

Моделирование на основе сопряженных уравнений переноса загрязнений для задач комплексного экологического мониторинга

Ю. Н. Рябцев, М. В. Цыганова*

Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь, Россия

**E-mail: m.tsyganova@mhi-ras.ru*

Поступила в редакцию 04.10.2019 г., после доработки 20.11.2019 г.

Цель. Решение задачи выбора мест для оптимального размещения источников загрязнения в Севастопольской бухте с помощью сопряженных уравнений переноса примеси – цель данной работы.

Методы и результаты. В качестве природоохранного объекта выбраны набережные центра города, Артбухта и зона городского пляжа. Решая сопряженную задачу переноса пассивной примеси, получим функцию влияния, позволяющую выявить районы побережья, размещение в которых источников загрязнения может причинить ущерб природоохранной зоне при заданной структуре течений. Чтобы убедиться в корректности решения сопряженной задачи, мы можем решить прямую задачу для различных положений источников примеси. Решение сопряженной задачи позволяет получить информацию о количестве примеси в заданной природоохранной зоне и в заданный период времени при произвольном расположении источника примеси. Для расчета скоростей течений используется линейная баротропная модель установившихся ветровых течений.

Выводы. По результатам численного моделирования определены районы, размещение в которых источников загрязнения приведет к нарушению санитарных норм в рассматриваемой природоохранной зоне. Эксперименты показали, что наиболее опасными являются ветры северных и восточных румбов, поэтому размещение промышленных объектов, ливневых и канализационных стоков жилых районов на Северной стороне Севастопольской бухты может нанести вред экологическому состоянию рассматриваемого района. При восточном и юго-восточном ветре основным источником опасности являются продукты хозяйственной деятельности в Южной бухте. При ветрах южных румбов опасность представляет размещение источников загрязнения на побережье самой рекреационной зоны.

Ключевые слова: численное моделирование, прибрежная зона, сопряженная задача, перенос примеси, Севастопольская бухта.

Благодарности: работа выполнена в рамках государственного задания ФГБУН ФИЦ МГИ по теме № 0827-2019-0004 «Комплексные междисциплинарные исследования океанологических процессов, определяющих функционирование и эволюцию экосистем прибрежных зон Черного и Азовского морей», при финансовой поддержке РФФИ и г. Севастополя в рамках научного проекта № 20-45-920019 «Междисциплинарное исследование влияния физико-географической конфигурации городской ливневой канализации в полужакрытой антропогенно-нагруженной бухте эстуарного типа на экологическое и рекреационное состояние береговой зоны».

Для цитирования: Рябцев Ю. Н., Цыганова М. В. Моделирование на основе сопряженных уравнений переноса загрязнений для задач комплексного экологического мониторинга // Морской гидрофизический журнал. 2020. Т. 36, № 2. С. 214–225. doi:10.22449/0233-7584-2020-2-214-225

Modeling of Pollution Transport for the Integrated Environmental Monitoring Based on the Adjoint Equations

Yu. N. Ryabtsev, M. V. Tsyganova*

Marine Hydrophysical Institute, Russian Academy of Sciences, Sevastopol, Russia

**e-mail: m.tsyganova@mhi-ras.ru*

Purpose. The aim of the present paper is to solve the problem of choosing the localities in the Sevastopol Bay for optimal placing the pollution sources using the adjoint equations of the admixture transfer.

Methods and Results. The sea-fronts in the city center, the Artilleriyskaya Bay and the city beach zone are chosen as the nature protection areas. Solution of the adjoint equation of the passive admixture transport yields the influence function that permits to reveal the areas on the coast, where, in case the pollution sources are placed there, the sanitary standards will be violated, and, at the existing currents' structure, these nature protection zones will suffer significant damage. To make sure that the adjoint equation is solved correctly, the direct problem can be solved for various locations of the impurity sources. Solution of the adjoint equation makes it possible to obtain information on the impurity amount in the preset nature protection zones during the preset time period at an arbitrary location of the impurity source. The currents velocities are calculated by the linear three-dimensional barotropic model for the steady wind currents.

Conclusions. The numerical modeling results revealed the regions, where placing of the pollution sources would violate sanitary standards in the nature protection zones under study. The experiments showed that the north and east winds were the most hazardous. Hence industrial facilities, storm and sewage discharges having been placed at the northern side of the Sevastopol Bay, can be extremely harmful for the ecological state of the regions under consideration. At the east and southeast winds, the industrial activity products in the Yuzhnaya Bay constitute a basic source of contamination. At the south winds, the most hazardous situation occurs in case the pollution sources are placed at the coast of the very recreational zone of the city.

