

Солитоноподобные волны в окрестностях Южных Курильских островов

В. А. Сквайр¹, П. Д. Ковалев^{2,✉}, Д. П. Ковалев²

¹ University of Otago, Dunedin, New Zealand

² Институт морской геологии и геофизики ДВО РАН, Южно-Сахалинск, Россия

✉ kovalev_pd@outlook.com

Поступила в редакцию 14.05.2020 г., после доработки – 26.05.2020 г.

Цель. Цель работы – исследование модулированных солитонов, обнаруженных во временных рядах данных наблюдений за колебаниями уровня моря, и проверка наличия нестационарных процессов в рамках количественных методов.

Методы и результаты. Представлен анализ данных наблюдений за волнением, выполненных с помощью донных датчиков давления типа АРВ (автономный регистратор волнения) в районе мысов Кастрикум, Ван-дер-Линд и Ловцова Южных Курильских островов. Полученные временные ряды подверглись полосовой фильтрации с применением аппаратных средств с полосой пропускания 20 мин – 2,5 ч. Численное моделирование обнаруженных волновых пакетов проводилось с использованием уравнения Кортевега – де Вриза. Результаты моделирования подтверждают, что огибающая наблюдаемых волновых пакетов близка к моделируемой и ведет себя как солитон. Проведено сравнение с гармонической суперпозицией бризера с целью качественно исследовать наличие вложенных, т. е. субсолитонных, 1,6-часовых флуктуаций.

Выводы. Показано, что синхронность инициирования волнового пакета и волны K_1 связана с циклическим разделением приливного потока колебаний K_1 от возвышенности, расположенной между островами в проливе Уруп, с сопутствующим порождением вихрей. Предполагается, что вихри генерируют обнаруженные волновые пакеты, каждый пакет содержит группу волн со средним периодом около 1,6 ч, обусловленным периодом краевых волн или шельфовых сейш. Спектральный анализ, проведенный для 4,5-суточных временных рядов при наличии и отсутствии в них группы солитонов, показал, что при появлении солитонов наблюдается увеличение энергии волн в интервале периодов от 0,5 до 5,5 ч. С использованием простого амплитудного критерия установлено, что обнаруженные в волновых пакетах волны являются аномальными. При преобразовании временного ряда в нормализованное время и нормализованные амплитудные координаты было обнаружено, что все примеры аномальных волновых пакетов могут быть смоделированы с помощью временного уравнения Кортевега – де Вриза.

Ключевые слова: Охотское море, солитоноподобные волны, уравнение Кортевега – де Вриза, солитоны, бризеры

Благодарности: П. Д. Ковалев и Д. П. Ковалев выполнили данное исследование в соответствии с государственной федеральной программой ИМГГ ДВО РАН. Они благодарят сотрудников Лаборатории волновой динамики и прибрежных течений за помощь при проведении экспедиций и сборе полевых данных. В. А. Сквайр высоко ценит постоянную поддержку Университета Отаго на протяжении своей научной карьеры, а также плодотворное сотрудничество со студентами и аспирантами.

Для цитирования: Сквайр В. А., Ковалев П. Д., Ковалев Д. П. Солитоноподобные волны в окрестностях Южных Курильских островов // Морской гидрофизический журнал. 2021. Т. 37, № 1. С. 5–22. doi:10.22449/0233-7584-2021-1-5-22

Soliton-Like Waves in the Vicinity of the Southern Kuril Islands

V. A. Squire¹, P. D. Kovalev^{2, ✉}, D. P. Kovalev²

¹ University of Otago, Dunedin, New Zealand

² Institute of Marine Geology and Geophysics, Far East Branch of
Russian Academy of Sciences, Yuzhno-Sakhalinsk, Russia

✉ kovalev_pd@outlook.com

Purpose. The paper is aimed at studying the modulated solitons detected in the time series of the observational data on the sea level oscillations and at verifying presence of nonstationary processes within the framework of the quantitative methods.

Methods and Results. The paper represents analysis of the wave observation data collected using ARW-type, bottom-mounted pressure sensors in the area of the capes Castricum, Van-der-Lind and Lovtsova in the southern Kuril Islands. The time series obtained were bandpass filtered using hardware with a passband of 20 minutes – 2.5 hours. Residual time series show presence of the wavepackets generated at the beginning of the K₁ (diurnal) tide, which consistently appear as a group consisting of 5–7 packets. It is shown that the synchronicity of wavepacket and the K₁ wave initiation is associated with the cyclic separation of the tidal flow of the K₁ oscillation at the elevation in the Urup Strait located between the islands, along with a concomitant spawning of vortices. It is speculated that the vortices generate the detected wavepackets, each of which are found to encase a cluster of waves of average period about 1.6 hours that are attributed to edge waves or shelf seiches. A numerical model simulation of the detected wavepackets was performed using the Korteweg-de Vries equation, which confirms that the envelope of the observed wavepackets is close to the modeled one and behaves like a soliton.

Conclusions. It is shown that synchronous initiation of a wavepacket and a K₁ wave is associated with the cyclic separation of the tidal flow of the K₁ oscillations from the elevation in the Urup Strait located between the islands with a concomitant spawning of vortices. The vortices are assumed to generate the detected wavepackets. Each of them contains a cluster of waves, the average period of which is about 1.6 hours that is conditioned by the edge waves' or shelf seiches' period. Spectral analysis performed for the 4.5-day-long time series at presence and absence of the groups of solitons, showed that when solitons occur, the wave energy increased in the 0.5–5.5 hr period range. Application of a simple amplitude-based criterion permitted to identify the waves detected in the wavepackets as the anomalous ones. Transformation of the time series into the normalized time and the normalized amplitude coordinates showed that all the examples of anomalous wavepackets could be modeled using the Korteweg-de Vries time equation.

Keywords: Sea of Okhotsk, soliton-like waves, Korteweg-de Vries equation, solitons, harmonic breathers

Acknowledgements: P. D. Kovalev and D. P. Kovalev performed this investigation in accordance with the state program of IMGG FEB RAS. They thank the staff of the Laboratory of Wave Dynamics and Coastal Currents for collecting the field data. V. A. Squire appreciates the continued support from the University of Otago throughout his long scientific career, and especially acknowledges fruitful collaboration with the graduate students and the postdoctoral fellows.

For citation: Squire, V.A., Kovalev, P.D. and Kovalev, D.P., 2021. Soliton-Like Waves in the Vicinity of the Southern Kuril Islands. *Physical Oceanography*, [e-journal] 28(1), pp. 3-19. doi:10.22449/1573-160X-2021-1-3-19

Введение. Институт морской геологии и геофизики Дальневосточного отделения Российской академии наук (ИМГиГ ДВО РАН) уже много лет изучает морские явления, такие как цунами, метеоцунами, штормовые нагоны и волнение в прибрежных зонах о. Сахалин и Курильских о-вов. В 2008–2009 гг. проводились наблюдения и регистрация волн в районе м. Ловцова на северо-восточной оконечности о. Кунашир, а также около мысов Ван-дер-Линд и Кастрикум на юго-западной и северо-восточной оконечностях о. Уруп

с целью мониторинга собственных колебаний тех прилегающих акваторий, которые потенциально могли бы способствовать усилению набегающих волн цунами. Полевые исследования проводились с использованием автономных донных регистраторов волнения серии АРВ, которые чувствительны в широком диапазоне периодов от 2 с до приливных периодов. Длительность зарегистрированных временных рядов варьировалась от 4 до 6 мес.

