

**Резонансное возбуждение короткопериодных внутренних
волн баротропными сейшми в покрытом льдом
мелководном озере**

**С. Ю. Волков, С. Р. Богданов, Р. Э. Здоровеннов, Н. И. Пальшин,
Г. Э. Здоровеннова*, Т. В. Ефремова, Г. Г. Гавриленко,
А. Ю. Тержевик**

*Институт водных проблем Севера Карельского научного центра Российской академии наук,
Петрозаводск, Россия*

**E-mail: zdorovennova@gmail.com*

Поступила в редакцию 06.03.2020 г., после доработки 29.05.2020 г.

Цель. Экспериментальные данные свидетельствуют о том, что процессы тепломассопереноса в покрытых льдом мелководных озерах не сводятся лишь к молекулярному уровню и, несмотря на их относительно низкую интенсивность, в основном определяются перемежающейся турбулентностью, природа и механизм генерации которой изучены недостаточно. В работе рассматривается один из таких механизмов, связанный с резонансным возбуждением коротких внутренних волн баротропными сейшми.

Методы и результаты. В качестве экспериментальной базы использовались данные зимних измерений температуры в мелководном озере. Анализ динамики температурных профилей в первые недели после ледостава выявил аномально высокие значения эффективного коэффициента температуропроводности. В спектрах температурных пульсаций явно прослеживался пик, соответствующий основной моде баротропных сейш. Существенная неоднородность амплитуды температурных пульсаций по глубине, противофазные колебания в соседних слоях указывали на присутствие внутренних волн. Предложен механизм переноса энергии от баротропных сейш к внутренним волнам, аналогичный «конверсии приливов» (*tidal conversion*) в океанологии. В результате получены оценки для потока энергии, скорости диссипации и эффективного коэффициента температуропроводности.

Выводы. Внутренние волны могут играть существенную роль в процессах перемешивания и переноса тепла в покрытых льдом озерах. При этом баротропные сейши, возникающие при атмосферных барических возмущениях, играют роль промежуточного энергетического резервуара и способны порождать короткие внутренние волны в результате резонансного взаимодействия с донной топографией. Интенсивность внутренних волн существенно зависит от амплитуды баротропных сейш, частоты Брента – Вайсяля и особенностей рельефа дна.

Ключевые слова: конверсия сейш, покрытые льдом озера, вертикальные профили температуры, внутренние волны, баротропные сейши, диссипация энергии.

Благодарности: работа выполнена в рамках государственного задания ИВПС КарНЦ РАН (тема № 0218-2019-0049).

Для цитирования: Резонансное возбуждение короткопериодных внутренних волн баротропными сейшми в покрытом льдом мелководном озере / С. Ю. Волков [и др.] // Морской гидрофизический журнал. 2020. Т. 36, № 4. С. 407–423. doi:10.22449/0233-7584-2020-4-407-423

Resonance Generation of Short Internal Waves by the Barotropic Seiches in an Ice-Covered Shallow Lake

S. Yu. Volkov, S. R. Bogdanov, R. E. Zdrovennov, N. I. Palshin,
G. E. Zdrovennova*, T. V. Efremova, G. G. Gavrilenko,
A. Yu. Terzhevik

*Northern Water Problems Institute, Karelian Research Centre, Russian Academy of Sciences,
Petrozavodsk, Russia*

**e-mail: zdrovennova@gmail.com*

Purpose. The observation measurements testify the fact that heat and mass transfer processes in the shallow ice-covered lakes are not limited to the molecular diffusion only. In particular, the effective thermal diffusivity exceeds the molecular one by up to a few orders of magnitude. Now it is widely accepted that the transfer processes, in spite of their low intensity, are controlled by intermittent turbulence. At the same time, its nature and generation mechanism are still studied insufficiently. The paper represents one of such mechanisms associated with resonance generation of short internal waves by the barotropic seiches.

Methods and Results. The temperature measurements in a shallow lake in winter were used as an experimental base. Having been analyzed, the temperature profiles' dynamics observed during a few weeks after freezing revealed the anomalous values of thermal diffusivity. At that the temperature pulsations' spectra clearly demonstrate the peak close to the main mode of barotropic seiches. Counter-phase oscillations at the different depths and pronounced heterogeneity of the amplitudes of temperature pulsations over depth indicate presence of internal waves. Based on these data, the mechanism of energy transfer from the barotropic seiches to the internal waves similar to the "tidal conversion" (the latter governs resonance generation of internal tides in the ocean), is proposed. The expressions for heat flux, energy dissipation rate and effective thermal diffusivity are derived.

Conclusions. Internal waves can play an essential role in the processes of interior mixing and heat transfer in the ice-covered lakes. Though direct wind-induced turbulence production is inhibited, baric perturbations in the atmosphere can give rise to barotropic seiches, which play the role of an intermediate energy reservoir and can generate short resonant internal waves resulted from interaction with the undulate lake floor. The internal wave field parameters strongly depend on the barotropic seiche amplitudes, buoyancy frequency and the bottom topography features.

Keywords: seiche conversion, ice-covered lake, temperature vertical profiles, internal waves, barotropic seiches, energy dissipation rate.

Acknowledgements: The study was carried out within the framework of the state task of the NWPI, KarRC RAS (project No. 0218-2019-0049).

For citation: Volkov, S.Yu., Bogdanov, S.R., Zdrovennov, R.E., Palshin, N.I., Zdrovennova, G. E., Efremova, T.V., Gavrilenko, G.G. and Terzhevik, A.Yu., 2020. Resonance Generation of Short Internal Waves by the Barotropic Seiches in an Ice-Covered Shallow Lake. *Physical Oceanography*, [e-journal] 27(4), pp. 374-389. doi:10.22449/1573-160X-2020-4-374-389

Введение

Интенсивность теплообменных процессов в мелководных замерзающих озерах в зимний период достаточно низка. Однако эти процессы весьма разнообразны [1], и их природа остается одним из наименее изученных разделов лимнологии. Одним из примеров может служить динамика температурных профилей в первые недели после ледостава [2]: рассчитанное по ней значение эффективного коэффициента теплопроводности многократно превышает молекулярный предел [2, 3]. Подобные оценки указывают, что механизм теплопереноса не сводится к молекулярному, но в то же время не

может быть отнесен к собственно турбулентному. Уточнение природы этого механизма представляет главную цель данной работы. Основное внимание уделено изучению баротропных и бароклинных колебаний в контексте их возможной роли в процессах трансформации энергии и мелкомасштабного перемешивания.

Наше исследование базируется на экспериментальных измерениях, проведенных в небольшом мелководном озере Вендюрское (юг Карелии) в период существования ледяного покрова.

Движения воды в покрытых льдом пресноводных озерах возникают вследствие действия ряда факторов, главными из которых являются речной сток, теплообмен водной массы с донными отложениями, барические возмущения над акваторией озер и проникающая под лед солнечная радиация [1]. В нашей работе обсуждаются экспериментальные данные, полученные на озере с незначительным речным стоком, рассматривается период до начала весенней подледной конвекции, т. е. действующими факторами, формирующими гидродинамические процессы и явления, могут являться второй и третий.

