

Вертикальный перенос импульса внутренними волнами в западной части Средиземного моря

А. А. Слепышев ✉, А. В. Носова

Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь, Россия

✉ slep55@mail.ru

Поступила в редакцию 10.03.2022; одобрена после рецензирования 13.04.2022;
принята к публикации 04.05.2022.

Аннотация

Цель. Исследование вертикального переноса импульса внутренними волнами при учете вращения Земли и сдвигового течения в западной части Средиземного моря, изучение влияния турбулентной вязкости и диффузии на указанные волновые потоки и стоков дрейф – цель данной работы.

Методы и результаты. Для решения исходной системы нелинейных уравнений гидродинамики используется слабонелинейный подход. В первом порядке малости по амплитуде волны решается краевая задача для амплитуды вертикальной скорости, во втором порядке по амплитуде волны исследуются нелинейные эффекты: стоков дрейф и вертикальные волновые потоки импульса. Указанная краевая задача решается двумя способами: методом возмущений, применявшимся ранее, и численным методом по неявной схеме Адамса третьего порядка точности. Метод возмущений предполагает разложение решения и частоты волны в ряд по малому параметру, пропорциональному горизонтальной турбулентной вязкости. В работе сравниваются результаты, полученные методом возмущений и численным методом. Показано совпадение результатов по расчету дисперсионных кривых обоими методами. Однако для декремента затухания волны метод возмущений дает завышенные значения, для второй моды большие, чем для первой. Вертикальные волновые потоки импульса отличны от нуля, и метод возмущений дает завышенные значения для потока \overline{uw} . Вертикальный волновой поток импульса \overline{vw} практически не зависит от турбулентной вязкости и диффузии, и оба метода дают для него идентичные результаты. Компонента скорости стокова дрейфа вдоль направления распространения волны также нечувствительна к турбулентной вязкости и диффузии, в то время как поперечная составляющая равна нулю при отсутствии турбулентной вязкости и диффузии.

Выводы. Метод возмущений дает завышенные значения декрементов затухания волны, волнового потока импульса \overline{uw} и поперечной составляющей скорости стокова дрейфа. На волновой поток импульса \overline{vw} и продольную составляющую скорости стокова дрейфа горизонтальная турбулентная вязкость и диффузия влияния практически не оказывают.

Ключевые слова: внутренние волны, волновой поток импульса, стоков дрейф

Благодарности: работа выполнена в рамках государственного задания по теме № 0555-2021-0004.

Для цитирования: Слепышев А. А., Носова А. В. Вертикальный перенос импульса внутренними волнами в западной части Средиземного моря // Морской гидрофизический журнал. 2022. Т. 38, № 4. С. 358–371. doi:10.22449/0233-7584-2022-4-358-371

Vertical Transfer of Momentum by Internal Waves in the Western Part of the Mediterranean Sea

A. A. Slepyshev , A. V. Nosova

Marine Hydrophysical Institute, Russian Academy of Sciences, Sevastopol, Russia
 slep55@mail.ru

Abstract

Purpose. The work is aimed at studying both the momentum vertical transfer by internal waves with the regard for the Earth rotation and the shear current in the western part of the Mediterranean Sea, and the influence of turbulent viscosity and diffusion upon the indicated wave fluxes and the Stokes drift.

Methods and Results. To solve the initial system of the hydrodynamics nonlinear equations, a weakly nonlinear approach was used. In the first order of smallness in the wave amplitude, the boundary problem for the vertical velocity amplitude was solved; in the second order in the wave amplitude, the nonlinear effects, namely the Stokes drift and the vertical wave momentum fluxes, were investigated. The indicated boundary problem was solved in two ways: by the perturbation method applied earlier and by the numerical one by the implicit Adams scheme of the third order of accuracy. The perturbation method assumes expansion of the solution and the wave frequency in a series by a small parameter proportional to the horizontal turbulent viscosity. The results obtained by the perturbation and numerical methods were compared. Coincidence of the results of calculating the dispersion curves by both methods is shown. However, for the wave damping decrement, the perturbation method yields the overestimated values, at that for the second mode the values are higher than those for the first one. The vertical wave momentum fluxes are nonzero, and the perturbation method yields the overestimated values for the flux \overline{uw} . The vertical wave momentum flux \overline{vw} is practically independent of turbulent viscosity and diffusion, and both methods give the identical results for it. The velocity component of the Stokes drift along the wave propagation direction is also insensitive to turbulent viscosity and diffusion, whereas the transverse component equals zero in the absence of turbulent viscosity and diffusion.

Conclusions. The perturbation method provides the overestimated values of the wave damping decrements, the wave momentum flux \overline{uw} and the transverse component of the Stokes drift velocity. The horizontal turbulent viscosity and diffusion exert practically no effect upon the wave momentum flux \overline{vw} and the longitudinal component of the Stokes drift velocity.

Keywords: internal waves, wave momentum flux, Stokes drift

Acknowledgements: the study was carried out within the framework of the state assignment on theme No. 0555-2021-0004.