Полученные временные ряды данных наблюдений за колебаниями уровня моря были отфильтрованы с акцентом на волны в полосе периодов, связанных с цунами и метеоцунами. Обработка выполнялась с использованием полосового фильтра с полосой пропускания от 20 мин до 2,5 ч. Визуальный анализ отфильтрованного временного ряда наблюдений в районе м. Кастрикум выявил волновые пакеты, охватывающие волны с периодом примерно 1,6 ч. Волновые пакеты были сформированы группами примерно по шесть волн и, по-видимому, синхронизированы с началом суточного прилива K_1 . Высказано предположение, что обнаруженные волны могут быть отнесены к солитонам или к бризерам [1–6], в которых колебания модулируются в пределах солитоноподобной огибающей. В работе [6, с. 9759] приведено определение солитонов и бризеров: «...это нелинейные моды, которые существуют в широком диапазоне физических систем. Они являются фундаментальными решениями ряда нелинейных уравнений эволюции волн, включая однонаправленное нелинейное уравнение Шредингера».

Существует ряд исследований (например, статья [7], выполненная по измерениям в Курильском проливе Буссоль, близком к месту наших наблюдений, и в более общем плане работы [8, 9]), в которых обсуждают синхронность внутренних одиночных волн и приливов. Такие явления были обнаружены во множестве мест по всему земному шару с помощью различных натуральных и дистанционных датчиков, например радаров с синтетической апертурой, установленных на спутниках и самолетах. Кроме того, в работе [10] было показано, что нестабильность потока при отрыве от подводной возвышенности между островами характеризуется пульсирующими процессами в застойных зонах. Механизм этих процессов до сих пор не описан теоретически, следовательно, частота и размер пульсирующих вихрей в настоящее время могут быть определены только экспериментально. Современные авторы постулируют, что эти пульсирующие вихри могут быть причиной образования волновых пакетов, связанных с приливом K_1 , что подтверждается в данной работе.

Уравнение Кортевега – де Вриза (КдВ) или его модификации часто используются для установления связи между солитонами и типами волновых пакетов, описанных в настоящем исследовании, особенно когда вода относительно мелкая по сравнению с длиной наблюдаемых волн. Это уравнение впервые вывел Жозеф Валантен Буссинеск в 1877 г., современный вид оно приобрело в работе Д. Д. Кортевега и Г. де Вриза, которые его переосмыслили, исследовали более полно [11] и получили нелинейное уравнение для описания длинных одиночных волн на воде. Для изучения пространственной эволюции уровня морской поверхности, измеренного в некоторой точке, уравнение КдВ может быть использовано в так называемой временной форме (приведенной в [12]) с первоначальным возмущением в этой точке. Однако уравнение из работы [12] описывает только огибающую солитонной волны, совпадающую с огибающей наблюдаемых пакетов. В нашем случае реги-

стрируются волновые пакеты, которые принимают форму модулированных колебаний. Для таких волн мы можем сравнить наши временные ряды с теоретическими предсказаниями, основанными на методе нелинейного гармонического бризера, введенном в работе [3], в которой различные волновые пакеты разлагаются на их фундаментальные гармонические составляющие путем применения преобразования Фурье, построенного на тригонометрических функциях линейной теории. Частое присутствие солитонных волн в мелководных морских зонах также отмечено в работах [13–15] и ряде других. Поскольку мы обнаружили модулированные солитоны во временных рядах уровня моря, зарегистрированных ИМГиГ ДВО РАН, представляет интерес проверить наличие этих гидрофизических процессов в рамках количественных методов.

Данные наблюдений. Наблюдения волн в широком диапазоне периодов проводились в окрестностях Южных Курильских о-вов вулканического архипелага в Сахалинской области России, протянувшегося примерно на 1300 км в северо-восточном направлении от Хоккайдо до Камчатки и отделяющего Охотское море от северной части Тихого океана. Регистраторы волнения были установлены рядом с м. Кастрикум и м. Ван-дер-Линд на о. Уруп на глубинах около 15 и 21 м соответственно. Третий регистратор был установлен в районе м. Ловцова на глубине около 25 м. Измерялось придонное гидростатическое давление, которое затем преобразовывалось в колебания уровня моря, т. е. в волны на поверхности моря, с учетом затухания коротких волн с глубиной.

Расположение установленных регистраторов показано на рис. 1. Расстояние между м. Кастрикум и м. Ван-дер-Линд составляет примерно 114 км, а между м. Ван-дер-Линд и м. Ловцова – около 250 км. Продолжительность каждого записанного временного ряда составляет около 115 сут, при этом данные записывались с дискретностью 1 с.

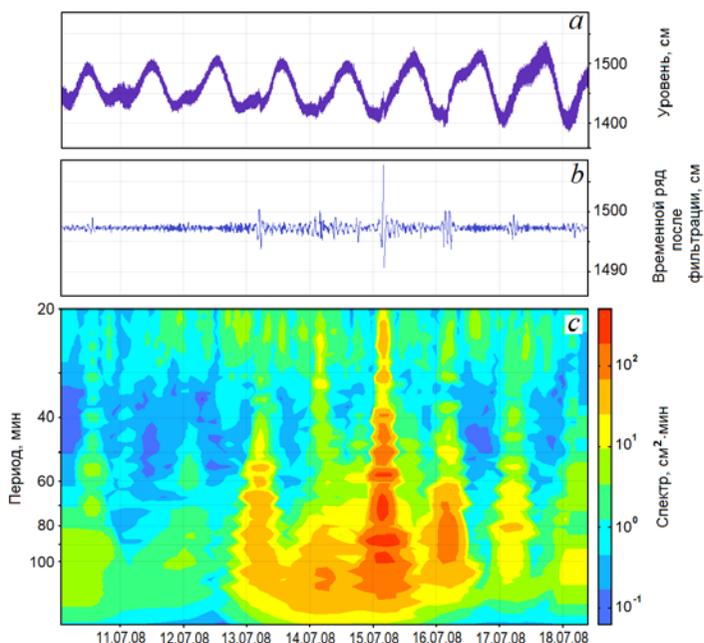
Временные ряды, полученные на наблюдательных пунктах м. Кастрикум, м. Ван-дер-Линд и м. Ловцова, содержали значительный короткопериодный шум, хотя колебания, вызванные ветровыми волнами и зыбью, в исходном наборе данных имели амплитуду не более 20 см, если не было шторма. Несмотря на это, все временные ряды наблюдений были отфильтрованы таким образом, чтобы исключить шум за пределами полосы пропускания от 20 мин до 2,5 ч. После фильтрации в записях временных рядов были обнаружены моменты повышения амплитуд тех волн, которые были отнесены к одиночным волновым пакетам с учетом выводов, изложенных в диссертации [13], о выделении одиночных волн. Временные масштабы наблюдавшихся нами волн также оказались близки к приведенным в этой работе.

Интерпретация случайного волнового поля на мелководье в терминах спектров Фурье неадекватна, когда амплитуды волн не бесконечно малы. Нелинейность волновых полей приводит к гармоническим взаимодействиям и случайному изменению спектров Фурье [12]. Принимая во внимание это обстоятельство, но учитывая, что амплитуды обнаруженных волн небольшие и нелинейность появляется эпизодически, авторы посчитали возможным использовать спектры Фурье для анализа колебаний уровня моря.