В результате теплообмена с донными отложениями в озерах формируются слабые придонные течения, направленные с мелководий в глубоководные части котловин, и компенсационные течения в поверхностных слоях, направленные к мелководьям [1]. Модельный расчет таких течений для оз. Вендюрское приводится в работе [4], где показано, что скорости подобных течений максимальны в придонном ~20-сантиметровом слое в начальный период ледостава, когда могут достигать 1 мм/с, и уменьшаются на порядок в течение зимы, по мере ослабления теплопотока из донных отложений в воду.

Наиболее вероятными причинами сейшевых колебаний в озерах в течение всей зимы являются перепады атмосферного давления и ветровое воздействие [5–8]. Обзор экспериментальных наблюдений колебаний уровня и осциллирующих течений в озерах, покрытых льдом, приведен в [5–8], численный расчет сейш в покрытых льдом озерах представлен в [6, 9]. Убедительным доказательством сейшевых колебаний уровня является ежегодное появление трещин льда в одних и тех же местах на крупных озерах – предположительно, в пучностях сейш (см. обзор в [6]).

Экспериментальное подтверждение существования колебаний льда (с амплитудой ~1–2 мм) и сейшевых течений (со скоростями до 3 мм/с) в покрытом льдом оз. Вендюрское приводится в [5, 7, 8]. Период этих колебаний льда и течений близок к теоретической оценке первой моды продольных сейшевых колебаний озера и сдвинут по фазе на четверть периода, что согласуется с классической теорией сейш. Интенсификация колебаний льда и течений в озере происходит на фоне резких перепадов атмосферного давления и усиления ветра над его акваторией.

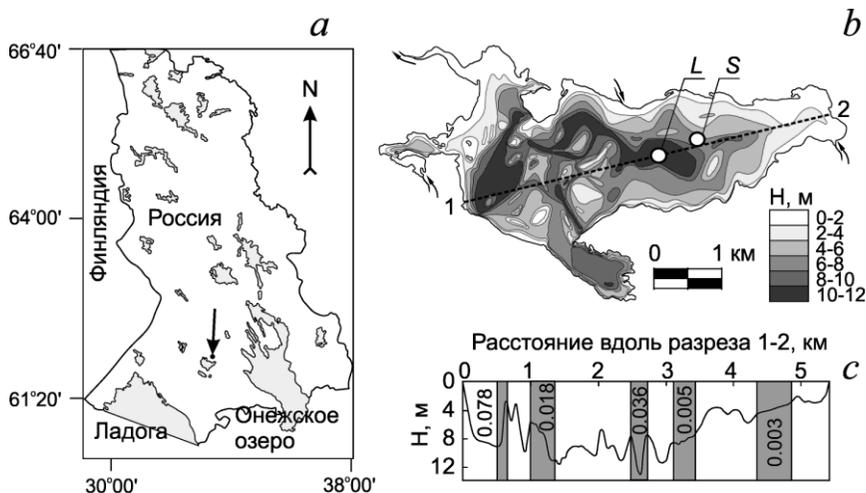
Таким образом, многочисленные экспериментальные данные и численные расчеты свидетельствуют о присутствии баротропных сейшевых колебаний в покрытых льдом озерах. Возбуждение таких колебаний, обусловленное атмосферными барическими возмущениями, можно рассматривать как своеобразную накачку энергии. Механизм ее дальнейшей трансформации остается не до конца проясненным, тем более что скорости возникающих при этом

движений в озере, покрытом льдом (~ 1 мм/с [4, 7, 8]), не столь велики, чтобы можно было использовать стандартные методы изучения турбулентного переноса.

Физически сходная ситуация характерна и для океанологической проблемы, связанной с изучением влияния приливов на перемешивание глубинных слоев. Концепция «конверсии приливов» (*tidal conversion* [10–12]) предполагает, что энергетический каскад инициируется внутренними волнами (ВВ), возникающими при взаимодействии длинных приливных волн с океанским дном. Взаимодействие и разрушение этих волн приводит к возникновению мелкомасштабной турбулентности и интенсификации перемешивания. Можно предположить, что подобный механизм преобразования волновой энергии реализуется и в покрытых льдом озерах, где роль приливов играют баротропные сейши. Для проверки этой гипотезы были проведены исследования динамики температурного профиля в мелководном оз. Вендюрское, расположенном на юге Карелии, в период существования ледяного покрова.

Объект исследования и методы

Озеро Вендюрское (рис. 1, *a*) – это мелководный мезотрофный водоем водно-ледникового происхождения. Площадь поверхности озера $10,4$ км², объем $54,8 \times 10^6$ м³, максимальная и средняя глубины составляют $13,4$ и $5,3$ м соответственно. Распределение глубин с указанием типичных значений уклонов дна по главной оси озера представлено на рис. 1, *b*, *c*. Период ледостава продолжается с середины ноября – начала декабря до начала – середины мая, максимальная толщина снежно-ледяного покрова достигает $0,6$ – $0,8$ м [13].



Р и с. 1. Положение оз. Вендюрское на карте Карелии (черная точка на острие стрелки) – *a*; батиметрия озера и положение станций измерений (белые кружки) – *b*; глубины по продольному разрезу с указанием типичных значений уклонов дна (затененные поля) – *c*

F i g. 1. Location of the Lake Vendyurskoe at the map of Karelia (black dot on the arrowhead) – *a*; lake bathymetry and location of the measurement stations (white circles) – *b*; depths along the longitudinal section, bottom typical slopes are indicated (shaded fields) – *c*

Измерения температуры воды проводились в зимний сезон 2007–2008 гг. на двух станциях (L и S на рис. 1, b), где были размещены косы, оснащенные температурными логгерами *TR-1060 RBRLtd*, Канада (точность $\pm 0,002^\circ\text{C}$). Интервал измерений составлял 1 мин. Датчики были закреплены на косах через 0,5–1,0 м. Глубины ст. L и S составляли 11,3 и 7,1 м соответственно. Мы рассчитали амплитуды температурных пульсаций ΔT после удаления скользящего 30-минутного среднего из исходных данных, принимая во внимание тот факт, что теоретическая оценка первой моды продольной баротропной сейши оз. Вендюрское составляет 25–27 мин [14].

