

Критические уровни бризовой циркуляции в рамках линейной теории

М. В. Шокуров , Н. Ю. Краевская

Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь, Россия
 shokurov.m@gmail.com

Поступила в редакцию 22.06.2022; одобрена после рецензирования 22.08.2022;
принята к публикации 09.09.2022.

Аннотация

Цель. Цель настоящей работы – получить решение в линейной постановке задачи о влиянии критических уровней на инерционно-гравитационную волну с масштабом, характерным для бризовой циркуляции, при наличии перпендикулярного берегу среднего фонового синоптического ветра с вертикальным сдвигом скорости.

Методы и результаты. Для решения поставленной задачи использовалось обобщенное уравнение Тейлора – Гольдштейна с учетом вращения Земли. Анализ значений коэффициентов показал, что на экваторе для генерируемой источником тепла на поверхности гравитационной внутренней волны с суточной частотой существует единственный критический уровень, на котором волна поглощается. В тропиках инерционно-гравитационная волна суточного периода проходит два критических уровня и расположенную между ними область затухания. В средних широтах генерируемая волна, начиная с поверхности, находится в зоне затухания, проходит критический уровень и распространяется выше него. Для анализа поведения решения рассматривалась задача Коши о прохождении волны через критический уровень. Решение вблизи критического уровня было получено численно.

Выводы. Для выбранных значений стратификации и скорости фонового ветра рассчитаны коэффициенты поглощения вертикального потока импульса на экваторе и потока момента импульса в тропиках и средних широтах. Значение коэффициента поглощения на экваторе полностью согласуется с результатами работ, опубликованных ранее. Сравнивая значения коэффициентов поглощения вертикального потока импульса/момента импульса на разных широтах, можно отметить, что наибольшее затухание происходит на 15° , наименьшее – на 45° .

Ключевые слова: линейная теория, бризовая циркуляция, внутренние гравитационные волны, критический уровень, стратификация, сдвиговое течение

Благодарности: работа выполнена в рамках государственного задания по теме FNNN-2021-0002 «Фундаментальные исследования процессов взаимодействия в системе океан – атмосфера, определяющих региональную пространственно-временную изменчивость природной среды и климата». Авторы благодарят рецензента за полезные замечания, которые способствовали улучшению статьи.

Для цитирования: Шокуров М. В., Краевская Н. Ю. Критические уровни бризовой циркуляции в рамках линейной теории // Морской гидрофизический журнал. 2022. Т. 38, № 6. С. 620–636. EDN HXGABB. doi:10.22449/0233-7584-2022-6-620-636

Critical Levels of the Sea Breeze Circulation within the Framework of Linear Theory

M. V. Shokurov ✉, N. Yu. Kraevskaya

Marine Hydrophysical Institute, Russian Academy of Sciences, Sevastopol, Russia

✉ shokurov.m@gmail.com

Abstract

Purpose. The present paper is aimed at solving (within the framework of linear theory) a problem on the influence of critical levels on an inertia-gravity wave with the scale typical of the sea breeze circulation in the presence of an average background synoptic flow (perpendicular to the coast) with a vertical shear.

Methods and Results. To solve the problem, the generalized Taylor – Goldstein equation was used with the regard for rotation. The coefficients' behavior, having been analyzed, showed that at the equator, for a gravity internal wave (generated by a heat source on the surface) with the daily frequency, there existed a single critical level, at which the wave was absorbed. In the tropics, an inertia-gravity wave of the daily period passes through two critical levels and the attenuation region located between them. At the mid-latitudes, the generated wave, starting from the surface, is in the attenuation zone, then passes the critical level and propagates above it. To analyze the solution behavior, the Cauchy problem on the wave passage through the critical level was solved. The solution near the critical level was obtained numerically.

Conclusions. For the selected values of stratification and background wind speed, the absorption coefficients of the vertical momentum flux were calculated for the equator and those of the vertical angular momentum flux – for the tropics and middle latitudes. The absorption coefficient value at the equator is in complete agreement with the results obtained in the earlier published papers. Comparing the values of the absorption coefficients of the vertical momentum flux/vertical angular momentum flux at different latitudes, one can note that the strongest attenuation takes place at 15°, and the weakest one – at 45°.

Keywords: linear theory, sea breeze circulation, internal gravity waves, critical level, stratification, shear flow

Acknowledgment: the investigation was carried out within the framework of the state assignment on theme FNNN-2021-0002 “Fundamental studies of the processes of interaction in the ocean-atmosphere system, which determine the regional spatial and temporal variability of the natural environment and climate”. The authors are thankful to the reviewer for the useful comments that contributed to improving the article.

For citation: Shokurov, M.V. and Kraevskaya, N.Yu., 2022. Critical Levels of the Sea Breeze Circulation within the Framework of Linear Theory. *Physical Oceanography*, 29(6), pp. 602-618. doi:10.22449/1573-160X-2022-6-602-618

Введение

Бризовая циркуляция – распространенное явление вблизи берегов водоемов. Формируясь в прибрежных регионах, бриз оказывает влияние на погоду и климат этих областей.

Для исследования бризовой циркуляции используются различные подходы: аналитическая теория [1–3], натурные измерения [4–6], лабораторный эксперимент [7, 8], численное моделирование [9–11], теория подобия [12–14].

Основные черты и механизмы бризовой циркуляции хорошо описываются линейной теорией, в рамках которой бриз является внутренней инерционно-гравитационной волной, генерируемой источником тепла в атмосферном пограничном слое в результате дневного нагрева и ночного охлаждения. Линей-

ная теория бризовой циркуляции развивалась с конца 1940-х гг. [1, 15]. Отметим несколько важных работ, в которых использовались два разных подхода к описанию источника тепла.

В первой работе [16] использовалась классическая постановка линейной задачи о бризовой циркуляции: бриз развивался после формирования атмосферного поверхностного слоя в результате конвективного турбулентного перемешивания. Турбулентное перемешивание описывалось с использованием постоянных коэффициентов турбулентной вязкости и теплопроводности. Результирующее уравнение для функции тока имело шестой порядок, что значительно усложняло анализ решений. Сами линейные уравнения приходилось решать численно.

Во второй работе [2] распределение тепла по вертикали и горизонтали задавалось явно и исследовалась только динамическая реакция на источник тепла. Важным результатом указанной работы было выделение двух режимов бризовой циркуляции в зависимости от широты – двух лучей внутренних инерционно-гравитационных волн, излучаемых от берега, в тропиках и локализованной по вертикали бризовой ячейки в средних широтах.

