

Каким образом океанические вихри могут быть столь долгоживущими *

Г. Г. Сутырин

Graduate School of Oceanography, University of Rhode Island, Narragansett, Rhode Island, USA
✉ gsutyurin@hotmail.com

Поступила в редакцию 15.06.2020 г., после доработки – 02.09.2020 г.

Цель. Теоретически обосновать удивительную долгоживучесть (до 5 лет) индивидуальных вихрей в Мировом океане на фоне сильных флуктуаций океанических течений и вопреки дисперсионным свойствам волн Россби – цель данной работы.

Методы и результаты. Эволюция бароклинных вихрей рассматривается в гибридной двухслойной модели океана над топографическим склоном на бета-плоскости. В верхнем слое с сильными аномалиями потенциальной завихренности течения считаются сбалансированными; в нижнем слое при слабых аномалиях потенциальной завихренности течения описываются в традиционном квазигеострофическом приближении. Аналитическое описание дано для медленно изменяющихся почти круглых вихрей в зональном течении с вертикальным сдвигом скорости, характерным для океана в субтропиках. Теория показывает, как бароклиновый вихрь сопровождается подветренными волнами Россби. Дрейф вихря поперек среднего течения определяется преимущественно бароклинно-дипольной структурой представленного решения, при этом потеря энергии вихрем, связанная с генерированием волн Россби, может быть компенсирована запасом энергии в средних течениях.

Выводы. Построенная модель дает разумные оценки дрейфа и переноса энергии для типичных океанских вихрей с сильными аномалиями потенциальной завихренности. Прямая подпитка энергии долгоживущих вихрей бароклиновыми средними течениями независимо от их устойчивости имеет большое значение для лучшего понимания физических механизмов, объясняющих значительную продолжительность жизни геофизических вихрей и особенности их перемещения.

Ключевые слова: бароклинные вихри, течения со сдвигом, волны Россби.

Благодарности: я хотел бы поблагодарить Геннадия Коротаяева, Григория Резника и Андрея Зацепина за плодотворные дискуссии и комментарии во время Международной конференции по мезомасштабным и субмезомасштабным процессам в гидросфере и атмосфере (MSP-2018, Москва, Россия). Это исследование поддержано Национальным научным фондом США (грант ОСЕ 1828843). Я высоко ценю комментарии Зива Кизнера и анонимных рецензентов.

Для цитирования: Сутырин Г. Г. Каким образом океанические вихри могут быть столь долгоживущими // Морской гидрофизический журнал. 2020. Т. 36, № 6. С. 740–756. doi:10.22449/0233-7584-2020-6-740-756

How Oceanic Vortices can be Super Long-Lived

G. G. Sutyurin

Graduate School of Oceanography, University of Rhode Island, Narragansett, Rhode Island, USA
✉ gsutyurin@hotmail.com

Purpose. The article is aimed at substantiating theoretically amazing longevity (up to 5 years) of the individual vortices in the World Ocean against the background of strong fluctuations of the ocean currents and regardless of the Rossby wave dispersion features.

* Расширенный вариант статьи на английском языке опубликован в англоязычной версии журнала *Physical Oceanography*

Methods and Results. Evolution of the baroclinic vortices is considered in a hybrid two-layer ocean model over a topographic slope on the beta-plane. In the upper layer with strong potential vorticity anomalies, the currents are assumed to be balanced; in the lower layer at weak potential vorticity anomalies, the currents are described in the traditional quasi-geostrophic approximation. Slow evolving almost circular vortices embedded in a vertically sheared current typical of the subtropical part of the ocean are described analytically. The theory shows how a baroclinic vortex is followed by the lee Rossby waves. The vortex drift across the mean current is conditioned mainly by the baroclinic-dipole structure of the represented solution; at that the vortex energy loss related to the Rossby wave radiation can be compensated by the energy stored in the mean currents.

Conclusions. The constructed model provides reasonable estimates of the energy drift and transfer typical of the ocean vortices with strong anomalies of potential vorticity. Direct support of long-lived vortices by the energy of the baroclinic mean flows irrespective of their stability, is of great importance for better understanding the physical mechanisms relating to significant longevity of the geophysical vortices and the features of their movement.

Keywords: baroclinic vortices, sheared currents, Rossby waves.

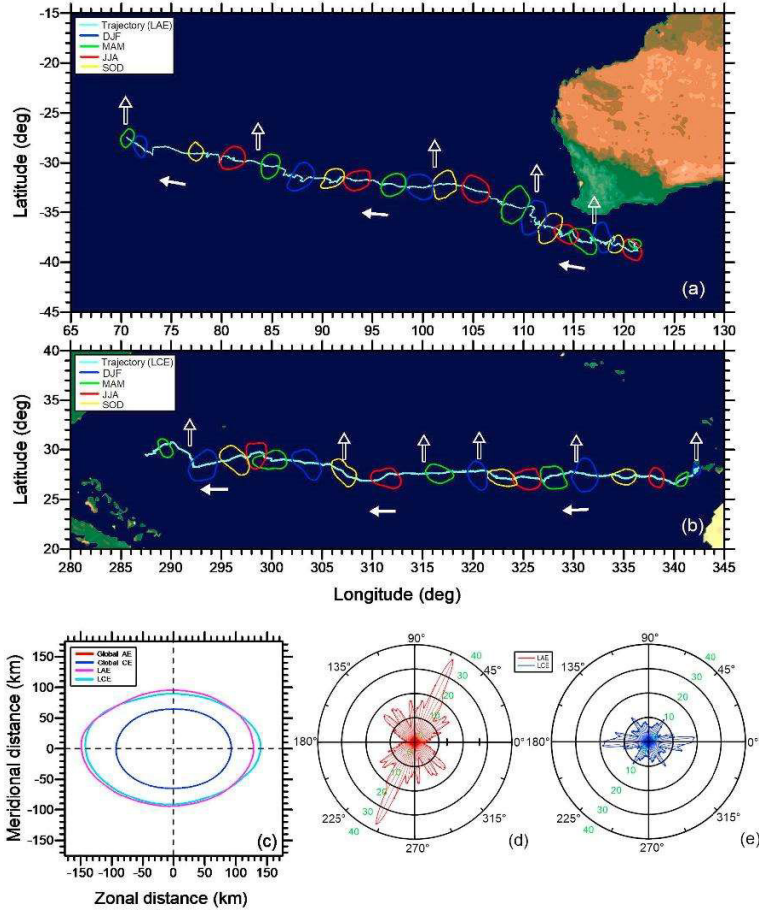
Acknowledgements: I would like to thank Gennady Korotaev, Gregory Reznik and Andrey Zatsepin for stimulating discussions and comments during the International Conference on Mesoscale and Submesoscale Processes in the Hydrosphere and Atmosphere (MSP-2018) Moscow, Russia. This study was supported by the USA National Science Foundation (grant OCE 1828843). I greatly appreciate useful comments of Ziv Kizner and anonymous reviewer.

For citation: Sutyurin, G.G., 2020. How Oceanic Vortices can be Super Long-Lived. *Physical Oceanography*, [e-journal] 27(6), pp. 677-691. doi:10.22449/1573-160X-2020-6-677-691

1. Введение

Сильные флуктуации океанических течений, расположенных вдалеке от сильных течений, были обнаружены задолго до развития методов спутникового мониторинга океана благодаря наблюдениям на сети заякоренных буев в эксперименте ПОЛИГОН-70 [1]. Вихри с пространственными (от десятков до сотен километров) и временными (от недель до месяцев) масштабами были признаны океаническим аналогом синоптических штормов в атмосфере [2]. Было обнаружено, что такая мезомасштабная изменчивость является повсеместной в большинстве областей океана и она содержит больше кинетической энергии, чем любая другая форма движения [3]. Поэтому изучение динамики, управляющей этими процессами, на десятилетия стало основной темой физической океанографии [4].