Среднее по некоторому промежутку времени t^* значение K_T эффективного коэффициента теплопроводности можно оценить по скорости изменения толщины h_{mix} перемешанного слоя [2]:

$$K_T = (H - h_{\text{mix}})^2 / t^*. \quad (1)$$

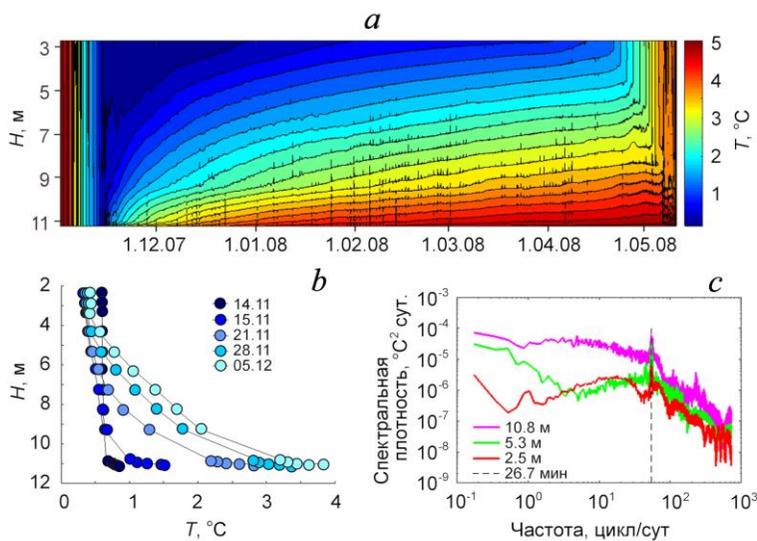
Здесь H – глубина; величина h_{mix} оценивалась по вертикальным температурным профилям в центральной, глубоководной части озера (коса L) для первых трех недель ледостава.

Спектры пульсаций температуры были рассчитаны по методу Уэлша.

Результаты измерений и предварительный анализ

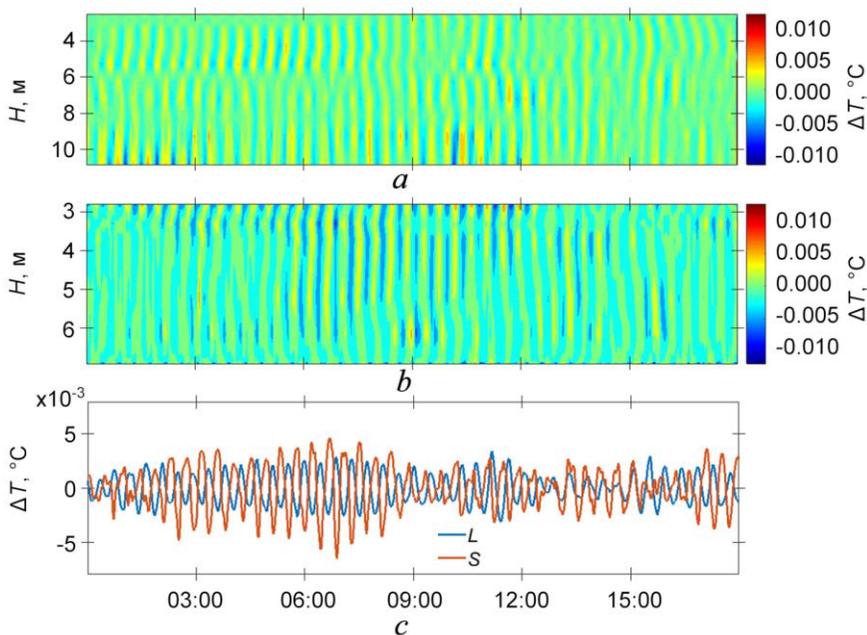
Сплошной ледяной покров образовался на озере 14 ноября 2007 г. при средней температуре водной толщи $0,55^\circ\text{C}$ (рис. 2, a). В течение первых недель ледостава сформировалась устойчивая стратификация (рис. 2, a) и однородные температурные профили трансформировались в квазилинейные (рис. 2, b) с резким скачком в придонном слое, что указывает на молекулярный механизм теплообмена. Это подтверждается оценками коэффициента K_T по формуле (1): в течение первых трех недель ледостава его значения $1,4\text{--}3,6 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ существенно превышали молекулярный предел $1,3 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$. Ранее для первых недель зимних сезонов 1995–1997 и 1998–2000 гг. были получены значения $K_T \sim (2,3\text{--}8,8) \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ [2].

В первые недели ледостава определенный вклад в усиление теплообмена могут вносить склоновые течения, направленные с мелководий в глубоководную часть озера, однако такие течения быстро затухают по мере ослабления теплотока на границе водной толщи с донными отложениями [4] и не могут являться причиной широкого спектра температурных пульсаций, которые фиксировались по всему водному столбу на обеих станциях измерений в течение всей зимы. Максимум интенсивности таких пульсаций на обеих станциях соответствует периоду 26,7 мин (рис. 2, c), весьма близкому к периоду основной моды баротропной сейши озера [14]. Факт присутствия максимумов на определенной (сейшевой) частоте на всех глубинах обеих станций (рис. 2, c) указывает на наличие источника энергии в виде баротропной сейши. Неоднородность амплитуды температурных пульсаций по глубине свидетельствует о присутствии ВВ. Эта неоднородность показана далее на рис. 3 и 4. Изменчивость значений амплитуды с глубиной (в частности, заметный рост для горизонта 10,8 м на глубоководной станции) обусловлена также (наряду с фундаментальной причиной – присутствием ВВ) неоднородностью температурного градиента (именно в придонных слоях центральной котловины озера градиент температуры максимален, см. рис. 2, b).



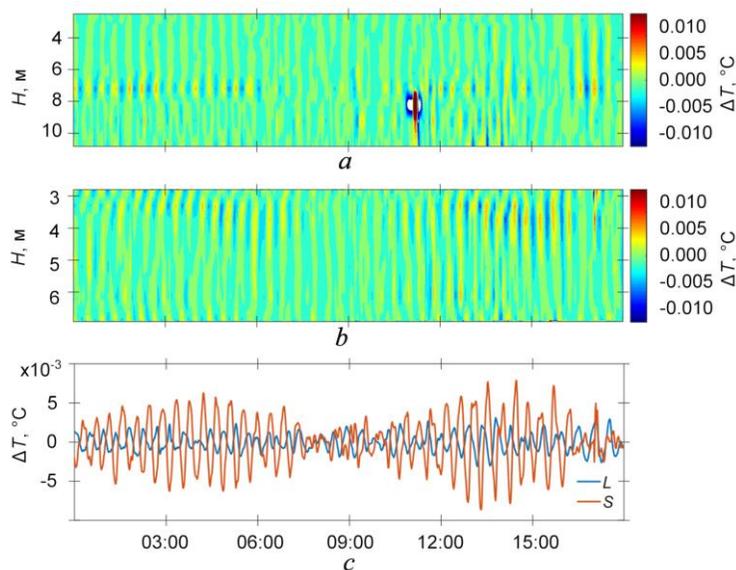
Р и с. 2. Температура воды в центральной части оз. Вендюрское в зимний сезон 2007–2008 гг. (*L*-коса) – *a*; динамика вертикальных температурных профилей в течение первых трех недель ледостава – *b*; спектры температурных пульсаций для разных глубин 1–8 января 2008 г. – *c*

Fig. 2. Water temperature in the central part of the Lake Vendyurskoe in winter, 2007–2008 (*L*-chain) – *a*; dynamics of vertical temperature profiles during the first three weeks of a freezing season – *b*; spectra of temperature pulsations for different depths during January 1–8, 2008 – *c*



Р и с. 3. Динамика температуры воды (колебания относительно скользящего 30-минутного среднего) с 00 ч 00 мин до 17 ч 59 мин 10 января 2008 г.: *a* – на *L*-косе; *b* – на *S*-косе; *c* – на косах *L* и *S* на глубине 3,3 м

Fig. 3. Water temperature dynamics (oscillations relative to the moving 30-minute mean) from 00 h 00 min to 17 h 59 min, January 10, 2008: *a* – at the *L*-chain, *b* – at the *S*-chain, *c* – at chains *L* and *S* on the depth 3.3 m



Р и с. 4. То же, что на рис. 3, для 24 февраля 2008 г.
Fig. 4. The same as in Fig. 3; February 24, 2008

На разных горизонтах обеих кос хорошо прослеживается периодический характер температурной динамики (рис. 3 и 4). Однако, как правило, эти осцилляции подвержены нерегулярным возмущениям, а амплитуда – сложной модуляции, что может быть отражением процессов взаимодействия и разрушения волн с разной частотой и фазой. Такие процессы, в свою очередь, могут служить источником высокочастотных пульсаций, приводящих к интенсификации теплообмена.