Простота подхода работы [2] позволила рассмотреть аналогичным образом взаимодействие бризовой циркуляции с вертикально однородным синоптическим ветром. Эта задача рассматривалась в нескольких работах без учета силы Кориолиса [17] и в более общем случае [18, 19]. Наличие среднего фонового синоптического ветра приводит к следующим двум эффектам: во-первых, волны, излучаемые от линии берега, становятся асимметричными; во-вторых, над линией берега генерируется пакет стоячих коротких (квазистационарных) волн, аналогичных волнам, наблюдающимся при обтекании горного рельефа.

В реальных синоптических ситуациях профиль ветра редко является вертикально однородным. Как правило, присутствует вертикальный сдвиг скорости ветра. Известно, что наличие этого сдвига приводит к образованию критических уровней на определенных высотах, где частота внутренних волн с учетом доплеровского сдвига обращается в ноль [20].

Задача о поведении внутренних волн в окрестности критического уровня является классической и исследуется начиная с 1960-х гг. [20–24]. Математически задача сводится к решению уравнения завихренности для малых возмущений стратифицированного сдвигового течения (уравнения Тейлора – Гольдштейна). В рамках этого уравнения рассматривалась задача о развитии неустойчивости при малых значениях числа Ричардсона и задача о поведении малых устойчивых возмущений. Следует отметить, что в настоящей работе в отличие от [20–24] используется неоднородное уравнение Тейлора – Гольдштейна с градиентом источника тепла в правой части.

Поведение чисто гравитационных внутренних волн в окрестности критического уровня при отсутствии вращения Земли описано в работе [20]. Одним из основных результатов указанной работы является описание сильного поглощения внутренней волны на критическом уровне, увеличивающегося с ростом числа Ричардсона.

Учет вращения Земли усложняет задачу. Обобщение уравнения Тейлора – Гольдштейна с учетом вращения Земли было выполнено в работах [22, 23]: обнаружено расщепление критического уровня на два, при этом частота волны

с учетом доплеровского сдвига на критическом уровне равна плюс/минус параметру Кориолиса. Амплитуда волны уменьшается при прохождении критического уровня так же, как и без учета вращения. При этом влияние вращения значительно только вблизи критического уровня, а вдали от него решения с учетом и без учета вращения совпадают.

В задаче о бризовой циркуляции учет вращения Земли необходим, поскольку суточная частота теплового источника указанной циркуляции сравнима с величиной параметра Кориолиса.

Задача о влиянии критического уровня на бризовую циркуляцию на экваторе была рассмотрена сравнительно недавно [25]. Основным результатом заключался в том, что на определенных высотах образуются критические слои, поглощающие внутренние волны и ограничивающие высоту луча бризовой циркуляции, распространяющегося по потоку.

Целью настоящей работы является решение в линейной постановке задачи о влиянии критических уровней на инерционно-гравитационную волну с масштабом, характерным для бризовой циркуляции, при наличии среднего фонового синоптического ветра с вертикальным сдвигом скорости, направленного перпендикулярно береговой черте. Данная работа является расширенным продолжением исследования, представленного в двух докладах на конференциях¹.

Данная работа направлена на обобщение результатов, полученных ранее для экватора [25], на общий случай произвольной широты: исследуется прохождение через критические уровни и поглощение бризовой инерционно-гравитационной волны в тропиках и средних широтах и определяются различия между ними.

В работе приводится короткий вывод обобщения уравнения Тейлора – Гольдштейна с учетом вращения Земли, описаны численный метод решения этого уравнения и основные типы критических уровней, возникающих в тропиках и средних широтах, получены и обсуждаются решения для разных широт при типичных значениях стратификации и сдвига скорости ветра в атмосфере.

Обобщение уравнения Тейлора – Гольдштейна с учетом вращения Земли

Поведение малых возмущений стратифицированного сдвигового течения описывается линеаризованным уравнением завихренности Тейлора – Гольдштейна. При числах Ричардсона $Ri < 1/4$ это уравнение описывает линейную стадию развития неустойчивости, при $Ri > 1/4$ – распространение внутренних волн на стратифицированном сдвиговом течении. Обобщение на случай учета вращения Земли сделано в работах [22, 23].

¹ Шокуров М. В., Краевская Н. Ю. Линейная теория бризовой циркуляции при произвольном профиле скорости фонового ветра и стратификации // Моря России: исследования береговой и шельфовой зон (XXVIII Береговая конференция). Севастополь : ФГБУН ФИЦ МГИ. 2020. С. 209–210. URL: http://mhi-ras.ru/assets/files/morya_rossii-2020_tezisy.pdf (дата обращения: 09.06.2022) ; Шокуров М. В., Краевская Н. Ю. Критические уровни бризовой инерционно-гравитационной волны // Моря России: вызовы отечественной науки. Севастополь : ФГБУН ФИЦ МГИ. 2022. С. 166–168. URL: http://www.mhi-ras.ru/assets/files/morya_rossii-2022_tezisy.pdf (дата обращения: 26.10.2022).

Для удобства представления результатов настоящей работы ниже приведен краткий вывод обобщения уравнения Тейлора – Гольдштейна с учетом вращения Земли.

Рассмотрим поведение малых возмущений стратифицированного с частотой плавучести $N(z)$ плоско-параллельного горизонтального течения с вертикальным сдвигом с профилем скорости $U(z)$ в приближениях Буссинеска и f -плоскости без учета вязкости и теплопроводности. Будем рассматривать двумерную задачу в плоскости (x, z) . Фоновое течение $U(z)$ направлено вдоль оси x , т. е. $V(z) = 0$. Возмущения распространяются только в направлении оси x , т. е. $\partial/\partial y = 0, k_y = 0$. Более общие случаи рассмотрены в работах [22, 23].

Уравнения движения, переноса тепла и неразрывности имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + U(z) \frac{\partial u}{\partial x} - fv &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x}, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + U(z) \frac{\partial v}{\partial x} + fu &= 0, \\ \frac{\partial w}{\partial t} + U(z) \frac{\partial w}{\partial x} - b &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z}, \\ \frac{\partial b}{\partial t} + U(z) \frac{\partial b}{\partial x} - vf \frac{\partial U(z)}{\partial z} + N^2(z)w &= Q(x, z, t), \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где u, v, w – компоненты вектора скорости; $U(z)$ – скорость фонового ветра; f – параметр Кориолиса; ρ_0 – плотность в основном состоянии; p – давление; b – плавучесть; N – частота плавучести; $Q(x, z, t)$ – функция, описывающая распределение источника тепла.