Современные наблюдения, а также численное моделирование свидетельствуют о том, что кинетическая энергия мезомасштабной изменчивости в значительной степени сосредоточена в бароклинных вихрях с почти вертикальной осью [5]. Во время их формирования мезомасштабные вихри захватывают воду в ядро и, таким образом, играют значительную роль в переносе и перераспределении водных масс, тепла и биогеохимических элементов во всех океанах. Они часто существуют в течение многих периодов обращения жидкости вокруг центра, обеспечивая аномальный перенос жидкости в своих ядрах на тысячи километров [6]. Рис. 1 [7] иллюстрирует наблюдения эволюции: (а) – антициклонического вихря в течение почти 5 лет, (б) – циклонического вихря в течение 4,4 года (синими, зелеными, красными и желтыми линиями отмечены временные интервалы декабрь – январь – февраль, март – апрель – май, июнь – июль – август и сентябрь – октябрь – ноябрь соответственно).



Р и с. 1. «Эволюция поквартально осредненных контуров (а) LAE (12.04.2003–06.03.2008, 1791 дней) и (б) LCE (12.01.2000–02.06.2004, 1604 дня) в 1993–2016 гг. (синяя, зеленая, красная и желтая линии обозначают декабрь-январь-февраль, март-апрель-май, июнь-июль-август и сентябрь-октябрь-ноябрь, соответственно). Бледно-голубые кривые представляют траектории двух вихрей, а сплошные белые стрелки обозначают направления их распространения. Вертикальные полые белые стрелки указывают места, где ориентации вихрей начинают новый цикл общего вращения. (с) Средние формы LAE (сплошная красная линия) и LCE (сплошная синяя линия) соответствуют всему времени их жизни. Также наложены глобально усредненные формы АЕ (пунктирная красная линия) и СЕ (пунктирная синяя линия). (d) и (e) – радиолокационные карты ориентации вихрей для LAE (красная линия) и LCE (синяя линия). Также наложены моменты времени ориентаций при 0°, 90°, 180° и 270° соответствующего вихря (синие, зеленые, красные и желтые вертикальные пунктирные линии) ... (Для интерпретации ссылок на цвет в подписи к этому рисунку читателю следует обратиться к ссылке на веб-версию этой статьи.)» [7, с. 85]

Fig. 1. “Evolutions of quarterly averaged contours of (a) the LAE (12/04/2003–06/03/2008, 1791 days) and (b) the LCE (12/01/2000–02/06/2004, 1604 days) during 1993–2016 (the blue, green, red, and yellow lines denote for December-January-February, March-April-May, June-July-August, and September-October-November, respectively). The light blue curves represent the trajectories of the two eddies, and the solid white arrows indicate their propagation directions. The vertical hollow white arrows indicate the locations where the eddy orientations start a new cycle of overall rotation. (c) The mean shapes of the LAE (the solid red line) and the LCE (the solid blue line) over their entire lifetimes. The globally averaged shapes of AEs (the dashed red line) and CEs (the dashed blue line) are also overlaid. (d) and (e) – Radar map of eddy orientation for the LAE (the red line) and the LCE (the blue line) ... Also overlaid are the timings of 0°, 90°, 180°, and 270° orientations of the corresponding eddy (the blue, green, red, and yellow vertical dashed lines) ... (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)” [7, p. 85]

Удивительная долгоживучесть морских вихрей стала стимулом для развития ряда теоретических концепций с целью рационального объяснения, каким образом они сохраняются в дисперсной среде волн Россби, связанной со значительными фоновыми градиентами потенциальной завихренности (ПЗ), и сопротивляются влиянию турбулентности. Некоторые из концепций были обобщены в книгах и обзорах, напр. [8–14]. Наиболее популярный класс горизонтально локализованных нелинейных решений для уравнений движения вращающихся жидкостей на бета-плоскости был предложен Стерном [15], который ввел термин «модон», тогда как стационарно перемещающиеся квазигеострофические (КГ) решения были предложены Ларичевым и Резником [16]. Такие устойчиво распространяющиеся вихри модонного типа были найдены аналитически для различных стратифицированных моделей: по сути они представляют собой обобщения самораспространяющихся классических диполей Лэмба – Чаплыгина, известных более века [17]. Во всех них отсутствует резонанс с волнами Россби благодаря активному диполю, индуцирующему зональное распространение со скоростью вне диапазона скорости линейных волн Россби (на восток или с большей скоростью на запад [18]).

Неизлучающие монополярные антициклоны с размером больше радиуса деформации и увеличенной толщиной слоя в их ядре были обнаружены в более общих промежуточных геострофических моделях [19, 20] и во вращающихся моделях мелкой воды [21]. Они вызвали большой интерес к асимметрии циклонов – антициклонов, которую можно интерпретировать с точки зрения физики, используя концепцию локального радиуса деформации [22]. Однако особенности антициклонов среди долгоживущих вихрей не являются существенными для большинства областей океана [23]. Также в [24] были рассмотрены дополнительные физические механизмы интенсификации вихрей обеих полярностей при их эволюции в однородной среде.

В целом скорость дрейфа реальных океанических вихрей имеет значительную меридиональную составляющую, которая может быть связана с излучением волн Россби, что было продемонстрировано несколькими идеализированными моделями вихрей с излучением на бета-плоскости [25–28]. В океане в состоянии покоя сильнонелинейные вихри постепенно затухают, хотя и с меньшей скоростью, чем пакет линейных волн Россби. Это замедление дисперсии нелинейностью связано с процессами осесимметризации в быстро вращающихся вихрях [29, 30].

В действительности долгоживущие вихри находятся в крупномасштабных течениях с наклонными изопикнами в главном термоклине, который содержит примерно в 1000 раз больше доступной потенциальной энергии (ДПЭ), чем кинетической энергии (КЭ), связанной с термально-ветровым сдвигом течения [31]. Противоположный знак фоновых градиентов ПЗ, связанных с наклонными изопикнами, повсеместно ведет к бароклинной неустойчивости [32]. Возможность крупномасштабной ДПЭ подпитывать КЭ вихрей в потоках с вертикальным сдвигом скорости подтверждается приблизительно согласованностью между линейной теорией бароклинной неустойчивости и наблюдениями [33]. Однако мезомасштабные вихри явно нелинейные, и когерентные структуры также возникают во многих местах во время нелинейной эволюции вихревого поля в численном моделировании. При этом

проявляется универсальная тенденция к формированию вертикальных масштабов с баротропной и первой бароклинной модами, доминирующими почти везде [34]. Поэтому по-прежнему часто используются упрощенные модели с градиентами ПЗ в двух слоях, обычно включающие в себя придонное трение в нижнем слое, играющее важную количественную роль в формировании характерных масштабов и интенсивности вихрей в бароклинной турбулентности [35]. Заметим, что градиенты ПЗ одного знака в устойчивом потоке помогают сильнонелинейным вихрям сопротивляться расщеплению (или разделению на части) в океанических квазигеострофических течениях с вертикальным сдвигом в $2\frac{1}{2}$ -слойной модели [36].

Недавно обнаружилось, что энергия, содержащаяся в потоках с наклонными изопикнами, позволяет компенсировать дисперсию волн Россби для бароклинных вихрей даже в бароклинно устойчивых фоновых течениях в двухслойной КГ-модели [37]. Когда фоновый градиент ПЗ в одном слое значительно меньше, чем в другом, излучающие вихри можно рассматривать как медленно изменяющиеся. Теория была разработана для почти круглых вихрей в сочетании с подветренными волнами Россби, которые получают энергию от ДПЭ в среднем потоке. Кроме того, конкурентные физические механизмы, ответственные за меридиональный дрейф вихря, а также самоинтенсификация вихря в бароклинно неустойчивых потоках были описаны аналитически и подтверждены численно.