Р и с. 1. Карта района наблюдения и расположения приборов
Fig. 1. Map of the observation region and the locations of the devices

Как на исходных записях, так и на обработанных временных рядах (рис. 2) видны аномальные волны, причем несколько хорошо различимых пакетов заключают в себе волны с периодами около 1,6 ч, очевидные в пределах серии, отфильтрованной для устранения короткопериодного шума. Амплитуды волн внутри пакетов варьировались от 5 до 25 см, в то время как максимальная длительность всего пакета обычно составляет около 4,7 ч.



Р и с. 2. Фрагмент зарегистрированного временного ряда данных наблюдений 11–18 июля 2008 г. (a), после полосовой фильтрации в диапазоне периодов 20 мин – 2,5 ч (b) и его текущий спектр (c)
Fig. 2. A fragment of the recorded time series, July 11–18, 2008 (a); after bandpass filtering in the period range 20 minutes – 2.5 hours (b), and its spectral density (c)

Первоначально при визуальном анализе каждого временного ряда отбирались одиночные волновые пакеты с амплитудами более 10 см. Позже было установлено, что волновые пакеты действительно встречаются в группах, в которых амплитуда волн увеличивается от пакета к пакету и затем возвращается к фоновому уровню. Соответственно, значительная амплитуда была определена впоследствии как находящаяся выше фонового уровня. Расчетные данные для различных фрагментов наблюдений в виде 2-суточных сегментов представлены в таблице.

Среднее значение уровня моря z (см), среднеквадратичное отклонение σ (см), коэффициенты асимметрии Sk и эксцесса Ku , значительная амплитуда волнения A_s (см), аномальная амплитуда A_{ab} (см)

Mean value of the sea level z (cm), mean square deviation σ (cm), skewness Sk and kurtosis Ku coefficients, significant wave amplitude A_s (cm) and anomalous amplitude A_{ab} (cm)

№ п/п / No.	Дата начала двух-суточного ряда в 2008 г. / Start date of the two-day series in 2008	z	σ	Sk	Ku	A_s	A_{ab}
1	11 июля / July, 11	1494,48	1,76	0,05	3,08	3,52	7,04
2	14 июля / July, 14	1494,48	4,16	1,54	26,13	–	–
3	6 августа / August, 6	1494,48	1,71	0,04	4,13	3,41	6,82
4	11 августа / August, 11	1494,48	3,30	-0,20	7,68	–	–
5	3 сентября / September, 3	1494,48	2,13	-0,09	3,06	4,26	8,52
6	7 сентября / September, 7	1494,48	3,94	-0,10	7,12	–	–
7	20 октября / October, 20	2423,18	2,02	-0,06	3,17	4,04	8,08
8	22 октября / October, 22	2423,18	4,31	-0,27	9,18	–	–
Средние оценки при отсутствии пакетов // Average rating for no wavepackets			1,90	-0,01	3,36	3,81	7,62
Средние оценки при наличии пакетов / Average scores when wavepackets are present			3,93	-0,14	12,53	–	–

Примечание: жирным шрифтом выделены параметры для временных рядов, содержащих зарегистрированные волновые пакеты. Ряды 1–6 относятся к наблюдениям у м. Кастрикум, 7 и 8 – к наблюдениям у м. Ловцова.

Note: Bold text indicates parameters for time series containing registered wavepackets. Series 1–8 refer to the observations at Cape Castricum, series 9 and 10 – to the observations at Cape Lovtsova

Спектральный анализ, выполненный для 4,5-суточных временных рядов с волновыми пакетами и без них, показывает (рис. 3), что, когда в записи присутствуют волновые пакеты, наблюдается рост энергии волн в диапазоне периодов 0,5–5,5 ч. Все волновые пакеты в группах соответствуют наступлению прилива. На протяжении 115 сут измерений в районе м. Кастрикум зарегистрированы четыре отдельные группы волн и одна группа волн, соответствующая минимальному уровню воды, но наблюдавшаяся во время полусуточного прилива рядом с м. Ловцова. Рядом с м. Ван-дер-Линд вообще не были зарегистрированы волны с периодами, близкими к 1,6 ч.

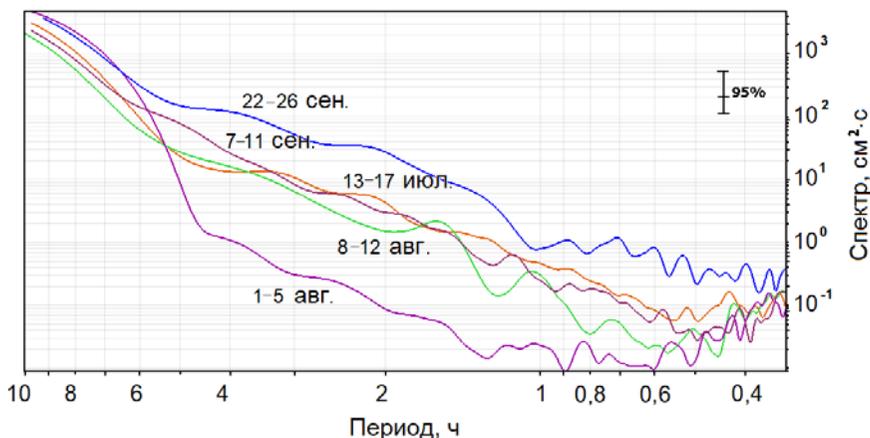


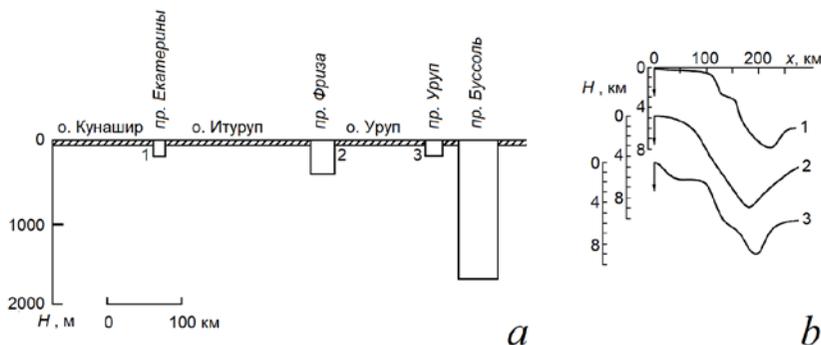
Рис. 3. Спектры, рассчитанные по 4,5-суточным временным рядам, при наличии группы волновых пакетов (временной ряд 22–26 сентября – синяя кривая; временной ряд 7–11 сентября – темно-фиолетовая кривая; временной ряд 13–17 июля – коричневая кривая; временной ряд 8–12 августа – зеленая кривая) и при их отсутствии (временной ряд 1–5 августа – фиолетовая кривая)

Fig. 3. Power density spectra for 4.5-day-long time series including a group of wavepackets (22–26 September time series – blue curve; 7–11 September time series – deep-purple curve; 13–17 July time series – brown curve; 8–12 August time series – green curve) and in their absence (1–5 August time series – purple curve)

Волновые пакеты. Чтобы определить необходимые условия для формирования наблюдаемых волновых пакетов, мы проанализировали погодные условия в то время, когда эти пакеты присутствовали, и батиметрические особенности побережья, где они наблюдались. Было установлено, что высота ветровых волн и зыби в моменты наблюдения волновых пакетов обычно не превышала 20 см для м. Кастрикум и 40 см для м. Ловцова, за исключением редких волн, достигавших 79 см. Волновые пакеты наблюдались и в спокойную погоду в исследуемой области, за исключением м. Ловцова. Это позволяет предположить, что состояние моря не влияло на генерацию волновых пакетов.