For citation: Slepyshev, A.A. and Nosova, A.V., 2022. Vertical Transfer of Momentum by Internal Waves in the Western Part of the Mediterranean Sea. *Physical Oceanography*, 29(4), pp. 334-346. doi:10.22449/1573-160X-2022-4-334-346

Введение. Внутренние волны играют большую роль в динамических процессах океана. Особенно это касается шельфа и континентального склона. Источники генерации внутренних волн самые разнообразные: атмосферные возмущения, взаимодействие течений и приливов с неоднородностями рельефа дна [1], генерация внутренних волн синоптическими вихрями. Внутренние волны могут порождаться при гидродинамической неустойчивости течений [2]. В настоящей работе вертикальный обмен связывается с внутренними волнами, и это не случайно. Внутренние волны нередко порождают турбулентность, которая вызывает перемешивание стратифицированных слоев жидко-

сти. Таким образом, мелкомасштабная турбулентность обуславливает вертикальный обмен в океане [3]. Турбулентность порождается при обрушении поверхностных и внутренних волн [3, 4]. Гидродинамическая неустойчивость течений и внутренних волн также приводит к генерации турбулентности [2, 5, 6]. Нередко гидродинамическая неустойчивость течений порождает внутренние волны, которые тоже становятся неустойчивыми и генерируют более мелкомасштабные волны [7]. Следовательно, происходит каскадный перенос энергии в малые масштабы, вплоть до турбулентности. Обрушение внутренних волн отнюдь не типичный процесс в океане, гораздо чаще турбулентность поддерживается слабым сдвигом скорости течения во внутренней волне¹.

В стратифицированной морской среде турбулентность сильно подавлена, но благодаря стратификации и существуют внутренние волны, поэтому исследование их вклада в вертикальный обмен представляется важной и актуальной задачей. Проблема взаимодействия внутренних волн и турбулентности еще далека от своего решения, так как ключевую роль в этом играют нелинейные взаимодействия.

Турбулентная вязкость и диффузия позволяют описать воздействие мелкомасштабной турбулентности на внутренние волны, которые при учете турбулентной вязкости и диффузии затухают [8–10]. Вертикальные волновые потоки импульса при этом отличны от нуля [11, 12]. Однако эти потоки находились при решении краевой задачи для амплитуды вертикальной скорости методом возмущений путем разложения решения и частоты волны в ряды по малому параметру, пропорциональному горизонтальной турбулентной вязкости. В настоящей работе эта краевая задача решается численно по неявной схеме Адамса третьего порядка точности. Представляет интерес сравнить волновые потоки импульса, полученные численным методом и методом возмущений. Это же касается и скорости стокового дрейфа частиц жидкости. Вертикальные волновые потоки импульса у инерционно-гравитационных внутренних волн отличны от нуля и при отсутствии турбулентной вязкости и диффузии при наличии течения, у которого компонента скорости, нормальная к направлению распространения волны, зависит от вертикальной координаты [13, 14]. В этой связи актуально исследовать влияние горизонтальной турбулентной вязкости и диффузии на указанные процессы.

Постановка задачи. В приближении Буссинеска рассматриваются свободные инерционно-гравитационные внутренние волны на плоскопараллельном сдвиговом течении при учете горизонтальной турбулентной вязкости и диффузии. Нелинейные уравнения гидродинамики для волновых возмущений решаются в слабонелинейном приближении: в линейном приближении исследуются дисперсионные свойства внутренних волн и находится декремент затухания волны, во втором порядке по амплитуде волны находятся вертикальные волновые потоки импульса и скорость стокового дрейфа.

¹ *Островский Л. А., Соустова И. А., Цимринг Л. Ш.* Воздействие внутренних волн на мелкомасштабную турбулентность в океане. Н. Новгород, 1981. 15 с. (Препринт № 31 / ИПФ АН СССР). 360

Уравнения движения для волновых возмущений имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + (u + U_0) \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - fv + w \frac{dU_0}{dz} = \\ = -\frac{\partial P}{\rho_0(0)\partial x} + K \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + K \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (u + U_0) \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + fu = -\frac{\partial P}{\rho_0(0)\partial y} + K \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + K \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial t} + (u + U_0) \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = \\ = -\frac{\partial P}{\rho_0(0)\partial z} + K \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + K \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - g \frac{\rho}{\rho_0(0)}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (u + U_0) \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} = -w \frac{d\rho_0}{dz} + M \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} + M \frac{\partial^2 \rho}{\partial y^2}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (5)$$

где x, y, z – декартовы координаты, ось z направлена противоположно ускорению свободного падения g ; u, v, w – проекции волновой скорости течения в указанной системе координат; ρ_0 – невозмущенная средняя плотность воды;

P и ρ – волновые возмущения давления и плотности; f – параметр Кориолиса; K, M – коэффициенты горизонтальной турбулентной вязкости и диффузии, которые полагаются постоянными; $U_0(z)$ – скорость среднего течения. Сделаем оценку горизонтального масштаба изменения средней плотности. Для этого используем геострофические соотношения². Из них следует оценка для

указанного масштаба $L_p = \frac{\rho_0}{|\partial \rho_0 / \partial y|} = \frac{g}{f |\partial U_0 / \partial z|}$. Профиль вертикального гра-

диента скорости среднего течения приведен на рис. 1, а. Максимальное значение модуля вертикального градиента скорости течения составляет $2,2 \cdot 10^{-2} \cdot 1/\text{с}$, тогда L_p – не менее $5,19 \times 10^6$ м, т. е. много больше длины волны. Таким образом, зависимость средней плотности от горизонтальной координаты можно пренебречь.

