

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ НАБЛЮДЕНИЙ И МЕТОДЫ РАСЧЕТА ГИДРОФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ ОКЕАНА

УДК 551.465.4

DOI: 10.22449/0233-7584-2021-1-23-40

Анализ динамических и энергетических характеристик циркуляции вод у берегов Западного Крыма на основе ассимиляции данных наблюдений в численной модели динамики Черного моря

С. Г. Демьшев, Н. А. Евстигнеева [✉], Д. В. Алексеев,
О. А. Дымова, Н. А. Миклашевская

Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь, Россия
[✉] naevstigneeva@yandex.ru

Поступила в редакцию 04.05.2020 г., после доработки – 11.06.2020 г.

Цель. Оценена эффективность процедуры усвоения данных наблюдений, использующей алгоритм фильтра Калмана, по сравнению с последовательным анализом гидрофизических полей, основанным на методе оптимальной интерполяции. Проведен анализ мезомасштабных особенностей прибрежной циркуляции у западного побережья Крыма и в районе города Севастополя. **Методы и результаты.** На основе гидродинамической модели, адаптированной к условиям прибрежной зоны Черного моря с открытой границей, и данных наблюдений за температурой и соленостью в ходе гидрологической съемки 2007 г. рассчитаны динамические и энергетические характеристики прибрежной циркуляции Черного моря с высоким пространственным разрешением (~1,6 км по горизонтали и 30 горизонтов по вертикали). Реконструкция гидрофизических полей проведена на основе двух алгоритмов усвоения данных (последовательной оптимальной интерполяции и модифицированного фильтра Калмана). Изменение кинетической энергии обусловлено в основном ветровым воздействием, вертикальным трением и работой сил давления; изменение потенциальной энергии – адвекцией потенциальной энергии и горизонтальной турбулентной диффузией. Восстановлены следующие особенности циркуляции: антициклонический вихрь с радиусом около 15 км в Каламитском заливе в верхнем слое воды, антициклонический вихрь с радиусом около 15 км между 32,2° и 32,6° в. д. во всем слое воды, интенсивное течение вблизи Севастополя и вдоль западного берега Крыма, направленное на север и северо-запад, субмезомасштабные вихри различного знака вращения в верхнем слое. **Выводы.** Показано, что учет неоднородности и неизотропности ошибок оценок полей температуры и солености относительно корреляционной функции приводит к качественным и количественным различиям в гидродинамических полях (усиление течений, смена направления течений, вихревые образования были выражены отчетливее). При этом среднеквадратические ошибки оценок термохалинных полей уменьшились. Формирование антициклонического вихря с радиусом около 15 км в Каламитском заливе могло быть связано со сдвиговой неустойчивостью течения. При обтекании течением береговой линии и неоднородностей рельефа дна образовались субмезомасштабные вихри с диаметрами менее 5 км.

Ключевые слова: Черное море, численное моделирование, высокое пространственное разрешение, ассимиляция данных наблюдений, мезомасштабные и субмезомасштабные вихри

Благодарности: авторы выражают благодарность рецензентам за ценные замечания. Анализ мезомасштабных особенностей циркуляции, восстановленных с учетом данных гидрологической съемки 2007 г., выполнен при финансовой поддержке РФФИ и города Севастополя в рамках научного проекта № 18-45-920019. Продолжение работ по усовершенствованию процедуры ассимиляции на основе фильтра Калмана проведено в рамках государственного задания по теме № 0827-2019-0002.

© Демьшев С. Г., Евстигнеева Н. А., Алексеев Д. В., Дымова О. А., Миклашевская Н. А., 2021

Для цитирования: Анализ динамических и энергетических характеристик циркуляции вод у берегов Западного Крыма на основе ассимиляции данных наблюдений в численной модели динамики Черного моря / С. Г. Демышев [и др.] // Морской гидрофизический журнал. 2021. Т. 37, № 1. С. 23–40. doi:10.22449/0233-7584-2021-1-23-40

Analysis of the Dynamic and Energy Characteristics of Water Circulation near the Western Crimea Coast and in the Sevastopol Region Based on the Observational Data Assimilation in the Numerical Model of the Black Sea Dynamics

**S. G. Demyshev, N. A. Evstigneeva , D. V. Alekseev,
O. A. Dymova, N. A. Miklashevskaya**

Marine Hydrophysical Institute, Russian Academy of Sciences, Sevastopol, Russia
 *naevstigneeva@yandex.ru*

Purpose. The study is aimed at evaluating effectiveness of the procedure of the observational data assimilation using the Kalman filter algorithm as compared to sequential analysis of the hydrophysical fields based on the optimal interpolation method, and at analyzing the mesoscale features of coastal circulation near the western Crimea coast and in the Sevastopol region.

Methods and Results. Based on the hydrodynamic model adapted to the Black Sea coastal zone conditions including the open boundary and on the temperature and salinity data from the hydrological survey in 2007, the dynamic and energy characteristics of the Black Sea coastal circulation were calculated with high spatial resolution (horizontal grid is $\sim 1.6 \times 1.6$ km and 30 vertical horizons). The hydrophysical fields were reconstructed using two algorithms of data assimilation: the sequential optimal interpolation and the modified Kalman filter. The kinetic energy changed mainly due to the wind action, vertical friction and the work of pressure forces; the potential energy – due to the potential energy advection and the horizontal turbulent diffusion. The following circulation features were reconstructed: the anticyclonic eddy with the radius about 15 km in the Kalamitsky Bay in the water upper layer, the anticyclonic eddy with the radius about 15 km between 32.2 and 32.6° E in the whole water layer, the intense current near Sevastopol and along the Crimea western coast directed to the north and northwest, and the submesoscale eddies of different signs of rotation in the upper layer.

Conclusions. It is shown that having been taken into account, heterogeneity and non-isotropy of the error estimates of the temperature and salinity fields relative to the correlation function lead to qualitative and quantitative differences in the hydrodynamic fields (amplification of currents, change of the currents' direction and eddy formations were better pronounced). At the same time, the mean square errors of the thermohaline fields' estimates decreased. Formation of the anticyclonic eddy with the radius about 15 km in the Kalamitsky Bay could be related to the current shear instability. Submesoscale eddies with the diameters less than 5 km were formed when the current flowed around the coastline and the bottom topography inhomogeneities.

Keywords: Black Sea, numerical simulation, high spatial resolution, assimilation of observational data, mesoscale and submesoscale eddies

Acknowledgments: The authors are grateful to the reviewers for their helpful comments. The circulation mesoscale features reconstructed using the data of the hydrological survey in 2007 was analyzed at the financial support of the Russian Foundation for Basic Research and the city of Sevastopol within the framework of scientific project No. 18-45-920019. The assimilation procedure based on the Kalman filter was continued to be improved within the framework of the state task on theme No. 0827-2019-0002.

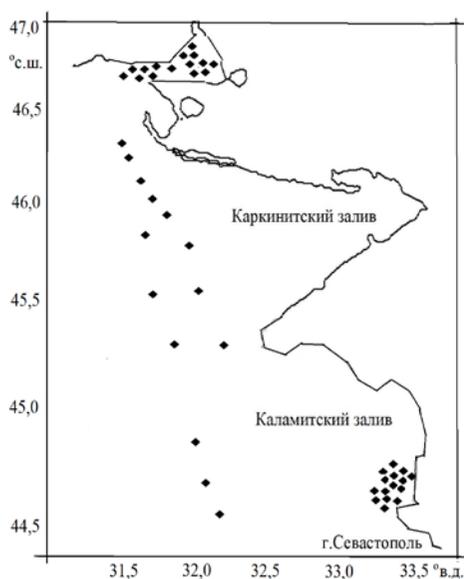
For citation: Demyshev, S.G., Evstigneeva, N.A., Alekseev, D.V., Dymova, O.A. and Miklashevskaya, N.A., 2021. Analysis of the Dynamic and Energy Characteristics of Water Circulation near the Western Crimea Coast and in the Sevastopol Region Based on the Observational Data Assimilation in the Numerical Model of the Black Sea Dynamics. *Physical Oceanography*, [e-journal] 28(1), pp. 20-36. doi:10.22449/1573-160X-2021-1-20-36

Введение

Для обеспечения безопасности судоходства и интенсивной эксплуатации порта в Севастополе, который является военно-морской базой России, необходимы анализ и прогноз гидрофизических полей в его прибрежной зоне. Реконструкция пространственно-временной структуры циркуляции Черного моря, близкой к наблюдаемой, позволяет определять области генерации мезо- и субмезомасштабных вихрей, фронтальных зон и струйных течений, что важно при решении задач, связанных с навигацией, строительством прибрежных сооружений, добычей полезных ископаемых, прогнозированием воздействия на морскую среду аварийных выбросов загрязняющих веществ. Синтез численной модели высокого пространственного разрешения и гидрологических данных позволяет эффективно решать эти задачи.