Keywords: numerical modeling, coastal zone, adjoint equation, contamination transport, Sevastopol Bay.

Acknowledgements: the work was carried out within the framework of the state task for FSBSI FRC MHI on theme No. 0827-2019-0004 "Complex interdisciplinary studies of oceanological processes conditioning functioning and evolution of the ecosystems of the Black and Azov seas' coastal zones", and was funded by RFBR and Sevastopol, project number 20-45-920019 "Interdisciplinary investigation of physical and geographical parameters of urban sewer system in the semienclosed estuarine bay with the high anthropogenic load and their link to ecological and recreational state".

For citation: Ryabtsev, Yu.N. and Tsyganova, M.V., 2020. Modeling of Pollution Transport for the Integrated Environmental Monitoring Based on the Adjoint Equations. *Physical Oceanography*, [e-journal] 27(2), pp. 197-209. doi:10.22449/1573-160X-2020-2-197-209

Введение

Восстановление промышленного потенциала Севастополя в последние годы вызвало рост антропогенной нагрузки на прибрежную зону региона. Высокими темпами происходит индустриальное освоение шельфа, в прибрежных акваториях развиваются хозяйственные комплексы, интенсивно используются рекреационный и биопродукционный потенциалы, нарастает производство пищевых морепродуктов. В связи с рекреационным развитием Севастополя, наличием природоохранных объектов типа дельфинариев и зон развития марикультуры возникает необходимость повышать требования к соблюдению санитарных норм в регионе. Поэтому особое внимание уделяется исследованию экологического состояния Севастопольской бухты [1–7].

При строительстве в прибрежной зоне промышленных объектов встает задача их рационального размещения для минимизации возможного ущерба от их деятельности. Академик Г. И. Марчук для решения указанной проблемы предложил метод, в котором используются сопряженные уравнения переноса и диффузии примеси (сопряженная задача) [8]. Данный метод часто применяется в океанологии [9–13]. В целом ряде работ исследуется перенос примеси в Азовском море с помощью сопряженных уравнений [14–16].

Данная работа посвящена решению задачи выбора мест оптимального размещения источников загрязнения в Севастопольской бухте с помощью сопряженных уравнений переноса примеси. В результате решения сопряженной задачи получаем информацию о количестве примеси в заданной природоохранной зоне и в заданный период времени при произвольном расположении источника примеси. Для расчета скоростей течений используется линейная баротропная модель установившихся ветровых течений. По результатам численного моделирования определены районы, размещение в которых источников загрязнения приведет к нарушению санитарных норм в рассматриваемой природоохранной зоне.

Методы и результаты

Прямая задача. Уравнение переноса примеси, следуя [17], запишем в следующем виде:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial(uC)}{\partial x} + \frac{\partial(vC)}{\partial y} + \frac{\partial(WC)}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\kappa \frac{\partial C}{\partial z} \right) - \mu \Delta C = F, \quad (1)$$

где x, y, z – оси координат (ось z направлена вниз); t – время; C – концентрация примеси; u, v, w – компоненты скорости течения; $\mathbf{v} = \{u, v, w\}$ – вектор скорости течения; $W = w + w^*$; w^* – собственная скорость примеси; κ, μ – коэффициенты вертикальной и горизонтальной диффузии; $F(x, y, z, t)$ – источник примеси.

На поверхности моря (Σ_0), на дне (Σ_H) и на боковой поверхности (S) граничные условия ставятся для суммарного (адвективного и диффузионного) потока примеси. С учетом свойства транспортности запишем:

$$\text{при } z = 0 \quad -\kappa \frac{\partial C}{\partial z} + WC = 0, \quad w = 0, \quad (2)$$

$$\text{при } z = H(x, y) \quad -\kappa \frac{\partial C}{\partial n} + U_n C = 0, \quad w - u \frac{\partial H}{\partial x} - v \frac{\partial H}{\partial y} = 0, \quad (3)$$

где $H(x, y)$ – глубина моря в точке с координатами (x, y) ; U_n – нормальная к поверхности компонента вектора $\mathbf{U} = \{u, v, W\}$; $\frac{\partial C}{\partial n}$ – производная по нормали к границе.

Далее заменим условие для концентрации в (3) на приближенное:

$$-\kappa \frac{\partial C}{\partial z} + w^* C = 0. \quad (4)$$

На боковой поверхности S граничные условия запишем в виде

$$-\mu \frac{\partial C}{\partial n} + u_n C = u_n^+ C, \quad (5)$$

где u_n – нормальная к границе составляющая компоненты скорости; u_n^+ – скорость вытекания.