В качестве граничных условий используем условия «твердой крышки» на поверхности и отсутствие тангенциальных напряжений³ [9]:

$$w = 0, \quad K \frac{\partial w}{\partial x} = 0, \quad K \frac{\partial w}{\partial y} = 0, \quad z = 0, \quad (6)$$

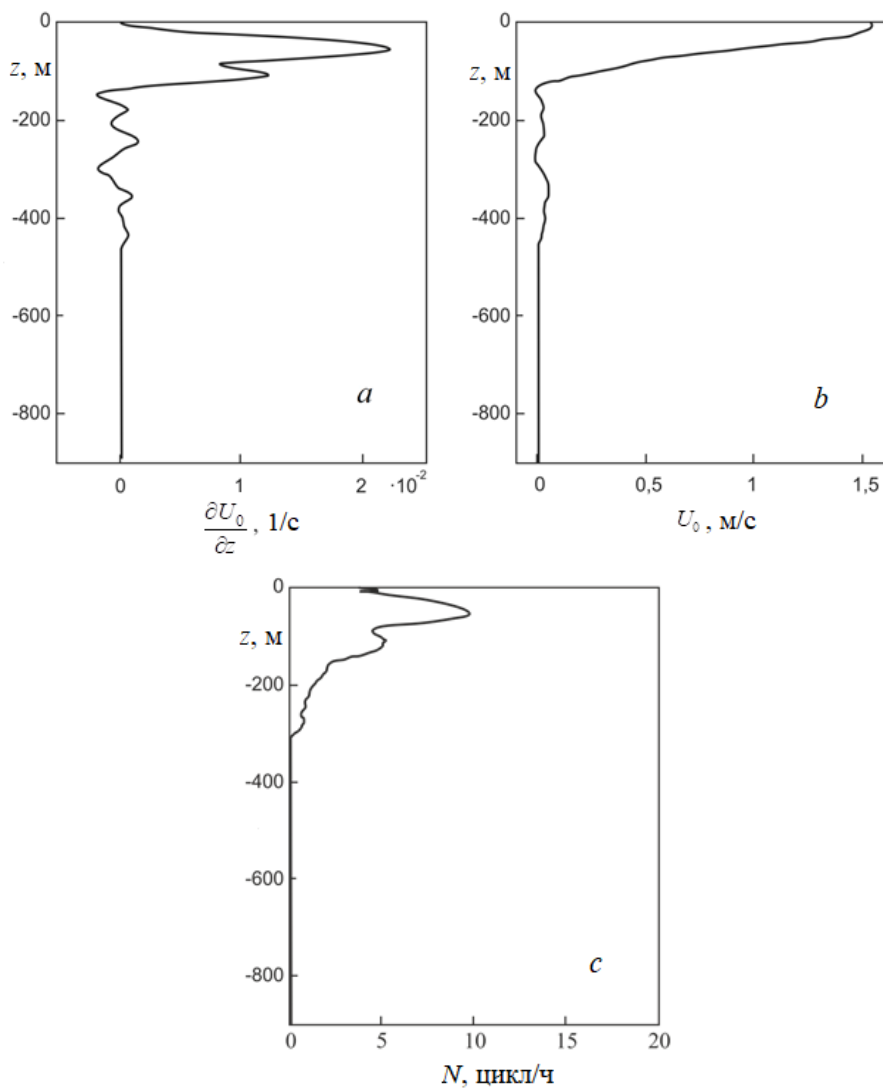
² Каменкович В. М. Основы динамики океана. Ленинград : Гидрометеоздат, 1973. С. 128.

³ Миропольский Ю. З. Динамика внутренних гравитационных волн в океане. Ленинград : Гидрометеоздат, 1981. С. 30.

на дне – условие непротекания и также отсутствие тангенциальных напряжений³ [9]:

$$w=0, \quad K \frac{\partial w}{\partial x} = 0, \quad K \frac{\partial w}{\partial y} = 0, \quad z = -H, \quad (7)$$

где H – глубина моря.



Р и с. 1. Вертикальные профили градиента скорости течения (а), скорости течения (b), частоты Брента – Вэйсяля (с)

F i g. 1. Vertical profiles of the current velocity gradient (a), the current velocity (b) and the Brunt – Väisälä frequency (c)

У дна тангенциальные напряжения нулевые, так как коэффициентами вертикального обмена пренебрегаем по сравнению с коэффициентами горизонтального турбулентного обмена.

Линейное приближение. Решения линейного приближения ищем в следующем виде [11–14]:

$$\begin{aligned} u &= u_{10}(z)A \exp(i(kx - \omega t)) + \text{с.с.}, \quad v = v_{10}(z)A \exp(i(kx - \omega t)) + \text{с.с.}, \\ w_1 &= w_{10}(z)A \exp(i(kx - \omega t)) + \text{с.с.}, \\ P_1 &= P_{10}(z)A \exp(i(kx - \omega t)) + \text{с.с.}, \quad \rho_1 = \rho_{10}(z)A \exp(i(kx - \omega t)) + \text{с.с.}, \end{aligned} \quad (8)$$

где A – амплитудный множитель; k – горизонтальное волновое число; ω – частота волны; с.с. – комплексно сопряженные слагаемые.