В уравнении для плавучести в системе (1) третье слагаемое описывает вдольбереговую адвекцию тепла (плавучести), в этом слагаемом фоновый вдольбереговой градиент плавучести выражен через вертикальный сдвиг фонового синоптического ветра, перпендикулярного береговой черте, в соответствии с уравнением термического ветра.

Как было сказано ранее, для задания малого возмущения используется источник тепла $Q(x, z, t)$, который характеризует его изменение в атмосферном пограничном слое в течение суток. Источник тепла может иметь любое пространственное распределение по горизонтали и вертикали, а зависимость от времени определяется как $\sin(\omega t)$.

Исходя из уравнения неразрывности, введем функцию тока: $u = \partial \psi / \partial z, w = -\partial \psi / \partial x$. Коэффициенты системы уравнений (1) не зависят от горизонтальной координаты x и времени t , поэтому будем искать решение в виде $\psi \sim \exp(i(\omega t - kx))$.

Хотя источник тепла является пространственно-неоднородным, можно выполнить его преобразование Фурье по x и в дальнейшем рассматривать отдельно каждую гармонику k . Частота ω в задаче о бризовой циркуляции является суточной: $\omega = 2\pi/T$, где T – солнечные сутки.

Исключая последовательно все переменные, кроме функции тока, получаем уравнение завихренности

$$(f^2 - \omega'^2)\psi_{zz} + \frac{2kf^2U_z}{\omega'}\psi_z + ((\omega'^2 - N^2)k^2 - \omega'kU_{zz})\psi = ikQ, \quad (2)$$

где $\omega' = \omega - Uk$ – собственная частота волны в неподвижной системе отсчета. При $f = 0$ это уравнение сводится к уравнению Тейлора – Гольдштейна, при $U = 0$ оно описывает распространение внутренних волн в неподвижной стратифицированной среде, чисто гравитационных при $f = 0$ или инерционно-гравитационных при $f \neq 0$. В однородной жидкости ($N = 0$) это уравнение сводится к уравнению Рэлея, описывающему устойчивость (неустойчивость) сдвиговых течений.

Обозначим коэффициенты уравнения (2):

$$A(z) = f^2 - \omega'^2, \quad (3)$$

$$B(z) = \frac{2kf^2U_z}{\omega'}, \quad (4)$$

$$C(z) = (\omega'^2 - N^2)k^2 - \omega'kU_{zz}. \quad (5)$$

Тогда уравнение (2) приобретает следующий вид:

$$A\psi_{zz} + B\psi_z + C\psi = ikQ. \quad (6)$$

Это неоднородное обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка с переменными коэффициентами. Поведение решения $\psi(z)$ зависит от поведения коэффициентов $A(z)$, $B(z)$, $C(z)$.

В зависимости от знаков $A(z)$ и $C(z)$ будут получаться разные типы решения: если у $A(z)$ и $C(z)$ одинаковые знаки, то решение будет соответствовать распространяющейся волне, если знаки разные, то решение будет описывать затухание. Смена знака коэффициента $C(z)$ в точке z_c соответствует отражению внутренних волн на этом уровне.

Обращение в ноль коэффициента $A(z)$ в точке z_c дает более сложную ситуацию – возникновение критического уровня, на котором вертикальное волновое число k_z стремится к бесконечности. Поведение решения вблизи критического уровня (в критическом слое) подробно исследовалось во многих работах. В частности, было получено аналитическое решение в малой окрестности критического уровня, где профиль скорости можно считать линейным (для стационарной волны $\omega = 0$ и без учета вращения Земли $f = 0$ в работе [21]). Для получения аналитического решения, как правило, используется метод Фробениуса, при этом решение можно получить в окрестности критического уровня, сингулярная часть которого имеет вид

$$\psi = (z - z_c)^{1/2 \pm i\mu}, \quad \mu = (\text{Ri} - 1/4)^{1/2}, \quad (7)$$

где $\text{Ri} = N^2/U_z^2$ – число Ричардсона.

В устойчивом случае $\text{Ri} > 1/4$, μ является действительной величиной, формула (7) задает два линейно-независимых решения уравнения (6), из которых необходимо составить линейные комбинации при $z > z_c$ и $z < z_c$.

Критические уровни уравнения (2) и поведение решений при $f \neq 0$ исследовались в работах [22, 23].

Метод численного решения уравнения Тейлора – Гольдштейна с учетом вращения Земли

Для анализа поведения решения вблизи критического уровня z_c решалась задача Коши о прохождении волны через критический слой. Для этого в произвольной точке по высоте задавались значения ψ и $\phi = \psi_z$.

При наличии критических уровней $A(z_c) = 0$ решение в точке z_c становится сингулярным: $k_z = \infty$, длина волны λ_z стремится к нулю в окрестности z_c , что создает сложности для численного решения, ограниченного шагом сетки. Один из способов преодоления этой трудности – введение искусственной вязкости: добавление к частоте ω малой мнимой части $\omega \rightarrow \omega + i\omega_i$ [20, 22]. В этом случае решение в критическом слое будет иметь конечную длину волны $\lambda_z \neq 0$. Выбирая достаточно малый шаг дискретизации $\Delta z \ll \lambda_z$, можно получить правильное численное решение. Далее решения, полученные методом Коши, будут проанализированы как для классического критического слоя ($f = 0$), так и для критического слоя с учетом вращения Земли ($f \neq 0$).

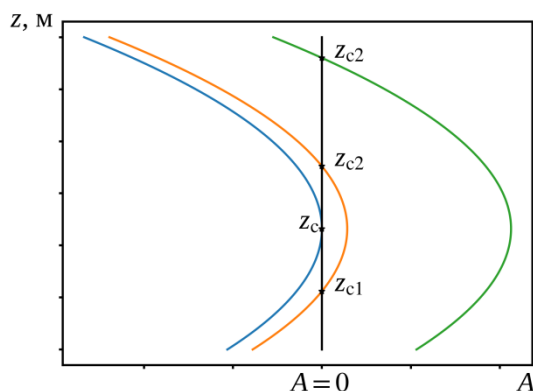
Анализ поведения коэффициентов уравнения Тейлора – Гольдштейна с учетом вращения Земли и расположение критических уровней

Прежде чем получать численные решения, рассмотрим зависимость коэффициентов $A(z)$, $B(z)$, $C(z)$ от z для типичных атмосферных профилей $N(z)$ и $U(z)$ для определенной горизонтальной гармонике с волновым числом k . Далее считаем стратификацию постоянной ($N(z) = \text{const}$), а профиль скорости – линейным ($U(z) = U_z z$).

