

Асимметрия и эксцесс поверхностных волн в прибрежной зоне Черного моря

А. С. Запевалов [✉], А. В. Гармашов

Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь, Россия
[✉] sevzepter@mail.ru

Поступила в редакцию 20.03.2020 г., после доработки – 05.05.2020 г.

Цель. Анализ изменчивости статистических моментов, характеризующих отклонения распределений возвышений морской поверхности от распределения Гаусса, – цель данной работы.

Методы и результаты. Натурные исследования характеристик поля морских волн проводились со стационарной океанографической платформы, расположенной на Черном море около Южного берега Крыма. Для анализа использовались данные, полученные в летний и в зимний периоды. Статистические моменты рассчитывались отдельно для ветровых волн и зыби. Измерения проводились в широком диапазоне метеорологических условий и параметров волнения (скорость ветра менялась в диапазоне 0–26 м/с, возраст волн 0–5,2, крутизна 0,005–0,095). Для ветровых волн коэффициенты корреляции асимметрии с крутизной и возрастом волн равны 0,46 и 0,38. Коэффициенты корреляции эксцесса с этими параметрами малы (0,09 и 0,07), но являются значимыми с доверительной вероятностью 99,8%. Для зыби коэффициенты корреляции в полтора-два раза ниже.

Выводы. Статистические моменты возвышений морской поверхности третьего и более высоких порядков являются индикаторами нелинейности волнового поля, которую необходимо учитывать при решении широкого круга прикладных и фундаментальных задач. Отклонения распределений возвышений поверхности от распределения Гаусса не описываются однозначно крутизной и возрастом волн. При фиксированных значениях этих параметров наблюдается большой разброс значений асимметрии и эксцесса возвышений поверхности. Это накладывает существенные ограничения на возможность использования в инженерных расчетах нелинейных волновых моделей, построенных на основе разложения волнового профиля по степеням малого параметра (крутизны).

Ключевые слова: морская поверхность, ветровые волны, зыбь, асимметрия, эксцесс, стационарная океанографическая платформа, Черное море

Благодарности: работа выполнена в рамках государственного задания по теме № 0555-2021-0004 «Фундаментальные исследования океанологических процессов, определяющих состояние и эволюцию морской среды под влиянием естественных и антропогенных факторов, на основе методов наблюдения и моделирования».

Для цитирования: Запевалов А. С., Гармашов А. В. Асимметрия и эксцесс поверхностных волн в прибрежной зоне Черного моря // Морской гидрофизический журнал. 2021. Т. 37, № 4. С. 447–459. doi:10.22449/0233-7584-2021-4-447-459

Skewness and Kurtosis of the Surface Wave in the Coastal Zone of the Black Sea

A. S. Zapevalov ✉, A. V. Garmashov

Marine Hydrophysical Institute, Russian Academy of Sciences, Sevastopol, Russia
✉ sevzepter@mail.ru

Purpose. The aim of the study is to analyze variability of the statistical moments characterizing deviations of the sea surface elevation distributions from the Gaussian one.

Methods and Results. Field studies of the sea waves' characteristics were carried out from the stationary oceanographic platform located in the Black Sea near the Southern coast of Crimea. The data obtained both in summer and winter, were used. The statistical moments were calculated separately for wind waves and swell. The measurements were performed in a wide range of meteorological conditions and wave parameters (wind speed varied from 0 to 26 m/s, wave age – from 0 to 5.2 and steepness – from 0.005 to 0.095). For wind waves, the coefficients of skewness correlation with the waves' steepness and age were equal to 0.46 and 0.38. The kurtosis correlation coefficients with these parameters were small (0.09 and 0.07), but with the confidence level 99.8% – significant. For swell, the correlation coefficients were 1.5 – 2.0 times lower.

Conclusions. The statistical moments of the sea surface elevations of the third and higher orders are the indicators of the wave field nonlinearity, which should be taken into account when solving a wide range of the applied and fundamental problems. The deviations of the surface elevation distributions from the Gaussian one are not described unambiguously by the waves' steepness and age. At the fixed values of these parameters, a large scatter in the values of the surface elevations' asymmetry and kurtosis is observed. This imposes significant limitations on the possibility of applying the non-linear wave models based on the wave profile expansion by small parameter (steepness) degrees, in engineering calculations.

Keywords: sea surface, wind waves, swells, skewness, kurtosis, stationary oceanographic platform, Black Sea

Acknowledgments: the investigation was carried out within the framework of the state task on theme No. 0555-2021-0004 “Fundamental studies of the oceanological processes which determine the state and evolution of the marine environment influenced by natural and anthropogenic factors, based on the observation and modeling methods”.