После подстановки (8) в систему (1) – (5) следует связь амплитудных функций u_{10} , P_{10} , ρ_{10} , v_{10} с w_{10} [11, 12]:

$$u_{10} = \frac{i}{k} \frac{dw_{10}}{dz}, \quad \Omega = \omega - k \cdot U_0, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{P_{10}}{\rho_0(0)} &= \frac{i}{k} \left[\frac{\Omega}{k} \frac{dw_{10}}{dz} + \frac{dU_0}{dz} w_{10} - \frac{if^2}{k(i\Omega - k^2 K)} \frac{dw_{10}}{dz} + ikK \frac{dw_{10}}{dz} \right], \\ \rho_{10} &= \frac{w_{10}}{i\Omega - k^2 M} \frac{d\rho_0}{dz}, \quad v_{10} = \frac{if}{k(i\Omega - k^2 K)} \frac{dw_{10}}{dz}. \end{aligned} \quad (10)$$

Функция w_{10} удовлетворяет следующему уравнению [11, 12]:

$$\begin{aligned} (\Omega + ik^2 K) \left[\Omega^2 + 2i\Omega k^2 K - f^2 - k^4 K^2 \right] \frac{d^2 w_{10}}{dz^2} - kf^2 \frac{dU_0}{dz} \frac{dw_{10}}{dz} + \\ + k \left[\left(\frac{d^2 U_0}{dz^2} - k\Omega - ik^3 K \right) (\Omega + ik^2 K)^2 + kN^2 \frac{(\Omega + ik^2 K)^2}{(\Omega + ik^2 M)} \right] w_{10} = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

где $N^2 = -\frac{g}{\rho_0(0)} \frac{d\rho_0}{dz}$ – квадрат частоты Брента – Вайсяля.

Граничные условия имеют вид

$$w_{10}(0) = w_{10}(-H) = 0. \quad (12)$$

Остальные граничные условия в (6), (7) выполняются автоматически.

Краевая задача (11), (12) в [11, 12] решалась методом возмущений, когда решение и частота волны разлагались в ряд по малому параметру, пропорциональному значению горизонтальной турбулентной вязкости. В настоящей работе эта задача решается численно по неявной схеме Адамса третьего порядка точности. Сравнение дисперсионных кривых и зависимости декремента затухания волны от частоты для первых двух мод приводится ниже.

Нелинейные эффекты. Связь между скоростью течения в представлении Эйлера \mathbf{u} и Лагранжа \mathbf{u}_L с точностью до членов второго порядка по крутизне волны имеет следующий вид ⁴ [15]:

$$\mathbf{u}_L = \mathbf{u} + \left(\int_0^t \mathbf{u}_L d\tau \nabla \right) \mathbf{u}. \quad (13)$$

Данное интегральное уравнение решается методом итераций. С точностью до членов, квадратичных по амплитуде волны, после осреднения по периоду волны получается выражение для средней лагранжевой скорости ⁴:

$$\overline{\mathbf{u}_L} = \mathbf{U} + \overline{\left(\int_0^t \mathbf{u} d\tau \nabla \right) \mathbf{u}}, \quad (14)$$

где вектор $\mathbf{U}(U_0, V_0)$ – скорость среднего течения ($V_0 = 0$); \mathbf{u} – поле волновых эйлеровых скоростей, черта сверху означает осреднение по периоду волны. Скорость стокова дрейфа частиц жидкости представлена вторым слагаемым в (14) и определяется по следующей формуле ⁴ [15]:

$$\mathbf{u}_s = \overline{\left(\int_0^t \mathbf{u} d\tau \nabla \right) \mathbf{u}}. \quad (15)$$

Компоненты скорости стокова дрейфа вдоль и поперек направления распространения волны имеют вид [11, 14]

$$u_s = \frac{A_1 A_1^*}{k} \left[\frac{1}{\omega} \frac{d}{dz} \left(w_{10} \frac{dw_{10}^*}{dz} \right) + \text{c.c.} \right], \quad (16)$$

$$v_s = A_1 A_1^* \frac{i}{\omega} \frac{d}{dz} \left[\frac{w_{10}}{(\Omega^* - ik^2 K)} \left(\frac{f}{k} \frac{dw_{10}^*}{dz} \right) \right] + \text{c.c.}, \quad (17)$$

где $A_1 = A \exp(\delta \omega \cdot t)$, $\delta \omega = \text{Im}(\omega)$ – мнимая часть частоты, декремент затухания волны.

Из (8) – (10) следуют выражения для вертикальных волновых потоков импульса \overline{uw} , \overline{vw} [11, 14]:

$$\overline{uw} = \frac{i}{k} |A_1^2| \left(w_{10}^* \frac{dw_{10}}{dz} - w_{10} \frac{dw_{10}^*}{dz} \right), \quad (18)$$

$$\overline{vw} = \frac{w_{10}^* |A_1^2|}{(\Omega + ik^2 K)} \left(\frac{f}{k} \frac{dw_{10}}{dz} \right) + \text{c.c.} \quad (19)$$

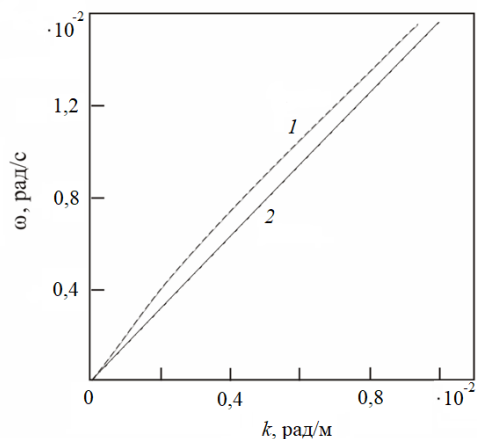
⁴ Дворянинов Г. С. Эффекты волн в пограничных слоях атмосферы и океана. Киев : Наукова думка, 1982. С. 25.