Для линейного профиля фонового ветра коэффициент $A(z)$ определяется как

$$A(z) = f^2 - \omega'^2 = f^2 - (\omega - kU_z z)^2. \quad (8)$$

Как видно из (8), зависимость коэффициента $A(z)$ от z квадратичная. При $f = 0$ (на экваторе) существует один критический уровень $z_c = \omega / (kU_z)$. Поведение $A(z)$ и расположение критического уровня z_c показано на рис. 1.

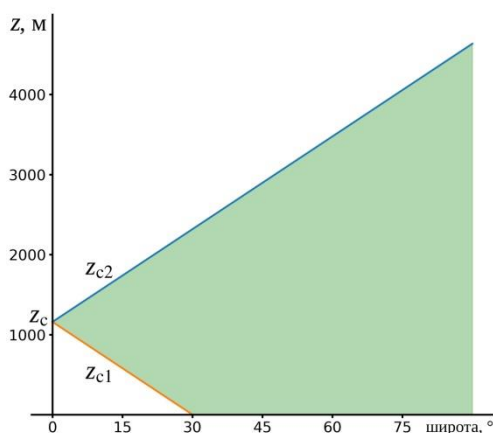


Р и с. 1. Положение критических уровней для экватора (синяя кривая), тропиков (оранжевая кривая) и средних широт (зеленая кривая)

F i g. 1. Position of critical levels for the equator (blue curve), tropics (orange curve) and mid-latitudes (green curve)

В тропиках (широта $\varphi < 30^\circ$) существуют два критических уровня: $z_{c1,2} = (\omega \pm f)/(kU_z)$. Так как $f < \omega$, оба критических уровня располагаются выше поверхности Земли. При $\varphi = 30^\circ$ нижний критический уровень z_{c1} касается поверхности Земли, а в средних широтах $\varphi > 30^\circ$, следовательно, z_{c1} находится под поверхностью Земли и не влияет на решение уравнения (6).

На рис. 2 показана сводная картина расположения критических уровней в зависимости от широты от экватора до полюса.



Р и с. 2. Положение критических уровней в зависимости от широты
F i g. 2. Position of critical levels depending on a latitude

Рассмотрим поведение коэффициента $B(z)$. В соответствии с (4) этот коэффициент обращается в бесконечность на уровне $z_3 = (\omega - 2fkU_z)/(kU_z)$, расположенном посередине между уровнями z_{c1} , z_{c2} . Однако решение на этом уровне не является сингулярным [22, 23], поэтому он не считается критическим. Этот уровень формируется на всех широтах, на экваторе он совпадает с критическим, его расположение не зависит от широты, так как второе слагаемое в числителе принимает значения, намного меньшие значения суточной частоты.

Перейдем к рассмотрению зависимости от высоты коэффициента $C(z)$. При линейном профиле, который рассматривается в данной работе, $U_{zz} = 0$, поэтому (5) принимает вид $C(z) = (\omega'^2 - N^2)k^2$. Коэффициент $C(z)$ меняет знак в двух точках: $z_{r1,2} = (\omega \pm N)/(kU_z)$.

Для земной атмосферы характерно $N \gg \omega$, эти частоты отличаются примерно на два порядка, поэтому один из этих уровней отражения находится под поверхностью Земли, а второй – на большой высоте, несколько сотен километров, и не влияет на бризовую циркуляцию. Расположение уровней отражения z_{r1} , z_{r2} не зависит от широты.

Таким образом, коэффициент $C(z)$ всегда отрицателен, поэтому квадрат вертикального волнового числа $k_z^2 = C(z)/A(z)$ положителен там, где $A(z)$ отрицательно (распространение волн), и отрицателен там, где $A(z)$ положительно

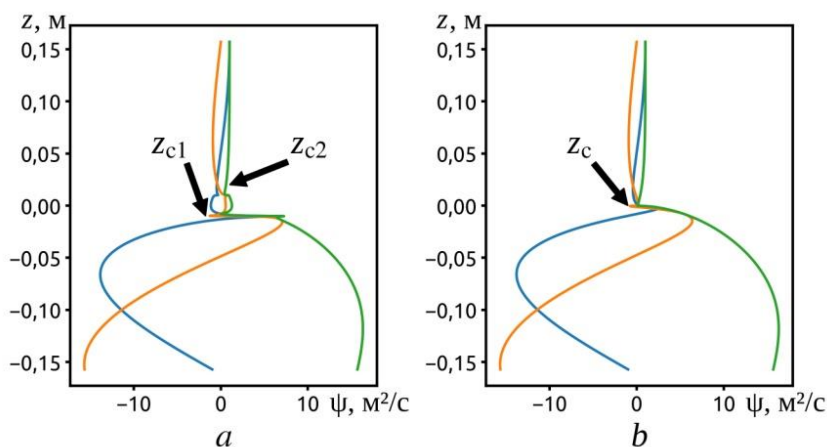
(затухание волн). На сводной диаграмме (рис. 2) область затухания волн отмечена цветом.

Анализируя рис. 2, видим, что на экваторе генерируемая источником тепла на поверхности гравитационная внутренняя волна с суточной частотой доходит до критического уровня z_c , на котором она поглощается. В тропиках излучаемая с поверхности инерционно-гравитационная волна суточного периода проходит два критических уровня z_{c1} , z_{c2} и расположенную между ними область затухания. В средних широтах генерируемая на поверхности инерционно-гравитационная волна находится в зоне затухания $0 < z < z_{c2}$, проходит критический уровень z_{c2} и далее распространяется в зоне $z > z_{c2}$.

Отметим, что при приближении к критическому уровню, согласно уравнению (2), происходит увеличение вертикального волнового числа. В зависимости от типа решения, волнового или экспоненциального, увеличение данного числа при подходе к критическому уровню будет давать разное поведение решения: при волновом решении будет наблюдаться уменьшение вертикальной длины волны; при экспоненциальном типе решения показатель экспоненты будет изменяться скачком, и поэтому в решении будет происходить резкий переход от экспоненты с меньшей скоростью затухания к экспоненте с большей скоростью затухания.

Результаты

Прежде чем выполнять расчеты для бризовой циркуляции, численная конечно-разностная схема тестировалась путем сравнения результатов с результатами численного решения из работы [22] при $f = 0$ и $f \neq 0$ ($Ri = 1$). На рис. 3 показаны профили функции тока, поведение которых аналогично поведению вертикальной компоненты скорости на рис. 3 в работе [22].