For citation: Zapevalov, A.S. and Garmashov, A.V., 2021. Skewness and Kurtosis of the Surface Wave in the Coastal Zone of the Black Sea. *Physical Oceanography*, [e-journal] 28(4), pp. 414-425. doi:10.22449/1573-160X-2021-4-414-425

Введение

Принято выделять два типа нелинейности морских волн: статистическую нелинейность, возникающую в присутствии связанных волновых составляющих, и динамическую нелинейность, вызванную резонансными и квазирезонансными межволновыми взаимодействиями [1]. Оба типа нелинейности приводят к тому, что распределение возвышений морской поверхности отклоняется от распределения Гаусса [2–4].

Нелинейность морских волн является слабой, и отклонения распределения возвышений морской поверхности от распределения Гаусса малы [5, 6]. Несмотря на их малость, эти отклонения необходимо учитывать при расчете воздействия волн на суда, нефте- и газодобывающие платформы и прибрежные сооружения [7, 8], они играют важную роль в возникновении аномально больших волн [9, 10]. Отклонения от распределения Гаусса также необходимо учитывать при анализе данных дистанционного зондирования океана [11, 12].

В качестве параметров, характеризующих нелинейность волнового поля, могут использоваться третий и более старшие кумулянты возвышений морской поверхности [13, 14]. Измерение кумулянтов пятого порядка и выше в морских условиях затруднено, поэтому при построении функции плотности вероятностей возвышений поверхности используются только кумулянты третьего и четвертого порядков [15, 16]. Лабораторные и натурные исследования показали, что наблюдаются явные зависимости кумулянтов возвышений морской поверхности от крутизны волны и стадии развития волнового поля [6, 17, 18]. Существование подобных зависимостей подтверждает моделирование нелинейных эффектов в поле морских волн [19, 20].

Суша и орография существенно влияют на ветровые поля, что, в свою очередь, непосредственно оказывает воздействие на эволюцию локальных волновых полей [21–23]. Для моделирования и прогноза волнового климата во внутренних и прибрежных морях, тестирования волновых моделей необходима информация об изменчивости локальных статистических характеристик поля поверхностных волн [24].

Целью работы является анализ изменчивости статистических параметров, характеризующих отклонения распределений возвышений морской поверхности от распределения Гаусса, в прибрежной зоне Черного моря.

Аппаратура и условия измерений

Измерения проводились на стационарной океанографической платформе, расположенной в прибрежной части Черного моря у Южного берега Крыма. Платформа представляет собой свайную прямоугольную конструкцию с горизонтальными размерами 20 × 20 м. Глубина моря в точке, где установлена платформа, около ~30 м. Верхняя палуба, на которой находятся лабораторные помещения, расположена на высоте 12 м, высота палубных надстроек 3 м.

Для волнографических измерений использовался резистивный волнограф, датчиком которого является нихромовая струна, навитая с постоянным шагом на несущий кабель-трос. Чтобы минимизировать возмущения волнового поля, создаваемые опорами платформы, волнограф располагался на выстреле длиной 6 м. Измерения скорости ветра осуществлялись с мачты, установленной на середине палубной надстройки. Датчики скорости и направления ветра размещались на высоте 21 м. Описание и характеристики измерительной аппаратуры представлены в работе [25]. Приведение скорости ветра, измеренной на высоте 21 м, к принятой в метеорологии высоте 10 м осуществлялось по стандартной методике в рамках предположения о логарифмическом профиле [26].

Измерения проводились в июне и декабре 2018 г., а также в январе 2019 г. Скорость ветра в период измерений менялась в пределах 0–26 м/с, возраст волн 0–5,2, крутизна 0,005–0,095. Для анализа используются осредненные за 20 мин характеристики поля поверхностных волн и одновременно полученные с тем же периодом осреднения характеристики поля скорости ветра. Общий объем данных составляет более 6500 сеансов измерений.

Кумулянты возвышений морской поверхности

Будем рассматривать однородное стационарное волновое поле, в котором возвышение поверхности в фиксированной точке описывается случайной функцией с нулевым средним значением $\eta = \eta(t)$, где t – время. Моменты распределения порядка n описываются выражением

$$m_n = \int_{-\infty}^{\infty} \eta^n P(\eta) dx,$$

где $P(\eta)$ – функция плотности вероятностей. Первые четыре кумулянта связаны со статистическими моментами соотношением

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= m_1 = 0, \\ \lambda_2 &= m_2, \\ \lambda_3 &= m_3, \\ \lambda_4 &= m_4 - 3m_2^2. \end{aligned} \right\}$$

Для распределения Гаусса

$$\left. \begin{aligned} m_{2n} &= (2n-1)!! m_2^n, \\ m_{2n+1} &= 0, \quad n \geq 1, \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda_2 &= m_2, \\ \lambda_n &= 0, \quad n > 2. \end{aligned} \right\}$$

Равенство нулю кумулянтов старше второго порядка делает их удобными для анализа нелинейных эффектов в поле морских поверхностных волн [13, 14]. При анализе данных натуральных измерений используются асимметрия и эксцесс распределения возвышений морской поверхности $\tilde{\lambda}_3 = m_3/m_2^{3/2}$ и $\tilde{\lambda}_4 = m_4/m_2^2 - 3$.