У инерционно-гравитационных внутренних волн поток импульса \overline{vw} отличен от нуля. Поток импульса \overline{iw} отличен от нуля только при наличии турбулентной вязкости и диффузии, в этом случае он не равен нулю и при неучете вращения Земли. Поперечная к направлению распространения волны компонента скорости стоковса дрейфа отлична от нуля для инерционно-гравитационных внутренних волн только при учете турбулентной вязкости и диффузии, если же вращение Земли не учитывать, то она равна нулю.

Результаты расчетов. Гибралтарский пролив соединяет Средиземное море с Атлантическим океаном. Воды Атлантического океана, менее соленые, с высокой скоростью входят в Гибралтарский пролив, располагаясь в верхнем 100-метровом слое. Глубже находятся более соленые воды, которые более медленно вытекают из Средиземного моря. На выходе из Гибралтарского пролива в Средиземное море формируется слой с резким перепадом скорости течения и плотности воды, соответствующие вертикальные профили скорости течения и стратификации показаны на рис. 1, *b*, *c* [16]. Полусуточный прилив, набегая из Атлантического океана на Гибралтарский пролив, генерирует внутренние волны. В частности, в ходе натурального эксперимента были обнаружены мощные волновые пакеты низшей моды внутренних волн с периодом 14 мин [16]. С целью выяснения вертикальной структуры внутренних волн краевая задача (11), (12) решается численно по неявной схеме Адамса третьего порядка точности при $K=2M$. На рассматриваемых масштабах типичное значение коэффициента горизонтальной турбулентной диффузии составляет $M=1 \text{ м}^2/\text{с}$ [17]. Для фиксированной частоты волны волновое число и декремент затухания волны находятся методом пристрелки. Результаты численных расчетов сравниваются с результатами решения краевой задачи (11), (12) методом возмущений [12], когда решение и частота волны ищутся в виде ряда по малому параметру, пропорциональному горизонтальной турбулентной вязкости.

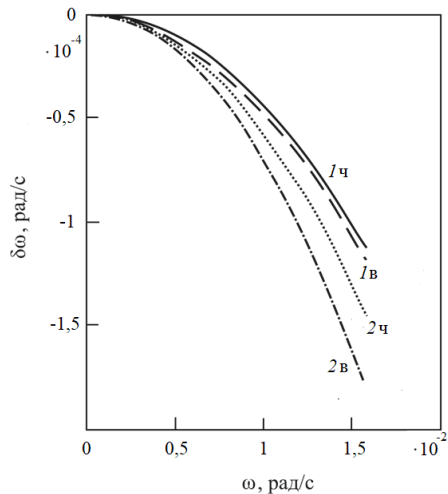
Из рис. 2 следует, что дисперсионные кривые, построенные методом возмущений и путем численного решения краевой задачи (11), (12), фактически совпадают. На рис. 3 показана зависимость мнимой части частоты волны от действительной части частоты для первой (1) и второй (2) мод, рассчитанных по методу возмущений (кривые 1в, 2в) и путем численного решения краевой задачи (11), (12) (кривые 1ч, 2ч). Метод возмущений дает завышенные значения модуля мнимой части частоты волны, для второй моды – большие.

Нормирующий множитель A_1 находится по известной величине максимальной амплитуды вертикальных смещений [12]. Вертикальные волновые потоки импульса \overline{iw} (формула (18)) для 14-минутных внутренних волн первой моды с амплитудой 16 м, полученные как при численном решении краевой задачи (11), (12), так и при применении метода возмущений, показаны на рис. 4. Метод возмущений дает завышенные значения вертикального потока импульса \overline{iw} .



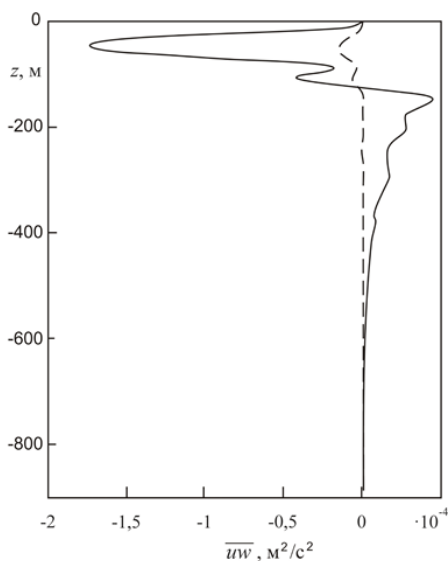
Р и с. 2. Дисперсионные кривые первой (1) и второй (2) мод внутренних волн

F i g. 2. Dispersion curves of the first (1) and second (2) modes of internal waves



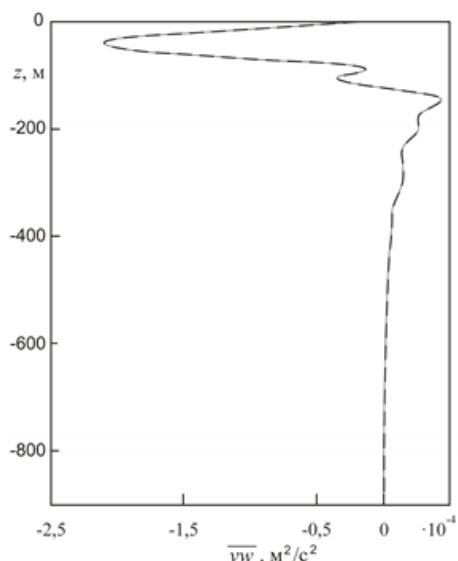
Р и с. 3. Зависимость декремента затухания от частоты волны, полученная методом возмущений (кривые 1в, 2в) и численным решением краевой задачи (кривые 1п, 2п)