Р и с. 3. Зависимость действительной части (синяя кривая), мнимой части (оранжевая кривая) и модуля (зеленая кривая) функции тока от высоты при $f = 10^{-2}$ (a) и $f = 0$ (b) ($Ri = 1$)

F i g. 3. Dependence of the real (blue curve) and imaginary (orange curve) parts, and modulus (green curve) of the stream function on height at $f = 10^{-2}$ (a) and $f = 0$ (b) ($Ri = 1$)

Видно, что у поверхности значения превышают полученное в работе [22], такое поведение связано с влиянием отраженной волны при $Ri = 1$. Однако численные эксперименты показали, что влияние отраженной волны для значений, типичных для реальной атмосферы, при $Ri = 100$ оказывается незначительным, поэтому выбранный численный метод подходит для описания волны вблизи критического уровня. Метод задачи Коши будет использоваться далее при исследовании критических уровней для бризовой циркуляции.

На основе предварительных тестовых расчетов были выбраны следующие значения шага сетки и мнимой добавки к частоте: $\Delta z = 10^{-3}$ м, $\omega_i = 2 \cdot 10^{-10}$ 1/с. Выбор ω_i обусловлен возможностью правильного описания самых коротких длин волн при выбранном шаге сетки.

Для дальнейших экспериментов частота плавучести выбрана равной $N = 10^{-2}$ 1/с, это типичное значение для земной атмосферы. Горизонтальное волновое число выбрано равным $2\pi/100$ 1/км, что соответствует характерному горизонтальному масштабу ячейки бризовой циркуляции в земной атмосфере [2].

Для задания начального возмущения использовалась информация о типичном значении горизонтальной компоненты скорости в бризовой циркуляции, составляющем 0,01 м/с при амплитуде объемного источника тепла 1 Вт/м². Типичное значение горизонтальной компоненты скорости оценивалось с использованием линейной теории при $N = 10^{-2}$ 1/с, $U = 0$ м/с.

Было выполнено три численных эксперимента на трех разных широтах: 0; 15 и 45° при значении сдвига фонового ветра $U_z = 10^{-3}$ 1/с. Высоты критических уровней и интенсивность поглощения при прохождении критических уровней приведены в таблице.

Согласно [20, 22], при прохождении критического уровня происходит поглощение волны, теоретический коэффициент поглощения определяется числом Ричардсона: $\lambda_{\text{theor}} = \exp(2\mu)$. Как получено в [22], вращение практически не влияет на величину поглощения при прохождении критического уровня, что выражается в малом отличии коэффициентов затухания волны с учетом и без учета вращения Земли.

**Положение критических уровней и интенсивность поглощения
при их прохождении**
Position of the critical levels and absorption intensity at their passage

Параметры / Parameters	φ°		
	0	15	45
z_{c1}	1160,24	559,66	-480,59
z_{c2}	1160,24	1760,82	2801,07
Ri	100,00	100,00	100,00
μ	9,99	9,99	9,99
λ_{theor}	$1,79 \cdot 10^{27}$	–	–
λ_{exp}	$1,79 \cdot 10^{27}$	$4,46 \cdot 10^{27}$	$2,32 \cdot 10^{14}$

Критические уровни и интенсивность поглощения при их прохождении

Рассмотрим поведение бризовой инерционно-гравитационной волны, распространяющейся по потоку на экваторе. В данном эксперименте вся толщина атмосферы является зоной распространения волны, при этом существует один критический уровень, его высота равна $z_c = 1160,24$ м.

На рис. 4 показаны вертикальные профили переменных $\psi(z)$, $u(z)$, $w(z)$. Вдольбереговая компонента скорости $v(z)$ на экваторе равна нулю. Функция тока меняется, как и вертикальная скорость (рис. 4, *a*, *b*), эти переменные находятся в противофазе и отличаются на величину горизонтального волнового числа $w = ik\psi$. С обеих сторон от критического уровня наблюдается волновой тип решения. При приближении волны к критическому уровню ее амплитуда и вертикальная длина волны уменьшаются, а после его прохождения они снова возрастают.

В горизонтальной компоненте скорости (рис. 4, *c*) также наблюдается колебательное движение, при подходе с обеих сторон к критическому уровню происходит увеличение амплитуды волны. После прохождения критического уровня амплитуда резко уменьшается на несколько порядков.