В качестве параметров, характеризующих эволюцию волнового поля, будем использовать два безразмерных параметра. Первый из них – крутизна волн

$$\varepsilon = m_2^{1/2} k_0,$$

где k_0 – волновое число пика волнового спектра. Далее волны с волновым числом k_0 будем называть доминантными. Доминантные волны относятся к типу гравитационных волн, для которых на глубокой воде справедливо дисперсионное соотношение $\omega^2 = gk$, откуда следует

$$\varepsilon = m_2^{1/2} \omega_0^2 / g,$$

где ω_0 – частота доминантных волн; g – гравитационное ускорение.

К отклонению распределения возвышения от распределения Гаусса также приводит взаимодействие ветра и волн. Очевидно, что характер взаимо-

действия будет различным на следующих стадиях: развивающееся волнение, развитое волнение и затухающее волнение. Далее будем использовать параметр, характеризующий возраст волн, в форме

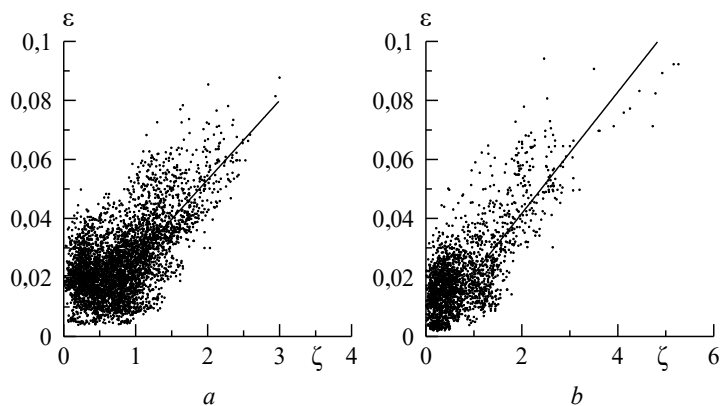
$$\zeta = U_{10}/C_0,$$

где U_{10} – скорость ветра на высоте 10 м; C_0 – фазовая скорость доминантных волн [27, 28]. В лабораторных измерениях используется аналогичный параметр $\zeta^* = u_*/C_0$, где u_* – динамическая скорость [17]. Большим значениям ζ (или ζ^*) соответствуют более ранние стадии развития волнового поля.

Расположение платформы на относительно небольшом удалении от берега позволило измерить волновые характеристики на ранних стадиях развития волнового поля $\zeta > 2$, что сложно сделать в условиях открытого моря. Ранним стадиям развития соответствуют ситуации, когда ветер дует со стороны берега. Следует, однако, учитывать, что при ветре с берега структура приводного пограничного слоя изменяется, значительное влияние на нее оказывают турбулентные вихри, образовавшиеся над сушей [22].

Будем рассматривать две ситуации: когда волновое поле формируют ветровые волны и когда его формирует зыбь. Зыбь практически всегда наблюдается на морской поверхности, поэтому данное разделение является условным. Оно справедливо в той мере, в какой различается энергия ветровых волн и зыби. Полностью развитому полю поверхностных волн соответствует $\zeta_0 = 0,83$, при $\zeta > \zeta_0$ будем условно считать волнение ветровым, при $\zeta < \zeta_0$ – зыбью.

Изменения крутизны волн на разных стадиях развития волнового поля в зимний и летний периоды показаны на рис. 1. Зависимости $\varepsilon = \varepsilon(\zeta)$ в указанные периоды подобны. Отличие заключается в том, что в летний период при ветре с берега диапазон изменения параметра ζ значительно шире, чем в зимний.



Р и с. 1. Зависимости $\varepsilon = \varepsilon(\zeta)$ в летний (a) и зимний (b) периоды
Fig. 1. Dependencies $\varepsilon = \varepsilon(\zeta)$ in the summer (a) and winter (b) periods