В настоящей работе проанализированы более общие конфигурации излучающих вихрей с сильными аномалиями ПЗ. Работа сформирована следующим образом. Сначала описана конфигурация двухслойной гибридной модели и основные уравнения (раздел 2). В разделе 3 представлено решение для медленно изменяющегося вихря, сопровождаемого волнами Россби, которые ассоциированы с градиентом ПЗ в нижнем слое. В разделе 4 это базовое решение используется для получения явных выражений для потока ПЗ и меридионального дрейфа вихря на большем временном масштабе. В разделе 5 подведены итоги и приводятся выводы.

2. Гибридная двухслойная модель

Двумя наиболее важными составляющими динамики океана являются низкочастотное вихревое движение и инерционно-гравитационные волны. На мезо- и больших масштабах последние относительно неважны и считаются шумом, который вызывал головную боль для создателей моделей со времен Ричардсона [38], родоначальника прогноза. Несколько различных подходов были использованы для построения сбалансированных моделей с сокращенным числом степеней свободы путем устранения высокочастотных колебаний из основных уравнений (напр., [39]). Такая «сбалансированная» вихревая динамика описывается нелинейной адвекцией ПЗ и ее последующей инверсией для получения скорости потока. При небольших отклонениях ПЗ от фонового состояния инверсия ПЗ в широко используемом квазигеострофическом (КГ) приближении определяется линейным уравнением (напр., [40]).

Однако ПЗ в ядре океанических вихрей часто сильно отклоняется от фонового значения. Это учтено в верхнем слое двухслойной модели при выводе уравнений эволюции потенциальной завихренности в каждом слое [41]:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} + V \frac{\partial}{\partial y} \right) \frac{f(y) + Z}{1 + h/H} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + J(\Psi, Q) + \mu_0 \nabla^2 \Psi = 0, \quad (2)$$

$$Q = \nabla^2 \Psi + f_0 \frac{h + h_b}{H_2} + \beta y. \quad (3)$$

Здесь $\frac{f(y) + Z}{1 + h/H}$ обозначает ПЗ в верхнем слое с сильной аномалией толщины, h , относительно средней толщины, H ; $Z = \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y}$ – относительная завихренность. В глубоком нижнем слое, где средняя толщина $H_2 \gg H$, аномалия ПЗ, Q , описывается в традиционном КГ приближении, Ψ – функция потока, $\nabla^2 \Psi$ – относительная завихренность, $f = f_0 + \beta y$ – параметр Кориолиса, f_0 – его средняя величина, μ_0 – придонный коэффициент трения и h_b – топография дна.

В общем уравнение для скорости верхнего слоя может быть записано как

$$(f + Z)U = -\frac{\partial B}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial t}, \quad (f + Z)V = \frac{\partial B}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial t}, \quad B = f_0 \Phi + \frac{U^2 + V^2}{2}, \quad (4)$$

где B – функция Бернулли; $f_0 \Phi$ – геопотенциал [42]. Эта форма полезна для отфильтровывания инерционно-гравитационных волн в сбалансированных приближениях различной точности для сильных аномалий ПЗ (см. [43] и ссылки в этой работе). Наконец, геопотенциал в верхнем слое и функция тока в нижнем слое связаны квазистатическим приближением

$$\Phi = \Psi + g'h / f_0, \quad g' = g \frac{\Delta \rho}{\rho}. \quad (5)$$

Отметим, что уравнение баланса массы в верхнем слое следует из (1) в комбинации с уравнением завихренности, полученным из (4), и имеет следующий вид:

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = -\frac{\partial(f + Z)U}{\partial x} - \frac{\partial(f + Z)V}{\partial y}, \quad \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial(H + h)U}{\partial x} - \frac{\partial(H + h)V}{\partial y}. \quad (6)$$

Таким образом, сумма кинетической энергии в верхнем слое, $E_1 = \rho \int (H + h)(B - f_0 \Phi) dx dy$, кинетической энергии в нижнем слое, $E_2 = \frac{\rho H_2}{2} \int (\nabla \Psi)^2 dx dy$, и доступной потенциальной энергии, $E_p = \frac{\rho g'}{2} \int h^2 dx dy$, диссипируется придонным трением

$$\frac{d}{dt}(E_1 + E_2 + E_p) = -2\mu_0 E_2. \quad (7)$$

Средний вертикальный сдвиг связан с однородным по широте зональным течением, описываемым средней функцией тока $\bar{\Psi} = -U_2 y$ в нижнем слое, куда включен однородный уклон дна $h_b = sy$. Помимо планетарного изменения параметра Кориолиса, $\beta = \frac{df}{dy}$, фоновая ПЗ в каждом слое

$$(f_0 + \beta y)/(1 + \alpha y/H), \quad \bar{Q} = \beta_2 y, \quad \beta_2 = \beta + f_0 \frac{(s + \alpha)}{H_2} \quad (8)$$

включает в себя наклон поверхности раздела $\alpha = f_0 U_2 / g'$. Известно, что такое основное состояние становится бароклинно неустойчивым, если градиенты ПЗ имеют противоположные знаки [44]. В восточном сдвиге ($\alpha > 0$ в Северном полушарии) фактический средний поток верхнего слоя направлен на запад, тогда как в западном сдвиге ($\alpha < 0$ в Северном полушарии) фактический средний поток верхнего слоя направлен на восток [45]. В обоих полушариях наиболее долгоживущие вихри были зарегистрированы в субтропических коридорах (рис. 1) с типичным восточным сдвигом, где градиент ПЗ (8) значительно меньше в верхнем слое, чем в нижнем слое при двухслойной аппроксимации.

Далее вводится функция тока возмущения, $\Psi = \Psi + U_2 y$, которая линейно связана с глубоководной аномалией ПЗ,

$$q = \nabla^2 \Psi + F_2(\Phi - \Psi), \quad F_2 = -\frac{f_0^2}{g'H_2}. \quad (9)$$

Тогда в нижнем слое КГ уравнение (2) принимает следующий вид:

$$J[\Psi + U_2 y, q + \beta_2 y] = -\frac{\partial q}{\partial t} - \mu_0 \nabla^2 \Psi. \quad (10)$$

Умножив (10) на $\rho H_2 \Psi$ и проинтегрировав, находим, что вместо (7) сумма кинетической энергии в верхнем слое, E_1 , кинетической энергии возмущения в нижнем слое, $\tilde{E}_2 = \frac{\rho H_2}{2} \int (\nabla \Psi)^2 dx dy$, и возмущение ДПЭ, $\tilde{E}_p = \frac{\rho g'}{2} \int (h - \alpha y)^2 dx dy$, может обмениваться с энергией среднего течения

$$\frac{d}{dt}(E_1 + \tilde{E}_2 + \tilde{E}_p) = W - 2\mu_0 \tilde{E}_2, \quad W = -\rho U_2 H_2 \int q \frac{\partial \Psi}{\partial x} dx dy, \quad (11)$$

где W описывает меридиональный поток ПЗ, служащий источником энергии для возмущений в потоке с вертикальным сдвигом (напр., [46]). Обычно W имеет положительный знак при бароклинной неустойчивости, движимой в основном высвобождением средней ДПЭ, когда меридиональные градиенты ПЗ в верхнем и нижнем слоях имеют противоположные знаки [44]. Однако

(11) не включает в себя фоновые градиенты ПЗ, поэтому вихри могут получать энергию и от бароклинно устойчивого среднего потока, что будет показано в разделе 4.