Тот факт, что вблизи м. Ван-дер-Линд волновые пакеты отсутствовали, а у м. Ловцова зарегистрирован единичный пример, вероятно, связан с батиметрическими особенностями проливов между островами. На схеме океанического шельфа (рис. 4), взятой из работы [16, с. 229], видно, что м. Кастрикум расположен в южной части пролива Уруп (профиль 3 на рис. 4, *b*). ГЛУБОКОЙ ГИДРОФИЗИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 37 № 1 2021

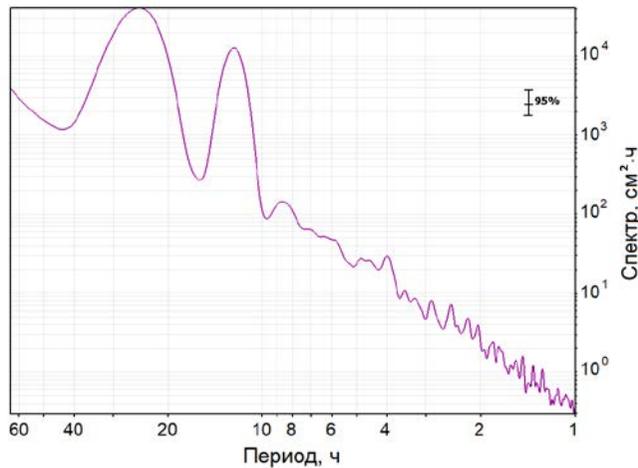
бина пролива составляет около 500 м, что меньше половины ширины 40-километрового пролива Фриза (между о-вами Итуруп и Уруп). Максимальная глубина пролива Фриза составляет около 1300 м (профиль 2, рис. 4, *b* [17, с. 87]), в нем расположен м. Ван-дер-Линд. Между тем, в районе м. Ловцова (профиль 1, рис. 4, *b*) пролив Екатерины шириной около 21 км между о-вами Итуруп и Кунашир имеет глубину около 400 м, то есть почти такую же, как у пролива Уруп, ширина которого около 30 км. Таким образом, глубина моря, по-видимому, является определяющим параметром для генерации волновых пакетов, которые наблюдаются в более мелководных районах пролива Екатерины и пролива Уруп. Возможно также, что выступ прибрежного шельфа, который хорошо заметен на профилях 1 и 3 (рис. 4), играет в этом определенную роль.



Р и с. 4. Принятый в модели океанического шельфа вид береговой границы [16, с. 229] (*a*) и поперечные профили глубины для шельфа Южных Курильских островов [17, с. 87] (*b*)
F i g. 4. A model of the ocean shelf with a straight shore line with straits [16, p. 229] (*a*) and transverse depth profiles for the shelf of the southern Kuril Islands [17, p. 87] (*b*)

Из-за очевидной связи между временем генерации волновых пакетов и началом прилива был рассчитан спектр для флуктуаций уровня моря с периодами от 1 до 65 ч, т. е. включая диапазон приливных колебаний (рис. 5). На нем хорошо выделяются приливные волны K_1 и K_2 , но появление волновых пакетов в районе м. Кастрикум связано только с суточным приливом K_1 .

Известно: когда поток обтекает вытянутые цилиндрические тела (или другие линейно-вытянутые профили) с продольной осью, перпендикулярной направлению движения потока, он может отрываться от тела (это верно как для ламинарных, так и для турбулентных течений [10]). В результате отрыва потока вихри периодически отделяются от точки, которая расположена на разных расстояниях от начала обтекания для ламинарного и турбулентного течения: когда поток ламинарный, она находится выше по течению. При числах Рейнольдса $\sim 100\text{--}200$ поток неустойчив и вихри отрываются попеременно [10]. Ранее проведенные исследования придонного пограничного слоя на глубине около 85 м в районе Южных Курильских о-вов показали, что турбулентный режим приливных течений преобладает, за исключением коротких периодов до 30–50 мин, когда течение разворачивается [18].



Р и с. 5. Рассчитанный по временному ряду продолжительностью 3,7 мес спектр приливных флуктуаций уровня по данным измерений прибора, расположенного вблизи м. Кастрикум
F i g. 5. Spectrum of tidal fluctuations of the level at the instrument's location near Cape Castricum calculated from the 3.7-month-long time series

Авторы полагают, что для рассматриваемой здесь ситуации приливное течение волны K_1 циклически отрывается от возвышенности в проливе Уруп, расположенном между островами, и в результате образуются вихри, которые, в свою очередь, приводят к инициированию наблюдаемых волновых пакетов. При этом периоды отрывающихся вихрей определяют периоды волн в огибающем солитонном пакете, т. е. модуляцию.

Предположение, высказанное выше авторами, подтверждается аргументами, представленными в работе [8], и результатами исследований, проведенных в [7]. Дж. Апель рассматривает генерацию пакетов одиночных волн приливным потоком над мелкими порогами или берегами и отмечает, что появление этих пакетов синхронизируется с полусуточным приливом K_2 . Т. Накамура с соавторами представил результаты исследования генерации нестационарных волн суточным приливом K_1 в проливе Буссоль, соседним с проливом Уруп.

Однако авторы работ [7] и [8] рассматривают генерацию внутренних одиночных волн. В рассматриваемом здесь случае авторы полагают, что идентифицированные волны являются баротропными, а не внутренними, поскольку зарегистрированные нами волны обнаруживаются донным датчиком давления и имеют существенно бóльшую амплитуду, чем возможная амплитуда внутренних волн на придонных датчиках давления в местах постановки наших приборов [19].

Заметим также, что генерация волн при обтекании потоком препятствия также хорошо известна в метеорологии. В работе [20] утверждается, что если воздух вынужден пересекать горный хребет в статически стабильных условиях, то воздушные участки начинают колебаться относительно своих равновесных положений. Это приводит к образованию волновой системы в подветренной части горы.

Структура волновых пакетов. Теперь рассмотрим природу самих волновых пакетов. На рис. 6 представлены детальные нефигурные и отфильтрованные фрагменты данных, содержащие волновые пакеты, с целью выявления вероятных океанографических механизмов, которые могли бы привести к колебаниям с периодом 1,6 ч, находящимся внутри каждой огибающей волнового пакета. Периоды волн в 1,6 ч могут быть связаны с волнами Пуанкаре или краевыми, а также с шельфовыми сейшми.