На твердой боковой границе равна нулю нормальная компонента вектора горизонтальной скорости течения.

Будем считать, что в начальный момент времени примесь отсутствует, т. е. $C_0 = 0$. Если концентрацию примеси C измерять в г/см^3 , тогда размерность функции источника F будет измеряться в $\text{г/см}^3 \cdot \text{с}$.

Сопряженная задача. Для получения уравнения, сопряженного уравнению (1), следуя [17], умножаем уравнение (1) на некоторую функцию C^* и проинтегрируем его по времени $t \in [0, T]$ и по всему объему G заданного водоема. После преобразований получим:

$$\begin{aligned} & \int_0^T dt \int_G C \left(-\frac{\partial C^*}{\partial t} - \text{div}(UC^*) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\kappa \frac{\partial C^*}{\partial z} \right) - \mu \Delta C^* \right) dG = \\ & = \int_0^T dt \int_G C^* F dG - \int_G C_T C_T^* dG + \int_G C_0 C_0^* dG - \int_0^T dt \int_S v_n C^* C d\Sigma - \\ & - \int_0^T dt \int_{\Sigma_0} \kappa \left(C^* \frac{\partial C}{\partial z} - C \frac{\partial C^*}{\partial z} \right) d\Sigma + \int_0^T dt \int_{\Sigma_H} \kappa \left(C^* \frac{\partial C}{\partial z} - C \frac{\partial C^*}{\partial z} \right) d\Sigma + \\ & + \mu \int_0^T dt \int_S \left(C^* \frac{\partial C}{\partial n} - C \frac{\partial C^*}{\partial n} \right) dS - \int_0^T dt \int_{\Sigma_H} w^* C C^* d\Sigma + \int_0^T dt \int_{\Sigma_0} w^* C C^* d\Sigma, \end{aligned} \quad (6)$$

где v_n – нормальная к границе составляющая вектора скорости течения. Подынтегральное выражение в левой части уравнения (6) положим равным некоторой функции $p(x, y, z, t)$. Получим уравнение для функции C^* , сопряженное уравнению (1), т. е.

$$-\frac{\partial C^*}{\partial t} - \text{div}(UC^*) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\kappa \frac{\partial C^*}{\partial z} \right) - \mu \Delta C^* = p. \quad (7)$$

Левая часть уравнения (6) является функционалом

$$J = \int_0^T dt \int_G p C dG, \quad (8)$$

который вычисляется после решения прямой задачи. При заданной функции p функционал принимает вид $J = J(C)$.

Для выбранных соответствующим образом начальных и граничных условий в уравнении (7) тот же функционал (правая часть уравнения (6)) может быть вычислен также после решения сопряженной задачи. Иными словами, имеет место принцип двойственности:

$$J(C) = J(C^*). \quad (9)$$

«Начальное» условие для C^* имеет вид:

$$\text{при } t = T \quad C_T^* = 0. \quad (10)$$

Для уравнения (7) граничные условия получим, следуя работе [17]:

$$\text{при } z = 0 \quad \kappa \frac{\partial C^*}{\partial z} = 0, \quad (11)$$

$$\text{при } z = H(x, y) \quad \kappa \frac{\partial C^*}{\partial z} = 0, \quad (12)$$

$$\text{для боковой поверхности} \quad \mu \frac{\partial C^*}{\partial n} + u_n C^* = u_n^- C^*, \quad (13)$$

где u_n^- – скорость втекания в область.

Уравнение (7) сводится к параболическому уравнению заменой переменной $t_1 = T - t$, $t_1 \in [0, T]$ и записывается в дивергентной форме:

$$\frac{\partial C^*}{\partial t_1} - \frac{\partial}{\partial x} (u C^* + \mu \frac{\partial C^*}{\partial x}) - \frac{\partial}{\partial y} (v C^* + \mu \frac{\partial C^*}{\partial y}) - \frac{\partial}{\partial z} [(w + w^*) C^* + \kappa \frac{\partial C^*}{\partial z}] = p. \quad (14)$$

Соответственно начальное условие (10) примет вид:

$$\text{при } t_1 = 0 \quad C^* = 0.$$

Заметим, что функционал J может допускать различное физическое толкование в зависимости от выбора функции $p(x, y, z, t)$.