3. Решение для излучающего вихря в устойчивом восточном сдвиговом течении

Мы ищем квазистационарное решение в том смысле, что энергия и структура вихря изменяются незначительно в течение характерного временного масштаба $T = L/U_2$, где L – радиус ядра вихря. Кроме того, в (10) опустим придонное трение. (Тем не менее после получения явного решения этот результат может быть использован для оценки правой части в (10)). Эти предположения будут проверены позже.

Любая функциональная зависимость между $\Psi - U_2 y$ и $q + \beta_2 y$ обнуляет левую часть уравнения (10). Предположение, что на периферии $\Psi \rightarrow 0$ и $q \rightarrow 0$, подразумевает линейную зависимость в нижнем слое:

$$q = -\beta_2 \Psi / U_2 \text{ или } \nabla^2 \Psi + F_2(\Phi - \Psi) + \beta_2 \Psi / U_2 = 0. \quad (12)$$

В верхнем слое с сильной аномалией ПЗ $A = \frac{\beta y + Z - f_0 h / H}{1 + h / H} \sim f_0$ и можно записать

$$\nabla^2 \Phi - F_1(\Phi - \Psi) = A(1 + h / H) - Z_a - \beta_1 y = \Pi, \quad F_1 = \frac{f_0^2}{g'H}. \quad (13)$$

Здесь $Z_a = Z - \nabla^2 \Phi$ – агеострофическая часть завихренности, включенная в Π ,

и $\beta_1 = \beta - f_0 \frac{\alpha}{H}$ – градиент ПЗ в дальней зоне.

В удаленной области с преобладающим восточным течением со сдвигом, где $|\beta_1| \ll \beta$, вне вихревого ядра ПЗ предполагается постоянной ($A = 0$), тогда возмущение толщины в (13) компенсируется относительной завихренностью, а $\Pi = -Z_a$. Для заданного $\Pi(r)$ внутри ядра круглого вихря решение связанной системы (12) – (13) может быть найдено путем разделения на нормальные моды $\varphi_j = \Phi + \lambda_j \Psi$, как это описано в работе [47], авторы которой использовали КГ-модель с топографией без учета среднего потока. Для каждой нормальной моды

$$(\nabla^2 - a_j^2)\varphi_j = \Pi, \quad a_j^2 = F_1 - \lambda_j F_2 = F_2 - \frac{F_1}{\lambda_j} - \frac{\beta_2}{U_2}, \quad (14)$$

где λ_j – корни квадратного уравнения

$$F_1 \lambda^2 - \left(F_1 - F_2 + \frac{\beta_2}{U_2} \right) \lambda - F_1 = 0. \quad (15)$$

Если учесть, что на границе устойчивого состояния $\beta_1 = \beta - F_1 U_2 = 0$, $\beta_2 = L_R^{-2} U_2$, а $L_R = (F_1 + F_2)^{-1/2}$ – бароклинный радиус деформации, то тогда решение (15) дает

$$a_1^2 = -\frac{sf_0}{2U_2H_2} + T, \quad a_2^2 = -\frac{sf_0}{2U_2H_2} - T, \quad (16)$$

$$T^2 = \left(F_1 + \frac{sf_0}{2U_2H_2} \right)^2 + F_1F_2 = L_R^{-4} \left[(1 - \chi + \varepsilon)^2 + \chi(1 - \chi) \right]. \quad (17)$$

Здесь $\varepsilon = \frac{sf_0L_R^2}{2U_2H_2}$ пропорционально топографическому наклону,

$$\chi = \frac{F_2}{F_1 + F_2} = \frac{H}{H + H_2} < 1.$$

Формула (17) показывает, что $a_1^2 > 0$ и $a_2^2 = a_1^2 - 2T = -\kappa^2 < 0$ для $\varepsilon > -1/2$. Тогда $\varphi_1(r)$ – локализованное осесимметричное решение для (14), выраженное модифицированными функциями Бесселя, тогда как $\varphi_2(r, \theta)$ – осциллирующее решение для (14), выраженное с применением функций Бесселя первого и второго рода:

$$\varphi_1 = -K_0(a_1r) \int_0^r r' dr' I_0(a_1r') \Pi(r') - I_0(a_1r) \int_r^\infty r' dr' K_0(a_1r') \Pi(r'), \quad (18)$$

$$\varphi_2 = \frac{\pi}{2} Y_0(\kappa r) \int_0^r r' dr' J_0(\kappa r') \Pi(r') + \frac{\pi}{2} J_0(\kappa r) \int_r^\infty r' dr' Y_0(\kappa r') \Pi(r') + S, \quad (19)$$

$$S = 2D \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n-1)\theta}{2n-1} J_{2n-1}(\kappa r), \quad D = \int_0^\infty r' dr' J_0(\kappa r') \Pi(r'), \quad (20)$$

$$\Phi = \frac{\lambda_2 \varphi_1 - \lambda_1 \varphi_2}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{(\kappa^2 + F_1)(\varphi_1 - \varphi_2)}{2T} + \varphi_2, \quad \Psi = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\lambda_1 - \lambda_2} = F_2 \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2T}. \quad (21)$$

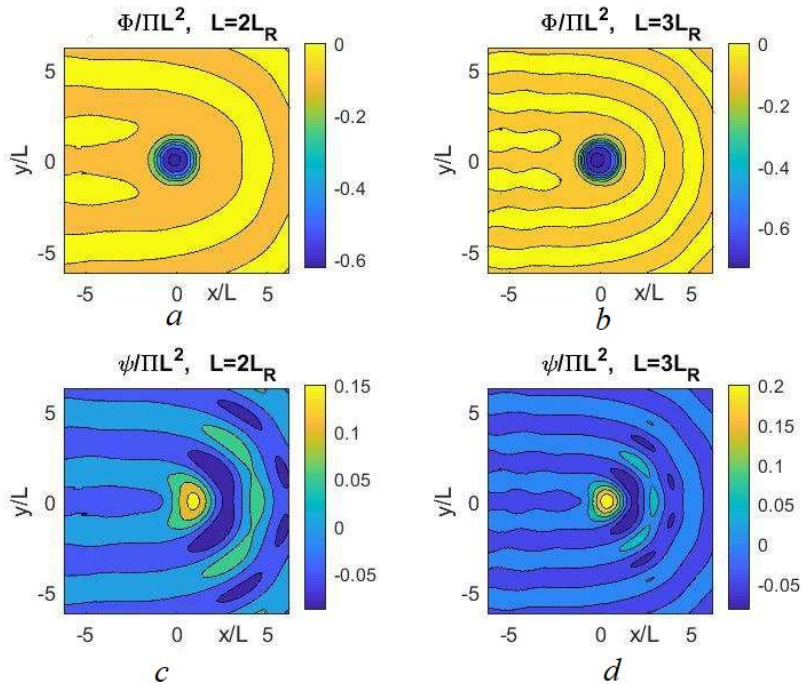
Здесь (19) соответствует подветренным волнам Россби, которые переносят энергию от вихря на восток. Последний член, S , должен быть добавлен, чтобы удовлетворить условию отсутствия возмущений в западном направлении ($x \rightarrow -\infty$), как требуется при отсутствии придонного трения [26]. Отметим, что S определяется интегральным значением D в (20), которое можно легко оценить для равномерного Π внутри ядра вихря,

$$\frac{D}{\Pi L^2} = \frac{J_1(\kappa L)}{\kappa L}. \quad (22)$$

Значение $\frac{J_1(\kappa L)}{\kappa L}$ уменьшается от 0,5 для малых $\kappa L \ll 1$ и становится равным нулю для $\kappa L \approx 3,8$; его характерное значение равно 0,2 для $\kappa L = 2,5$.