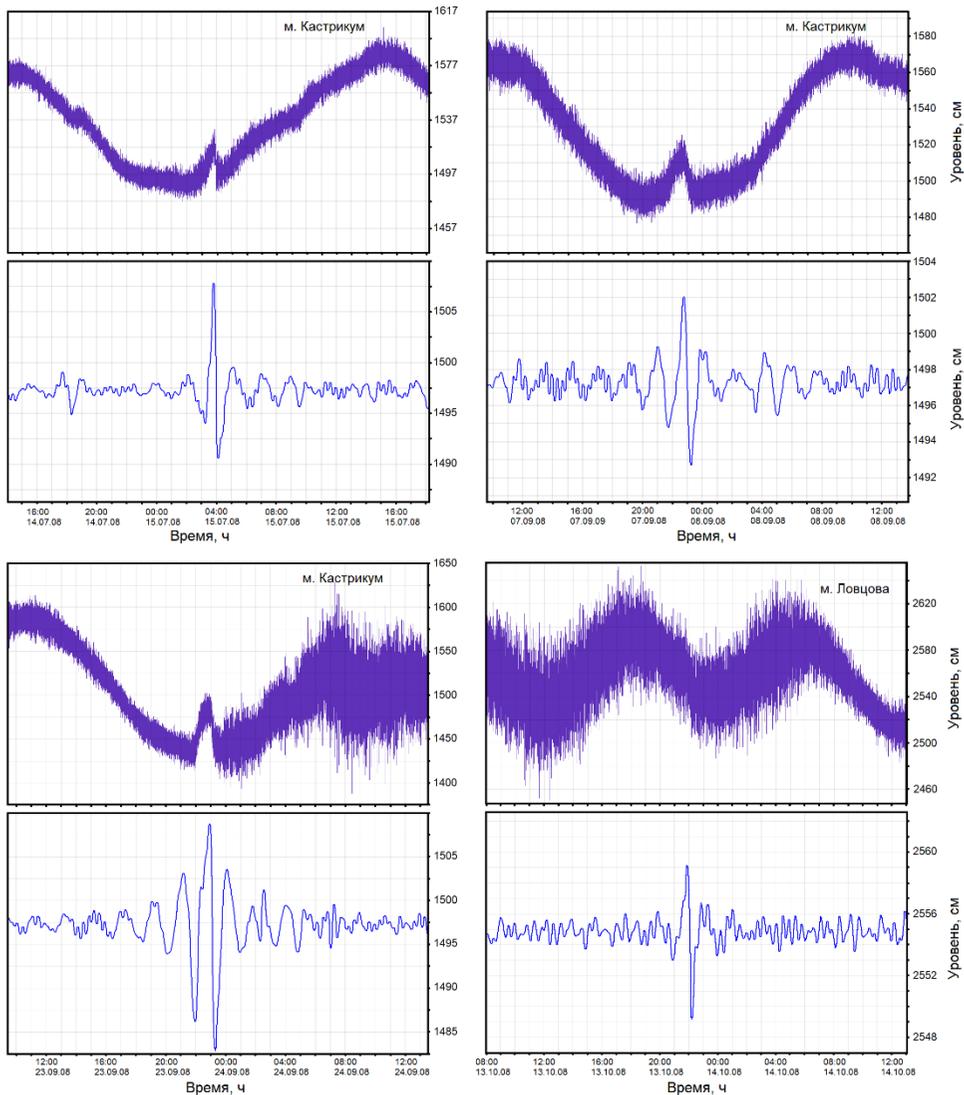


Рис. 6. Фрагменты измеренных временных рядов и эти же фрагменты после обработки фильтром с полосой пропускания от 20 мин до 2,5 ч

Fig. 6. Time series segments and the same segments after their processing by the filter with a pass-band from 20 minutes to 2.5 hours

Проведенный расчет коэффициента усиления волн Пуанкаре согласно уравнению, взятому из работы [16, с. 39], для выпуклого экспоненциального профиля с аппроксимацией $h(x) = -e^{0,63x}$, где x – расстояние от берега в километрах, показал, что при данном рельефе дна возможно усиление волн Пуанкаре с амплитудами, превышающими уровень фона, и с периодами около 40 мин и меньше. Поскольку зарегистрированные нами волны имеют период около 1,6 ч, это означает, что зарегистрированные волны не могут быть волнами Пуанкаре.

Чтобы проверить возможность генерации шельфовых сейш с периодом 1,6 ч, были рассчитаны теоретические периоды шельфовых сейш для наклона дна в районе м. Кастрикум ($\alpha = 0,021$) и значения ширины первой полки шельфа ($L \approx 95$ км) по приведенной в работах [17, с. 102; 21] формуле

$$T_n = 8\sqrt{L}/(n\sqrt{ga}),$$

где $n = 1, 3, 5, \dots$ – номер моды. Вычисления показали: период первой моды шельфовой сейши – около 1,5 ч, что несколько меньше периода обнаруженных колебаний (1,6 ч).

В то же время результаты исследования, приведенные в работе [22], показали, что амплитуда таких сейш снижается медленно. Вследствие этого в течение длительного времени после возбуждения регистрируются большие амплитуды морских сейш, что не согласуется с картиной, показанной на рис. 6. На этом рисунке видно, что затухание колебаний с периодом 1,6 ч происходит быстро и их высоты очерчивают огибающую одиночной волны. С другой стороны, в работе [13] делается вывод о связи между волнами солитонного типа и подъемами энергии колебаний в море, состоящих из волн с тем же периодом, что и обсуждаемые здесь.

Возможность генерации краевых волн с наблюдаемыми периодами также была исследована с использованием результатов работ [16, 17]. Фактический профиль, соответствующий месту сбора данных у м. Кастрикум, представлен в виде профиля 3 на рис. 4, взятом из работы [17, с. 87]. Дисперсионная диаграмма, соответствующая этому профилю, также взятая из работы [17, с. 91], показывает возможность существования краевых волн длиной около 11300 м с периодом 1,6 ч. Совпадение значений измеренных периодов волн и периодов, полученных из теоретической модели, позволяет предположить, что волны, обнаруженные на м. Кастрикум, скорее всего, являются краевыми.

Таким образом, в районе м. Кастрикум вследствие резонансных особенностей акватории возможно совместное существование двух типов волн, которые могут способствовать возникновению волн с периодами, близкими к 1,6 ч, внутри одиночных волновых пакетов.

Простой статистический метод, разработанный для обнаружения так называемых аномальных волн [23], был нами также реализован с использованием двухсуточных фильтрованных временных рядов, зарегистрированных у мысов Кастрикум и Ловцова. Общие статистические характеристики вычислялись по формулам

$$\bar{z} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_i,$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (z_i - \bar{z})^2},$$

$$Sk = \frac{1}{N\sigma^3} \sum_{i=1}^N (z_i - \bar{z})^3,$$

$$Ku = \frac{1}{N\sigma^4} \sum_{i=1}^N (z_i - \bar{z})^4,$$

где N – количество измерений в интервале (около 172800); z_i – значение уровня моря, отсчитываемое от дна по гидростатической формуле для давления; \bar{z} – среднее значение уровня моря в 2-суточном интервале; Sk – коэффициент асимметрии и Ku – коэффициент эксцесса.

Данные и результаты расчетов, включая дату начала каждого 2-суточного временного ряда, приведены в таблице, из которой видно, что рассчитанные статистические характеристики демонстрируют значительную вариабельность в течение 115 сут, при этом σ больше для сегментов временного ряда, содержащих волновые пакеты.

Для временных рядов фона, не содержащих волновых пакетов, средняя величина среднеквадратичного отклонения составляет 1,90 см, коэффициента асимметрии – 0,01, эксцесса – 3,36, эти значения мало отличаются от гауссовых ($Sk = 0$ и $Ku = 3$), так что фоновое волнение в диапазоне периодов от 20 мин до 2,5 ч в отсутствие волновых пакетов и между ними является почти гауссовым процессом.

Для отрезков временных рядов, содержащих волновые пакеты, среднее значение среднеквадратичного отклонения равно 3,93 см, что в два раза превышает значение для фонового уровня. В этих случаях также существенно отличается от гауссовых значение эксцесса, средняя величина которого равна 12,53. В то же время небольшая отрицательная величина коэффициента асимметрии указывает на наличие левосторонней асимметрии, а большее значение коэффициента эксцесса (по сравнению с гауссовым) свидетельствует о большей вероятности появления аномально больших волн [23]. В моменты появления пакетов волн стационарность волнового поля значительно нарушается.