Введем ограничение по санитарным условиям, т. е. потребуем выполнения ограничения функционала:

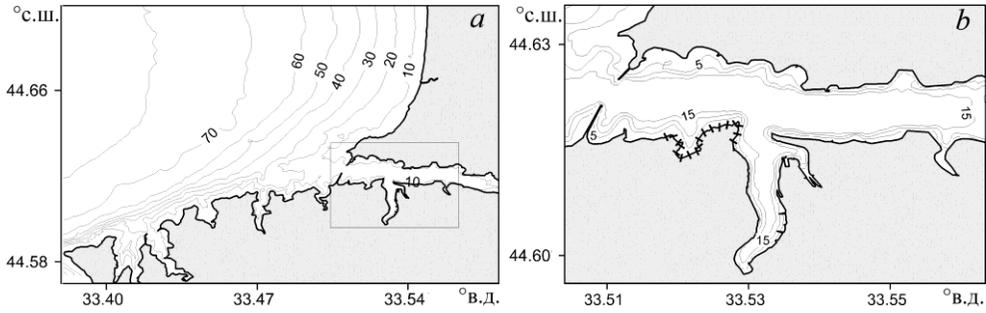
$$J \leq J_{\text{кр}}, \quad (15)$$

где $J_{\text{кр}}$ – критическое значение функционала, связанное с санитарной нормой для заданной природоохранной области.

С учетом санитарного критерия выбор положения возможного источника загрязнения предполагает использование двух подходов. В первом подходе решается ряд прямых задач с перебором различных размещений источника загрязнения и выбирается оптимальный вариант размещения на основе критерия (15). Во втором подходе предлагается однократное решение сопряженной задачи при выбранных априори функциях p и F , что представляется более эффективным.

Численный эксперимент. Рассмотрим сопряженную задачу о распространении пассивной примеси в районе Севастопольской бухты. Расчеты проводились в области, показанной на рис. 1, *a*.

В качестве природоохранного объекта (область Ω) выбраны набережные центра города, Артбухта и зона городского пляжа. Область Ω (примерно 100-метровая прибрежная зона) на рис. 1, *b* обозначена «гребенкой», изолинии рельефа дна проведены через 5 м.



Р и с. 1. Положение расчетной области (а), рельеф дна в расчетной области и положение природоохранной зоны (b)

F i g. 1. Position of the calculational area (a), bottom relief in the calculational area and location of the nature protection zone (b)

Решая сопряженную задачу переноса пассивной примеси, получим функцию влияния, позволяющую выявить районы побережья, размещение в которых источников загрязнения может причинить ущерб природоохранной зоне при заданной структуре течений. Решая прямую задачу для различных положений источников примеси, мы можем убедиться в соответствии результатов решений прямой и сопряженной задач.

Функцию источника F зададим в виде

$$F = Q\delta(x - \xi)\delta(y - \eta)\delta(z - \zeta), \quad (16)$$

где (ξ, η, ζ) – координаты положения источника примеси; $Q = \text{const}$ (г/с). Координаты источника ξ, η, ζ задаются априори или выбираются после решения сопряженной задачи. Полагаем, что источник действует в течение времени $0 \leq t \leq T$ непрерывно с постоянной интенсивностью.

В рассматриваемых экспериментах функция F аппроксимируется в виде

$$F = \frac{Q}{(\Delta x \Delta y \Delta z)} \quad \text{при } x = \xi, y = \eta, z = \zeta,$$

$$F = 0 \quad \text{при } x \neq \xi, y \neq \eta, z \neq \zeta, \quad (17)$$

где $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ – шаги сетки; $(\Delta x \Delta y \Delta z)$ – объем бокса с центром в точке (ξ, η, ζ) .

Функцию $p(x, y, z, t)$ задаем в виде

$$p = P = 1 / (T \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_0^H dx dy dz) \quad \text{в области } \Omega,$$

$$p = 0 \quad \text{вне области } \Omega, \quad (18)$$

где $\Omega = \{x \in [x_1, x_2], y \in [y_1, y_2], z \in [0, H]\}$.

Таким образом, функционал J представляет собой среднюю концентрацию примеси, поступившей в рассматриваемую зону за время T :

$$J = P \int_0^T \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_0^H C dt dx dy dz. \quad (19)$$

Согласно формуле (18), задавая правую часть уравнения (14), далее вычислим «сопряженную» концентрацию C^* . Затем, используя функцию источника (17), запишем [17]:

$$J = J(\xi, \eta, \zeta) = \int_0^T \int_G C^* F dG dt = Q \int_0^T C^*(\xi, \eta, \zeta, t) dt. \quad (20)$$

Вычисляем функционал J , который является функцией координат. Согласно принципу двойственности, получим распределение средней, по объему и по времени, концентрации примеси C в природоохранной зоне, которая зависит от координат и мощности источника.