Расчеты гидрофизических полей на основе ассимиляции данных наблюдений в численных моделях проводились и ранее. В работах [1, 2] представлены динамико-стохастические модели океанских процессов на основе адаптивного алгоритма фильтрации Калмана. В [3] приведены алгоритм четырехмерного анализа полей плотности и течений и результаты его реализации по данным полигона «ПОЛИМОДЕ». На базе исследований [3–5] в работе [6] проведен четырехмерный анализ с усвоением данных наблюдений за температурой и соленостью для летнего сезона 1984 г., изучены синоптические особенности циркуляции Черного моря. В [7] рассмотрена задача комплексного использования данных измерений температуры, солености и скорости течений на полигонах «ПОЛИМОДЕ» при ассимиляции этих данных в модели на основе фильтра Калмана. В [8] метод оптимальной интерполяции использовался для усвоения в гидродинамическую модель океана *HYCOM* данных наблюдений за аномалиями уровня в Атлантическом океане. Показано, что полученные поля уровня характеризовались ярко выраженной мезомасштабной изменчивостью. В [9] показано, что метод ассимиляции данных наблюдений, основанный на применении уравнения Фоккера – Планка, и метод расширенного фильтра Калмана дают более точные результаты, чем метод оптимальной интерполяции. Задача вариационной ассимиляции данных о температуре поверхности моря в модели динамики Черного моря с целью восстановления потоков на поверхности сформулирована в работе [10]. В [11] предложен метод моделирования динамических процессов на поверхности Земли, основанный на получении и усвоении данных моделью в ходе развития процесса. Усвоение данных обеспечивается использованием рекуррентной нейронной сети и калмановской фильтрации. В [12] представлена новая версия системы усвоения океанографических данных, развиваемой в Гидрометцентре России. Усвоение осуществляется в рамках последовательной циклической схемы анализ – прогноз – анализ, основными компонентами которой являются процедуры подготовки получаемых в оперативном режиме данных наблюдений, вариационная схема анализа данных и модель общей циркуляции океана. В [13] предложен алгоритм исследования чувствительности оптимального решения к погрешностям данных наблюдений в задаче ассимиляции температуры поверхности моря с целью восстановления потоков тепла на поверхности и приводится пример решения оптимальной задачи гидродинамики Мирового океана с учетом ассимиляции климатических

наблюдений температуры и солёности. В [14] представлены результаты анализа динамики Чёрного моря за 1993–2012 гг., полученные на основе численного моделирования по модели циркуляции с ассимиляцией спутниковых измерений возвышения свободной поверхности и температуры поверхности моря. В [15] предложена параллельная реализация метода ансамблевой интерполяции для усвоения данных наблюдений в вихререзрешающей модели динамики океана и проанализированы результаты численных экспериментов в Северной Атлантике при усвоении данных спутниковой альтиметрии AVISO со спутника *Jason-1*. В [16] сформулированы алгоритмы вариационной ассимиляции данных о температуре и об уровне на жидкой границе, а также приведены результаты численных экспериментов по использованию алгоритмов в модели циркуляции Балтийского моря.



Р и с. 1. Схема станций, выполненных 16–22 сентября 2007 г.¹

F i g. 1. Scheme of stations, September 16–22, 2007¹

Процедура четырехмерного усвоения данных наблюдений, развитая в работах [3–6], используется для анализа гидрологической съемки, проведенной на НИС «Эксперимент» в сентябре 2007 г., в ходе которой были получены экспериментальные данные о температуре и солёности в прибрежной области Чёрного моря (рис. 1¹).

Реконструкция полей температуры, солёности и скорости течений проводится на основе двух алгоритмов усвоения данных наблюдений за температурой и солёностью в сентябре 2007 г. (последовательной оптимальной интерполяции и модифицированного фильтра Калмана). Исследуются возможные механизмы генерации мезо- и субмезомасштабных вихрей и струйных течений у западного побережья Крыма и в районе Севастополя.

Параметры численной модели и условия проведения численных экспериментов

Используемая численная модель динамики Чёрного моря, разработанная в Морском гидрофизическом институте (МГИ) и основанная на полных уравнениях термогидродинамики океана в приближении Буссинеска, гидростатики и несжимаемости морской воды в форме Громеки – Лэмба, краевые условия на поверхности, на дне и на твердых боковых стенках подробно описаны в работе [17].

¹ *Evstigneeva N., Demyshev S.* Analysis of circulation near the coast of the Western Crimea and the region of Sevastopol with assimilation of temperature and salinity observations // IOP Conference Series: Earth and Environmental Sciences. Vol. 386, conference 1. C. 2. URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1755-1315/386/1/012047> (дата обращения: 11.01.2021).

Расчетная область была расположена между меридианами $28,7^\circ$ и $33,8^\circ$ в. д. и параллелями $44,4^\circ$ и 47° с. ш. (учитывался уточненный рельеф дна с разрешением $\sim 1,6$ км). Расчеты проводились на горизонтальной сетке $\sim 1,6 \times 1,6$ км (302×196 точек). Шаг по времени выбран 30 с. Турбулентная вязкость и диффузия по горизонтали выбраны в виде гармонического оператора, значения коэффициентов были равны $\nu_H = 5 \cdot 10^5 \text{ см}^2/\text{с}$, $k_H = 5 \cdot 10^5 \text{ см}^2/\text{с}$. Период интегрирования уравнений модели – 10 дней (с 14 по 24 сентября 2007 г.). По вертикали горизонтальные составляющие скорости течений, температура и соленость рассчитывались для 30 горизонтов: 1; 3; 5; 7; 10; 13; 16; 20; 25; 30; 36; 42; 48; 55; 65; 80; 95; 120; 150; 200; 300; ...; 1200 м. Вертикальная компонента скорости вычислялась для промежуточных горизонтов. Коэффициенты турбулентного обмена импульсом и диффузии по вертикали рассчитывались в соответствии с аппроксимацией Филандера – Пакановского [18] со следующими выбранными значениями параметров: $R_0 = 1$, $\nu_0 = 10 \text{ см}^2/\text{с}$, $\nu_1 = 5 \text{ см}^2/\text{с}$, $\kappa_1 = 1 \text{ см}^2/\text{с}$.

Для задания начальных условий задачи и граничных условий на открытой границе области использовались поля течений, температуры, солености, полученные по модели для всего моря на горизонтальной сетке 5×5 км [19]. На открытой южной границе (соответствующей параллели $44,4^\circ$ с. ш.) задавались следующие условия: для участков границы, где вода втекает ($v > 0$), задавались компоненты скорости, температура, соленость (условия Дирихле); где вода вытекает ($v < 0$), для u , v ставились условия $\partial u/\partial n = 0$, $\partial v/\partial n = 0$; для определения T и S на открытой границе задавались условия излучения. При расчетах учитывался сток рек: Дуная, Днепра, Днестра и Южного Буга. На поверхности моря каждые сутки задавались поля напряжения трения ветра, потоки тепла, коротковолновой радиации, осадков и испарения, полученные по данным региональной атмосферной модели *Aladin* [20]. Поток коротковолновой радиации в модели учитывался в явном виде (в уравнение переноса тепла добавлено слагаемое, обеспечивающее его учет), а все остальные компоненты потока тепла, в том числе поток длинноволновой радиации, входили в слагаемое Q^T , для которого на поверхности ставилось условие $\kappa^T T_z = Q^T - R$, где R – коротковолновая радиация на поверхности.