Без какого-либо топографического наклона ($s = 0$) $a_1^2 = -a_2^2 = L_R^{-2} \sqrt{1 - \chi}$, как в работе [37]. Типичное решение (21) со шлейфом волн Россби над плоским дном для конечной толщины ($\chi = 1/8$) показано на рис. 2 для постоянно-

го (П) внутри ядра вихря. Амплитуды верхнего слоя циклона и нижнего слоя антициклона на правых панелях для большого вихря ($L = 3L_R$) немного больше, чем на левых панелях для среднего вихря ($L = 2L_R$). В обоих случаях картинки нижнего слоя выглядят аналогично верхней панели на рис. 4 [26, с. 53], построенной для ядра, вращающегося подобно твердому телу внутри чашеобразной толщины h в предположении глубокого нижнего слоя. Отметим преимущественно бароклинно-дипольную структуру представленного решения (сдвиг на восток центра антициклона в нижнем слое относительно центра циклона в верхнем слое), что приводит к дрейфу циклона в направлении полюса. Это обстоятельство будет обсуждаться в следующем разделе.



Р и с. 2. Решение (21) для вихря среднего размера ($L = 2L_R$) и для большого вихря ($L = 3L_R$)
Fig. 2. Solution (21) for the medium ($L = 2L_R$) and large ($L = 3L_R$) vortices

4. Оценки потока ПЗ и скорости меридионального дрейфа

При устойчивом сдвиговом восточном течении решение (18) – (21) представляет подветренные волны Россби, генерируемые вихрем в верхнем слое, который является стационарным на масштабе времени T . Вдалеке к востоку от центра вихря

$$\varphi_2 \approx \pi D Y_0(kr) \sim \sqrt{\frac{2\pi}{kr}} \cdot D \sin\left(kr - \frac{\pi}{4}\right) \text{ для } -\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}, \quad kr \gg 1, \quad (23)$$

что может быть использовано для оценки конечного потока ПЗ в (11) при использовании (12) и (21):

$$W = \rho\beta_2 H_2 \lim_{r \rightarrow \infty} r\Psi^2 = \frac{\pi\rho\beta_2 H_2}{\kappa} \left(\frac{F_2 D}{2T} \right)^2 > 0. \quad (24)$$

Видно, что вихри обоих знаков извлекают энергию из линейно устойчивого среднего вертикального сдвига при генерации подветренных волн Россби. Поток энергии, уносимой волнами Россби, в верхнем слое без среднего течения и без трения рассчитал Никадер [28]. Таким образом, W можно интерпретировать как компенсацию сопротивления, оказываемого волнами Россби на перемещающийся вихрь в неограниченной области (см. [26]), которое обратно пропорционально толщине нижнего слоя в (24). Если предположить, что W уравнивается придонным трением, согласно (11), энергия, при наличии придонного трения в нижнем слое, может быть оценена как $\tilde{E}_2 = W/2\mu_0$. Без топографического уклона (24) эквивалентно (20) в [37], что было получено для потока ПЗ в верхнем слое и подтверждено их численным моделированием в КГ приближении.

Решение (18) – (21) также может быть использовано для оценки характерного меридионального дрейфа вихря за счет асимметричной части выражения (19), определяемой как $S(r, \theta)$. Меридиональная скорость верхнего слоя в центре вихря определяется первой азимутальной модой φ_2 , описываемой $2DxJ_1(\kappa r)/r$ в (20). Так что

$$V_0 = \frac{\partial\Phi}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial S}{\partial x} = \varepsilon \kappa D = \varepsilon \pi L J_1(\kappa L), \quad (25)$$

$$\varepsilon = 1 - \frac{\kappa^2 + F_1}{2T} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1 - \chi + \tilde{\tau}}{TL_R^2} \right) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1 - \chi + \tilde{\tau}}{\sqrt{(1 - \chi + \tilde{\tau})^2 + \chi(1 - \chi)}} \right) > 0. \quad (26)$$

Коэффициент $\varepsilon \sim \frac{\chi}{4(1 + \tilde{\tau})^2} \ll 1$ оказывается малым даже для конечной

величины χ , что подтверждает квазистационарное решение (18) – (21). Скорость меридионального дрейфа (25) пропорциональна интенсивности вихря и соответствует полярности вихря: циклоны с положительным Π дрейфуют к полюсу, а антициклоны с отрицательным Π дрейфуют к экватору. Из (26) видно, что положительный топографический уклон уменьшает меридиональный дрейф, тогда как отрицательный топографический уклон приводит к большему меридиональному дрейфу, чем над плоским дном.

Если учесть ненулевой градиент ПЗ в верхнем слое, то как зональный, так и меридиональный перенос вихрей имеют дополнительные компоненты благодаря развитию бета-круговоротов, проанализированных в ряде исследований (см. напр., работы [30, 48] и ссылки в них). В этом случае происходит постепенное изменение интенсивности вихря благодаря лагранжевому сохранению ПЗ в центре вихря в верхнем слое. Поэтому в бароклинно неустойчивом среднем потоке ($\beta_1 < 0$) вихрь может усиливаться благодаря меридиональному дрейфу, вызванному подветренными волнами Россби [37].

Рассмотрим типичные параметры вихря для антициклона и циклона, представленные на рис. 1. Антициклон пересекал субтропики в южной части Индийского океана вдоль основного пути (с востока на запад) долгоживущих вихрей с типичными параметрами, обобщенными в табл. 1 работы [49, с. 5412]. Азимутальная скорость $V_m \sim 0,25 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$ при радиусе ядра вихря $L \sim 60 \text{ км}$ соответствует аномалии геопотенциала в центре вихря $f_0\Phi_c = f_0LV_m \sim 1 \text{ м}^2\cdot\text{с}^2$ при $f_0 \sim 7\cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$. Эта величина $v_g = \sqrt{g'H}$ должна соответствовать аномалии толщины, h , в рамках эквивалентно баротропного приближения [50]:

$$f_0\Phi_c = v_g^2 h_c / H \quad (27)$$

при введении характерной гравитационной скорости волны $v_g = \sqrt{g'H}$. Из вертикального масштаба убывания скорости на рис. 9 из работы [49, с. 5419] следует, что толщина верхнего слоя $H \sim 0,35 \text{ км}$ вместе с редуцированной силой тяжести $g' \sim 0,01 \text{ м}\cdot\text{с}^{-2}$ дает $v_g \sim 1,8 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$ и $L_R = v_g/f_0 \sim 26 \text{ км}$, что немного меньше половины радиуса ядра вихря. Тогда $h_c/H \sim 1/3$, так что $\Pi \sim -f_0/2$, в то время как аномалия ПЗ $A \sim -f_0/3$.

Для того чтобы иметь нулевой градиент ПЗ на периферии верхнего слоя благодаря компенсации планетарного градиента ПЗ $\beta = 2\cdot 10^{-11} \text{ м}^{-1}\cdot\text{с}^{-1}$, средний наклон промежуточной поверхности $\alpha = \beta H / f_0 \sim 10^{-4}$ должен соответствовать вертикальному сдвигу $U_2 \sim g'\alpha/f_0 \sim 0,03 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$, который согласуется со средним западным дрейфом антициклона, показанным на рис. 1 для 5-летнего периода. При малых χ $\kappa \sim L_R^{-1}$, $|D| \sim 0,1f_0L^2 \sim 2,5\cdot 10^4 \text{ м}^2\cdot\text{с}^{-1}$, тогда скорость переноса энергии от среднего потока в подветренные волны Россби может быть оценена из (24) как

$$W = \frac{\pi\chi}{4L_R} \rho U_2 H D^2 \sim 20 MW.$$

Меридиональный дрейф такого антициклона, по формуле (25) как $V_0 \sim \frac{\Pi L}{100} \sim 0,02 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$, уменьшается на 2/3 после адаптации вихря к квазистационарному состоянию на более длинном временном масштабе, как показано в численном моделировании [37]. Это согласуется с наблюдаемым дрейфом антициклона в сторону экватора $\sim U_2/5$, оцененным по его пути на рис. 1.