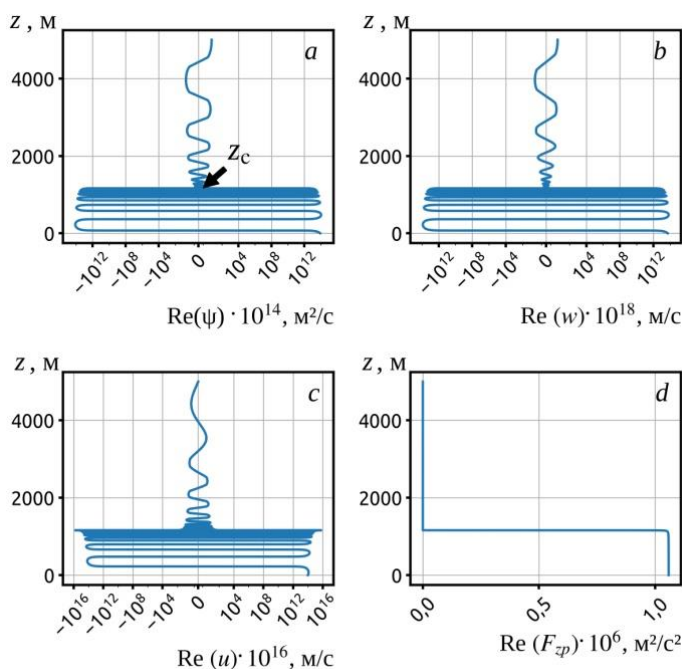


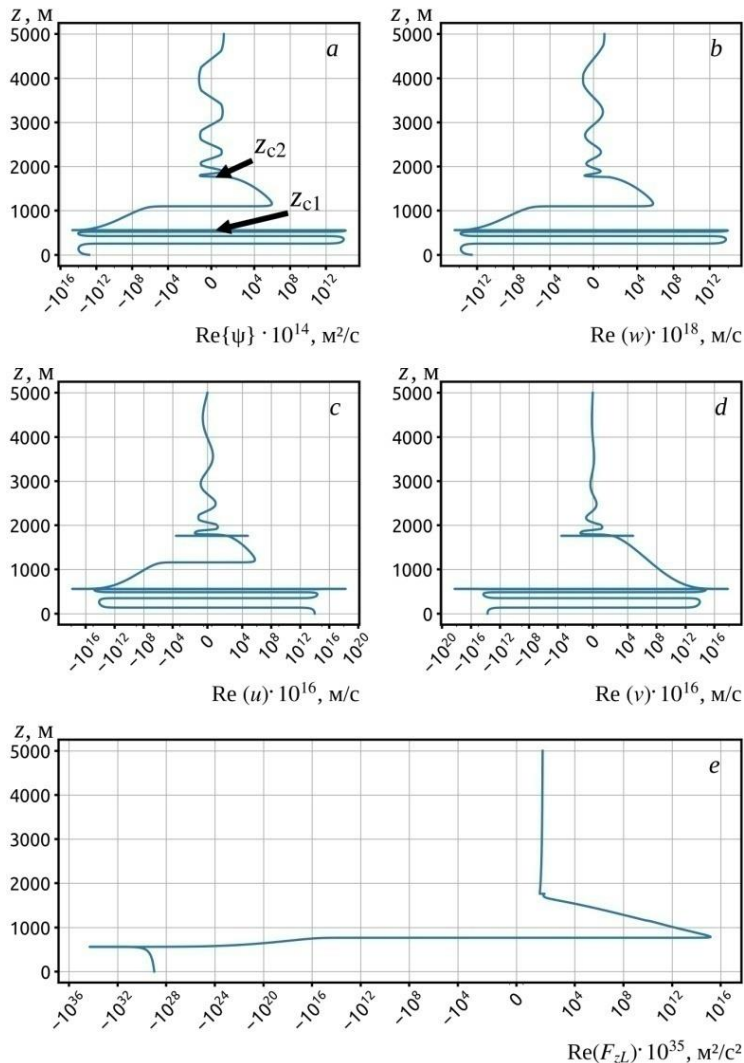
Рис. 4. Зависимость действительных частей функции тока (*a*), двух компонент скорости (*b*, *c*) и вертикального потока импульса (*d*) от высоты на экваторе

Fig. 4. Dependence real parts of the stream function (*a*), two velocity components (*b*, *c*) and vertical momentum flux (*d*) on the height at the equator

Вертикальный поток импульса $F_{zp}(z)$ на единицу массы определялся следующим образом: $F_{zp}(z) = \text{Re}(w^*u)$, где Re – действительная часть величины;

* – комплексное сопряжение. Вертикальный поток импульса (рис. 4, *d*) принимает постоянное значение выше и ниже критического уровня, на критическом уровне наблюдается сильное поглощение волны. Экспериментальный коэффициент затухания рассчитывался с использованием отношения значений вертикального потока импульса на высоте 30 и 4750 м и был равен $\lambda_{\text{exp}} = 1,79 \cdot 10^{27}$, что полностью согласуется с теоретическим значением (таблица).

В тропиках движущаяся от поверхности волна будет проходить через два слоя распространения ($0 < z < z_{c1}$ и $z > z_{c2}$) и один слой затухания ($z_{c1} < z < z_{c2}$) между ними. В данном эксперименте существует два критических уровня, их высоты показаны в таблице.



Р и с. 5. Зависимость действительных частей функции тока (*a*), трех компонент скорости (*b – d*) и вертикального потока момента импульса (*e*) от высоты на 15° широты

Fig. 5. Dependence real parts of the stream function (*a*), three velocity components (*b – d*) and vertical angular momentum flux (*e*) on the height at 15° latitude

В профиле функции тока (рис. 5, *a*) и вертикальной компоненты скорости (рис. 5, *b*) около поверхности наблюдаются колебания, при подходе к критическому уровню их амплитуда увеличивается, а вертикальная длина волны уменьшается. Вследствие существования зоны экспоненциального затухания в области распространения волны над вторым критическим уровнем амплитуда и вертикальная длина волны имеют ограниченную величину, а не стремятся к нулю, как на экваторе.

В горизонтальной компоненте скорости (рис. 5, *c*) вблизи обоих критических уровней амплитуда увеличивается, однако наблюдается ограниченное количество колебаний. Поведение $u(z)$ в затухающей области подобно наблюдаемому в функции тока и вертикальной компоненте скорости.

Интересной особенностью в профилях $\psi(z)$, $w(z)$, $u(z)$ является наличие уровня изменения знака в области затухания.

В горизонтальной компоненте скорости $v(z)$ (рис. 5, *d*) происходит увеличение амплитуды вблизи обоих уровней. При приближении к первому критическому уровню снизу и отдалении от второго критического уровня при распространении волны вверх видно увеличение вертикальной длины волны. В зоне затухания $v(z)$ не меняет знак в отличие от других переменных.

Как отмечено в [22], в системе отсчета с учетом вращения вместо сохранения вертикального потока импульса будет происходить сохранение вертикального потока момента импульса, который на единицу массы был рассчитан согласно формуле (18) из указанной работы: $F_{zL}(z) = \text{Re}(w^*(v + 2\Omega \xi) - \text{Re}(w^*(u - 2\Omega \eta))$, где $F_{zL}(z)$ – вертикальный поток момента импульса; ξ и η – смещения частиц от начального положения по x и y соответственно. При этом предполагается, что частица смещается относительно начала координат. Так как рассматривается волна с определенной (суточной) частотой, смещение частицы рассчитывается как $\xi = i\omega u$, $\eta = i\omega v$.

Вертикальный поток момента импульса (рис. 5, *e*) принимает постоянное отрицательное значение ниже первого критического уровня и положительное постоянное значение выше второго критического уровня в областях, соответствующих распространению волны.

Для расчета экспериментального коэффициента затухания использовалось отношение значений вертикального потока момента импульса в областях, где он принимает примерно постоянное значение, на высоте 30 и 4750 м: $\lambda_{\text{exp}} = 4,46 \cdot 10^{27}$, что превышает значение коэффициента на экваторе в 2,49 раза (таблица). В тропиках происходит более интенсивное поглощение волны, чем на экваторе.

Так как для случая, когда $f \neq 0$, не существует аналитической теории, обсудим получившийся результат на эмпирическом уровне. Структура критических уровней аналогична полученной в работе [22] при $f = 10^{-2}$ (рис. 3), но есть отличие, заключающееся в появлении уровня смены знака между двумя критическими уровнями во всех рассмотренных переменных, кроме компоненты скорости $v(z)$.

В средних широтах генерируемая на поверхности инерционно-гравитационная волна сначала существует в зоне затухания $0 < z < z_{c2}$, далее она распространяется в зоне $z > z_{c2}$. В данном эксперименте первый критический уровень $z_{c1} = -480,59$ м находится под землей, а значит, волна будет проходить только через один критический уровень $z_{c2} = 2801,07$ м.