Далее функционал J будем называть функцией влияния. На базе критерия (15) выбираем оптимальное положение источника (при заданной мощности). Теперь, задавая источник F в виде (17), можно решать прямую задачу и установить, как в действительности происходит распространение поступающей от него примеси.

Вследствие мелководности рассматриваемой области течения здесь в основном определяются ветром. Будем считать, что ветер устойчивый и не меняется на протяжении нескольких суток, поэтому течения можно считать стационарными. Тогда перенос примеси осуществляется установившимися течениями, для расчета которых используется обобщенная на случай учета рэлеевского трения (пропорционального скорости течения) трехмерная баротропная линейная модель [17]. Модель позволяет рассчитывать трехмерные течения вычислением компонент скорости течения по аналитическим формулам, поскольку решение сводится к двумерной задаче для интегральной функции тока. Описание особенностей течений в бухтах и прибрежных течений обеспечивается за счет сеток с мелким шагом, который допускается в модели.

Численная схема. Задачи переноса примеси, прямая и сопряженная, решаются численно с применением конечно-разностных схем, описанных в [18, 19]. В расчетах использована сетка с шагами по горизонтали $\Delta x = 39,5$ м, $\Delta y = 55,5$ м. По вертикали принимается неравномерное разбиение по слоям с горизонтами Z_k , равными 0,1, 0,9, 3,1, 6,9, 13,1, 26,9, 43,1 м. Коэффициенты горизонтальной и вертикальной диффузии примеси принимались постоянными: $\mu = 10^2$ см²/с, $\kappa = 0,1$ см²/с. Коэффициенты вертикальной вязкости и рэлеевского трения считаются также постоянными: $A = 20$ см²/с, $r = 10^{-4}$ 1/с. Параметр Кориолиса $f = 10^{-4}$ 1/с.

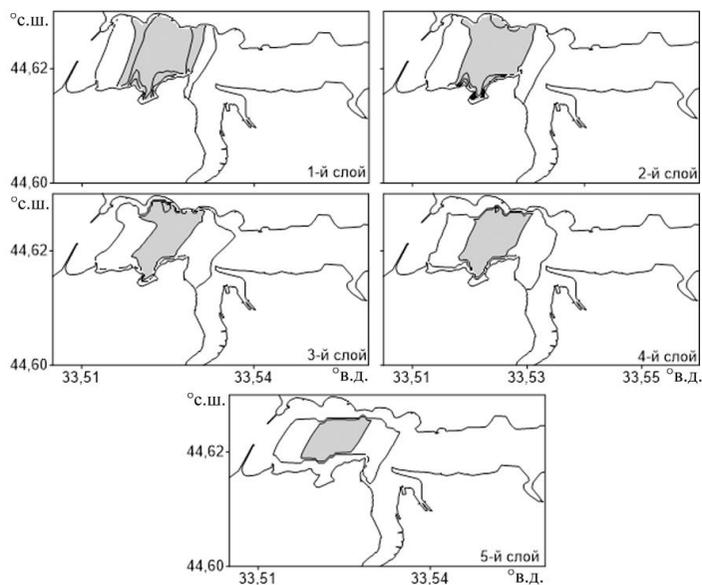
Численные эксперименты проведены для основных направлений ветра: восточного, северо-восточного, северного, северо-западного, юго-западного, южного и юго-восточного. Западный ветер из рассмотрения исключен. Будем считать напряжение ветра горизонтально однородным. Амплитуда напряжения ветра принимается равной 1 см²/с², что соответствует скорости ветра 8 м/с.

Расчеты переноса примеси в прямой и сопряженной задачах проведены на время $T = 2$ сут с шагом $\Delta t = 1$ мин. Устойчивость численной схемы обеспечивается подбором шага по времени.

Течения в верхних слоях (0–5 м) во всех сценариях направлены практически по ветру за счет учета рэлеевского трения. В глубинных слоях они поворачиваются по часовой стрелке. И если в прибрежной полосе в верхних слоях течения направлены к берегу, то в глубинных слоях они направлены от берега при соответствующей ветровой ситуации. Поэтому загрязняющая примесь только в верхних слоях распространяется вдоль берега, в нижележащих слоях она поступает в осевую часть бухты и далее – в открытое море (при соответствующей ветровой ситуации).

Анализ решения сопряженной задачи. В результате решения сопряженной задачи получим функцию влияния J . Проанализируем ее структуру: рассмотрим, как средняя концентрация примеси, поступившей в природоохранную зону за двое суток, зависит от места расположения источника. Мощность источника Q для определенности принималась равной 10^6 г/мин (тонна в минуту), т. е. за двое суток в море поступило 2880 т загрязняющей примеси. Величина ее концентрации в силу линейности задачи прямо пропорциональна мощности источника.