Дальнейшее изучение природы волн осуществлялось на основе анализа вертикальной структуры температурных осцилляций. Этот анализ позволил выявить присутствие коротких ВВ [15]. Такой вывод был сделан на основе расчетов средней амплитуды температурных пульсаций (относительно скользящего 30-минутного среднего), включая ее зависимость от времени и глубины. Примечательной особенностью температурной динамики является чередование временных интервалов с фоновыми ($\sim 0,001$ К) и с увеличенными (на порядок и более) пульсациями (рис. 3, 4).

В условиях устойчивой стратификации амплитуду пульсаций температуры можно рассматривать как индикатор вертикальных смещений s : $s = \Delta T / (dT/dz)$. При этом, используя среднее значение $0,3$ К/м температурного градиента, на фоновых интервалах получаем оценку $s \sim (2-3)$ мм, вполне совместимую с баротропным сценарием колебаний воды и льда [7]. На интервалах с усиленными пульсациями величина s достигает значений 10 см и более, что определенно указывает на бароклинную природу этих пульсаций.

О присутствии ВВ свидетельствует также тот факт, что амплитуда пульсаций существенно неоднородна по глубине. В большинстве случаев эта неоднородность проявляется в виде расслоения водной толщи на чередующиеся слои с усиленными и подавленными пульсациями температуры (рис. 3, *a, b* и 4, *a, b*), при этом колебания в соседних слоях противофазны. Указанные

особенности соответствуют характерным признакам ВВ, причем степень рас-слоения водной толщи следует ассоциировать с реализацией многомодовой структуры волны.

Обнаружение ВВ как промежуточного звена в предполагаемой энергетической цепочке атмосферные барические возмущения → баротропные сейши → ВВ → мелкомасштабная турбулентность позволяет перейти к детальному рассмотрению механизма интенсификации теплообмена за счет конверсии сейш.

Конверсия сейш и приливов. Допущения и некоторые результаты

Переходя к рассмотрению возможного механизма интенсификации теплообмена в водной толще подо льдом, следует, прежде всего, подчеркнуть две его важные физические особенности: устойчивая стратификация и присутствие базового осциллирующего течения (баротропной сейши) с основной частотой ω_0 . Эти же особенности характерны и для глубоких слоев океана, где роль базового течения играет баротропный прилив. Физическую аналогию дополняет тот факт, что значения основных параметров для обоих случаев оказываются не столь различными. Так, для океана амплитуда U_0 базового течения и частота плавучести N обычно оцениваются как 0,1 м/с и 10^{-3} 1/с; в озерах эти параметры варьируются в диапазонах (0,001–0,01) м/с и (10^{-3} – 10^{-2}) 1/с соответственно. Механизм генерации ВВ за счет взаимодействия приливного течения с неоднородностями океанского дна (*tidal conversion*) хорошо изучен и в настоящее время рассматривается как один из основных при решении проблемы перемешивания глубинных слоев океана. Учитывая приведенную аналогию, можно ожидать, что подобный механизм трансформации энергии базового течения в энергию ВВ реализуется и в покрытых льдом озерах. При этом основной интерес представляет поток энергии ВВ, значение которого во многом определяет интенсивность генерации мелкомасштабной турбулентности за счет взаимодействия и разрушения ВВ и, соответственно, ускорение теплообмена.

В общем случае расчет конверсии приливов и потока энергии ВВ представляет собой весьма сложную задачу. Достаточно отметить, что при произвольной топографии дна корректное описание механизма предполагает использование как минимум 6 параметров [16]. По этой причине при решении конкретных задач, как правило, используются специальные допущения. В этой связи можно ожидать, что распространение подхода на случай конверсии сейш в озерах не должно сводиться к буквальному механическому переносу результатов, полученных в океанологии.

В таком контексте вначале целесообразно рассмотреть результаты теории конверсии приливов, полученные при использовании наиболее рафинированных моделей [11, 12]. В таких моделях обычно принимаются следующие допущения:

I – дистанция U_0/ω_0 приливного пробега существенно меньше характерного горизонтального масштаба l топографической неоднородности;

II – топографические наклоны существенно меньше тангенса μ угла наклона лучей (или групповой скорости) ВВ, определяемого соотношением

$$\mu = \frac{k}{m} = \sqrt{\frac{\omega_0^2 - f^2}{N^2 - \omega_0^2}}.$$

Здесь k и m – горизонтальные и вертикальные волновые числа; N – частота Брента – Вайсяля; f – параметр Кориолиса;

III – отражением от поверхности можно пренебречь.

В рамках простейшей модели также принимается, что частота N не зависит от вертикальной координаты z , а также ограничиваются рассмотрением плоской задачи, когда топографические параметры неоднородны лишь вдоль одной оси X . Эти два последних допущения имеют в основном технический характер и используются для упрощения вычислений. Алгоритм расчетов при отказе от этих допущений приведен, например, в работе [12].

В озерах параметр f оказывается малым по сравнению с обеими базовыми частотами N и ω_0 . Радиус Россби $R \sim HN/f$ для оз. Вендюрское равен ~ 500 м, что существенно превышает длину коротких ВВ [15], генерируемых в озере в зимний период. В дальнейшем эффекты, связанные с параметром Кориолиса, не учитываются.

Использование всех приведенных выше допущений позволяет провести аналитический расчет конверсии прилива на гладком изолированном холме с профилем $h(x)$. При этом допущение *I* позволяет пренебречь доплеровским смещением и в спектре ВВ ограничиться рассмотрением лишь базовой частоты ω_0 [17]. В этом случае амплитуда зависит лишь от топографического наклона [11], и выражение для вертикального потока энергии ВВ W (Вт) имеет вид

$$W = \rho_0 U_0^2 L \sqrt{N^2 - \omega_0^2} \int_0^\infty kh(k)h^*(k) \frac{dk}{2\pi}. \quad (2)$$

Здесь ρ_0 – плотность воды; $h(k)$ – Фурье-образ профиля $h(x)$; знак* используется для обозначения комплексного сопряжения; L – размер неоднородности в перпендикулярном потоку направлении.