Для ветровых волн зависимость между параметрами ε и ζ , построенная по всему массиву данных, полученных в разные периоды, аппроксимируется выражением

$$\varepsilon = 0,021 \zeta,$$

коэффициент корреляции между ε и ζ равен $r(\varepsilon, \zeta) = 0,65$. Для зыби

$$\varepsilon = 0,016 + 0,0061 \zeta$$

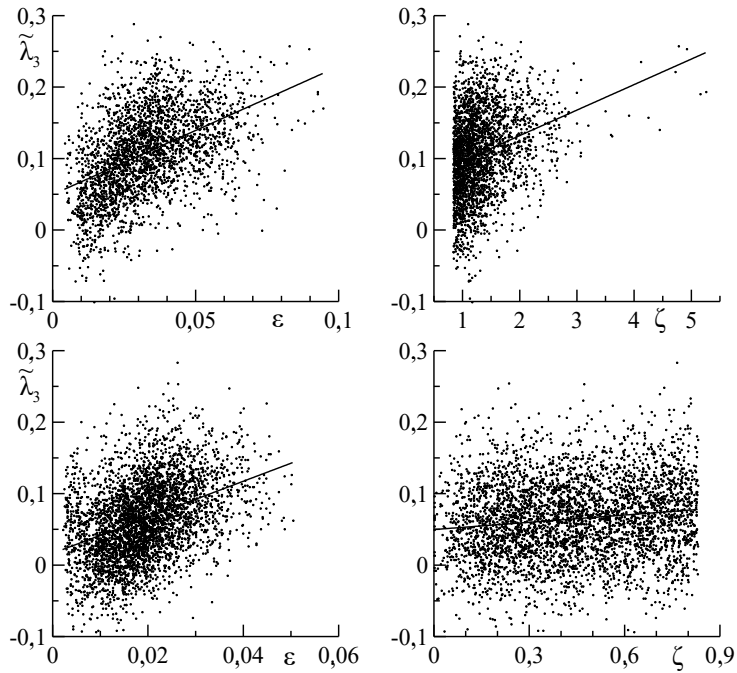
и $r(\varepsilon, \zeta) = 0,15$.

Разный характер связи между параметрами ε и ζ , определяющими отклонения от распределения Гаусса, указывает на необходимость анализировать изменчивость кумулянтов $\tilde{\lambda}_3$ и $\tilde{\lambda}_4$ отдельно для ветровых волн и зыби.

Асимметрия

Анализ отклонений от распределения Гаусса начнем с изучения зависимости асимметрии от крутизны и возраста волн, эти зависимости показаны на рис. 2. Значения асимметрии в основном меняются в диапазоне $-0,05 \dots 0,3$. Указанные пределы близки к границам изменения $\tilde{\lambda}_3$ в диапазоне $-0,05 \dots 0,4$, зафиксированным при измерениях на платформе Экофиск (*Ekofisk*), которая расположена в Северном море на глубине ~ 70 м [16]. По данным наших измерений и измерений на платформе Экофиск, нижняя граница изменения $\tilde{\lambda}_3$ лежит в отрицательной области. Это означает, что в отличие от классического представления морской волны (заостренный гребень и пологая впадина) в некоторых ситуациях наблюдается обратная структура. Значения $\tilde{\lambda}_3 < 0$ были также получены при проведении экспериментов в волновом лотке при малых значениях крутизны [17].

Статистические характеристики связи $\tilde{\lambda}_3$ с параметрами, описывающими крутизну и возраст волн, ε и ζ , приведены в табл. 1, где r – коэффициент корреляции между $\tilde{\lambda}_3$ и параметрами ε и ζ ; СКО – среднее квадратическое отклонение. Здесь также представлены коэффициенты показанных на рис. 2 линейных регрессий $\tilde{\lambda}_3 = a + b\varepsilon$ и $\tilde{\lambda}_3 = a + b\zeta$. Статистические оценки позволяют сделать следующие выводы. Коэффициенты корреляции между $\tilde{\lambda}_3$ и параметрами ε и ζ для ветровых волн выше, чем для волн зыби. Изменения крутизны в большей степени влияют на форму распределения возвышений морской поверхности, чем изменения возраста волн.



Р и с. 2. Зависимости асимметрии $\tilde{\lambda}_3$ от крутизны ε и возраста ζ волн (верхний ряд – ветровые волны, нижний ряд – зыбь; точки – данные измерений, линии – регрессии)
Fig. 2. Dependences of skewness $\tilde{\lambda}_3$ on the waves' steepness ε and age ζ (the upper row – wind waves, the lower one – swell; points are measurement data, lines are regressions)