F i g. 3. Dependence of the damping decrement upon the wave frequency obtained by the perturbation method (curves 1p, 2p) and by the numerical solution of the boundary problem (curves 1n, 2n)



Р и с. 4. Профили вертикального волнового потока импульса $\overline{u'w'}$, полученные методом возмущений (сплошная) и численным методом (штриховая)

F i g. 4. Profiles of the vertical wave flux of momentum $\overline{u'w'}$ obtained by the perturbation method (solid line) and by the numerical one (dashed line)

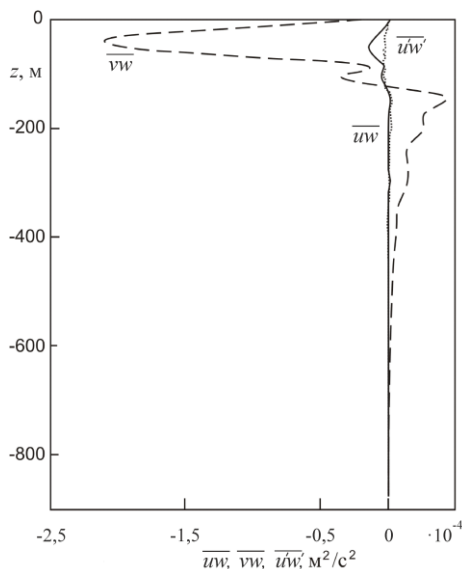


Р и с. 5. Профили вертикального волнового потока импульса $\overline{v'w'}$

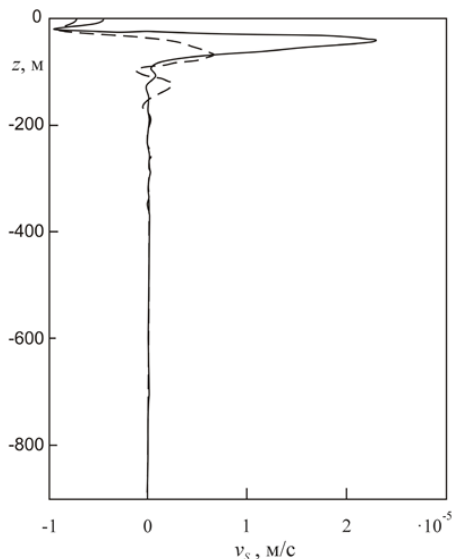
F i g. 5. Profiles of the vertical wave momentum flux $\overline{v'w'}$

Вертикальный волновой поток импульса \overline{vw} (формула (19)) показан на рис. 5. Метод возмущений и численный метод дают идентичные результаты, более того, на волновой поток \overline{vw} практически не влияют горизонтальная турбулентная вязкость и диффузия.

Волновые вертикальные потоки импульса \overline{uw} , \overline{vw} и соответствующий турбулентный поток $\overline{u'w'}$ сравниваются на рис. 6. Турбулентный поток импульса определяется по градиентной гипотезе: $\overline{u'w'} = -K_z \frac{dU_0}{dz}$. Коэффициент вертикального обмена в верхнем 150-метровом сильно стратифицированном слое обратно пропорционален частоте Брента – Вайсяля: $K_z = 8,4N_c^{-1} \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$, здесь N_c соответствует частоте Брента – Вайсяля (цикл/ч) [18]. Глубже, где стратификация слабая, коэффициент турбулентного обмена пропорционален N_c [19]. В целом волновые потоки импульса по модулю превосходят турбулентный. Волновой поток \overline{vw} по абсолютной величине превосходит поток \overline{uw} .



Р и с. 6. Профили волновых (сплошная и штриховая) и турбулентного $\overline{u'w'}$ (пунктир) вертикальных потоков импульса
F i g. 6. Profiles of the wave (solid and dashed lines) and turbulent $\overline{u'w'}$ (dotted line) vertical momentum fluxes

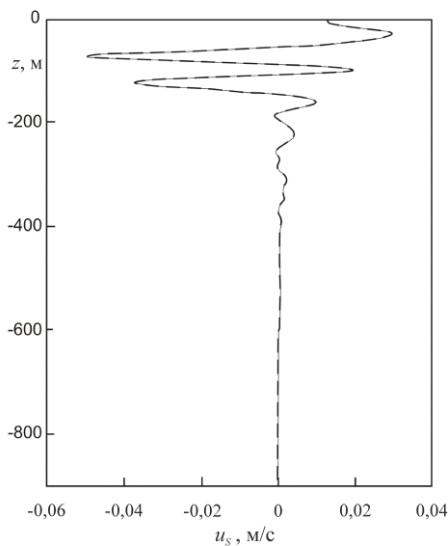


Р и с. 7. Вертикальные профили поперечной составляющей скорости стоковса дрейфа, полученные методом возмущений (сплошная) и численным решением краевой задачи (11), (12) (штриховая)
F i g. 7. Vertical profiles of transverse component of the Stokes drift velocity obtained by the perturbation method (solid line) and by the numerical solution of the boundary problem (11), (12) (dashed line)