В работе использовались данные гидрологической съемки, проведенной на НИС «Эксперимент» в сентябре 2007 г., о вертикальном и пространственном распределении температуры и солености, взятые из банка данных МГИ [21]. Максимальная глубина, до которой проводились зондирования, изменялась от 5 до 300 м, число станций – 44. Измерения проводились с помощью *CTD*-зонда ШИК-1 (шельфовый измерительный комплекс).

Для реализации процедуры усвоения данных натуральных наблюдений использовалась процедура четырехмерного анализа [3, 4], основанная на модифицированном фильтре Калмана. Было проведено два численных эксперимента. В эксперименте 1 дисперсия ошибок оценки температуры и солености предполагалась постоянной и равной единице (поля ошибок оценок полей считались однородными и изотропными относительно ковариационной

функции). В эксперименте 2 учитывались неоднородность и неизотропность ошибок оценок полей температуры и солености (дисперсии ошибок оценок рассчитывались из соответствующих уравнений).

Из анализа статистической структуры полей (вычисления пространственных корреляционных функций полей температуры и солености) был определен радиус корреляции, равный ~20 км. Ковариационные функции термохалинных полей аппроксимировались функцией экспоненциального типа $\exp\left(-\lambda \left[(x-x')^2 + (y-y')^2\right]\right)$ [4], где λ – размерный параметр (равный $0,016 \cdot (\Delta x)^{-2}$), выбранный на уровне значения корреляционной функции 0,1 [4].

Данные гидрологической съемки были сгруппированы по дате проведения (всего шесть групп), и усвоение проводилось раз в сутки: 16 сентября – 3 станции, 17 сентября – 7, 18 сентября – 8, 19 сентября – 7, 20 сентября – 4 и 22 сентября – 15 станций.

Процедура ассимиляции данных наблюдений с учетом неоднородности и неизотропности оценок полей температуры и солености на основе модифицированного фильтра Калмана

Подробно процедура усвоения данных наблюдений с учетом неоднородности и неизотропности ошибок оценок полей температуры и солености приведена в работах [3, 4], следуя которым опишем используемую в данной работе схему ассимиляции. Под модифицированным фильтром Калмана понимается методика фильтра Калмана, которая основана на решении уравнений для дисперсии ошибок оценок полей температуры и солености.

Пусть в дискретные моменты времени в M различных точках пространства $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_M$ ($\bar{x} = (x, y, z)$) имеются данные измерений T, S . К моменту поступления данных (t_n) термохалинные поля рассчитаны по уравнениям модели МГИ [17], тогда T, S корректируются по формулам [5, с. 121]

$$T(\bar{x}, t_n^+) = T(\bar{x}, t_n^-) + \sum_{m=1}^M \Delta_m^T(\bar{x}, t_n^-) [T(\bar{x}_m, t_n) - T(\bar{x}_m, t_n^-)], \quad (1)$$

$$S(\bar{x}, t_n^+) = S(\bar{x}, t_n^-) + \sum_{m=1}^M \Delta_m^S(\bar{x}, t_n^-) [S(\bar{x}_m, t_n) - S(\bar{x}_m, t_n^-)]. \quad (2)$$

Первые слагаемые в квадратных скобках в выражениях (1) и (2) – данные измерений T, S в момент времени t_n , вторые – рассчитанные по численной модели поля температуры и солености на этот же момент времени. Знак «минус» у t_n означает, что соответствующие поля получены без учета данных измерений в момент поступления данных, «плюс» означает, что расчет искомым характеристик проведен с учетом имеющихся на момент t_n данных натурных наблюдений. M – количество измерений, определяемое радиусом корреляции, по которым рассчитывались весовые множители. Весовые коэффициенты определялись из соотношений [5, с. 123]

$$\Delta_m^T(\bar{x}, t_n^-) = \sum_{l=1}^M P_{TT}(\bar{x}, \bar{x}_m, t_n^-) [P_{TT}(\bar{x}_m, \bar{x}_l, t_n^-) + R_T(\bar{x}_m, \bar{x}_l, t_n^-)]^{-1}, \quad (3)$$

$$\Delta_m^S(\bar{x}, t_n^-) = \sum_{l=1}^M P_{SS}(\bar{x}, \bar{x}_m, t_n^-) [P_{SS}(\bar{x}_m, \bar{x}_l, t_n^-) + R_S(\bar{x}_m, \bar{x}_l, t_n^-)]^{-1}, \quad m = 1, \dots, M, \quad (4)$$

где R_T, R_S – ковариационные функции ошибок измерений температуры и солёности соответственно; P_{TT}, P_{SS} – ковариационные функции ошибок оценок полей температуры и солёности, которые аппроксимируются следующими выражениями [3, 4]:

$$P_{TT}(\bar{x}, \bar{x}', t) \approx D_T(\bar{x}, t) D_T(\bar{x}', t) P_T(x - x', y - y'), \quad (5)$$

$$P_{SS}(\bar{x}, \bar{x}', t) \approx D_S(\bar{x}, t) D_S(\bar{x}', t) P_S(x - x', y - y'), \quad (6)$$

где D_T, D_S – поля нормированных среднеквадратических ошибок оценок полей T и S ; P_T, P_S – ковариационные функции полей температуры и солёности.

Уравнения для расчета дисперсии ошибок оценок полей температуры и солёности имеют следующий вид:

$$\partial D_T^2 / \partial t + \partial(D_T^2 u) / \partial x + \partial(D_T^2 v) / \partial y + \partial(D_T^2 w) / \partial z = k_H \Delta D_T^2 + \partial(k^V \partial D_T^2 / \partial z) / \partial z, \quad (7)$$

$$\partial D_S^2 / \partial t + \partial(D_S^2 u) / \partial x + \partial(D_S^2 v) / \partial y + \partial(D_S^2 w) / \partial z = k_H \Delta D_S^2 + \partial(k^V \partial D_S^2 / \partial z) / \partial z, \quad (8)$$

где k_H, k^V – коэффициенты турбулентной диффузии. Адвективные слагаемые уравнений переноса – диффузии D_T, D_S аппроксимировались с помощью TVD-схем [22].

В моменты поступления данных наблюдений D_T, D_S корректировались по соотношениям

$$D_T^2(\bar{x}, t_n^+) = D_T^2(\bar{x}, t_n^-) - \sum_{m=1}^M \Delta_m^T(\bar{x}, t_n^-) P_T(x_m - x, y_m - y), \quad (9)$$

$$D_S^2(\bar{x}, t_n^+) = D_S^2(\bar{x}, t_n^-) - \sum_{m=1}^M \Delta_m^S(\bar{x}, t_n^-) P_S(x_m - x, y_m - y). \quad (10)$$

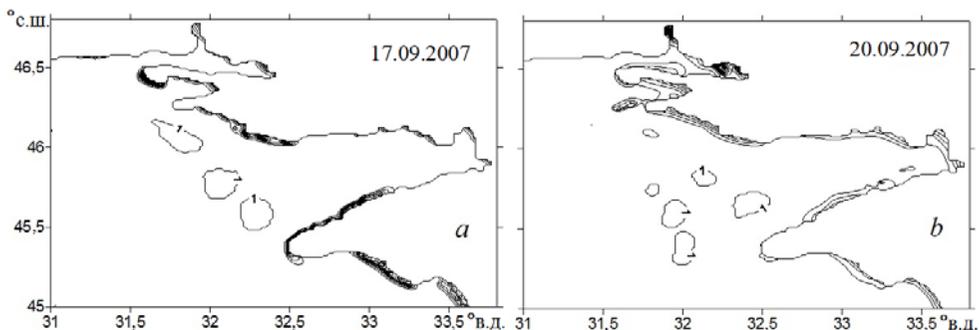
Таким образом, до моментов поступления данных наблюдений поля T, S, D_T, D_S прогнозировались по уравнениям гидродинамической модели. В момент ассимиляции по соотношениям (1)–(10) поля T, S, P_{TT}, P_{SS} корректировались с учетом радиуса корреляции.