Для простейшего модельного случая синусоидальной топографии $h(x) = h_0 \cos(k_0 x)$ вычисления проводятся непосредственно, и выражение для плотности J (Вт/м²) потока энергии ВВ имеет вид [18]

$$J = Y(\varepsilon^*) \rho_0 U_0^2 h_0^2 k_0 \sqrt{N^2 - \omega_0^2} / 4. \quad (3)$$

Здесь $Y(\varepsilon^*)$ – безразмерная функция параметра $\varepsilon^* = k_0 h_0 / \mu$. При использовании допущения *II* выполняется условие $\varepsilon^* \ll 1$ и значение Y близко к 1.

Аналогичный результат справедлив и для более общего случая, когда донная топография моделируется популяцией холмов с высотой h и длиной l :

$$J = C \rho_0 U_0^2 \sqrt{N^2 - \omega_0^2} h^2 / l. \quad (4)$$

Здесь $C \sim 1$ – численный коэффициент, значение которого зависит от специфического профиля неоднородности.

Расчеты потоков энергии по формулам (3) и (4), несмотря на использованные указанные выше многочисленных допущений, согласуются с известными опытными данными и оценкой ($J \sim 10^{-3}$ Вт/м²) в пионерской работе [19]. Значения J для Гавайского и Южно-Атлантического подводных хребтов составляют 10^{-2} Вт/м² [12] и $3-5 \cdot 10^{-2}$ Вт/м² [20] соответственно. Во многих более поздних работах отмечается горизонтальная неоднородность плотности потока энергии ВВ и в качестве среднего по океану предлагается значение 10^{-5} Вт/м² [10]. Именно это значение в настоящее время считается общепринятым для глубоких слоев океана [21].

Оценки потока энергии ВВ и скорости диссипации ϵ для мелководного озера

Приведенные выше соотношения (2) – (4) могут служить основой для расчета конверсии сейш в озерах, однако при анализе возможности распространения метода вначале следует проверить применимость сформулированных выше допущений. Для этой цели в таблице приведены и сопоставлены значения ключевых параметров для мелководных озер и океанов.

Типичные значения параметров осциллирующих течений в озерах и океанах
Typical values of the oscillating currents' parameters in lakes and oceans

Бассейн / Basin	U_0 (м/с) / U_0 (m/s)	ω_0 (1/с) / ω_0 (1/s)	N (1/с) / N (1/s)	U_0/ω_0 (м) / U_0/ω_0 (m)	Наклон дна / Bottom slope	М	Е
Океан / Ocean	0,01–0,1	10^{-4}	10^{-3}	~ 100	$\sim 10^{-3}$	$\sim 0,1$ (для широты 30°) / $\sim 0,1$ (for lati- tude 30°N)	$\sim 0,01$
Озеро / Lake	10^{-3} – 10^{-2}	10^{-2}	10^{-2}	~ 1	$\sim 10^{-2}$	$\sim 0,3$	$\sim 0,03$

В конкретном случае для оз. Вендюрское период первой моды баротропной сейши составляет ~ 27 мин [14] и, соответственно, $\omega_0 \sim 4 \cdot 10^{-3}$ 1/с. Тогда при характерных значениях скорости базового течения $U_0 \sim (1-10)$ мм/с [9] сейшевый пробег составляет (1,0–2,5) м. С другой стороны, характерные горизонтальные размеры донных неоднородностей имеют масштаб в сотни метров (рис. 1, с), так что допущение *I* представляется вполне оправданным. Допущение *II* также можно считать приемлемым, если принять во внимание оценки $N \sim 10^{-2}$ 1/с и $\mu \sim 0,3$ (таблица). Наконец, для проверки допущения *III* необходимо использовать оценку длины ВВ. Этот вопрос обсуждается ниже.

После анализа допущений можно провести оценку потока энергии ВВ в озере. Донный рельеф можно моделировать как популяцию холмов с характерной высотой $h \sim (2-3)$ м (рис. 1, с). Для оценки среднего топографического наклона используем обобщенное представление [22]:

$$\frac{h}{l} \approx \frac{D}{0,165 \sqrt{A}}. \quad (5)$$

Здесь D – медианная глубина; A – площадь зеркала озера. Используя в качестве D среднюю глубину H (5,3 м), для величины наклона получаем оценку $h/l \sim 0,01$. Близкое значение (0,016) было получено также по результатам непосредственной обработки батиметрических данных.

Используя этот результат и подставляя в выражение (4) характерные значения остальных параметров (10^{-3} – 10^{-2} м/с, 10^{-2} 1/с и 2 м для U_0 , N и h соответственно), для плотности потока энергии J получим следующий диапазон значений: $J \sim 5 (10^{-7} - 10^{-5})$ Вт/м².

Эти значения существенно меньше, чем рассчитанные для океанов, однако такой результат ожидаем с учетом большого различия значений U_0 и h для этих двух рассматриваемых случаев. Полученная оценка для плотности потока может служить основой и для определения эффективного коэффициента температуропроводности. Однако представляется целесообразным вначале обсудить результат в несколько более широком контексте.

А именно, даже оценочные значения J позволяют непосредственно получить характерное время затухания базового течения (баротропной сейши). Это течение является источником энергии ВВ, но, в свою очередь, их генерация приводит к уменьшению плотности $K = \rho_0 U_0^2 / 2$ кинетической энергии баротропных сейш и, соответственно, – к их затуханию. Характерное время затухания τ можно оценить с использованием элементарного энергетического баланса $J\tau \sim KH$ для столба воды. После подстановки численных значений получаем $\tau \sim 10^5$ с. Это значение согласуется с известными оценками для закрытых бассейнов [23]. Используя выражение (4), для τ можно получить общее выражение, конкретизирующее зависимость времени затухания от глубины H , частоты N , а также параметров h и l донной топографии:

$$\tau \sim \frac{Hl}{h^2 \sqrt{N^2 - \omega_0^2}}. \quad (6)$$

Что касается такого ключевого параметра, как скорость диссипации ϵ , то его непосредственная оценка даже по известному значению плотности потока J является непростой задачей. Это связано со сложностью описания процессов взаимодействия и обрушения ВВ и, соответственно, генерации мелко-масштабных пульсаций [24–26]. Параметр Ричардсона для поля ВВ в озерах обычно принимает большие значения, и обрушение волн возможно лишь за счет коллимации лучей в многомодовой структуре, что наблюдается, например, в придонных областях с аномальными топографическими наклонами [18, 25]. Можно ожидать, что генерируемая внутренними волнами мелко-масштабная турбулентность имеет перемежающийся характер, а также весьма чувствительна по отношению к параметрам донной микроструктуры.