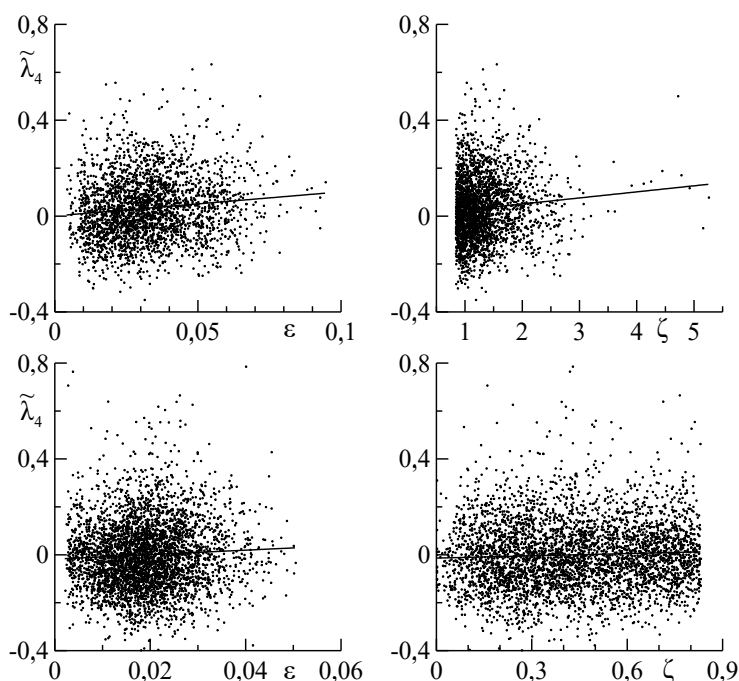
Т а б л и ц а 1
 T a b l e 1

Статистические характеристики, описывающие зависимости асимметрии $\tilde{\lambda}_3$ от крутизны ε и возраста ζ волн
Statistical characteristics describing the skewness $\tilde{\lambda}_3$ dependences on the waves' steepness ε and age ζ

Параметры / Parameters	Коэффициенты / Coefficients			СКО / STD
	r	a	b	
Для ветровых волн / For wind waves				
ε	0,46	0,050	1,795	0,052
ζ	0,28	0,061	0,036	0,056
Для зыби / For swell				
ε	0,38	0,016	2,547	0,051
ζ	0,13	0,049	0,035	0,055

Экссесс

Зависимости эксцесса от крутизны и стадии развития волн показаны на рис. 3. Значения эксцесса для ветровых волн в основном меняются в диапазоне $-0,4 \dots 0,4$, что совпадает с его границами изменений, полученными по данным измерений на платформе Экофиск [16]. Статистические характеристики, описывающие связь $\tilde{\lambda}_4$ и параметров ε и ζ , приведены в табл. 2. Структура и обозначения в табл. 2 и табл. 1 подобны.



Р и с. 3. Зависимости эксцесса $\tilde{\lambda}_4$ от крутизны ε и возраста ζ волн (верхний ряд – ветровые волны, нижний ряд – зыбь; точки – данные измерений, линии – регрессии)
F i g. 3. Dependences of the kurtosis $\tilde{\lambda}_4$ on the waves' steepness ε and age ζ (the upper row – wind waves, the lower one – swell; points are measurement data, lines are regressions)

Коэффициенты корреляции между $\tilde{\lambda}_4$ и параметрами ε и ζ малы, что определяет необходимость проверки гипотезы об их равенстве нулю. Оценивание на основе критерия Стьюдента показало, что для ветровых волн с вероятностью 99,8% коэффициенты корреляции $r(\tilde{\lambda}_4, \varepsilon)$ и $r(\tilde{\lambda}_4, \zeta)$ являются значимыми. Для волн зыби коэффициент корреляции $r(\tilde{\lambda}_4, \varepsilon)$ является значимым с вероятностью 95%, коэффициент корреляции $r(\tilde{\lambda}_4, \zeta)$ – с вероятностью 90%.

Исследования старших кумулянтов от третьего до восьмого порядка, проведенные в лотке, показали, что все кумулянты зависят от крутизны волн [17]. Исключение составил кумулянт четвертого порядка ($\tilde{\lambda}_4$), для которого зависимость не была выявлена.

Статистические характеристики, описывающие зависимости эксцесса $\tilde{\lambda}_4$ от крутизны ε и возраста ζ волн
Statistical characteristics describing the kurtosis $\tilde{\lambda}_4$ dependences on the waves' steepness ε and age ζ

Параметры / Parameters	Коэффициенты / Coefficients			СКО / STD
	r	a	b	
Для ветровых волн / For wind waves				
ε	0,09	0,006	0,865	0,14
ζ	0,07	0,005	0,022	0,14
Для зыби / For swell				
ε	0,05	-0,016	0,881	0,15
ζ	0,04	-0,012	0,030	0,15

Обсуждение

В последние годы при анализе и прогнозе морских поверхностных волн широкое распространение получили нелинейные модели второго порядка, построенные на основе разложения волнового профиля в ряд по степеням малого параметра ε [8, 14, 16, 20]. В рамках этих моделей возвышение представляют в виде суммы линейной и нелинейной составляющих. Линейная составляющая является суперпозицией синусоидальных волн:

$$\eta_L(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \psi_n,$$

где x – пространственная координата; a_n – амплитуда; $\psi_n = k_n x - \omega_n t + \varphi_n$, k_n и ω_n – волновое число и угловая частота, φ_n – фаза. Нелинейная составляющая описывается уравнением

$$\eta_N(x, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ a_n a_m \left[B_{mn}^- \cos(\psi_m - \psi_n) + B_{mn}^+ \cos(\psi_m + \psi_n) \right] \right\}, \quad (1)$$

где B_{mn}^- и B_{mn}^+ – передаточные функции второго порядка, которые рассчитываются из уравнения Лапласа для потенциала скоростей с нелинейными граничными условиями [16]. Нелинейная модель учитывает появляющиеся в результате взаимодействия свободных волн связанные компоненты второго порядка.