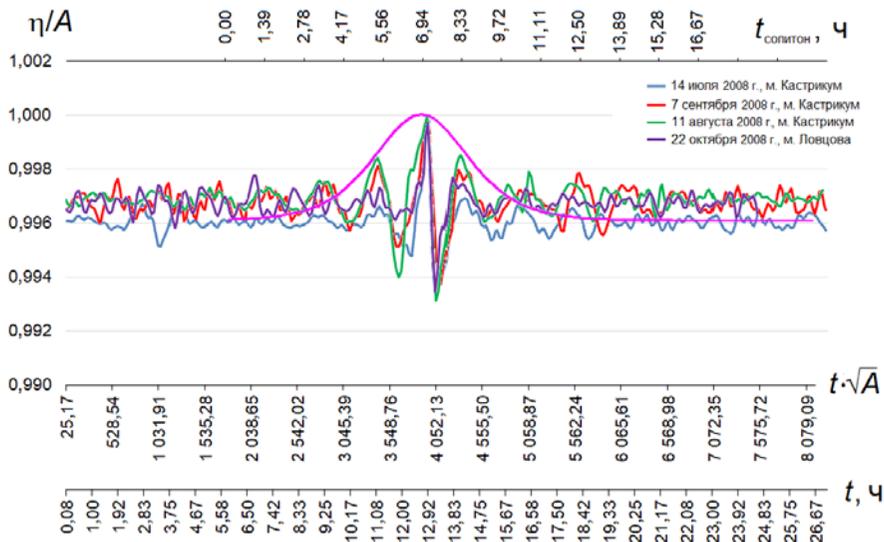
Далее рассмотрим, какие из наблюдавшихся волн не являются фоновыми и могут быть отнесены к аномальным. Поскольку в случаях отсутствия пакетов волн во временных рядах фоновое волнение, как показано выше, является гауссовым, то его значительную амплитуду можно определить по выражению, приведенному в [23, с. 37], как $A_y = 2\sigma$. Волна будет аномальной, если ее амплитуда $A_{ab} > 2A_y = 4\sigma$.

Результаты расчетов A_{ab} и A_y приведены в таблице. Видно, что значительная амплитуда волны изменяется от случая к случаю и ее среднее значение составляет 3,81 см. Аномальными будут считаться волны с амплитудой более 7,62 см. Все рассмотренные случаи из фрагментов серии наблюдений, показанных на рис. 6 после полосовой фильтрации, соответствуют этому

критерию. Для фрагмента, датированного 14–15 июля, амплитуда максимальной волны составляет около 17,5 см, а для фрагмента, датированного 23–24 сентября, – около 25 см; оба значения превышают критическое значение критерия аномальности. В двух других случаях амплитуды составляют 9 и 10 см, т. е. почти в полтора раза превышают фоновый уровень в рассматриваемом диапазоне периодов и тоже соответствуют, хотя и с меньшим запасом, критерию аномальных волн, который мы используем.

Модель и анализ. Была проверена возможность применения уравнения КдВ для интерпретации наблюдаемых волновых пакетов. Для четырех обнаруженных волн типа солитонов были построены фрагменты волн в нормированных координатах времени и амплитуды. Для уравнения КдВ используем координаты: $t\sqrt{A}$, где t – время; A – амплитуда волны, и η/A , где η – возвышение поверхности. Такое нормирование временных рядов позволяет сравнить их профили с функцией sech^2 , поскольку без нормировки возвышение морской поверхности и длительность солитона зависят от его амплитуды.

На графике рис. 7 приведены волнограммы (фрагменты временных рядов) для случая использования уравнения КдВ, где все четыре кривые в нормализованных координатах сворачиваются в одну, подтверждая правильность выбора уравнения КдВ как предпочтительной модели для описания обнаруженных волн. Поэтому уравнение КдВ, описывающее однонаправленные длинные волны на воде и соответствующее нашему случаю, было использовано для дальнейшего моделирования поверхностных волн на жидкости [24].



Р и с. 7. Волнограммы в нормированных координатах времени, амплитуды и профиль для модели, рассчитанный по уравнению КдВ (розовая линия). На нижней горизонтальной шкале приведено время в часах для волны с началом записи в 00:00 14 июня 2008 г. Верхняя шкала времени относится к солитону

F i g. 7. Waveforms in the normalized time and amplitude coordinates for the model according to the KdV equation (pink line). The lower horizontal scale shows time in hours for the wave with the start of its record at 00:00 on June 14, 2008. The upper time scale refers to the soliton

Классическое решение уравнения КдВ. Для описания пространственной эволюции данных, измеренных в точке x_0 , т. е. краевой задачи, целесообразно использовать временную форму уравнения КдВ [14], обозначаемую как уравнение ТКдВ в виде

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{1}{c_0} \frac{\partial \eta}{\partial t} - \alpha \eta \frac{\partial \eta}{\partial t} - \beta \frac{\partial^3 \eta}{\partial t^3} = 0, \quad (1)$$

где $c_0 = \sqrt{gh}$; $\alpha = 3/(2c_0 h)$; $\beta = h^2/(6c_0^3)$; g – ускорение силы тяжести и h – невозмущенная глубина воды.

Солитонное решение уравнения ТКдВ (1) имеет вид [12, с. 3]

$$\eta(x, t) = A \operatorname{sech}^2 \left(\frac{t - x/V}{T} \right), \quad (2)$$

где скорость V и длительность T зависят от амплитуды A :

$$V = \frac{c_0}{1 - c_0 A/3} \approx c_0 \left(1 - \frac{c_0 \alpha A}{3} \right), \quad T = \sqrt{\frac{12\beta}{\alpha A}}. \quad (3)$$

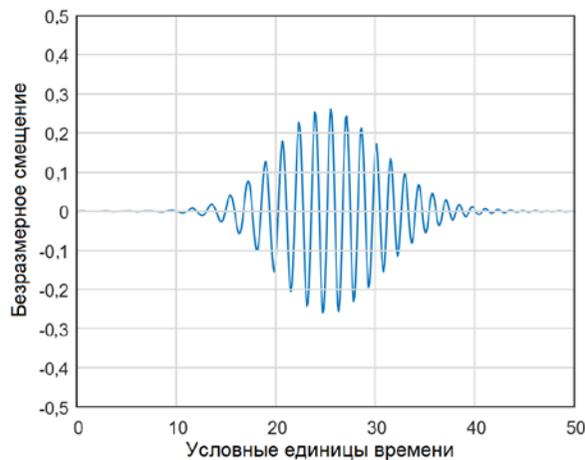
Приближенное (биномиальное) выражение для V в уравнении (3) справедливо для солитонов малой амплитуды до тех пор, пока $c_0 \alpha A \ll 1$.

С использованием уравнений (2), (3) для значений глубины и амплитуды волны, полученных по натурным данным, построен график возвышения поверхности моря и нанесен профиль реально наблюдавшейся одиночной волны (розовая кривая на рис. 7). В расчетах использовались следующие значения параметров: $A = 0,125$ м; $h = 15$ м; $x = 60 \times 10^3$ м и длительность волнового пакета $T = 8000$ с, т. е. $T\sqrt{A} = 2828$ м^{1/2}·с при нормализации. Очевидно, что розовая солитонная кривая на рис. 7 огибает волновой пакет, зарегистрированный ИМГиГ ДВО РАН.