В данной работе не рассматриваются вопросы пространственного распределения величины ϵ и оценка проводится лишь для стационарного режима, исходя из допущения, что вся переносимая ВВ энергия в итоге передается мелко-масштабным пульсациям. В этом случае ϵ можно отождествить с потоком энергии ВВ, отнесенным к единице массы ($J/(\rho_0 H)$), и с использованием (4) получить следующую оценку (в м²/с³):

$$\varepsilon \sim \frac{U_0^2 N h_0^2}{IH} \sim (10^{-10} - 10^{-8}). \quad (7)$$

В отличие от параметра J значения ε для озер и океанов ($\varepsilon \sim 10^{-10} - 10^{-9}$ [27]) оказываются достаточно близкими. Следует также отметить, что оценка (7) согласуется с нижними границами диапазона значений ε , полученных для озер в других работах [28–30].

Представляет также интерес сопоставление оценки (7) с известным критерием «активной турбулентности» [30, 31]: $\varepsilon > 20\nu N^2$, или $Re_b > 20$, где ν – кинематическая вязкость; $Re_b = \varepsilon/(\nu N^2)$ – модифицированный критерий Рейнольдса. Согласно этому критерию, при частоте $N \sim 10^{-2}$ пороговое значение ε составляет $2 \cdot 10^{-9}$, что с учетом (7) еще раз свидетельствует о том, что ВВ генерируют лишь перемежающуюся турбулентность. При этом интенсификация перемешивания происходит за счет локализованных событий, связанных со сдвиговой неустойчивостью [30].

Временные и пространственные масштабы. Перемешивание и эффективный коэффициент температуропроводности

По заданным значениям величины ε можно провести оценку масштабов длины и времени, играющих существенную роль в процессах перемешивания и теплопереноса. При этом значения диссипативных колмогоровских масштабов длины $r_K = (\nu^3/\varepsilon)^{1/4}$ (м), скорости $v_K = (\nu\varepsilon)^{1/4}$ (м/с) и времени t_K (с) рассчитываются непосредственно:

$$r_K \sim (1-3)10^{-3}; \quad v_K \sim (1-3)10^{-4}; \quad t_K \sim 10.$$

Представляет интерес также масштаб Озмидова $L_O = (\varepsilon/N^3)^{1/2}$, определяющий размер энергосодержащих вихрей в стратифицированной среде. Здесь расчет также осуществляется непосредственно: $L_O = 3(10^{-3} - 10^{-2})$ м, причем получаемые значения соответствуют нижнему пределу этого масштаба для небольших стратифицированных озер [30]. Важно отметить, что масштаб L_O намного (почти на порядок) превышает значения диссипативного масштаба. Этот факт еще раз свидетельствует о возможности локализованных турбулентных событий, в которых реализуется каскад энергии к мелким масштабам [32].

Эффективную температуропроводность можно оценить на основе соотношения Осборна [33]:

$$K_T \sim \Gamma \varepsilon / N^2. \quad (8)$$

Здесь Γ – так называемый коэффициент перемешивания, связанный с эффективностью перемешивания η соотношением $\Gamma = \eta/(1-\eta)$. Параметр η (обычно отождествляемый с потоковым числом Ричардсона Ri_f) представляет собой долю турбулентной энергии, затрачиваемой собственно на перемешивание [34, 35]. Расчет значений этого параметра был проведен по обширной базе океанологических [34, 36] и лимнологических [30] натуральных данных. В целом разброс значений достаточно велик [34], однако в настоящее время

общепринятым является среднее значение $\eta \sim 0,17$ [36], которое и используется в большинстве практических расчетов.

Подставляя в (8) значение $N \sim 10^{-2}$ 1/с и используя выражение (7) для ε , получим следующий диапазон значений для коэффициента температуропроводности: $K_T \sim (10^{-7} - 10^{-5})$ м²/с. Таким образом, величина K_T может существенно (более чем на порядок) превышать соответствующее молекулярное значение, что согласуется с опытными данными, представленными выше. Для сравнения отметим также, что выведенный диапазон значений K_T включает нижнюю оценку 10^{-6} м²/с этой величины для периода открытой воды [30].

Обсуждение результатов

Все результаты получены с использованием сформулированных выше допущений I–III. Было показано, что первые два допущения вполне оправданы при изучении конверсии сейш. Применимость же третьего требует специального рассмотрения, поскольку для водоема конечной глубины отражение волн от верхней поверхности может играть существенную роль. Учет этих отражений значительно усложняет вычисления, но форма (2) окончательного результата для потока энергии сохраняется. Единственное, но очень существенное отличие заключается в том, что вклад в поток будет теперь вносить лишь резонансный пакет ВВ с волновыми числами, определяемыми глубиной водоема [12, 37]:

$$k_j = \frac{j\pi}{H} \frac{\omega_0}{\sqrt{N^2 - \omega_0^2}}, \quad j = 1, 2, \dots$$

Это, в свою очередь, означает, что интенсивность конверсии весьма чувствительна по отношению к топографическим неоднородностям с масштабами, соответствующими указанному набору волновых чисел. В частности, как, например, показано в работе [21], моделирование донной топографии гладкими профилями (занижающими вклады от гармоник $\{k_j\}$, определяющих генерацию ВВ) может привести к занижению значений J на порядок величины.

Таким образом, для более точных расчетов конверсии в озерах необходимы профили донной топографии с высоким разрешением. Однако даже в отсутствие таких профилей могут оказаться полезными некоторые общие соотношения, принятые для описания рельефа дна в широком диапазоне горизонтальных масштабов, от 0,1 до 10^5 м [19, 38]. Исследования в этой области показывают, что структура рельефа имеет фрактальную природу. В частности, коэффициенты $h(k_j)$ ряда Фурье для произвольного профиля $h(x)$ зависят от волнового числа степенным образом: $h(k_j) \sim k_j^{-\beta}$. При этом для показателя степени β по результатам обработки большого массива опытных данных получено значение, близкое к $2/3$. Учитывая этот результат, соотношение (4) можно обобщить на случай водной массы конечной глубины. Топографические факторы в этом соотношении представлены комплексом h^2/l , где h – типичная высота неоднородности с горизонтальным размером l . Приведенная

выше оценка J была получена при использовании значения $l \sim 100$ м для горизонтального масштаба неоднородностей, при этом имеющиеся батиметрические данные не позволяют провести оценку параметров неоднородностей меньшего масштаба. С другой стороны, набор резонансных длин волн

$$\lambda_j = \frac{2H}{j} \frac{\sqrt{N^2 - \omega_0^2}}{\omega_0}$$

дает для оз. Вендорское последовательность значений (30, 15, ...) м. Топографические данные, позволяющие статистически достоверно оценить параметры неоднородностей рельефа на таких масштабах, отсутствуют. Однако, используя приведенные выше универсальные степенные соотношения для статистики рельефа, значения комплекса h^2/l для представляющих интерес горизонтальных масштабов можно непосредственно выразить через известные величины h и l :

$$h^2(\lambda_j)/\lambda_j \sim (h^2/l)(\lambda_j/l)^{2\beta-1}.$$

Именно это выражение следует подставлять в формулу (4) для определения плотности J потока энергии. При этом единственное отличие от полученного в основном тексте результата заключается в появлении дополнительного множителя $(\lambda_j/l)^{1/3}$, несколько уменьшающего расчетное значение J . Для главной ($j = 1$) моды ВВ отношение λ_j/l примерно равно 0,3, однако за счет малого показателя степени $(2\beta - 1 = 1/3)$ множитель $(\lambda_j/l)^{1/3}$ дает поправку 0,7, так что приведенные в основном тексте результаты завышены не столь существенно.