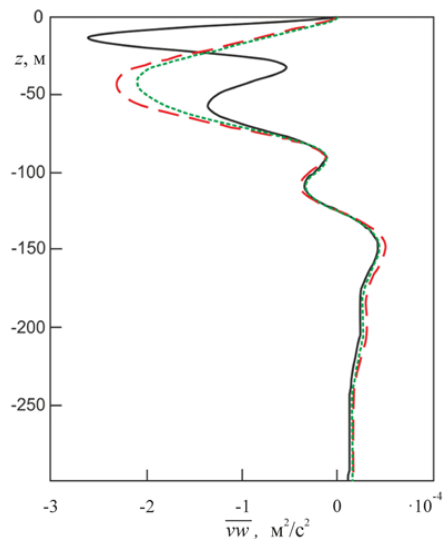
Вертикальные профили поперечной к направлению распространения волны составляющей скорости стоковса дрейфа v_s , рассчитанные методом возмущений и численным методом, показаны на рис. 7. Метод возмущений

дает завышенные значения в верхнем 70-метровом слое. При отсутствии турбулентной вязкости и диффузии $\nu_s = 0$.

Продольная компонента скорости стокова дрейфа u_s показана на рис. 8. Метод возмущений и численный метод дают идентичные результаты, причем турбулентная вязкость и диффузия на эту составляющую скорости стокова дрейфа практически влияния не оказывают. Продольная компонента скорости стокова дрейфа на три порядка больше поперечной.



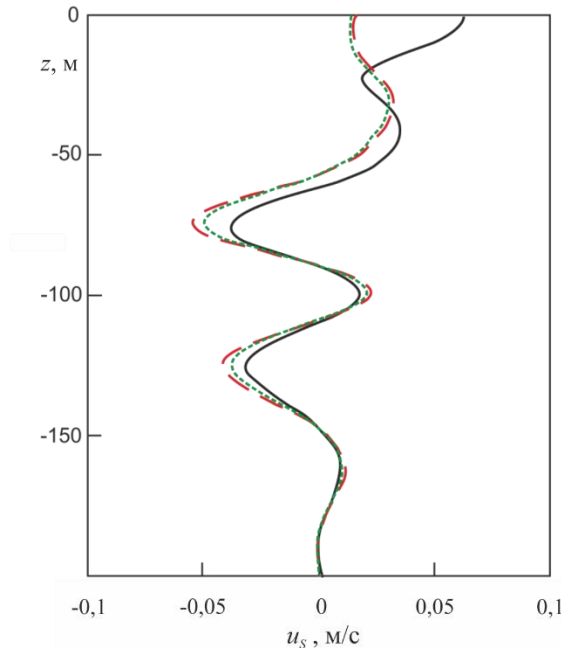
Р и с. 8. Вертикальные профили продольной компоненты скорости стокова дрейфа
F i g. 8. Vertical profiles of the longitudinal component of the Stokes drift velocity



Р и с. 9. Профили вертикального волнового потока импульса \overline{vw} при увеличенных коэффициентах турбулентного обмена, полученные методом возмущений (черная кривая), численным методом (красная кривая) и в невязком случае (зеленая кривая)
F i g. 9. Profiles of the vertical wave momentum flux \overline{vw} at the increased turbulent exchange coefficients obtained by the perturbation method (black curve), by the numerical one (red curve) and in the inviscid case (green curve)

Представляет все-таки интерес исследовать влияние турбулентной вязкости и диффузии на волновой поток импульса \overline{vw} и на скорость стокова дрейфа u_s при больших коэффициентах турбулентного обмена. На рис. 9 показаны профили вертикального волнового потока импульса \overline{vw} , рассчитанного по методу возмущений и численным методом при $M = 50 \text{ м}^2/\text{с}$, а также для невязкого случая при $M = K = 0$. Метод возмущений дает сильные искажения вертикального потока импульса в верхнем 70-метровом слое. Волновой поток импульса \overline{vw} , по данным численного расчета, несколько больше потока без учета турбулентной вязкости и диффузии.

На рис. 10 показаны вертикальные профили скорости стокова дрейфа u_s 14-минутных внутренних волн первой моды, рассчитанные методом возмущений, численным методом и для невязкого случая при $M = K = 0$. Метод возмущений дает заметное искажение скорости стокова дрейфа в верхнем 25-метровом слое.



Р и с. 10. Вертикальные профили скорости стокова дрейфа u_s при увеличенных коэффициентах турбулентного обмена, полученные методом возмущений (черная кривая), численным методом (красная кривая) и в невязком случае (зеленая кривая)

F i g. 10. Vertical profiles of the Stokes drift velocity u_s at the increased turbulent exchange coefficients obtained by the perturbation method (black curve), by the numerical one (red line) and in the inviscid case (green curve)

Численный расчет при учете турбулентной вязкости и диффузии дает несколько бóльшие по модулю значения скорости стокова дрейфа u_s по сравнению с невязким случаем, когда турбулентная вязкость и диффузия не учитываются.

Выводы

1. Вертикальный волновой поток импульса \overline{uw} при \overline{u} решении краевой задачи (11), (12) методом возмущений превышает поток \overline{uw} при решении этой задачи численным методом по неявной схеме Адамса третьего порядка точности.

2. Метод возмущений и численный метод дают идентичные результаты для вертикального волнового потока импульса \overline{vw} , причем учет горизонталь-

ной турбулентной вязкости и диффузии его практически не меняет. Аналогично скорость стокова дрейфа вдоль направления распространения волны практически нечувствительна к учету турбулентной вязкости и диффузии. Если коэффициенты турбулентного обмена увеличить в 50 раз, то метод возмущений даст заметную погрешность, особенно в верхнем слое. Численный расчет в этом случае показывает, что учет турбулентной вязкости и диффузии несколько увеличивает волновой поток импульса \overline{uw} и скорость стокова дрейфа u_s .