В профилях функции тока и вертикальной компоненты скорости (рис. 6, *a*, *b*), как и на 15° при переходе от экспоненциального типа решения к волновому, изменение амплитуды волны происходит не так резко: вертикальная длина волны имеет конечную величину, а не стремится к нулю, как на экваторе. В горизонтальной компоненте скорости (рис. 6, *c*) наблюдается увеличение амплитуды около критического уровня.

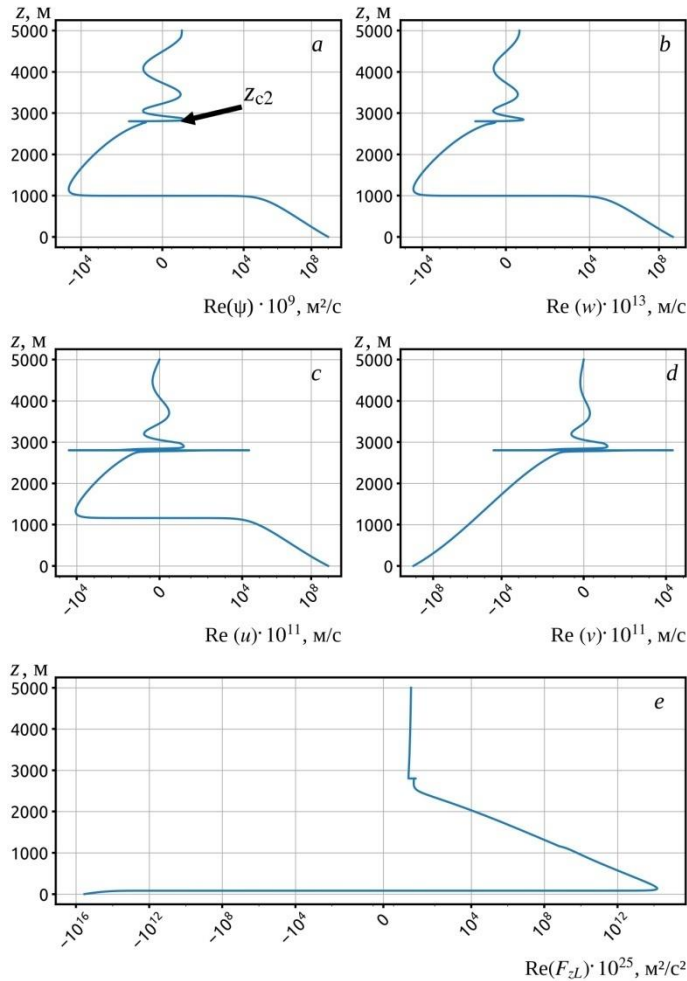


Рис. 6. Зависимость действительных частей функции тока (*a*), трех компонент скорости (*b–d*) и вертикального потока момента импульса (*e*) от высоты на 45° широты
Fig. 6. Dependence real parts of the stream function (*a*), three velocity components (*b–d*) and vertical angular momentum flux (*e*) on the height at 45° latitude

Отметим, что во всех трех переменных $\psi(z)$, $u(z)$, $w(z)$ наблюдается уровень изменения знака в экспоненциальной области решения.

В профиле горизонтальной компоненты скорости $v(z)$ (рис. 6, *d*) вблизи критического уровня так же, как и в компоненте скорости $u(z)$, наблюдается увеличении амплитуды. Отличается компонента $v(z)$ от других переменных тем, что в зоне экспоненциального затухания нет уровня смены знака.

Вертикальный поток момента импульса (рис. 6, *e*) принимает постоянное значение в области распространения волны над вторым критическим уровнем.

В области затухания волны поток момента импульса отрицательный около поверхности, затем он меняет знак и уменьшается, оставаясь положительным и после прохождения критического уровня.

В средних широтах существует только одна область, где вертикальный поток момента импульса постоянен, однако для сравнения с другими экспериментами был рассчитан экспериментальный коэффициент поглощения. Для расчета так же, как и для других экспериментов, использовалось отношение значений вертикального потока момента импульса около поверхности и вблизи верхней границы, где его величина была постоянной. Рассчитанный экспериментальный коэффициент поглощения равен $2,32 \cdot 10^{14}$, он меньше значения теоретического коэффициента на экваторе в $0,77 \cdot 10^{13}$ раза (таблица).

Сравнивая значения коэффициентов поглощения на разных широтах, можно отметить, что наибольшее затухание происходит на 15° , а наименьшее – на 45° . В средних широтах будет наблюдаться меньшее поглощение затухающей волны, распространяющейся от поверхности и проходящей через единственный критический уровень, чем распространяющейся волны, проходящей через единственный критический уровень на экваторе, или волны, проходящей через два критических уровня в тропиках.

На экваторе и в тропиках в атмосфере без фонового ветра бризовая инерционно-гравитационная волна в рамках линейной теории распространяется по вертикали на бесконечность. Как показано в настоящем исследовании и в работе [25], наличие критического уровня уменьшает высоту распространяющегося по потоку луча бризовой циркуляции.

Так как в средних широтах бризовая инерционно-гравитационная волна затухает с высотой и в неподвижной атмосфере, влияние критического уровня будет наблюдаться, когда его высота будет меньше высоты бризовой циркуляции, которая определяется высотой атмосферного пограничного слоя.

Заключение

В настоящей работе в рамках линейной теории рассмотрена задача о влиянии критических уровней на генерируемую на поверхности источником тепла инерционно-гравитационную волну с масштабом, характерным для бризовой циркуляции. Критические уровни для такой волны формировались вследствие существования в атмосфере среднего фонового синоптического ветра с вертикальным сдвигом скорости, направленного перпендикулярно береговой черте. Для решения поставленной задачи использовалось уравнение Тейлора – Гольдштейна с учетом вращения Земли, которое решалось численно методом задачи Коши.

В результате анализа коэффициентов уравнения получено, что на экваторе наблюдается единственный критический уровень. Генерируемая источником тепла на поверхности гравитационная внутренняя волна с суточной частотой доходит до этого критического уровня, где происходит ее поглощение. Сравнение теоретического и экспериментального коэффициентов поглощения вертикального потока импульса показало полное соответствие.

В тропиках существуют два критических уровня, между которыми располагается область затухания. Анализ вертикального потока момента импульса показал, что излучаемая с поверхности инерционно-гравитационная волна суточного периода ослабляется сильнее, чем на экваторе.