Форма построенных в рамках нелинейной модели (1) функций плотности вероятностей возвышений поверхности зависит только от одного параметра – крутизны. Соответственно, кумулянты возвышений поверхности являются однозначными функциями крутизны, в то время как из данных измерений

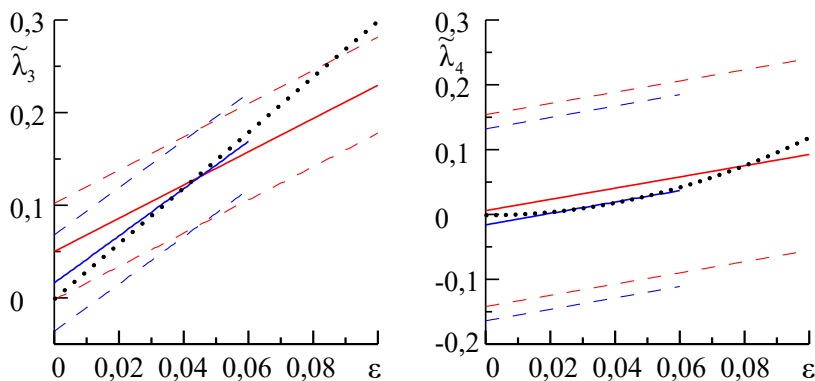
(см. рис. 2 и 3) следует, что при одном и том же ε значения $\tilde{\lambda}_3$ и $\tilde{\lambda}_4$ могут существенно различаться. Нелинейные модели описывают только средние тенденции изменения кумулянтов с изменением крутизны, но не позволяют описать всего многообразия ситуаций, возникающих в морских условиях. Возможно, это является одной из причин, вследствие которой эти модели не получили распространения при проведении инженерных расчетов.

Как было показано выше, статистические характеристики, описывающие связь между крутизной и кумулянтами $\tilde{\lambda}_3$ и $\tilde{\lambda}_4$, для ветровых волн и зыби несколько различаются. Рассмотрим, какой ситуации ближе теоретические значения кумулянтов, полученные в рамках нелинейной модели второго порядка. Для сравнения будем использовать аналитические зависимости, приведенные в работе [20]:

$$\tilde{\lambda}_3^N = 3\varepsilon + O(\varepsilon^3), \quad (2)$$

$$\tilde{\lambda}_4^N = 12\varepsilon^2 + O(\varepsilon^4), \quad (3)$$

где верхний индекс N означает, что кумулянт рассчитан по нелинейной модели. Результаты сравнения теоретических и измеренных кумулянтов представлены на рис. 4. Видно, что для ветровых волн с ростом крутизны значения $\tilde{\lambda}_3^N$ растут быстрее, чем $\tilde{\lambda}_3$. При $\varepsilon > 0,08$ значения $\tilde{\lambda}_3^N$ выходят за верхнюю границу области, соответствующей среднеквадратическому отклонению от регрессии. Для зыби скорости роста $\tilde{\lambda}_3^N$ и $\tilde{\lambda}_3$ примерно равны, коэффициенты при ε в уравнении (2) и в уравнении линейной регрессии отличаются на 20%. Зависимости $\tilde{\lambda}_4^N = \tilde{\lambda}_4^N(\varepsilon)$ и линейные регрессии $\tilde{\lambda}_4 = \tilde{\lambda}_4(\varepsilon)$ как для ветровых волн, так и для зыби близки между собой.



Р и с. 4. Теоретические и измеренные зависимости кумулянтов $\tilde{\lambda}_3$ и $\tilde{\lambda}_4$ от крутизны волн ε (красным цветом показаны зависимости, полученные для ветровых волн, синим – для зыби; сплошные линии – линейные регрессии, штриховые – СКО; пунктиром показаны зависимости (2) и (3) соответственно)

F i g. 4. Theoretical and measured dependences of the cumulants $\tilde{\lambda}_3$ and $\tilde{\lambda}_4$ on the waves' steepness ε (red color shows the dependences obtained for wind waves, blue color – for swell; solid lines are the linear regressions, dashed ones denote STD; dotted line shows the dependencies (2) and (3), respectively)

Заключение

На основе данных прямых волнографических измерений проведен анализ отклонений распределений возвышений морской поверхности от распределения Гаусса. Измерения проводились в летний и зимний периоды в широком диапазоне изменений метеорологических условий и параметров волнения (скорость ветра менялась в диапазоне 0–26 м/с, возраст волн 0–5,2, крутизна 0,005–0,095).