Заключение

В работе рассмотрен один из механизмов интенсификации теплообмена в покрытых льдом озерах, аналогичный механизму конверсии приливов в океане. Его суть заключается в преобразовании энергии базового осциллирующего течения – баротропной сейши – в энергию коротких внутренних волн, взаимодействие и разрушение которых, в свою очередь, приводит к генерации мелкомасштабной перемежающейся турбулентности. Анализ экспериментальных данных по динамике температуры выявил присутствие коротких внутренних волн в мелководном озере в зимний период. Поток энергии этих волн, изменяющийся в диапазоне $5 (10^{-7} - 10^{-5})$ Вт/м², существенно зависит от интенсивности баротропных движений и донной топографии. На основе полученных результатов в дальнейшем планируется исследование корреляции между динамикой температурного профиля и особенностями донного рельефа для различных озер.

Получены оценки скорости диссипации энергии и коэффициента K_T эффективной теплопроводности. Показано, что генерируемая внутренними волнами перемежающаяся турбулентность может приводить к существенному (на порядок и более) увеличению K_T по сравнению с молекулярным значением. Верификацию оценок эффективного коэффициента теплопроводности для позднего зимнего периода предполагается осуществить

на основе изучения корреляций между динамикой нарастания льда и балансом тепловых потоков на его нижней кромке.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Physics of seasonally ice-covered lakes: a review / G. Kirillin [et al.] // *Aquatic Sciences*. 2012. Vol. 74. P. 659–682. <https://doi.org/10.1007/s00027-012-0279-y>
2. The thermal structure of a shallow lake in early winter / M. P. Petrov [et al.] // *Water Resources*. 2006. Vol. 33. P. 135–143. <https://doi.org/10.1134/S0097807806020035>
3. *Ellis C. R., Stefan H. G., Gu R.* Water temperature dynamics and heat transfer beneath the ice cover of a lake // *Limnology and Oceanography*. 1991. Vol. 36, iss. 2. P. 324–334. doi:10.4319/lo.1991.36.2.0324
4. *Malm J.* Bottom buoyancy layer in an ice-covered lakes // *Water Resources Research*. 1998. V. 34, iss. 11. P. 2981–2993. <http://doi.org/10.1029/98WR01904>
5. *Bengtsson L.* Mixing in ice-covered lakes // *Hydrobiologia*. 1996, vol. 322, P. 91–97. <https://doi.org/10.1007/BF00031811>
6. *Зырянов В. Н.* Сейши подо льдом // *Водные ресурсы*. 2011. Т. 38, вып. 3. С. 259–271.
7. Field study on currents in a shallow, ice-covered lake / J. Malm [et al.] // *Limnology and Oceanography*. 1998. Vol. 43, iss. 7. P. 1669–1679. <http://doi.org/10.4319/lo.1998.43.7.1669>
8. Motion of water in an ice-covered shallow lake / M. P. Petrov [et al.] // *Water Resources*. 2007. Vol. 34. P. 113–122. <https://doi.org/10.1134/S0097807807020017>
9. *Стурова И. В.* Влияние ледяного покрова на колебания жидкости в замкнутом бассейне // *Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана*. 2007. Т. 43, № 1. С. 128–135.
10. *Garrett C., Munk W.* Oceanic mixing by breaking internal waves // *Deep Sea Research and Oceanographic Abstracts*. 1972. Vol. 19, iss. 12. P. 823–832. [https://doi.org/10.1016/0011-7471\(72\)90001-0](https://doi.org/10.1016/0011-7471(72)90001-0)
11. *Bell T. H.* Lee waves in stratified flows with simple harmonic time dependence // *Journal of Fluid Mechanics*. 1975. Vol. 67, iss. 4. P. 705–722. <https://doi.org/10.1017/S0022112075000560>
12. *Llewellyn Smith S. G., Young W. R.* Conversion of the Barotropic Tide // *Journal of Physical Oceanography*. 2002. Vol. 32, iss. 5. P. 1554–1566. [https://doi.org/10.1175/1520-0485\(2002\)032<1554:COTBT>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0485(2002)032<1554:COTBT>2.0.CO;2)
13. Interannual variability of ice and snow cover of a small shallow lake / R. Zdrovennov [et al.] // *Estonian Journal of Earth Sciences*. 2013. Vol. 62, iss. 1. P. 26–32. doi:10.3176/earth.2013.03
14. Field investigation of winter thermo- and hydrodynamics in a small Karelian lake / L. Bengtsson [et al.] // *Limnology and Oceanography*. 1996. Vol. 41, iss. 7. P. 1502–1513. doi:10.4319/lo.1996.41.7.1502
15. Short Internal Waves in a Small Ice-Covered Lake / N. Palshin [et al.] // *Water Resources*. 2018. Vol. 45, iss. 5. P. 695 – 705. doi:10.1134/S0097807818050159
16. *Garrett C., Kunze E.* Internal Tide Generation in the Deep Ocean // *Annual Review of Fluid Mechanics*. 2007. Vol. 39. P. 57–87. <https://doi.org/10.1146/annurev.fluid.39.050905.110227>
17. *Bühler O., Muller C. J.* Instability and focusing of internal tides in the deep ocean // *Journal of Fluid Mechanics*. 2007. Vol. 588. P. 1–28. <https://doi.org/10.1017/S0022112007007410>
18. *Balmforth N. J., Ierley G. R., Young W. R.* Tidal Conversion by Subcritical Topography // *Journal of Physical Oceanography*. 2002. Vol. 32, iss. 10. P. 2900–2914. [https://doi.org/10.1175/1520-0485\(2002\)032<2900:TCBST>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0485(2002)032<2900:TCBST>2.0.CO;2)
19. *Bell T. H.* Topographically generated internal waves in the open ocean // *Journal of Geophysical Research*. 1975. Vol. 80, iss. 3. P. 320–327. doi: 10.1029/JC080i003p00320