В качестве первого приближения в задаче предполагалось задание на всех границах условий $\partial D_T^2 / \partial n = 0, \partial D_S^2 / \partial n = 0$.

В начальный момент времени ковариационные функции принимались равными ковариационным функциям самого поля (то есть дисперсия ошибок оценок полей температуры, солёности была равна единице). Выбрано значение коэффициента горизонтальной турбулентной диффузии дисперсии ошибок k_H в формулах (7), (8), равное $10^5 \text{ см}^2/\text{с}$. Коэффициенты вертикальной

диффузии дисперсии ошибок рассчитывались в соответствии с аппроксимацией Филандера – Пакановского [18].

Чтобы проиллюстрировать расчет полей среднеквадратических ошибок оценок полей температуры, приведен рис. 2, на котором представлены поля для 17 и 20 сентября 2007 г. в области, где ассимилировались гидрологические данные.



Р и с. 2. Поля среднеквадратических ошибок оценок полей температуры на горизонте 3 м: *a* – 17.09.2007 г.; *b* – 20.09.2007 г. (1 – значение среднеквадратической ошибки оценки поля температуры)

Fig. 2. Fields of the mean square errors of the temperature fields' estimates at the 3 m depth: *a* – 17.09.2007; *b* – 20.09.2007 (1 – value of the mean square error of the temperature field estimate)

Результаты численных экспериментов для 2007 г.

Было проведено два численных эксперимента по реконструкции полей течений, температуры и солёности в прибрежной области Чёрного моря на основе гидродинамической модели МГИ с усвоением данных гидрологической съёмки. В первом эксперименте корреляционные функции ошибок оценок термохалинных полей предполагались однородными и изотропными (то есть дисперсия ошибок оценок полей была равна единице), во втором эксперименте ковариационные функции ошибок оценок полей температуры и солёности рассчитывались по формулам (7)–(10).

При интегрировании уравнений модели на каждый момент усвоения для всех горизонтов k , для которых имеются данные измерений, в экспериментах проводился расчет следующих величин:

$$\sigma_T = \left\{ \frac{1}{N-1} \sum_1^N \left[\left| T_{\text{mod}}^n - T_{\text{data}}^n \right| - \delta_T^n \right]^2 \right\}^{1/2}, \quad \sigma_S = \left\{ \frac{1}{N-1} \sum_1^N \left[\left| S_{\text{mod}}^n - S_{\text{data}}^n \right| - \delta_S^n \right]^2 \right\}^{1/2},$$

где N – общее число станций на k -м горизонте; T_{mod}^n и S_{mod}^n – рассчитанные значения по модели на n -е сутки; T_{data}^n и S_{data}^n – данные наблюдений, отнесенные к одному моменту времени; δ_T^n , δ_S^n – средние ошибки оценок полей T , S .

В табл. 1 и 2 представлены рассчитанные значения σ_T и σ_S , осредненные для слоев 1–10, 10–20, 20–30 и 30–100 м.

Т а б л и ц а 1
Table 1

Значения σ_T (°C) и σ_S (‰), рассчитанные в эксперименте 1 ($D_T^2 = 1, D_S^2 = 1$)
Values of σ_T (°C) and σ_S (‰) calculated in experiment 1 ($D_T^2 = 1, D_S^2 = 1$)

Дата / Date	σ_T				σ_S			
	Слой (м) / Layer (m)				Слой (м) / Layer (m)			
	1–10	10–20	20–30	30–100	1–10	10–20	20–30	30–100
16.09.2007	3,68	5,45	3,42	0,06	3,15	0,56	0,34	0,07
17.09.2007	3,39	5,29	3,80	0,43	2,95	0,28	0,28	0,13
18.09.2007	3,42	5,08	3,70	0,42	1,80	0,68	0,39	0,14
19.09.2007	3,07	4,13	3,22	0,41	1,74	0,68	0,38	0,15
20.09.2007	2,61	3,16	2,47	0,41	3,28	0,46	0,24	0,17
22.09.2007	1,78	1,72	2,10	0,29	3,17	0,35	0,18	0,12

Т а б л и ц а 2
Table 2

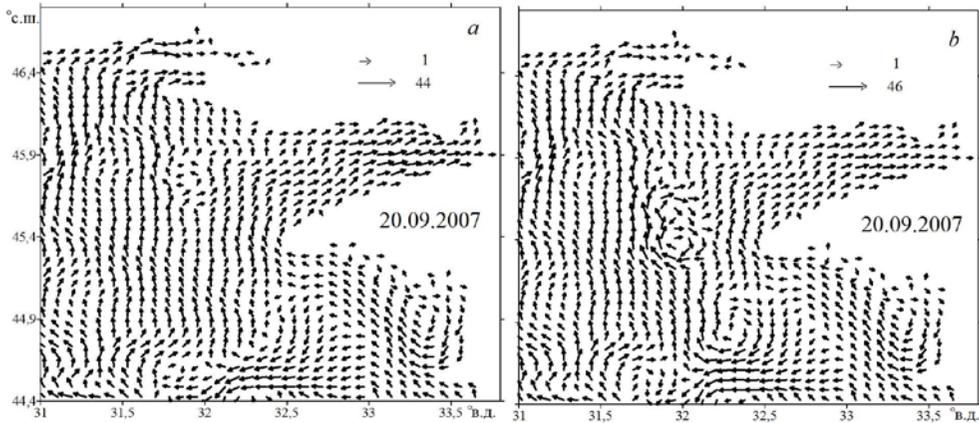
Значения σ_T (°C) и σ_S (‰), рассчитанные в эксперименте 2 ($D_T^2 \neq 1, D_S^2 \neq 1$)
Values of σ_T (°C) and σ_S (‰), calculated in experiment 2 ($D_T^2 \neq 1, D_S^2 \neq 1$)

Дата / Date	σ_T				σ_S			
	Слой (м) / Layer (m)				Слой (м) / Layer (m)			
	1–10	10–20	20–30	30–100	1–10	10–20	20–30	30–100
16.09.2007	3,68	5,45	3,42	0,06	3,15	0,56	0,34	0,07
17.09.2007	3,28	5,14	3,42	0,43	2,95	0,27	0,26	0,12
18.09.2007	3,26	4,82	3,42	0,42	1,60	0,52	0,32	0,13
19.09.2007	3,26	3,93	2,95	0,41	1,66	0,51	0,34	0,15
20.09.2007	3,26	2,98	2,16	0,41	2,83	0,37	0,23	0,17
22.09.2007	1,60	1,54	1,86	0,29	2,75	0,28	0,16	0,12

Анализируя данные, полученные в двух экспериментах и представленные в табл. 1 и 2, отметим, что наибольшие значения ошибок σ_T наблюдались в слое воды 10–20 м, ошибок σ_S – в верхнем слое (к концу рассматриваемого периода времени на всех горизонтах значения модулей ошибок убывали).

Сравнивая значения σ_T , полученные в экспериментах 1 и 2, отметим, что ошибки в поле температуры в верхнем слое воды 18 сентября уменьшились на 5 %, а 20 и 22 сентября – на 11 %, в слое воды 10–20 м 22 сентября – на 10 %, в слое воды 20–30 м 18 сентября уменьшились на 13 %, 20 и 22 сентября – на 12 %. Соответственно, ошибки в поле солености в верхнем слое воды в поле 18 сентября уменьшились на 11 %, 20 и 22 сентября – на 13 %, в слое воды 10–20 м 22 сентября – на 20 %, в слое воды 20–30 м 22 сентября – на 12 %. В слое ниже горизонта 30 м различия в результатах экспериментов незначительные.