Параметры циклона, дрейфующего на запад в течение 4,4 года в Канарском коридоре (рис. 1), сходны с параметрами антициклона в южной части Индийского океана [51]. Однако наблюдаемый дрейф этого циклона к полюсу был гораздо слабее, чем дрейф антициклона, рассмотренного выше. Это указывает на влияние других факторов, например бета-круговоротов, связанных с отрицательным градиентом ПЗ в верхнем слое ($\beta_1 < 0$), который способен компенсировать дрейф в сторону полюса, вызванный подветренными волнами Россби.

5. Заключение

Настоящее исследование описывает обобщение аналитической КГ-модели [37] для гибридной двухслойной модели кругового вихря с сильной аномалией ПЗ, который движется в течении с вертикальным сдвигом скорости над топографическим склоном. Аналитическое описание вихря достигается в предельном случае на границе устойчивого фонового потока в отношении бароклинной неустойчивости. В этом режиме решение на адвективной временной шкале представляет собой стационарную картину, состоящую из кругового вихря в верхнем слое, сопровождаемого шлейфом волн Россби, который он генерирует. Показано, что дрейф вихря поперек среднего течения определяется преимущественно бароклинно-дипольной структурой представленного решения. Эта конфигурация представляет собой пример, в котором энергия, необходимая для генерации и поддержки структуры шлейфа, полностью обеспечивается устойчивым фоновым потоком. Мезомасштабный перенос энергии, накопленной в крупномасштабных течениях, традиционно приписывают действию бароклинной неустойчивости. Однако рассматриваемый случай представляет собой альтернативный механизм для бароклинного каскадного переноса энергии в направлении мезомасштабов. Оценки меридионального дрейфа реальных океанических вихрей показывают, что он гораздо меньше скорости сдвига, что тем самым дает обоснование предположениям теории. Эта теория добавляет основополагающее звено в цепи важных физических механизмов, помогающих долгоживущим вихрям сохраняться в турбулентном океане. Некоторые из таких механизмов перечислены ниже.

Использование баротропных двумерных моделей является обычным первым шагом для выявления когерентных вихрей в крупномасштабных потоках [52]. Невязкое измельчение (затухание Ландау) асимметричных возмущений устойчивых вихрей является ответственным за процесс осесимметризации вихрей [53] и перенос энергии к сильному вихрю благодаря искривлению и растяжению слабого вихря-сателлита на периферии сильного вихря [54]. Эти простые теории дают рациональное объяснение периферическому усилению монополярных вихрей в двумерных моделях [55].

Известно, что монополярные бароклинные вихри среднего размера способны оставаться бароклинно устойчивыми (напр., [56]) в отличие от струйных течений над плоским дном, которые всегда имеют противоположные градиенты ПЗ в верхнем и нижнем слоях [57]. Рост малых возмущений и удивительная живучесть больших бароклиновых вихрей в преимущественно монополярных состояниях зависят от исходной вихревой структуры и стратификации модели (напр., [58]). В трехслойной модели стабилизирующий эффект среднего слоя с однородной ПЗ достигается благодаря ослаблению вертикальной связи между верхним и нижним слоями и уменьшению градиента ПЗ в глубоком слое в состоянии покоя, как описано в [59]. Нелинейный переход от бароклинной неустойчивости монополярных вихрей к триполярным состояниям также играет важную роль в выживании долгоживущих вихрей [60].

Известно, что фоновый боковой сдвиг и деформация обеспечивают эффективный механизм для постепенной эрозии устойчивых вихрей вследствие отщепления завихренности на границе ядра. До настоящего времени его изучали в основном в баротропных моделях [61–63]. Аналогичная эрозия вихрей

предполагается и в бароклинных вихрях, взаимодействующих с крупномасштабными течениями и волнами Россби, где роль доступной потенциальной энергии для сопротивления вихря процессу эрозии остается в значительной степени неизвестной [64]. Значительное усиление вращения жидкости благодаря радиальному перераспределению углового момента при эрозии ядра вихря было показано в [65] в предположении, что перемешивание импульса пропорционально скорости деформации на периферии круглых вихрей.

Таким образом, среди нескольких известных физических механизмов, помогающих когерентным вихрям в океане быть сверхдолгоживущими, существенную роль играет передача энергии от крупномасштабных течений с вертикальным сдвигом скорости, описанная в [37] в КГ приближении, а также в более общей гибридной модели, предложенной в данной работе. Эффективность этого механизма пропорциональна интенсивности вертикального сдвига скорости и квадрату интенсивности вихря, т. е. она не зависит от полярности вихря. Этот вывод подтверждается примерами чрезвычайной долгоживучести и перемещения на большие расстояния когерентных циклонов и антициклонов, регулярно обнаруживаемых в субтропических зональных коридорах со сдвигом в восточном направлении, которые были рассмотрены в данной работе (напр., рис. 1). Дальнейшие исследования продолжаются.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Large-scale multi-buoy experiment in the Tropical Atlantic / L. M. Brekhovskikh [et al.] // *Deep Sea Research and Oceanographic Abstracts*. 1971. Vol. 18, iss. 12. P. 1189–1206. [https://doi.org/10.1016/0011-7471\(71\)90026-X](https://doi.org/10.1016/0011-7471(71)90026-X)
2. *Koshlyakov M. N., Monin A. S. Synoptic Eddies in the Ocean // Annual Review of Earth and Planetary Sciences*. 1978. Vol. 6. P. 495–523. <https://doi.org/10.1146/annurev.ea.06.050178.002431>
3. *Eddies in Marine Science / Ed. A. R. Robinson. Berlin-Heidelberg-New York-Tokyo : Springer-Verlag, 1983. 609 p.* <https://doi.org/10.1002/zamm.19850650123>
4. *Кошляков М. Н., Белокопытов В. Н. Синоптические вихри открытого океана: обзор экспериментальных исследований // Морской гидрофизический журнал. 2020. Т. 36, № 6. С. 613–627. doi:10.22449/0233-7584-2020-6-613-627*
5. *McWilliams J. C. The Nature and Consequences of Oceanic Eddies // Ocean Modeling in an Eddy Regime / Eds. M. W. Hecht, H. Hasumi. Washington, DC : American Geophysical Union, 2008. Vol. 177. P. 5–15. doi:10.1029/177GM03. 11*
6. *Global heat and salt transports by eddy movement / C. Dong [et al.] // Nature Communications*. 2014. Vol. 5. 3294. <https://doi.org/10.1038/ncomms4294>
7. *Chen G., Han G., Yang X. On the intrinsic shape of oceanic eddies derived from satellite altimetry // Remote Sensing of Environment*. 2019. Vol. 228. P. 75–89. <https://doi.org/10.1016/j.rse.2019.04.011>
8. *McWilliams J. C. Submesoscale, coherent vortices in the ocean // Reviews of Geophysics*. 1985. Vol. 23, iss. 2. P. 165–182. doi:10.1029/RG023i002p00165
9. *Flierl G. R. Isolated Eddy Models in Geophysics // Annual Review of Fluid Mechanics*. 1987. Vol. 19. P. 493–530. <https://doi.org/10.1146/annurev.fl.19.010187.002425>
10. *Коротаев Г. К. Теоретическое моделирование синоптической изменчивости океана. Киев : Наукова думка, 1988. 157 с.*
11. *Korotaev G. K. Radiating Vortices in Geophysical Fluid Dynamics // Surveys in Geophysics*. 1997. Vol. 18, iss. 6. P. 567–618. doi:10.1023/A:1006583017505

