi:10.1134/S0001433810060034
6. *Агошков В. И., Пармузин Е. И., Шутяев В. П.* Численный алгоритм вариационной ассимиляции данных наблюдений о температуре поверхности океана // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2008. Т. 48, № 8. С. 1371–1391. doi:10.1134/S0965542508080046
7. *Marchuk G. I., Zalesny V. B.* A numerical technique for geophysical data assimilation problem using Pontryagin’s principle and splitting-up method // *Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling*. 1993. Vol. 8, no. 4. P. 311–326. doi:<https://doi.org/10.1515/rnam.1993.8.4.311>
8. *Xie J., Zhu J.* Ensemble optimal interpolation schemes for assimilating Argo profiles into a hybrid coordinate ocean model // *Ocean Modelling*. 2010. Vol. 33, iss. 3–4. P. 283–298. doi:10.1016/j.ocemod.2010.03.002
9. Применение метода адаптивной статистики для реанализа полей Черного моря с ассимиляцией псевдоизмерений температуры и солености в модели / Г. К. Коротаев [и др.] // *Морской гидрофизический журнал*. 2018. Т. 34, № 1. С. 40–56. doi:10.22449/0233-7584-2018-1-40-56
10. *Беляев К. П., Танажура К. А. С., Тучкова Н. П.* Сравнение методов усвоения данных буев “Арго” в гидродинамической модели океана // *Океанология*. 2012. Т. 52, № 5. С. 643–653. doi:10.1134/S0001437012050025
11. An optimal data assimilation method and its application to the numerical simulation of the ocean dynamics / K. Belyaev [et al.] // *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*. 2017. Vol. 24, iss. 1. P. 12–25. doi:10.1080/13873954.2017.1338300
12. *Марчук Г. И.* Численные методы в прогнозе погоды. Л. : Гидрометеиздат, 1967. 356 с.
13. *Marchuk G. I., Penenko V. V.* Application of optimization methods to the problem of mathematical simulation of atmospheric processes and environment // *Modelling and Optimization of Complex Systems: Proceedings of the IFIP-TC 7 Working Conference Novosibirsk, USSR, 3–9 July, 1978* / G. I. Marchuk (ed.). Berlin, Heidelberg : Springer, 1979. P. 240–252. doi:10.1007/BFb0004167
14. *Kalman R. E.* A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems // *Journal of Fluids Engineering*. 1960. Vol. 82, iss. 1. P. 35–45. doi:10.1115/1.3662552
15. *Evensen G.* Data Assimilation: The Ensemble Kalman Filter. Berlin : Springer, 2009. 307 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-03711-5>
16. An assessment of the Brazil Current baroclinic structure and variability near 22°S in Distinct Ocean Forecasting and Analysis Systems / M. O. Lima [et al.] // *Ocean Dynamics*. 2016. Vol. 66, iss. 6–7. P. 893–916. doi:10.1007/s10236-016-0959-6
17. Operational Oceanography in the 21st Century / A. Schiller, G. B. Brassington (eds.). Dordrecht : Springer, 2011. 745 p. doi:<https://doi.org/10.1007/978-94-007-0332-2>

18. *Cummings J. A., Smedstad O. M.* Variational Data Assimilation for the Global Ocean // Data Assimilation for Atmospheric, Oceanic and Hydrologic Applications (Vol. II) / S. K. Park, L. Xu (eds). Berlin, Heidelberg : Springer-Verlag, 2013. P. 303–343. https://doi.org/10.1007/978-3-642-35088-7_13
19. An optimal data assimilation method and its application to the numerical simulation of the ocean dynamics / K. Belyaev [et al.] // Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems. 2017. Vol. 24, iss. 1. P. 12–25. doi:10.1080/13873954.2017.1338300
20. *Belyaev K., Tanajura C. A. S.* A Time-Space Description of the Analysis Produced by a Data Assimilation Method // Without Bounds: A Scientific Canvas of Nonlinearity and Complex Dynamics. Berlin : Springer-Verlag, 2013. P. 729–746. https://doi.org/10.1007/978-3-642-34070-3_52
21. Пространственная структура потока антарктических вод в разломе Вима Срединно-Атлантического хребта / Д. И. Фрей [и др.] // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 2018. Т. 54, № 6. С. 727–732. doi:10.1134/S0002351518060068
22. *Гусев А. В., Дианский Н. А.* Воспроизведение циркуляции Мирового океана и ее климатической изменчивости в 1948–2007 гг. // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 2014. Т. 50, № 1. С. 3–15. doi:10.7868/S0002351513060072
23. *Levitus S. E.* Climatological Atlas of the World Ocean. Princeton : NOAA, 1982. 173 p. (NOAA Professional Paper 13).
24. *Kalnay E.* Atmospheric modeling, data assimilation and predictability. New York : Cambridge University Press, 2002. 341 p. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511802270>
25. Практика суперкомпьютера «Ломоносов» / В. Воеводин [и др.] // Открытые системы СУБД. 2012. № 7. С. 36–39.
26. *Kaurkin M. N., Ibraev R. A., Belyaev K. P.* Assimilation of the AVISO Altimetry Data into the Ocean Dynamics Model with a High Spatial Resolution Using Ensemble Optimal Interpolation (EnOI) // Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics. 2018. Vol. 54, iss. 1. P. 56–64. doi:10.1134/S0001433818010073

Об авторах:

Дейнего Ирина Дмитриевна, аспирант второго года обучения, Институт океанологии им. П. П. Ширшова РАН (117997, Россия, г. Москва, Нахимовский проспект, д. 36), **ORCID ID: 0000-0003-2985-028X**, deynego.id@ocean.ru

Ансорг Изабель, профессор, Отделение океанографии Университета Кейптауна (Rondebosch, 7701, RSA), PhD, **ORCID ID: 0000-0001-7071-8147**, isabelle.ansorge@uct.ac.za

Беляев Константин Павлович, научный сотрудник, Вычислительный центр РАН им. А. А. Дородницына (119333, Россия, г. Москва, ул. Вавилова, д. 40), доктор физико-математических наук, **Scopus Author ID: 6603447653**, kosbel55@gmail.com

Дианский Николай Ардальянович, главный научный сотрудник, кафедра физики моря и вод суши физического факультета, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова (119991, Россия, г. Москва, ГСП-1, Ленинские горы, д. 1, стр. 2), доктор физико-математических наук, доцент, **ORCID ID: 0000-0002-6785-1956**, **ResearcherID: R-8307-2018**, nikolay.diansky@gmail.com