Гармонические бризеры. Наличие 1,6-часовых колебаний внутри огибающей одиночных волновых пакетов, т. е. модуляции, говорит о том, что хорошо известное классическое решение уравнения КдВ [12] является неполным и что необходимо продолжать исследования. С другой стороны, решение уравнения КдВ является нелинейным, и, хотя исследователи значительно продвинулись в решении уравнения, вариант обратного преобразования рассеяния (англ. – *inverse scattering transform, IST*) с применением линейного преобразования Фурье остается сложной задачей. Процедура решения уравнения ТКдВ с применением преобразования Миуры [25] включает в себя: а) решение задачи прямого рассеяния при $x = 0$ с использованием уравнения Шредингера с потенциалом $\eta(x, t)$, т. е. $\partial^2 \chi / \partial t^2 + \eta \chi = \lambda^2 \chi$, чтобы найти конечное число дискретных собственных значений λ_n и непрерывный спектр собственных значений λ ; б) выяснение, как данные рассеяния эволюционируют пространственно, т. е. с изменением x ; в) вычисление $\eta(x, t)$ в положении x с использованием данных рассеяния в точке x , и далее решение интегрального уравнения с ядром, состоящим из суперпозиции дискретных волн

новых мод ($i\lambda_n$) и непрерывного спектра волновых мод ($i\lambda$), с дифференцированием результата относительно t [26]. Каждый шаг IST «а» – «в» имеет уникальное решение, что приводит к уникальному решению уравнения КдВ, состоящему из двух компонентов: части, которая получается из N дискретных собственных значений, которые отображаются в N солитонов, и части, соответствующей непрерывному спектру. Для этого исследования, связанного в первую очередь с пониманием данных океанографических наблюдений, установление убедительной строгой связи между математической теорией и данными наблюдений было бы очень сложно. Несмотря на это, модуляцию внутри каждого одиночного волнового пакета нельзя просто игнорировать, так как она является важной и очень заметной особенностью записанного временного ряда при наличии групп одиночных волновых пакетов.

Автор работ [3, 4] кратко объясняет применение *IST* для решения пространственного уравнения КдВ, затем рассматривает непрерывную спектральную часть (безсолитонную), представляющую собой суперпозицию линейных гармоник. Для двух гармоник, соответствующих частоте $\pm\lambda$ (волновое число для ТКдВ), он записывает элементарное решение для $\eta(x, t)$, которое называет гармоническим бризером [3, с. 5118]. Затем, по аналогии с солитонами, М. Ковалев определяет нелинейную суперпозицию N гармонических бризеров с N различными частотами (волновыми числами) $\Lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N\}$ и, возможно, N различными смещениями и фазами. Он утверждает, что конечная сумма нелинейных гармонических бризеров подобна сумме гармоник преобразования Фурье, интерпретирующего различные функции как линейные суперпозиции тригонометрических функций.



Р и с. 8. Волновой пакет, генерируемый 21 гармоническим бризером в безразмерном положении $x = -0,525$ (этот рисунок повторяет нижнюю правую часть рис. 3 из работы [3, с. 5121], но первый график получен с использованием уравнения ТКдВ, а второй – с использованием уравнения КдВ)

F i g. 8. Wavepacket generated by 21 harmonic breathers at nondimensional position $x = -0.525$ (the figure replicates the bottom right subplot of Fig. 3 from [3, p. 5121], the first figure was obtained using the TKdV equation and the second one – the KdV equation)

Образец такого волнового пакета, показанного на рис. 8, был рассчитан с использованием тех же параметров, что и в рис. 3 из работы [3], но с взаимозаменяемыми x и t для того, чтобы мы могли эффективно работать с несколько физически искусственной версией уравнения ТКДВ, т. е. показанный волновой пакет – это данные наблюдений, которые могли быть получены на приборе, расположенном на расстоянии в 0,525 безразмерных единиц от $x = 0$, отмеренных в отрицательном направлении.

Рисунок 8 приведен не с целью воспроизведения одного из волновых пакетов из набора данных, а для того, чтобы качественно продемонстрировать, что можно получить модуляцию в пределах внешней одиночной огибающей волны с помощью суперпозиции гармонических бризеров. Включение дополнительных гармонических бризеров за пределами $N = 21$ оказывает незначительное влияние на волновой пакет и только добавляет уверенности в том, что суммирование эмулирует непрерывный спектральный интеграл.

Выводы. Для выявления волновых процессов, происходящих в прибрежной зоне островов, был проведен анализ данных волнения, зарегистрированных в 2008–2009 гг. вблизи м. Ловцова (о. Кунашир) и мысов Ван-дер-Линд и Кастрикум (о. Уруп). Наблюдения проводились с использованием автономных донных датчиков давления АРВ, осуществляющих запись в широком диапазоне периодов волн от 2 с до приливных. Продолжительность регистрируемых временных рядов варьировалась от 4 до 6 мес.

Фильтрация полученных временных рядов, выполненная с использованием фильтра с полосой пропускания от 20 мин до 2,5 ч, показала нескольких отчетливых пакетов волн с периодом около 1,6 ч в окрестностях м. Кастрикум и м. Ловцова. Эти волновые пакеты появляются группами примерно по шесть волн синхронно с началом прилива K_1 для м. Кастрикум, причем волна K_1 доминирует в расчетном спектре приливных колебаний. Спектральный анализ, проведенный для 4,5-суточных временных рядов при наличии группы солитонов или их отсутствии, показал, что при появлении солитонов наблюдается увеличение энергии волн в интервале периодов от 0,5 до 5,5 ч.

Было установлено, что на генерацию волновых пакетов состояние моря не влияет, но глубина воды в проливе имеет важное значение: волновые пакеты возникают вблизи мысов в достаточно мелких проливах Екатерины и Уруп, но не появляются в проливах более глубоких. Предполагается, что на эти процессы может также оказывать влияние выступ прибрежного шельфа, отчетливо видный на профилях глубины (рис. 4, *b*).

На основании полученных результатов и изучения литературных источников можно предположить, что волновые пакеты генерируются при обтекании приливным течением расположенной между островами возвышенности в проливе Уруп. В этом случае происходит циклический отрыв приливного потока волны K_1 с образованием вихрей, что, в свою очередь, приводит к генерации наблюдаемых волновых пакетов.

Чтобы выявить аномальные волны во временных рядах, применялись обычные статистические методы с использованием 2-суточных фрагментов. Было установлено, что фоновые флуктуации в диапазоне периодов 20 мин – 2,5 ч близки к гауссовским при отсутствии волновых пакетов, но стационар-

ность нарушается при их включении. С использованием простого амплитудного критерия установлено, что обнаруженные в волновых пакетах волны являются аномальными.