Помимо количественных различий в результатах экспериментов, были также получены и качественные различия в гидрофизических полях. В частности, при сравнении полей течений, рассчитанных в двух численных экспериментах, были отмечены следующие особенности циркуляции: усиление течений, смена направления течений, более отчетливо выраженные вихревые образования (например, рис. 3). Было получено соответствие между результатами эксперимента 2 и спутниковыми наблюдениями в сентябре 2007 г. NOAA-15 и NOAA-18 с разрешением 1 км.



Р и с. 3. Поля течений (см/с) 20 сентября 2007 г. на горизонте 3 м для эксперимента 1 (a) и эксперимента 2 (b). Изображается каждая пятая стрелка
F i g. 3. Fields of currents (cm/s) at the 3 m depth on September 20, 2007 for experiment 1 (a) and experiment 2 (b). Every fifth arrow is shown

Анализ энергетики

В работах [23, 24] были выписаны конечно-разностные аналоги уравнений изменения плотности кинетической и потенциальной энергии, на основе которых в данной работе были рассчитаны энергетические характеристики. Далее в тексте под термином «энергия» подразумевается плотность энергии, т. е. энергия единицы объема. Символьная запись уравнения бюджета кинетической энергии (КЭ) имеет вид

$$E_t + Adv(P + E) = \Pi \leftrightarrow E + F_{Bfr}^T(E) - Diss_{Ver}(E) - Diss_{Hor}(E) + D_{Fic}(E),$$

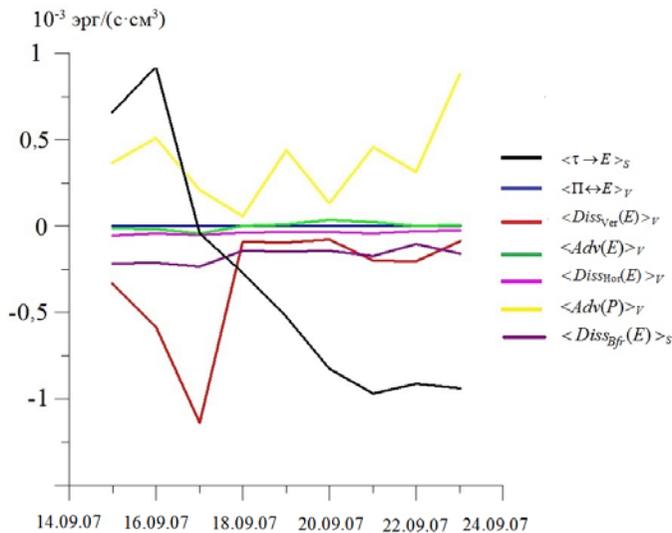
где $Adv(P)$ – работа силы давления; $Adv(E)$ – адвекция кинетической энергии; $\Pi \leftrightarrow E$ – работа силы плавучести; $F_{Bfr}^T(E)$ – изменение КЭ вследствие работы силы ветра и трения о дно; $Diss_{Ver}(E)$ и $Diss_{Hor}(E)$ – диссипация энергии вследствие вертикального и горизонтального внутреннего трения; $D_{Fic}(E)$ – перераспределение кинетической энергии в бассейне и ее потеря вследствие трения о боковые стенки.

Изменение потенциальной энергии (ПЭ) описывается следующим уравнением:

$$\Pi_t + Adv(\Pi) = -\Pi \leftrightarrow E + Diff_{Hor}(\Pi) + Diff_{Ver}^{Fluxes}(\Pi) + Diff_{Ver}^{Kv}(\Pi) + Diff_{Ver}^{Bot-Sur}(\Pi) + Diff_{Ver}^{Add}(\Pi),$$

где $Adv(\Pi)$ – адвекция потенциальной энергии; $Diff_{Hor}(\Pi)$ – изменение ПЭ вследствие горизонтальной турбулентной диффузии; $Diff_{Ver}^{Fluxes}(\Pi)$ – изменение ПЭ, обусловленное потоками плавучести и вертикальной внутренней диффузией; $Diff_{Ver}^{Bot-Sur}(\Pi)$ – изменение ПЭ, обусловленное разницей между придонной и поверхностной плотностью; $Diff_{Ver}^{Kv}(\Pi)$ – изменение ПЭ вследствие неоднородности коэффициента вертикальной турбулентной диффузии по глубине; $Diff_{Ver}^{Add}(\Pi)$ – добавка вследствие нелинейной зависимости плотности от температуры и солености.

Проанализируем изменение со временем интегральных компонентов уравнения бюджета КЭ для рассматриваемого периода времени, рассчитанных по данным эксперимента 2 (рис. 4). Угловыми скобками обозначена операция интегрирования. Отметим, что при интегрировании адвективные члены не обращаются в нуль вследствие учета втока рек.

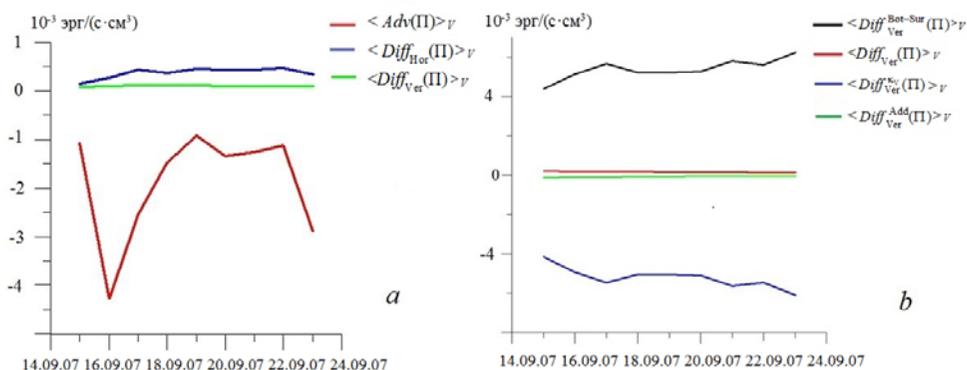


Р и с. 4. Изменение со временем нормированных на объем расчетной области интегральных компонентов уравнения бюджета КЭ

F i g. 4. Temporal change of the integrated components of the kinetic energy budget equation normalized to the domain volume

Основной вклад в КЭ вносила работа силы давления $\langle Adv(P) \rangle_v$, а в период с 15 по 17 сентября – также работа силы ветра $\langle \tau \rightarrow E \rangle_s$, скорость которого 17 сентября достигла максимального значения 11 м/с. Потеря энергии происходила вследствие вертикального внутреннего трения, изменения КЭ – вследствие трения о дно $\langle Diss_{Bfr}(E) \rangle_s$ и слагаемого $\langle \tau \rightarrow E \rangle_s$. Вклад работы силы плавучести, адвекции кинетической энергии и диссипации энергии вследствие горизонтального внутреннего трения был незначителен.

Изменение потенциальной энергии обуславливалось в основном адвекцией потенциальной энергии и горизонтальной турбулентной диффузией (рис. 5, *a*).



Р и с. 5. Изменение со временем интегральных компонентов уравнения бюджета ПЭ, нормированных на объем расчетной области (*a*), полной интегральной вертикальной диффузии, нормированной на объем расчетной области, и слагаемых, участвующих в ее расчете (*b*)

F i g. 5. Temporal change of the integrated components of the potential energy budget equation normalized to the domain volume (*a*), the volume-normalized total integrated vertical diffusion and the terms involved in its calculation (*b*)

При расчете полной вертикальной диффузии в уравнении бюджета ПЭ (рис. 5, *b*) основной вклад вносило слагаемое, характеризующее разность плотности на поверхности и у дна моря (его максимальное значение составляло $6,2 \cdot 10^{-3}$ эрг/(с·см³). Оно компенсировалось слагаемым, зависящим от изменения коэффициента диффузии с глубиной (его максимальное значение составляло $-6,1 \cdot 10^{-3}$ эрг/(с·см³). Изменение потенциальной энергии за счет слагаемого $\langle Diff_{Ver}^{Add}(\Pi) \rangle_V$ было относительно мало.