Для удобства представления результатов далее введем нормированную функцию влияния $J^* = J/J_{\max}$ (в процентах), где J_{\max} – максимальное значение функции влияния, полученное в численном эксперименте. В данном расчете $J_{\max} = 0,211 \cdot 10^{-3}$ г/см³. Максимально возможное количество загрязняющей примеси, которое может поступить в природоохранную зону (объемом 10^6 м³) за двое суток, при указанной мощности источника равно 211 т.



Р и с. 2. Распределение функции J^* на горизонтах при северном ветре
Fig. 2. Distribution of function J^* on the horizons at the north wind

Функция влияния в природоохранной зоне зависит и от глубины расположения источника. На рис. 2 показано распределение функции J^* на различных горизонтах при северном ветре. Изолинии J^* здесь и далее проведены

с шагом 5%, крайняя изолиния соответствует 1% и в затененной области $J^* \geq 5\%$. Для источника загрязнения, расположенного на любом горизонте на изолинии, например при $J^* = 5\%$, уровень концентрации загрязняющей примеси, поступающей из этого источника в рассматриваемую область, будет равен $0,05 J_{\max}$. Таким образом, ограничение по санитарной норме определяет выбор положения источника. Подчеркнем, что функция влияния J^* показывает воздействие источника, находящегося на том же горизонте, на котором рассматривается распределение.

Отметим, что средняя концентрация в слое (J) может расти с глубиной в зависимости от толщины слоя и изменчивости средней скорости течения в нем. Изменчивость функции влияния по глубине иллюстрирует рис. 3, на котором показана зависимость максимального значения функции J^* в слоях при северном ветре.

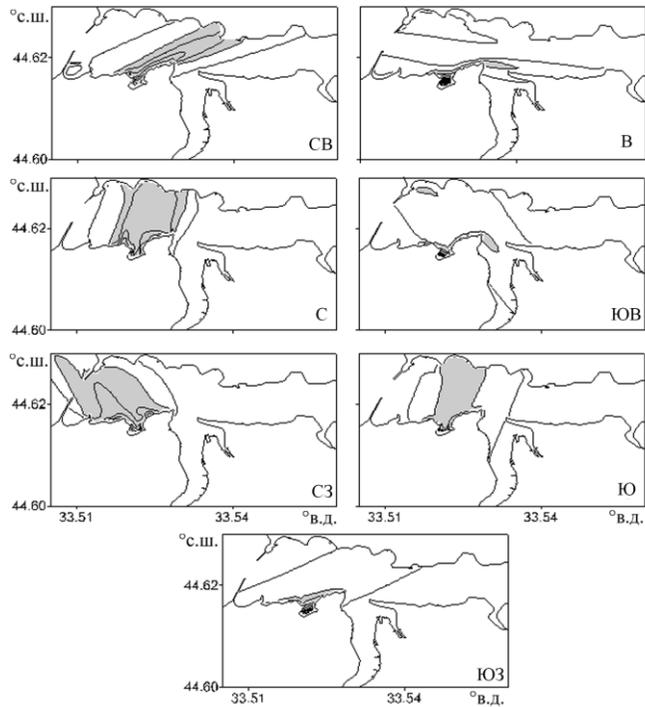


Рис. 3. Максимальное значение функции J^* в слоях при северном ветре
Fig. 3. Maximum value of function J^* in the layers at the north wind

Эксперименты показали, что наиболее опасными являются ветры северных и восточных румбов. Промышленные объекты, объекты портового хозяйства, ливневые и канализационные стоки жилых районов, расположенных на Северной стороне Севастопольской бухты в районах, выделенных на рисунках серым цветом, могут причинять ущерб рассматриваемым рекреационным зонам.