20. *St. Laurent L. C., Garrett C.* The Role of Internal Tides in Mixing the Deep Ocean // *Journal of Physical Oceanography*. 2002. Vol. 32, iss. 10. P. 2882–2899. [https://doi.org/10.1175/1520-0485\(2002\)032<2882:TROITD>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0485(2002)032<2882:TROITD>2.0.CO;2)
21. *Jayne S. R., St. Laurent L. C., Gille S. T.* Connections between ocean bottom topography and Earth's climate // *Oceanography*. 2004. Vol. 17, no. 1. P. 65–74. <http://dx.doi.org/10.5670/oceanog.2004.68>
22. *Håkanson L.* On lake bottom dynamics – the energy-topography factor // *Canadian Journal of Earth Sciences*. 1981. Vol. 18, no. 5. P. 899–909. <https://doi.org/10.1139/e81-086>
23. *Wilson B. W.* Seiches // *Advances in Hydrosience*. Elsevier, 1972. Vol. 8. P. 1–94. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-021808-0.50006-1>
24. Boundary mixing and nutrient fluxes in Mono Lake, California / S. MacIntyre [et al.] // *Limnology and Oceanography*. 1999. Vol. 44, iss. 3. P. 512–529. doi:10.4319/lo.1999.44.3.0512
25. Turbulent mixing induced by nonlinear internal waves in Mono Lake, California / S. MacIntyre [et al.] // *Limnology and Oceanography*. 2009. Vol. 54, iss. 6. P. 2255–2272. doi:10.4319/lo.2009.54.6.2255
26. Internal wave-driven transport of fluid away from the boundary of a lake / D. J. Wain [et al.] // *Limnology and Oceanography*. 2013. Vol. 58, iss. 2. P. 429–442. doi:10.4319/lo.2013.58.2.0429
27. Rates and mechanisms of turbulent dissipation and mixing in the Southern Ocean: Results from the Diapycnal and Isopycnal Mixing Experiment in the Southern Ocean (DIMES) / K. L. Sheen [et al.] // *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2013. Vol. 118, iss. 6. P. 2774–2792. doi:10.1002/jgrc.20217
28. *MacIntyre S.* Vertical mixing in a shallow, eutrophic lake: Possible consequences for the light climate of phytoplankton // *Limnology and Oceanography*. 1993. Vol. 38, iss. 4. P. 798–817. doi:10.4319/lo.1993.38.4.0798
29. *Wüest A., Piepke G., Van Senden D. C.* Turbulent kinetic energy balance as a tool for estimating vertical diffusivity in wind-forced stratified waters // *Limnology and Oceanography*. 2000. Vol. 45, iss. 6. P. 1388–1400. DOI:10.4319/lo.2000.45.6.1388
30. *Wüest A., Lorke A.* Small-Scale Hydrodynamics in Lakes // *Annual Review of Fluid Mechanics*. 2003. Vol. 35. P. 373–412. <https://doi.org/10.1146/annurev.fluid.35.101101.161220>
31. *Smyth W. D., Moum J. N.* Length scales of turbulence in stably stratified mixing layers // *Physics of Fluids*. 2000. Vol. 12. 1327. <https://doi.org/10.1063/1.870385>
32. *Dillon T. M.* Vertical overturns: A comparison of Thorpe and Ozmidov length scales // *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 1982. Vol. 87, iss. C12. P. 9601–9613. doi:10.1029/JC087iC12p09601
33. *Osborn T. R.* Estimates of the Local Rate of Vertical Diffusion from Dissipation Measurements // *Journal of Physical Oceanography*. 1980. Vol. 10, iss. 1. P. 83–89. [https://doi.org/10.1175/1520-0485\(1980\)010<0083:EOTLRO>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0485(1980)010<0083:EOTLRO>2.0.CO;2)
34. Efficiency of turbulent mixing in the abyssal ocean circulation / A. Mashayek [et al.] // *Geophysical Research Letters*. 2017. Vol. 44, iss. 12. P. 6296–6306. doi:10.1002/2016GL072452
35. *Ulloa H. N., Wüest A., Bouffard D.* Mechanical energy budget and mixing efficiency for a radiatively heated ice-covered waterbody // *Journal of Fluid Mechanics*. 2018. Vol. 852. R1. doi:10.1017/jfm.2018.587
36. *Maffioli A., Brethouwer G., Lindborg E.* Mixing efficiency in stratified turbulence // *Journal of Fluid Mechanics*. 2016. Vol. 794. R3. doi:10.1017/jfm.2016.206
37. *Khatiwala S.* Generation of internal tides in an ocean of finite depth: analytical and numerical calculations // *Deep Sea Research. Part I*. 2003. Vol. 50, iss.1. P. 3–21. [https://doi.org/10.1016/S0967-0637\(02\)00132-2](https://doi.org/10.1016/S0967-0637(02)00132-2)
38. Fractal topography and subsurface water flows from fluvial bedforms to the continental shield / A. Wörman [et al.] // *Geophysical Research Letters*. 2007. Vol. 34, iss. 7. L07402. doi:10.1029/2007GL029426

Об авторах:

Волков Сергей Юрьевич, младший научный сотрудник, лаборатория гидрофизики, ИВПС КарНЦ РАН (185030, Россия, г. Петрозаводск, пр. А. Невского, д. 50), **Scopus Author ID: 57202468825, ORCID ID: 0000-0002-5385-1541**, TARANARMO@gmail.com

Богданов Сергей Рэмович, ведущий научный сотрудник, лаборатория гидрофизики, ИВПС КарНЦ РАН (185030, Россия, г. Петрозаводск, пр. А. Невского, д. 50), доктор физико-математических наук, доцент, **Scopus Author ID: 22950031500, ORCID ID: 0000-0003-4150-2712**, sergey.r.bogdanov@mail.ru

Здоровеннов Роман Эдуардович, старший научный сотрудник, лаборатория гидрофизики, ИВПС КарНЦ РАН (185030, Россия, г. Петрозаводск, пр. А. Невского, д. 50), кандидат географических наук, **Scopus Author ID: 8847365600, ORCID ID: 0000-0003-1695-4872**, romga74@gmail.com

Пальшин Николай Иннокентьевич, старший научный сотрудник, лаборатория гидрофизики, ИВПС КарНЦ РАН (185030, Россия, г. Петрозаводск, пр. А. Невского, д. 50), кандидат географических наук, **Scopus Author ID: 6701733667, ORCID ID: 0000-0003-1540-3788**, pralshin@mail.ru

Здоровеннова Галина Эдуардовна, руководитель лаборатории, старший научный сотрудник, лаборатория гидрофизики, ИВПС КарНЦ РАН (185030, Россия, г. Петрозаводск, пр. А. Невского, д. 50), кандидат географических наук, **Scopus Author ID: 8847365700, ORCID ID: 0000-0003-2726-0104**, zdorovennova@gmail.com

Ефремова Татьяна Владимировна, старший научный сотрудник, лаборатория гидрофизики, ИВПС КарНЦ РАН (185030, Россия, г. Петрозаводск, пр. А. Невского, д. 50), кандидат географических наук, **Scopus Author ID: 7006375780, ORCID ID: 0000-0003-0313-6731**, efremova@nwpi.krc.karelia.ru

Гавриленко Галина Геннадиевна, младший научный сотрудник, лаборатория гидрофизики, ИВПС КарНЦ РАН (185030, Россия, г. Петрозаводск, пр. А. Невского, д. 50), **Scopus Author ID: 57202471229, ORCID ID: 0000-0001-9024-2756**, gg.gavrylenko@gmail.com

Тержевик Аркадий Юрьевич, ведущий научный сотрудник, лаборатория гидрофизики, ИВПС КарНЦ РАН (185030, Россия, г. Петрозаводск, пр. А. Невского, д. 50), кандидат технических наук, **Scopus Author ID: 6603138314, ORCID ID: 0000-0002-0837-9065**, ark1948@list.ru