Далее за каждые сутки периода интегрирования анализируются трехмерные поля энергетических характеристик циркуляции, полученные в численном эксперименте по расчету гидрофизических полей с усвоением данных гидрологических измерений в сентябре 2007 г. с учетом неоднородности и неизотропности ошибок оценок полей температуры и солености для области, расположенной между меридианами 32,2° и 33,8° в. д. и параллелями 44,4° и 45,4° с. ш.

По результатам, полученным в расчете в данном исследовании и в работе [25], были выявлены следующие особенности циркуляции: антициклонический вихрь с радиусом около 15 км в верхнем слое воды в Каламитском заливе, антициклонический вихрь с радиусом около 15 км во всем слое воды между 32,2° и 32,4° в. д., связанный с меандрированием Основного Черноморского течения. В верхнем 36-метровом слое 22 и 23 сентября усилилось течение вблизи Севастополя и вдоль западного берега Крыма, направленное на север и северо-запад. Вдоль побережья в течение всего расчета могли генерироваться антициклонические и циклонические вихри малых масштабов в верхнем слое.

Значение локального бароклинного радиуса деформации (R_d) для выбранной прибрежной области Черного моря составляет ~ 10 км. К мезомасштабным вихрям будем относить вихри, радиус которых больше локального бароклинного радиуса деформации Россби, а число Россби гораздо меньше единицы ($R > R_d$, $R_o < 1$). К субмезомасштабным будем относить вихри, радиус которых меньше радиуса R_d , а число Россби порядка единицы ($R < R_d$, $R_o \approx 1$).

Проанализируем изменения в полях мгновенных значений слагаемых из уравнений бюджета кинетической и потенциальной энергии. В качестве иллюстрации приведем поля течений и энергетические поля на горизонте 5 м от 17 и 22 сентября 2007 г. (рис. 6), на которых перечисленные особенности циркуляции были выражены отчетливее (рис. 6, *a* и *f*).

Поля $Adv(P)$ характеризовались значительной изменчивостью и чередованием областей с положительными и отрицательными значениями (рис. 6, *b* и *g*). Максимальное по модулю значение 17 сентября составляло $8 \cdot 10^{-3}$ эрг/(с·см³), 22 сентября – увеличилось до $2 \cdot 10^{-2}$ эрг/(с·см³). Преобладание вклада работы силы давления (рис. 4) в увеличении кинетической энергии может быть объяснено следующим образом. Для данных широт динамический уровень

в первом приближении можно записать как $\zeta^d = -\frac{1}{\rho_0} \int_0^H \rho dz$, тогда аномалия

давления может быть представлена в виде $P = -g \cdot \int_z^H \rho dz$. Следовательно, ра-

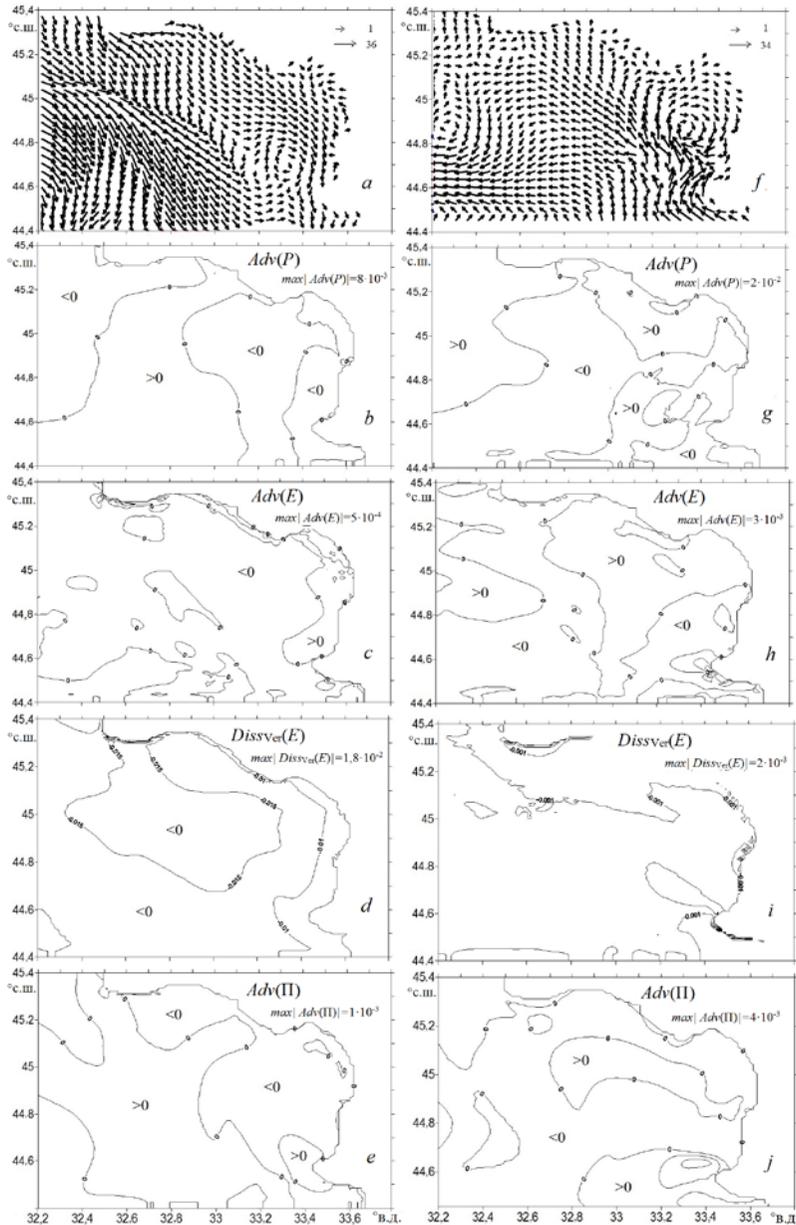
бота силы давления во многом зависит от перепада рельефа дна. Между меридианами 31° и $33,5^\circ$ в. д. располагается свал глубин, где глубина изменяется от 100 до 1300 м. Наибольшие значения работы силы давления наблюдались в этой области.

Вклад адвекции в скорость изменения кинетической энергии был незначителен, 17 сентября поле $Adv(E)$ характеризовалось максимальным по модулю значением $5 \cdot 10^{-4}$ эрг/(с·см³), а 22 сентября – увеличилось до $3 \cdot 10^{-3}$ эрг/(с·см³), что связано с усилением течений в этой области (рис. 6, *c* и *h*).

Согласно рис. 4 приток энергии от ветра компенсировался вертикальным трением, максимальные по модулю значения $Diss_{ver}(E)$ достигались 17 сентября. В этот день центральная область характеризовалась интенсивной работой вертикальной диссипации, максимальное по модулю значение $Diss_{ver}(E)$ составляло $1,8 \cdot 10^{-2}$ эрг/(с·см³), вдоль побережья значения уменьшались (рис. 6, *d*). В течение 22 сентября изменчивость поля $Diss_{ver}(E)$ была незначительная (рис. 6, *i*), значения по модулю не превышали $2 \cdot 10^{-3}$ эрг/(с·см³) (уменьшились на порядок по сравнению со значениями от 17 сентября).