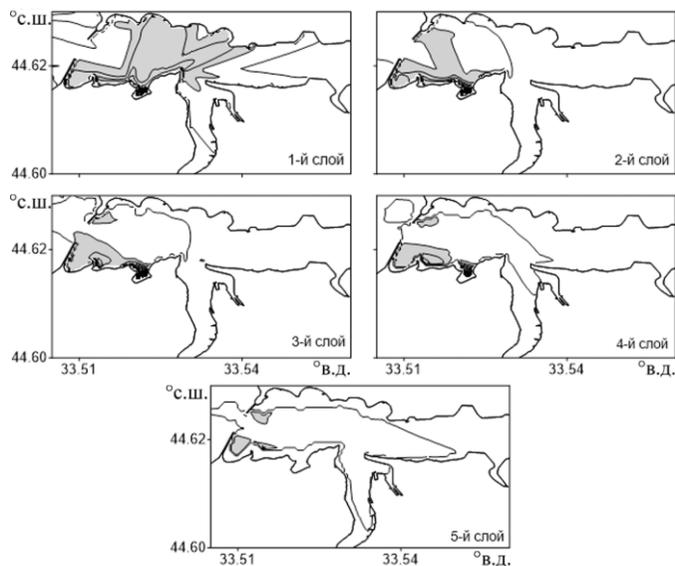
При восточном и юго-восточном ветре основным источником опасности являются продукты хозяйственной деятельности в Южной бухте. При ветрах южных румбов загрязнение рекреационной зоны возможно только источниками, расположенными в пределах самой природоохранной зоны. Западный ветер не рассматривается в силу того, что зоной влияния при этом будет открытое море.

Так как скорости в верхних слоях (до 25 см/с) значительно больше, чем в нижних слоях (2–3 см/с) при выбранном напряжении ветра, то зоны влияния в поверхностных слоях должны быть заметно протяженнее. На рис. 4 показано распределение функции J^* в поверхностном слое при различных направлениях ветра.



Р и с. 4. Распределение функции J^* при различных ветрах в поверхностном слое
Fig. 4. Distribution of function J^* in the surface layer at various winds

И наконец, если свести вместе распределения функции J^* для всех основных направлений ветра, получим суммарное распределение, иллюстрирующее положение потенциально опасных мест для выбранной природоохранной зоны (рис. 5).



Р и с. 5. Суммарное распределение функции J^* по слоям
Fig. 5. Total distribution of function J^* in the layers

Заключение

По результатам численного моделирования определены районы, размещение в которых источников загрязнения приведет к нарушению санитарных норм в рассматриваемой природоохранной зоне.

Согласно проведенным экспериментам, наиболее опасными являются ветры северных и восточных румбов, поэтому размещение промышленных объектов, ливневых и канализационных стоков жилых районов на Северной стороне Севастопольской бухты может нанести вред экологическому состоянию рассматриваемого района.

При восточном и юго-восточном ветре основным источником опасности являются продукты хозяйственной деятельности в Южной бухте.

При ветрах южных румбов источники, расположенные в природоохранной зоне, могут вызвать ее загрязнение.

При западном ветре зоной влияния будет открытое море за пределами бухты.

Данные выводы носят предварительный характер, поскольку получены для ситуации установившихся течений, возбуждаемых постоянно достаточно сильным ветром. В реальности продолжительность и сила ветров могут быть слабее и соответственно течения – менее выраженными. На неоднородность ветра над бухтой может влиять рельеф поверхности прибрежной части, что ярко выражено, например, в Балаклавской бухте. При высоких отвесных берегах может проявляться эффект тени при определенных направлениях ветра, что приводит к появлению прибрежных течений.

Задавая место и время выброса примеси и решая прямую задачу, мы можем получить информацию о ее распределении в пространстве и времени. Решение сопряженной задачи дает информацию о количестве примеси в природоохранной области в заданный период времени при произвольном расположении источника.

Главным достоинством использования сопряженного уравнения является экономичность: для определения мест оптимального размещения источников загрязнения с учетом санитарных норм для выбранных природоохранных объектов требуется только одно решение сопряженной задачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мухаметов С. С., Кондратьев С. И. Экстремальные значения гидрохимических параметров в водах Севастопольской бухты в феврале 2015 г. в результате ливневого стока // Вестник Московского университета. Серия 5: География. 2017. № 6. С. 9–17.
2. Belokopytov V. N., Kubryakov A. I., Pryakhina S. F. Modelling of Water Pollution Propagation in the Sevastopol Bay // Physical Oceanography. 2019. Vol. 26, iss. 1. P. 3–12. doi:10.22449/1573-160X-2019-1-3-12
3. Accumulations of trace metals in bottom sediments of the Sevastopol Bay (Black Sea) / K. Gurov [et al.] // Proceedings of the 19th International Multidisciplinary Scientific GeoConference SGEM. Sofia. 2019. Vol. 19. P. 649–656. doi:10.5593/sgem2019/3.1/S15.083
4. Совга Е. Е., Мезенцева И. В., Котельянец Е. А. Ассимиляционная емкость экосистем морских мелководных акваторий с различным уровнем антропогенной нагрузки как метод оценки их самоочистительной способности // Проблемы экологического мониторинга и моделирования экосистем. 2017. Т. 28, № 4. С. 38–51. doi:10.21513/0207-2564-2017-4-38-51
5. Оценки самоочищающей способности экосистемы Севастопольской бухты по отношению к неорганическим формам азота / В. А. Иванов [и др.] // Процессы в геосредах. 2015. № 2. С. 55–65.