12. *Nezlin M. V., Sutyryn G. G.* Problems of simulation of large, long-lived vortices in the atmospheres of the giant planets (jupiter, saturn, neptune) // *Surveys in Geophysics*. 1994. Vol. 15, iss. 1. P. 63–99. doi:10.1007/BF00665687
13. *Carton X.* Hydrodynamical modeling of oceanic vortices // *Surveys in Geophysics*. 2001. Vol. 22, iss. 3. P. 179–263. doi:10.1023/A:1013779219578
14. *Sokolovskiy M. A., Verron J.* Dynamics of Vortex Structures in a Stratified Rotating Fluid // *Atmospheric and Oceanographic Science Library*. Vol. 47. Cham : Springer, 2014. 382 p. doi:10.1007/978-3-319-00789-2
15. *Stern M. E.* Minimal properties of planetary eddies // *Journal of Marine Research*. 1975. Vol. 33, iss. 1. P. 1–13.
16. *Ларичев В. Д., Резник Г. М.* О двумерных уединенных волнах Россби // Доклады Академии наук СССР. 1976. Т. 231, № 5. С. 1077–1079. URL: <http://www.mathnet.ru/links/ab484331932b9f8f6f361e722e3cb8e3/dan40813.pdf> (дата обращения: 15.10.2020).
17. *Meleshko V. V., van Heijst G. J. F.* On Chaplygin's investigations of two-dimensional vortex structures in an inviscid fluid // *Journal of Fluid Mechanics*. 1994. Vol. 272. P. 157–182. <https://doi.org/10.1017/S0022112094004428>
18. The theory of the beta-plane baroclinic topographic modons / Z. Kizner [et al.] // *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*. 2003. Vol. 97, iss. 3. P. 175–211. doi:10.1080/0309192031000108706
19. *Михайлова Э. Н., Шаниро Н. Б.* Двумерная модель эволюции синоптических возмущений в океане // *Известия Академии наук СССР. Физика атмосферы и океана*. 1980. Т. 16, № 8. С. 823–833.
20. *Петвиашвили В. И.* Красное пятно Юпитера и дрейфовый солитон в плазме // *Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 1980. Т. 32, вып. 11. С. 632–635. URL: http://www.jetpletters.ac.ru/cgi-bin/articles/download.cgi/478/article_7558.pdf (дата обращения: 30.10.2020).
21. *Сутырин Г. Г.* К теории уединенных антициклонов во вращающейся жидкости // Доклады Академии наук СССР. 1985. Т. 280, № 5. С. 1101–1105.
22. *Sutyryn G. G., Yushina I. G.* Numerical Modelling of the Formation, Evolution, Interaction and Decay of Isolated Vortices // *Mesoscale/Synoptic Coherent structures in Geophysical Turbulence* / Eds. J. C. J. Nihoul, B. M. Jamart. Elsevier Oceanographic Series, 1989. Vol. 50. P. 721–736. doi:10.1016/S0422-9894(08)70217-4
23. *Chelton D. B., Schlax M. G., Samelson R. M.* Global observations of nonlinear mesoscale eddies // *Progress in Oceanography*. 2011. Vol. 91, iss. 2. P. 167–216. doi:10.1016/j.poccean.2011.01.002
24. *Sutyryn G. G.* Super long-lived ocean eddies // Сборник трудов Международного симпозиума «Мезомасштабные и субмезомасштабные процессы в гидросфере и атмосфере» (МСП-2018). Москва : ИО РАН, 2018. С. 46–47. doi:10.29006/978-5-9901449-4-1-2018-11
25. *Коротяев Г. К.* Структура, динамика и энергетика синоптической изменчивости океана. Севастополь, 1980. 64 с. (Препринт / МГИ).
26. *Flierl G. R.* Rossby Wave Radiation from a Strongly Nonlinear Warm Eddy // *Journal of Physical Oceanography*. 1984. Vol. 14, iss. 1. P. 47–58. [https://doi.org/10.1175/1520-0485\(1984\)014<0047:RWFAS>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0485(1984)014<0047:RWFAS>2.0.CO;2)
27. *McDonald N. R.* The decay of cyclonic eddies by Rossby wave radiation // *Journal of Fluid Mechanics*. 1998. Vol. 361. P. 237–252. doi:10.1017/S0022112098008696
28. *Nycander J.* Drift Velocity of Radiating Quasigeostrophic Vortices // *Journal of Physical Oceanography*. 2001. Vol. 31, iss. 8. P. 2178–2185. [https://doi.org/10.1175/1520-0485\(2001\)031<2178:DVORQV>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0485(2001)031<2178:DVORQV>2.0.CO;2)
29. *Сутырин Г. Г.* О влиянии бета-эффекта на эволюцию локализованного вихря // Доклады Академии наук СССР. 1987. Т. 296, № 5. С. 1076–1080. URL: <http://www.mathnet.ru/links/bb945265df7fd03879fae801ee00058a/dan48090.pdf> (дата обращения: 30.10.2020).