3. Метод возмущений для поперечной компоненты скорости стокова дрейфа дает завышенную оценку в верхнем 70-метровом слое, причем если турбулентную вязкость и диффузию не учитывать, то она равна нулю.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Булатов В. В., Владимиров Ю. В. Волны в стратифицированных средах. Москва : Наука, 2015. 735 с.
2. Коротаев Г. К., Пантелеев Н. А. Экспериментальные исследования гидродинамической неустойчивости в океане // Океанология. 1977. Т. XVII, вып. 6. С. 941–953.
3. Wunsch C., Ferrari R. Vertical Mixing, Energy, and the General Circulation of the Ocean // Annual Review of Fluid Mechanics. 2004. Vol. 36. P. 281–314. doi: 10.1146/annurev.fluid.36.050802.122121
4. Самодуров А. С., Любичкий А. А., Пантелеев Н. А. Вклад опрокидывающихся внутренних волн в структурообразование, диссипацию энергии и вертикальную диффузию в океане // Морской гидрофизический журнал. 1994. № 3. С. 14–27.
5. Коротаев Г. К., Пантелеев Н. А. Гидродинамическая неустойчивость внутренних волн в океане при нестационарном сдвиге // Известия Академии наук СССР. Физика атмосферы и океана. 1977. Т. 13, № 10. С. 1044–1054.
6. Подымов О. И., Зацепин А. Г., Островский А. Г. Вертикальный турбулентный обмен в черноморском пикноклине и его связь с динамикой вод // Океанология. 2017. Т. 57, № 4. С. 546–559. <https://doi.org/10.7868/S0030157417040049>
7. Пантелеев Н. А., Щербаков А. Н., Щербакова Е. Н. Наблюдение гидродинамической неустойчивости в океане // Известия Академии наук СССР. Физика атмосферы и океана. 1989. Т. 25, № 6. С. 616–626.
8. Ле Блон П., Майсек Л. Волны в океане. Москва : Мир, 1981. Ч. 2. 363 с.
9. LeBlond P. H. On the damping of internal gravity waves in a continuously stratified ocean // Journal of Fluid Mechanics. 1966. Vol. 25, iss. 1. P. 121–142. doi:10.1017/S0022112066000089
10. Островский Л. А., Соустова И. А. Верхний перемешанный слой океана как сток энергии внутренних волн // Океанология. 1979. Т. XIX, вып. 6. С. 973–981.
11. Слепышев А. А. Вертикальный перенос импульса внутренними волнами при учете турбулентной вязкости и диффузии // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 2016. Т. 52, № 3. С. 342–350. doi:10.7868/S0002351516030111
12. Слепышев А. А., Носова А. В. Генерация вертикальной тонкой структуры внутренними волнами при учете турбулентной вязкости и диффузии // Морской гидрофизический журнал. 2020. Т. 36, № 1. С. 5–19. doi:10.22449/0233-7584-2020-1-5-19
13. Анкудинов Н. О., Слепышев А. А. Вертикальный перенос импульса внутренними волнами в двумерном потоке // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2021. № 3. С. 39–47. doi:10.31857/S0568528121030026
14. Воротников Д. И., Слепышев А. А. Вертикальные потоки импульса, обусловленные слабонелинейными внутренними волнами на шельфе // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2018. № 1. С. 23–35. doi:10.7868/S0568528118010036

15. *Longuet-Higgins M. S.* On the transport of mass by time-varying ocean currents // *Deep Sea Research and Oceanographic Abstracts*. 1969. Vol. 16, iss. 5. P. 431–447. [https://doi.org/10.1016/0011-7471\(69\)90031-X](https://doi.org/10.1016/0011-7471(69)90031-X)
16. *Watson G.* Internal Waves in a Stratified Shear Flow: The Strait of Gibraltar // *Journal of Physical Oceanography*. 1994. Vol. 24, iss. 2. P. 509–517. [https://doi.org/10.1175/1520-0485\(1994\)024<0509:IWIASS>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0485(1994)024<0509:IWIASS>2.0.CO;2)
17. *Боуден К.* Физическая океанография прибрежных вод. Москва : Мир, 1988. 324 с.
18. Интенсификация вертикального турбулентного обмена в районах сопряжения шельфа и континентального склона в Черном море / В. А. Иванов [и др.] // *Доповіді Національної академії наук України*. 2008. № 6. С. 108–112.
19. *Самодуров А. С.* Взаимодополняемость различных подходов для оценки интенсивности вертикального турбулентного обмена в естественных стратифицированных бассейнах // *Морской гидрофизический журнал*. 2016. № 6. С. 37–48. doi:10.22449/0233-7584-2016-6-37-48

Об авторах:

Слепешев Александр Алексеевич, ведущий научный сотрудник, отдел турбулентности, ФГБУН ФИЦ МГИ (Россия, 299011, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), доктор физико-математических наук, **ResearcherID: V-6948-2017**, **ORCID ID: 0000-0002-9259-7558**, slep55@mail.ru

Носова Анна Владимировна, ведущий инженер-исследователь, отдел турбулентности, ФГБУН ФИЦ МГИ (Россия, 299011, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2)