Поля адвекции потенциальной энергии $Adv(\Pi)$ имели сложную и изменчивую со временем пространственную структуру: наблюдались как области с положительными значениями, так и области с отрицательными значениями (рис. 6, *e* и *j*). Максимальное по модулю значение $Adv(\Pi)$ 17 сентября соста-

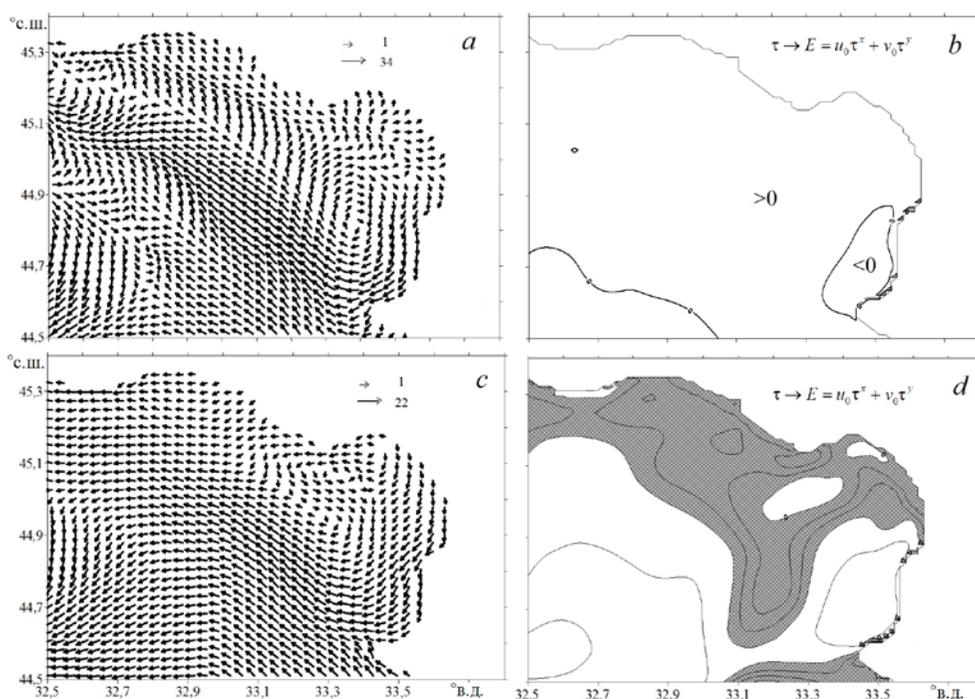
вило $1 \cdot 10^{-3}$ эрг/(с·см³) в восточной части области, 22 сентября оно увеличилось до $4 \cdot 10^{-3}$ эрг/(с·см³) (связано с усилением течений в этой области).



Р и с. 6. Поля данных, полученных на горизонте 5 м 17 сентября 2007 г.: течений, см/с (a); $Adv(P)$, эрг/(с·см³) (b); $Adv(E)$, эрг/(с·см³) (c); $Dissver(E)$, эрг/(с·см³) (d); $Adv(\Pi)$, эрг/(с·см³) (e); – и 22 сентября 2007 г.: течений, см/с (f); $Adv(P)$, эрг/(с·см³) (g); $Adv(E)$, эрг/(с·см³) (h); $Dissver(E)$, эрг/(с·см³) (i); $Adv(\Pi)$, эрг/(с·см³) (j)

F i g. 6. Data fields obtained at the 5 m depth on September 17, 2007: currents, (cm/s) (a); $Adv(P)$, erg/(s·cm³) (b); $Adv(E)$, erg/(s·cm³) (c); $Dissver(E)$, erg/(s·cm³) (d); $Adv(\Pi)$, erg/(s·cm³) (e); – and on September 22, 2007: currents (cm/s) (f); $Adv(P)$, erg/(s·cm³) (g); $Adv(E)$, erg/(s·cm³) (h); $Dissver(E)$, erg/(s·cm³) (i); $Adv(\Pi)$, erg/(s·cm³) (j)

Также анализировались пространственные распределения слагаемого $\tau \rightarrow E = u_0 \tau^x + v_0 \tau^y$, определяющего вклад ветра в кинетическую энергию, которое получено путем интегрирования по вертикали уравнения бюджета КЭ и имеет размерность эрг/(с·см²). На рис. 7, *a* и *b* представлено поле течений на верхнем горизонте и поле $\tau \rightarrow E$ 18 сентября. Приток энергии от ветра преобладал почти во всей области, кроме Каламитского залива. В зоне, где работа силы ветра была отрицательна, в поле скорости имел место горизонтальный сдвиг: на шельфе течение было направлено на северо-восток, а в глубоководной части моря – на юго-запад. Таким образом, возможным механизмом формирования антициклонического вихря в Каламитском заливе могла быть сдвиговая неустойчивость течения.



Р и с. 7. Поля данных, полученных на верхнем горизонте 18 сентября 2007 г.: *a* – течений, см/с; *b* – значений $\tau \rightarrow E = u_0 \tau^x + v_0 \tau^y$, эрг/(с·см²), – и 21 сентября 2007 г.: *c* – течений, см/с; *d* – значений $\tau \rightarrow E = u_0 \tau^x + v_0 \tau^y$, эрг/(с·см²). Заштрихованные области на рис. 7, *d* соответствуют минимальным значениям $\tau \rightarrow E$

F i g. 7. Data fields obtained at the upper horizon on September 18, 2007: *a* – currents, cm/s; *b* – the values of $\tau \rightarrow E = u_0 \tau^x + v_0 \tau^y$, erg/(s·cm²), – and on September 21, 2007: *c* – currents, cm/s; *d* – the values of $\tau \rightarrow E = u_0 \tau^x + v_0 \tau^y$, erg/(s·cm²). The dashed areas in Fig. 7, *d* correspond to the minimum values of $\tau \rightarrow E$

В рассматриваемый период времени в верхнем слое получены субмезомасштабные вихри с диаметрами менее 5 км. Возможный механизм формирования – обтекание течением береговой линии и неоднородностей рельефа

дна при действии слабых ветров. На рис. 7, *c* и *d* представлено поле течений и пространственное распределение слагаемого $\tau \rightarrow E = u_0 \tau^x + v_0 \tau^y$, определяющего вклад ветра в кинетическую энергию, для 21 сентября. Отметим, что вихри сформировались в зонах, соответствующих минимальным значениям $\tau \rightarrow E$.

Заключение

На основе гидродинамической модели и полученных при гидрологической съемке на НИС «Эксперимент» в 2007 г. данных наблюдений за температурой и соленостью рассчитаны динамические и энергетические характеристики прибрежной циркуляции Черного моря (у берегов западного Крыма и в районе Севастополя) с высоким пространственным разрешением (~1,6 км по горизонтали и 30 горизонтов по вертикали).

На основе сравнения результатов двух численных экспериментов по расчету гидрофизических полей с усвоением данных гидрологических измерений с учетом неоднородности и неизотропности ошибок оценок полей температуры и солености и без их учета показано, что учет неоднородности и неизотропности приводит к качественным и количественным различиям в гидродинамических полях (усиление течений, смена направления течений, более отчетливо выраженные вихревые образования). При этом среднеквадратические ошибки оценок термохалинных полей уменьшились.

Изменение кинетической энергии обусловлено в основном ветровым воздействием, вертикальным трением и работой силы давления; изменение потенциальной энергии – адвекцией потенциальной энергии и горизонтальной турбулентной диффузией.

Восстановлены следующие особенности циркуляции: антициклонический вихрь с радиусом около 15 км в Каламитском заливе в верхнем слое воды, антициклонический вихрь с радиусом около 15 км между 32,2° и 32,6° в. д. во всем слое воды, интенсивное течение вблизи Севастополя и вдоль западного берега Крыма, направленное на север и северо-запад, вихри с радиусом менее 10 км различного знака вращения в верхнем слое вдоль побережья.

Возможными механизмами генерации прибрежных мезомасштабных и субмезомасштабных вихрей в рассматриваемой прибрежной зоне могли быть горизонтальный сдвиг скорости (возникающий в результате отрицательной работы силы ветра) и обтекание течением береговой линии и неоднородностей рельефа дна.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тимченко И. Е. Прогнозирование гидрофизических процессов на основе фильтров Калмана // Морские гидрофизические исследования. Севастополь : МГИ НАНУ, 1973. № 2(61). С. 105–118.
2. Тимченко И. Е. Динамика-стохастические модели состояния океана Киев : Наукова думка, 1981. 191 с.
3. Комплексное использование измерений на гидрофизических полигонах океана в четырехмерном анализе / В. В. Кныш [и др.] // Доклады АН СССР. 1980. Т. 252, № 4. С. 832–836.