Получено, что для ветровых волн коэффициенты корреляции асимметрии крутизны и асимметрии возраста волн равны 0,46 и 0,38. Коэффициенты корреляции эксцесса с этими параметрами малы (0,09 и 0,07), но являются значимыми с доверительной вероятностью 99,8%. Для зыби коэффициенты корреляции примерно в полтора-два раза ниже, $r(\tilde{\lambda}_3, \varepsilon) = 0,38$, $r(\tilde{\lambda}_3, \zeta) = 0,13$, $r(\tilde{\lambda}_4, \varepsilon) = 0,05$, $r(\tilde{\lambda}_4, \zeta) = 0,04$. Коэффициенты $r(\tilde{\lambda}_4, \varepsilon)$ и $r(\tilde{\lambda}_4, \zeta)$ являются значимыми с доверительной вероятностью 95 и 90% соответственно.

Сделан вывод, что отклонения распределения возвышений поверхности от распределения Гаусса не описываются однозначно крутизной и возрастом волн. При фиксированных значениях крутизны или возраста волн наблюдается большой разброс значений $\tilde{\lambda}_3$ и $\tilde{\lambda}_4$. Это накладывает существенные ограничения на возможность использования в инженерных расчетах нелинейных волновых моделей (в частности модели (1)), построенных на основе разложения волнового профиля по степеням малого параметра (крутизны).

Анализируемые в работе данные измерений получены в ситуациях, когда волны приходили в точку измерений как со стороны открытого моря, так и со стороны берега, т. е. при разных условиях волнообразования. Глубина моря в точке, где проводились измерения, соответствует условию «глубокой воды». Это дает основание предположить, что выводы, сделанные в настоящей работе, будут верны и для других акваторий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Measurement of the dispersion relation for random surface gravity waves / T. M. A. Taklo [et al.] // Journal of Fluid Mechanics. 2015. Vol. 766. P. 326–336. <https://doi.org/10.1017/jfm.2015.25>
2. Longuet-Higgins M. S. The effect of non-linearities on statistical distributions in the theory of sea waves // Journal of Fluid Mechanics. 1963. Vol. 17, iss. 3. P. 459–480. <https://doi.org/10.1017/S0022112063001452>
3. Phillips O. M. On the dynamics of unsteady gravity waves of finite amplitude. Part 2. Local properties of a random wave field. // Journal of Fluid Mechanics. 1961. Vol. 11, iss. 1. P. 143–155. doi:10.1017/S0022112061000913
4. Probability distributions of surface gravity waves during spectral changes / H. Socquet-Juglard [et al.] // Journal of Fluid Mechanics. 2005. Vol. 542. P. 195–216. <https://doi.org/10.1017/S0022112005006312>
5. Бабанин А. В., Полников В. Г. О негауссовости ветровых волн // Морской гидрофизический журнал. 1994. № 3. С. 79–82.
6. Запелов А. С., Большаков А. Н., Смолков В. Е. Моделирование плотности вероятностей возвышений морской поверхности с помощью рядов Грама-Шарлье // Океанология. 2011. Т. 51, № 3. С. 432–439.