30. *Kravtsov S., Reznik G.* Numerical solutions of the singular vortex problem // *Physics of Fluids*. 2019. Vol. 31, iss. 6. 066602. <https://doi.org/10.1063/1.5099896>
31. *Gill A. E., Green J. S. A., Simmons A. J.* Energy partition in the large-scale ocean circulation and the production of mid-ocean eddies // *Deep Sea Research and Oceanographic abstracts*. 1974. Vol. 21, iss. 7. P. 499–528. [https://doi.org/10.1016/0011-7471\(74\)90010-2](https://doi.org/10.1016/0011-7471(74)90010-2)
32. *Vallis G. K.* *Atmospheric and Oceanic Fluid Dynamics: Fundamentals and Large-Scale Circulation*. Cambridge : Cambridge University Press, 2006. 745 p.
33. *Ferrari R., Wunsch C.* Ocean Circulation Kinetic Energy: Reservoirs, Sources, and Sinks // *Annual Review of Fluid Mechanics*. 2009. Vol. 41. P. 253–282. <https://doi.org/10.1146/annurev.fluid.40.111406.102139>
34. *Venaille A., Vallis G., Smith S.* Baroclinic Turbulence in the Ocean: Analysis with Primitive Equation and Quasigeostrophic Simulations // *Journal of Physical Oceanography*. 2011. Vol. 41, iss. 9. P. 1605–1623. doi: 10.1175/JPO-D-10-05021.1
35. *Radko T., Peixoto de Carvalho D., Flanagan J.* Nonlinear Equilibration of Baroclinic Instability: The Growth Rate Balance Model // *Journal of Physical Oceanography*. 2014. Vol. 44, iss. 7. P. 1919–1940. <https://doi.org/10.1175/JPO-D-13-0248.1>
36. *Vandermeirsh F., Morel Y., Sutyryn G.* Resistance of a Coherent Vortex to a Vertical Shear // *Journal of Physical Oceanography*. 2002. Vol. 32, iss. 11. P. 3089–3100. [https://doi.org/10.1175/1520-0485\(2002\)032<3089:ROACVT>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0485(2002)032<3089:ROACVT>2.0.CO;2)
37. *Sutyryn G. G., Radko T.* Why the most long-lived eddies are found in the subtropical ocean westward flows // *Ocean Modelling*. 2020. (in press).
38. *Richardson L. F.* *Weather Prediction by Numerical Process*. Cambridge : The University Press, 1922. 258 p. URL:<https://archive.org/details/weatherpredictio00richrich> (date of access: 30.10.2020).
39. *Монин А. С.* Прогноз погоды как задача физики. М. : Наука, 1969. 184 с.
40. *Kamenkovich V. M., Koshlyakoy M. N., Monin A. S.* *Synoptic Eddies in the Ocean*. Series: *Environmental Fluid Mechanics 5* / Ed. A. S. Monin. Netherlands, Dordrecht : Springer, 1986. 443 p.
41. *Sutyryn G. G., Grimshaw R.* Frictional effects on the deep-flow feedback on the β -drift of a baroclinic vortex over sloping topography // *Deep Sea Research Part I: Oceanographic Research Papers*. 2005. Vol. 52, iss. 1. P. 2156–2167. doi:10.1016/j.dsr.2005.06.017
42. *Сутырин Г. Г.* Синоптические движения конечной амплитуды // *Доклады Академии наук СССР*. 1986. Т. 290, № 5. С. 1084–1088. URL: <http://www.mathnet.ru/links/5662892d8fad089be8eb8a118be68902/dan47702.pdf> (дата обращения: 15.10.2020).
43. *Sutyryn G. G.* Agradient velocity, vortical motion and gravity waves in a rotating shallow-water model // *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*. 2004. Vol. 130, iss. 601. P. 1977–1989. <https://doi.org/10.1256/qj.03.54>
44. *Phillips N. A.* Energy Transformations and Meridional Circulations associated with simple Baroclinic Waves in a two level, Quasi-geostrophic Model // *Tellus*. 1954. Vol. 6, iss. 3. P. 273–286. <https://doi.org/10.1111/j.2153-3490.1954.tb01123.x>
45. Scales, Growth Rates, and Spectral Fluxes of Baroclinic Instability in the Ocean / R. Tulloch [et al.] // *Journal of Physical Oceanography*. 2011. Vol. 41, iss. 6. P. 1057–1076. <https://doi.org/10.1175/2011JPO4404.1>
46. *Thompson A. F., Young W. R.* Scaling Baroclinic Eddy Fluxes: Vortices and Energy Balance // *Journal of Physical Oceanography*. 2006. Vol. 36, iss. 4. P. 720–738. <https://doi.org/10.1175/JPO2874.1>
47. *Reznik G. M., Sutyryn G. G.* Baroclinic topographic modons // *Journal of Fluid Mechanics*. 2001. Vol. 437. P. 121–142. doi: 10.1017/S0022112001004062
48. *Sutyryn G. G., Flierl G. R.* Intense Vortex Motion on the Beta Plane: Development of the Beta Gyres // *Journal of Atmospheric Sciences*. 1994. Vol. 51, iss. 5. P. 773–790. [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1994\)051<0773:IVMOTV>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1994)051<0773:IVMOTV>2.0.CO;2)

49. SIDDIES Corridor: A Major East-West Pathway of Long-Lived Surface and Subsurface Eddies Crossing the Subtropical South Indian Ocean / A. F. Dilmahamad [et al.] // *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2018. Vol. 123, iss. 8. P. 5406–5425. <https://doi.org/10.1029/2018JC013828>
50. *Sutyryn G. G.* How baroclinic vortices intensify resulting from erosion of their cores and/or changing environment // *Ocean Modelling*. 2020. Vol. 156. 101711. <https://doi.org/10.1016/j.ocemod.2020.101711>
51. *Pegliasco C., Chaigneau A., Morrow R.* Main eddy vertical structures observed in the four major Eastern Boundary Upwelling Systems // *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2015. Vol. 120, iss. 9. P. 6008–6033. <https://doi.org/10.1002/2015JC010950>
52. *Burgess B. H., Dritschel D. G., Scott R. K.* Vortex scaling ranges in two-dimensional turbulence // *Physics of Fluids*. 2017. Vol. 29, iss. 11. 111104. <https://doi.org/10.1063/1.4993144>
53. *Сутырин Г. Г.* Азимутальные волны и симметризация интенсивного вихря // *Доклады Академии наук СССР*. 1989. Т. 304, № 5. С. 1086–1091. URL: <http://www.mathnet.ru/links/8a31183a00e5c592d7d0ebfc624dda46/dan48505.pdf> (дата обращения: 30.10.2020).
54. *Sutyryn G. G.* On the vortex intensification due to stretching out of weak satellites // *Physics of Fluids*. 2019. Vol. 31, iss. 7. 075103. <https://doi.org/10.1063/1.5098068>
55. *Sutyryn G. G., Radko T.* On the peripheral intensification of two-dimensional vortices in smaller-scale randomly forcing flow // *Physics of Fluids*. 2019. Vol. 31, iss. 10. 101701. <https://doi.org/10.1063/1.5118752>
56. *Benilov E. S.* Stability of vortices in a two-layer ocean with uniform potential vorticity in the lower layer // *Journal of Fluid Mechanics*. 2004. Vol. 502. P. 207–232. doi:10.1017/S0022112003007547
57. *Sutyryn G.* Generation of deep eddies by a turning baroclinic jet // *Deep Sea Research Part I: Oceanographic Research Papers*. 2015. Vol. 101. P. 1–6. doi:10.1016/j.dsr.2015.02.011
58. *Sutyryn G. G., Radko T.* Stabilization of Isolated Vortices in a Rotating Stratified Fluid // *Fluids*. 2016. Vol. 1, iss 3. 26. doi:10.3390/fluids1030026
59. *Sutyryn G.* Why compensated cold-core rings look stable // *Geophysical Research Letters*. 2015. Vol. 42, iss. 13. P. 5395–5402. doi:10.1002/2015GL064378
60. *Sutyryn G. G.* On sharp vorticity gradients in elongating baroclinic eddies and their stabilization with a solid-body rotation // *Geophysical Research Letters*. Vol. 43, iss. 11. P. 5802–5811. doi:10.1002/2016GL069019.
61. *Legras B., Dritschel D.* Vortex stripping and the generation of high vorticity gradients in two-dimensional flows // *Applied Scientific Research*. 1993. Vol. 51. P. 445–455. doi.org/10.1007/BF01082574
62. *Mariotti A., Legras B., Dritschel D. G.* Vortex stripping and the erosion of coherent structures in two-dimensional flows // *Physics of Fluids*. 1994. Vol. 6, iss. 12. 3954. <https://doi.org/10.1063/1.868385>
63. *Legras B., Dritschel D. D., Caillol P.* The erosion of a distributed two-dimensional vortex in a background straining flow // *Journal of Fluid Mechanics*. 2001. Vol. 441. P. 369–398. <https://doi.org/10.1017/S002211200100502X>
64. *Sutyryn G., Carton X.* Vortex interaction with a zonal Rossby wave in a quasi-geostrophic model // *Dynamics of Atmospheres and Oceans*. 2006. Vol. 41, iss. 2. P. 85–102. doi:10.1016/j.dynatmoce.2005.10.004
65. *Sutyryn G. G.* Maintenance of quick fluid rotation in the cores of long-lived Arctic eddies // *Journal of Marine Systems*. 1992. Vol. 3, iss. 6. P. 489–496 doi:10.1016/0924-7963(92)90019-5

Об авторе:

Сутырин Георгий Глебович, заслуженный научный сотрудник, Высшая школа океанографии, Университет Род Айленда (Наррагансет Род Айленд, 02882 США), доктор физико-математических наук, **ORCID ID: 0000-0002-5222-7800**, gsutyryn@hotmail.com