4. *Кныш В. В.* Многоэлементный четырехмерный анализ основных гидрофизических полей океана // Известия АН СССР. ФАО. 1982. Т. 18, № 4. С. 391–398.
5. *Sakawa Y.* Optimal filtering in linear distributed-parameter systems // International Journal of Control. 1972. Vol. 16, iss. 1. P. 115–127. <https://doi.org/10.1080/00207177208932247>
6. *Демьшев С. Г., Коротаяев Г. К.* Численные эксперименты по четырехмерному усвоению данных наблюдений в Черном море в июне 1984 г. на основе численной энерго-сбалансированной модели // Морской гидрофизический журнал. 1992. № 3. С. 21–33.
7. Assimilation of hydrological observation data for calculating currents in seas and oceans / V. V. Knysh [et al.] // Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics. 2012. Vol. 48, iss. 1. P. 57–73. doi:10.1134/S0001433812010057
8. Assimilation of sea surface height anomalies into HYCOM with an Optimal Interpolation Scheme over the Atlantic Ocean METAREAV / C. A. S. Tanajura [et al.] // Revista Brasileira de Geofisica, 2013. Vol. 31, no. 2. P. 257–270. <http://dx.doi.org/10.22564/rbgf.v31i2.293>
9. *Belyaev K. P., Tanajura C. A. S., Tuchkova N. P.* Comparison of methods for ARGO drifters data assimilation into a hydrodynamical model of the ocean // Oceanology. 2012. Vol. 52, iss. 5. P. 593–603. doi:10.1134/S0001437012050025
10. *Agoshkov V. I., Parmuzin E. I., Shutyaev V. P.* Observational data assimilation in the problem of Black Sea circulation and sensitivity analysis of its solution // Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics. 2013. Vol. 49, iss. 6, P. 592–602. doi:10.1134/S0001433813060029
11. *Феохтистов А. С., Нежженко Е. С.* Оперативное прогнозирование пространственно распределенных динамических процессов на поверхности земли на основе усвоения данных // Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Информационные технологии. 2015. Т. 13, № 2. С. 103–115. URL: <https://lib.nsu.ru/xmlui/handle/nsu/10116> (дата обращения: 23.11.2020).
12. Система усвоения океанографических данных и ретроспективный анализ гидрофизических полей Мирового океана / А. А. Зеленько [и др.] // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2016. Т. 52, № 4. С. 501–513. doi:10.7868/S0002351516040143
13. Numerical modeling of ocean hydrodynamics with variational assimilation of observational data / V. B. Zalesny [et al.] // Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics. 2016. Vol. 52, iss 4. P. 431–442. <https://doi.org/10.1134/S0001433816040137>
14. *Dorofeev V. L., Sukhikh L. I.* Study of long-term variability of Black Sea dynamics on the basis of circulation model assimilation of remote measurements // Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics. 2017. Vol. 53, iss 2. P. 224–232. <https://doi.org/10.1134/S0001433817020025>
15. *Kaurkin M. N., Ibrayev R. A., Belyaev K. P.* Assimilation of the AVISO altimetry data into the ocean dynamics model with a high spatial resolution using Ensemble Optimal Interpolation (EnOI) // Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics. 2018. Vol. 54, iss. 1. P. 56–64. <https://doi.org/10.1134/S0001433818010073>
16. *Агошков В. И., Залесный В. Б., Шелопут Т. О.* Вариационная ассимиляция данных в задачах моделирования гидрофизических полей в открытых акваториях // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2020. Т. 56, № 3. С. 293–308. doi:10.31857/S0002351520030025
17. *Demyshev S. G.* A numerical model of online forecasting Black Sea currents // Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics. 2012. Vol. 48, iss. 1. P. 120–132. doi:10.1134/S0001433812010021
18. *Pacanowski R. C., Philander S. G. H.* Parameterization of vertical mixing in numerical models of tropical oceans // Journal of Physical Oceanography. 1981. Vol. 11, iss. 11. P. 1443–1451. [https://doi.org/10.1175/1520-0485\(1981\)011<1443:POVMIN>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0485(1981)011<1443:POVMIN>2.0.CO;2)
19. Информационные потоки в системе оперативного мониторинга гидрофизических полей Черного моря и автоматизация процессов их обработки / Ю. Б. Ратнер [и др.] // Системы контроля окружающей среды. 2005. Вып. 8. С. 140–149.
20. The ALADIN project: Mesoscale modelling seen as a basic tool for weather forecasting and atmospheric research // World Meteorological Organization Bulletin. 1997. Vol. 46, no. 4. P. 317–324. URL: http://www.umr-cnrm.fr/aladin/IMG/pdf/ALADIN_PROJECT-pdf_-_Adobe_Acrobat_Professional.pdf (date of access: 23.11.2020).

21. Банк океанологических данных МГИ НАНУ: содержание и структура баз данных, система управления базами данных / А. М. Суворов [и др.] // Системы контроля окружающей среды. 2003. Вып. 1(5). С. 130–137.
22. *Harten A.* High resolution schemes for hyperbolic conservation laws // *Journal of Computational Physics*. 1983. Vol. 49, № 3. P. 357–393. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(83\)90136-5](https://doi.org/10.1016/0021-9991(83)90136-5)
23. *Демьшев С. Г.* Энергетика климатической циркуляции Черного моря. Ч. I. Дискретные уравнения скорости изменения кинетической и потенциальной энергий // *Метеорология и гидрология*. 2004. № 9. С. 65–80.
24. *Демьшев С. Г.* Энергетика климатической циркуляции Черного моря. Ч. II. Численный анализ климатической энергетики // *Метеорология и гидрология*. 2004. № 10. С. 74–86.
25. *Evstigneeva N., Demyshev S.* Analysis of circulation near the coast of Western Crimea and in the region of Sevastopol with assimilation of temperature and salinity observations // *IOP Conference Series: Earth and Environmental Sciences*. 2019. Vol. 386. 012047. doi:10.1088/1755-1315/386/1/012047

Об авторах:

Демьшев Сергей Германович, главный научный сотрудник, заведующий отделом теории волн, ФГБУН ФИЦ МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), доктор физико-математических наук, **SPIN-код: 827-783, ORCID ID: 0000-0002-5405-2282, ResearcherID: C-1729-2016, Scopus Author ID: 6603919865, demyshev@gmail.ru**

Евстигнеева Наталья Александровна, научный сотрудник, отдел теории волн, ФГБУН ФИЦ МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), кандидат физико-математических наук, **SPIN-код: 826-959, ORCID ID: 0000-0002-8636-7289, ResearcherID: C-1922-2016, Scopus Author ID: 55236367400, naevstigneeva@yandex.ru**

Алексеев Дмитрий Владимирович, ученый секретарь, ФГБУН ФИЦ МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2) кандидат физико-математических наук, **SPIN-код: 767-834, ResearcherID: I-3548-2017, ORCID ID: 0000-0003-4006-0967, Scopus Author ID: 8284177400, dalexeev@rambler.ru**

Дымова Ольга Алексеевна, старший научный сотрудник, отдел теории волн, ФГБУН ФИЦ МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), кандидат физико-математических наук, **SPIN-код: 796-208, ORCID ID: 0000-0003-4036-2447, ResearcherID: P-9669-2015, Scopus Author ID: 6508381809, olgadym@yahoo.com**

Миклашевская Надежда Андриановна, младший научный сотрудник, отдел теории волн, ФГБУН ФИЦ МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), **SPIN-код: 543-558, ORCID ID: 0000-0003-2619-343X, ResearcherID: P-2167-2017, Scopus Author ID: 8523715300, nmikl@rambler.ru**