7. *Song J.-B., Wu Y.-H., Wiwatanapataphee B.* Probability distribution of random wave forces in weakly nonlinear random waves // *Ocean Engineering*. 2000. Vol. 27, iss. 12. P. 1391–1405. doi:10.1016/s0029-8018(99)00067-0
8. *Agarwal P., Manuel L.* On the Modeling of Nonlinear Waves for Prediction of Long-Term Offshore Wind Turbine Loads // *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*. 2009. Vol. 131, iss. 4, 041601. <https://doi.org/10.1115/1.3160647>
9. Rogue wave occurrence and dynamics by direct simulations of nonlinear wave-field evolution / W. Xiao [et al.] // *Journal of Fluid Mechanics*. 2013. Vol. 720. P. 357–392. <https://doi.org/10.1017/jfm.2013.37>
10. *Luxmoore J. F., Ilic S., Mori N.* On kurtosis and extreme waves in crossing directional seas: a laboratory experiment // *Journal of Fluid Mechanics*. 2019. Vol. 876. P. 792–817. <https://doi.org/10.1017/jfm.2019.575>
11. ENVISAT Radar Altimeter Tracker Bias / J. Gomez-Enri [et al.] // *Marine Geodesy*. 2006. Vol. 29, iss. 1. P. 19–38. <https://doi.org/10.1080/01490410600582296>
12. *Запелалов А. С.* Влияние асимметрии и эксцесса распределения возвышений взволнованной морской поверхности на точность альтиметрических измерений ее уровня // *Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана*. 2012. Т. 48, № 2. С. 224–231.
13. *Janssen P. A. E. M.* Nonlinear Four-Wave Interactions and Freak Waves // *Journal of Physical Oceanography*. 2003. Vol. 33, iss. 4. P. 863–884. [https://doi.org/10.1175/1520-0485\(2003\)33<863:NFIAPW>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0485(2003)33<863:NFIAPW>2.0.CO;2)
14. *Gao Z., Sun Z., Liang S.* Probability density function for wave elevation based on Gaussian mixture models // *Ocean Engineering*, 2020. Vol. 213. 107815. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2020.107815>
15. *Запелалов А. С., Ратнер Ю. Б.* Аналитическая модель плотности вероятностей уклонов морской поверхности // *Морской гидрофизический журнал*. 2003. № 1. С. 3–17.
16. *Jha A. K., Winterstein S. R.* Nonlinear random ocean waves: prediction and comparison with data // *Proceedings of the 19th International Offshore Mechanics and Arctic Engineering Symposium*. ASME, 2000. Paper No. OMAE 00-6125.
17. *Huang N. E., Long S. R.* An experimental investigation of the surface elevation probability distribution and statistics of wind-generated waves // *Journal of Fluid Mechanics*. 1980. Vol. 101, iss. 1. P. 179–200. <https://doi.org/10.1017/S0022112080001590>
18. Statistical distribution of nonlinear random water wave surface elevation / H. Yijun [et al.] // *Chinese Journal of Oceanology and Limnology*. 2006. Vol. 24. P. 1–5. <https://doi.org/10.1007/BF02842767>
19. Probability distributions of surface gravity waves during spectral changes / Socquet-Juglard H. [et al.] // *Journal of Fluid Mechanics*. 2005. Vol. 542. P. 195–216. <https://doi.org/10.1017/S0022112005006312>
20. *Tayfun M. A., Alkhalidi M. A.* Distribution of Surface Elevations in Nonlinear Seas // *Offshore Technology Conference, Asia, Kuala Lumpur, Malaysia*. 2016. OTC-26436-MS. <https://doi.org/10.4043/26436-MS>
21. *Ефимов В. В., Комаровская О. И.* Возмущения, вносимые Крымскими горами в поля скорости ветра // *Морской гидрофизический журнал*. 2019. Т. 35, № 2. С. 134–146. doi:10.22449/0233-7584-2019-2-134-146
22. *Соловьев Ю. П., Иванов В. А.* Предварительные результаты измерений атмосферной турбулентности над морем // *Морской гидрофизический журнал*. 2007. № 3. С. 42–61.
23. *Соловьев Ю. П.* Измерения атмосферной турбулентности в прибрежной зоне моря при слабом ветре с горного берега // *Известия РАН. Физика атмосферы и океана*. 2013. Т. 49, № 3. С. 344–357. doi:10.7868/S0002351513030140
24. Wave modelling in coastal and inner seas / Cavaleri L. [et al.] // *Progress in Oceanography*. 2018. Vol. 167. P. 164–233. <https://doi.org/10.1016/j.pocan.2018.03.010>

25. *Толокнов Ю. Н., Коровушкин А. И.* Система сбора гидрометеорологической информации // Системы контроля окружающей среды. 2010. Вып. 13. С. 50–53.
26. *Thomas B. R., Kent E. C., Swail V. R.* Methods to homogenize wind speeds from ships and buoys // *International Journal of Climatology*. 2005. Vol. 25, iss. 7. P. 979–995. <https://doi.org/10.1002/joc.1176>
27. *Donelan M. A., Hamilton J., Hui W. H.* Directional spectra of wind-generated waves // *Philosophical Transactions of the Royal Society. Series A, Mathematical and Physical Sciences*. 1985. Vol. 315. P. 509–562. <http://doi.org/10.1098/rsta.1985.0054>
28. *Young, I. R., Donelan, M. A.* On the determination of global ocean wind and wave climate from satellite observations // *Remote Sensing of Environment*. 2018. Vol. 215. P. 228–241. <https://doi.org/10.1016/j.rse.2018.06.006>

Об авторах:

Запевалов Александр Сергеевич, главный научный сотрудник, отдел дистанционных методов исследований, ФГБУН ФИЦ МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), доктор физико-математических наук, **Scopus Author ID: 7004433476**, **WoS ResearcherID: V-7880-2017**, sevzepter@mail.ru

Гармашов Антон Викторович, старший научный сотрудник, отдел океанографии, ФГБУН ФИЦ МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), кандидат географических наук, **Scopus Author ID: 54924806400**, **WoS ResearcherID: P-4155-2017**, ant.gar@mail.ru