6. *Slepchuk K. A., Khmara T. V., Man'kovskaya E. V.* Comparative assessment of the trophic level in the Sevastopol and the South bays using the E-TRIX index // *Physical Oceanography*. 2017. Vol. 5. P. 60–70. doi:10.22449/1573-160X-2017-5-60-70
7. *Oithona davisae*: Naturalization in the Black Sea, Interannual and Seasonal Dynamics, Effect on the Structure of the Planktonic Copepod Community / A. D. Gubanov [et al.] // *Oceanology*. 2019. Vol. 59, iss. 6. P. 912–919. doi.org/10.1134/S0001437019060079
8. *Марчук Г. И.* Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. Москва : Наука, 1982. 319 с. URL: <https://b-ok2.org/book/3120804/4e6c49> (дата обращения: 15.08.2019).
9. *Zhmenya E. S., Buzalo N. S.* Sensitivity of biological sewage disposal efficiency functional to parameters of biogen concentration dynamics model // *Vestnik of Don State Technical University*. Vol. 18, iss. 1. P. 85–91. doi:10.23947/1992-5980-2018-18-1-85-91
10. *Marchuk G. I., Penenko V. V.* Application of optimization methods to the problem of mathematical simulation of atmospheric processes and environment // *Modelling and Optimization of Complex System. Lecture Notes in Control and Information Sciences* / Ed. G. I. Marchuk. Berlin, Heidelberg : Springer, 1978. Vol. 18. P. 240–252. doi.org/10.1007/BFb0004167
11. *Бузало Н. С., Никифоров А. Н.* Сопряженные уравнения в задачах управления концентрацией неконсервативной примеси // *Известия ЮФУ. Технические науки*. 2013. №4 (141). С. 203–209.
12. Чувствительность функционалов задач вариационного усвоения данных наблюдений / В. П. Шутяев [и др.] // *Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана*. 2015. Т. 51, № 3. С. 392–400.
13. *Дымова О. А., Кочергин В. С., Кочергин С. В.* Идентификация местоположения возможного источника загрязнения в акватории Гераклеийского полуострова на основе метода сопряженных уравнений // *Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества*. 2018. Т. 15, № 3. С. 72–77. <https://doi.org/10.31429/vestnik-15-3-72-77>
14. *Ivanov V. A., Cherkesov L. V., Shulga T. Ya.* Investigation of effects of spatially and temporally variable wind on currents, surges, and admixture spread in the Sea of Azov // *Russian Meteorology and Hydrology*. 2012. Vol. 37, iss. 8. P. 553–559. doi: 10.3103/S1068373912080079
15. *Ivanov V. A., Cherkesov L. V., Shulga T. Ya.* Dynamic Processes and Their Influence on the Transformation of the Passive Admixture in the Sea of Azov // *Oceanology*. 2014. Vol. 54, iss. 4. P. 426–434. doi:10.1134/S0001437014030023
16. *Кочергин В. С., Кочергин С. В., Станичный С. В.* Использование метода сопряженных уравнений при идентификации источников загрязнения в Азовском море // *Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса*. 2017. Т. 14, № 1. С. 50–57. doi:10.21046/2070-7401-2017-14-1-50-57
17. *Рябцев Ю. Н., Шапиро Н. Б.* Оптимизация размещения источников загрязнения на сева-стопольском взморье с учетом минимизации ущерба рекреационным зонам // *Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа*. Севастополь : ЭКОСИ-Гидрофизика, 2007. Вып. 15. С. 280–298.
18. *Шапиро Н. Б.* Моделирование течений на севастопольском взморье // *Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа*. Севастополь : ЭКОСИ-Гидрофизика, 2006. Вып. 14. С. 119–134.
19. *Михайлова Э. Н., Шапиро Н. Б., Ющенко С. А.* Моделирование распространения пассивной примеси в севастопольских бухтах // *Морской гидрофизический журнал*. 1999. № 3. С. 29–42.

Об авторах:

Рябцев Юрий Николаевич, научный сотрудник, отдел гидрофизики шельфа, ФГБУН ФИЦ МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), **ORCID ID: 0000-0002-9682-9969**, ruab@mail.ru

Цыганова Марина Владимировна, младший научный сотрудник, отдел гидрофизики шельфа, ФГБУН ФИЦ МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), **ORCID ID: 0000-0003-2398-1756**, **ResearcherID S-5426-2018**, m.tsyganova@mhi-ras.ru