Путем преобразования временного ряда в нормализованное время и нормализованные амплитудные координаты было обнаружено, что все примеры аномальных волновых пакетов могут быть смоделированы с помощью временного уравнения КдВ. Классическое решение $\eta = A \operatorname{sech}^2[(t - x/V)/T]$ реплицировало огибающую волнового пакета при введении измеренных значений глубины воды и амплитуды, что подтвердило уверенность авторов в том, что наблюдаемые волновые пакеты являются солитонами. Суперпозиция гармонических бризеров [3] также качественно подтвердила наличие внутренней модуляции наблюдаемых солитонов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Peregrine D. H.* Water waves, nonlinear Schrödinger equations and their solutions // *The ANZIAM Journal*. 1983. Vol. 25, iss. 1. P. 16–43. <https://doi.org/10.1017/S033427000003891>
2. *Jaworski M.* Breather-like solution of the Korteweg-de Vries equation // *Physics Letters A*. 1984. Vol. 104, iss. 5. P. 245–247. [https://doi.org/10.1016/0375-9601\(84\)90060-4](https://doi.org/10.1016/0375-9601(84)90060-4)
3. *Kovalyov M.* Modulating properties of harmonic breather solutions of KdV // *Journal of Physics A: Mathematical and General*. 1998. Vol. 31, no. 22. P. 5117–5128. <https://doi.org/10.1088/0305-4470/31/22/012>
4. *Kovalyov M.* On a class of solutions of KdV // *Journal of Differential Equations*. 2005. Vol. 213, Iss. 1. P. 1–80. <https://doi.org/10.1016/j.jde.2003.07.016>
5. *Akhmediev N., Ankiewicz A., Taki M.* Waves that appear from nowhere and disappear without a trace // *Physics Letters A*. 2009. Vol. 373, iss. 6. P. 675–678. <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2008.12.036>
6. Directional soliton and breather beams / A. Chabchoub [et al.] // *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 2019. Vol. 116, iss. 20. P. 9759–9763. <https://doi.org/10.1073/pnas.1821970116>
7. The generation of large-amplitude unsteady lee waves by subinertial K1 tidal flow: A possible vertical mixing mechanism in the Kuril Straits / T. Nakamura [et al.] // *Journal of Physical Oceanography*. 2000. Vol. 30, iss. 7. P. 1601–1621. [https://doi.org/10.1175/1520-0485\(2000\)030%3C1601:TGOLAU%3E2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0485(2000)030%3C1601:TGOLAU%3E2.0.CO;2)
8. *Apel J. R.* Oceanic Internal Waves and Solitons // *Synthetic Aperture Radar Marine User's Manual* / Eds. C. R. Jackson, J. R. Apel. Washington, DC : U.S. Department of Commerce, 2004. Chapter 7. P. 189–206. URL: https://www.sarusersmanual.com/ManualPDF/NOAASARManual_CH07_pg189-206.pdf (date of access: 10.11.2020).
9. *Internal Solitons in the Ocean* / J. R. Apel [et al.]. Woods Hole, MA : Woods Hole Oceanographic Institution, 2006. 108 p. doi:10.1575/1912/1070
10. *Chang P. K.* Separation of Flow. Oxford, UK : Pergamon, 1970. 796 p. <https://doi.org/10.1016/C2013-0-05541-7>
11. *Korteweg D. J., de Vries G.* XLI. On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal, and on a new type of long stationary waves // *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*. 1895. Vol. 39, iss. 240. P. 422–443. <https://doi.org/10.1080/14786449508620739>
12. *Giovanangeli J.-P., Kharif C., Stepanyants Y. A.* Soliton spectra of random water waves in shallow basins // *Mathematical Modelling of Natural Phenomena*. 2018. Vol. 13, no. 4. 40. <https://doi.org/10.1051/mmnp/2018018>

13. *De Jong M. P. C.* Origin and prediction of seiches in Rotterdam harbour basins: doctoral thesis. Delft, The Netherlands : Delft University of Technology, 2004. 119 p. URL: <http://resolver.tudelft.nl/uuid:d7ce7779-bf81-47b7-bc14-e01ce5e6856b> (date of access: 10.11.2020).
14. Soliton basis states in shallow-water ocean surface waves / A. Osborne [et al.] // *Physical Reviews Letters*. 1991. Vol. 67, iss. 5. P. 592–595. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.67.592>
15. Soliton turbulence in shallow water ocean surface waves / A. Costa [et al.] // *Physical Reviews Letters*. 2014. Vol. 113, iss. 10. 108501. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.113.108501>
16. Волны в пограничных областях океана / В. В. Ефимов [и др.]. Ленинград : Гидрометеоиздат, 1985. 280 с.
17. *Рабинович А. Б.* Длинные гравитационные волны в океане: захват, резонанс и излучение. Санкт-Петербург : Гидрометеоиздат, 1993. 325 с.
18. *Ковалев П. Д., Рабинович А. Б.* Придонные измерения приливных течений в южной части Курило-Камчатского желоба // *Океанология*. 1980. Т. 20, № 3. С. 451–458.
19. *Thomas J. A., Lerczak J. A., Moun J. N.* Horizontal variability of high-frequency nonlinear internal waves in Massachusetts Bay detected by an array of seafloor pressure sensors // *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2016. Vol. 121, iss. 8. P. 5587–5607. <https://doi.org/10.1002/2016JC011866>
20. *Zdankowski W., Bott A.* Dynamics of the Atmosphere: A Course in Theoretical Meteorology. Cambridge, UK : Cambridge University Press, 2003. 719 p. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511805462>
21. *Rabinovich A. B.* Seiches and harbor oscillations // *Handbook of Coastal and Ocean Engineering*. Singapore : World Scientific, 2009. P. 193–236. https://doi.org/10.1142/9789812819307_0009
22. *Ковалев П. Д., Ковалев Д. П.* Особенности сейшевых колебаний в заливах и бухтах Дальнего Востока: Приморья, Сахалина, южных Курильских островов // *Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки*. 2013. Т. 18, № 4. С. 1377–1382. <http://journals.tsutmb.ru/go/1810-0198/2013/4/1377-1382/> (дата обращения: 10.11.2020)
23. Регистрация волн-убийц в заливе Анива Охотского моря / А. И. Зайцев [и др.] // *Труды Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева*. 2012. № 1(94). С. 33–41. URL: <https://www.nntu.ru/frontend/web/ngtu/files/nauka/izdaniya/trudy/2012/01/2012-01.pdf> (дата обращения: 10.11.2020).
24. Coexistence of solitons and extreme events in deep water surface waves / A. Cazaubiel [et al.] // *Physical Reviews Fluids*. 2018. Vol. 3, iss. 11. 114802. doi:10.1103/PhysRevFluids.3.114802
25. *Miura R. M.* Korteweg-de Vries equation and generalizations. I. A remarkable explicit nonlinear transformation // *Journal of Mathematical Physics*. 1968. Vol. 9, iss. 8. P. 1202–1204. <https://doi.org/10.1063/1.1664700>
26. *Ablowitz M. J.* Lectures on the inverse scattering transform // *Studies in Applied Mathematics*. 1978. Vol. 58, iss. 1. P. 17–94. <https://doi.org/10.1002/sapm197858117>

Об авторах:

Вернон А. Сквайр, профессор, Департамент математики и статистики, Университет Отаго (Новая Зеландия, Данидин, п/я 56), **ORCID ID: 0000-0002-5570-3446**, **SCOPUS Author ID: 7004257488**, vernon.squire@otago.ac.nz

Петр Дмитриевич Ковалев, ведущий научный сотрудник, лаборатория волновой динамики и прибрежных течений Института морской геологии и геофизики ДВО РАН (693022, Россия, Южно-Сахалинск, ул. Науки, 16), доктор технических наук, **ORCID ID: 0000-0002-7509-4107**, **SCOPUS Author ID: 16429135400**, **ResearcherID: V-8662-2018**, p.kovalev@imgg.ru

Дмитрий Петрович Ковалев, ведущий научный сотрудник, руководитель лаборатории волновой динамики и прибрежных течений Института морской геологии и геофизики ДВО РАН (693022, Россия, Южно-Сахалинск, ул. Науки, 16), доктор физико-математических наук, **ORCID ID: 0000-0002-5184-2350**, **SCOPUS Author ID: 26032627700**, **ResearcherID: A-9300-2016**, d.kovalev@imgg.ru