Полярнее 30° для волны существует единственный уровень, так как второй находится ниже поверхности Земли. В средних широтах генерируемая на поверхности инерционно-гравитационная волна сначала существует в области затухания, после чего распространяется выше единственного критического уровня. В этих широтах отношение значения вертикального потока момента импульса около поверхности Земли и значения в области, где поток момента импульса постоянен, принимает минимальное значение для всех трех широт.

Таким образом, результаты настоящей работы согласуются с работами предыдущих лет и вносят вклад в развитие тематики о влиянии сдвига фонового ветра на инерционно-гравитационные волны и бризовую циркуляцию.

Для более реалистичного описания бризовой циркуляции в рамках линейной теории необходимо учесть, что фоновый ветер редко бывает строго перпендикулярен берегу, обычно он образует с берегом угол. Также необходимо учитывать, что фоновый ветер и стратификация могут сильно меняться по вертикали и во времени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Haurwitz B.* Comments on the sea-breeze circulation // *Journal of the Atmospheric Sciences.* 1947. Vol. 4, iss. 1. P. 1–8. doi:10.1175/1520-0469(1947)004<0001:COTSBC>2.0.CO;2
2. *Rouunno R.* On the Linear Theory of the Land and Sea Breeze // *Journal of the Atmospheric Sciences.* 1983. Vol. 40, iss. 8. P. 1999–2009. doi:10.1175/1520-0469(1983)040<1999:OTLTOT>2.0.CO;2
3. *Niino H.* The Linear Theory of Land and Sea Breeze Circulation // *Journal of the Meteorological Society of Japan. Ser. II.* 1987. Vol. 65, iss. 6. P. 901–921. https://doi.org/10.2151/jmsj1965.65.6_901
4. *Steyn D. G., McKendry I. G.* Quantitative and Qualitative Evaluation of a Three-Dimensional Mesoscale Numerical Model Simulation of a Sea Breeze in Complex Terrain // *Monthly Weather Review.* 1988. Vol. 116, iss. 10. P. 1914–1926. doi:10.1175/1520-0493(1988)116<1914:QAQEOA>2.0.CO;2
5. *Gille S. T., Llewellyn Smith S. G.* When land breezes collide: Converging diurnal winds over small bodies of water // *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society.* 2013. Vol. 140, iss. 685. P. 2573–2581. doi:10.1002/qj.2322
6. *Anjos M., Lopes A.* Sea breeze front identification on the northeastern coast of Brazil and its implications for meteorological conditions in the Sergipe region // *Theoretical and Applied Climatology.* 2019. Vol. 137. P. 2151–2165. doi:10.1007/s00704-018-2732-x
7. *Simpson J. E.* Gravity Currents in the Laboratory, Atmosphere, and Ocean // *Annual Review of Fluid Mechanics.* 1982. Vol. 14. P. 213–234. doi:10.1146/annurev.fl.14.010182.001241
8. *Mitsumoto S., Ueda H., Ozoe H.* A Laboratory Experiment on the Dynamics of the Land and Sea Breeze // *Journal of the Atmospheric Sciences.* 1983. Vol. 40, iss. 5. P. 1228–1240. doi:10.1175/1520-0469(1983)040<1228:ALEOTD>2.0.CO;2
9. *Pearce R. P.* The calculation of a sea-breeze circulation in terms of the differential heating across the coastline // *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society.* 1955. Vol. 81, iss. 349. P. 351–381. doi:10.1002/qj.49708134906
10. *Pielke R. A.* A Three-Dimensional Numerical Model of the Sea Breezes Over South Florida // *Monthly Weather Review.* 1974. Vol. 102, iss. 2. P. 115–139. doi:10.1175/1520-0493(1974)102<0115:ATDNMO>2.0.CO;2

11. *Chen X., Zhang F., Zhao K.* Diurnal Variations of the Land-Sea Breeze and its Related Precipitation over South China // *Journal of the Atmospheric Sciences*. 2016. Vol. 73, iss. 12. P. 4793–4815. doi:10.1175/JAS-D-16-0106.1
12. *Kimura R. Eguchi T.* On Dynamical Processes of Sea- and Land-Breeze Circulation // *Journal of the Meteorological Society of Japan*. Ser. II. 1978. Vol. 56, iss. 2. P. 67–85. https://doi.org/10.2151/jmsj1965.56.2_67
13. *Porson A., Steyn D. G., Schayes G.* Sea-breeze scaling from numerical model simulations, Part I: Pure sea breezes // *Boundary-Layer Meteorology*. 2007. Vol. 122, iss. 1. P. 17–29. doi:10.1007/s10546-006-9090-4
14. *Antonelli M., Rotunno R.* Large-Eddy Simulation of the Onset of the Sea Breeze // *Journal of the Atmospheric Sciences*. 2007. Vol. 64, iss. 12. P. 4445–4457. doi:10.1175/2007JAS2261.1
15. *Schmidt F. H.* An elementary theory of the land- and sea-breeze circulation // *Journal of the Atmospheric Sciences*. 1947. Vol. 4, iss. 1. P. 9–20. doi:10.1175/1520-0469(1947)004<0009:AETOTL>2.0.CO;2
16. *Walsh J. E.* Sea Breeze Theory and Applications // *Journal of the Atmospheric Sciences*. 1974. Vol. 31, iss. 8. P. 2012–2026. doi:10.1175/1520-0469(1974)031<2012:SBTAA>2.0.CO;2
17. *Qian T., Epifanio C. C., Zhang F.* Linear Theory Calculations for the Sea Breeze in a Background Wind: The Equatorial Case // *Journal of the Atmospheric Sciences*. 2009. Vol. 66, iss. 6. P. 1749–1763. doi:10.1175/2008JAS2851.1
18. *Jiang Q.* On Offshore Propagating Diurnal Waves // *Journal of the Atmospheric Sciences*. 2012. Vol. 69, iss. 5. P. 1562–1581. doi:10.1175/JAS-D-11-0220.1
19. *Du Y., Rotunno R.* Diurnal Cycle of Rainfall and Winds near the South Coast of China // *Journal of the Atmospheric Sciences*. 2018. Vol. 75, iss. 6. P. 2065–2082. doi:10.1175/JAS-D-17-0397.1
20. *Booker J. R., Bretherton F. P.* The critical layer for internal gravity waves in a shear flow // *Journal of Fluid Mechanics*. 1967. Vol. 27, iss. 3. P.513–539. doi:10.1017/S0022112067000515
21. *Miles J. W.* On the stability of heterogeneous shear flows // *Journal of Fluid Mechanics*. 1961. Vol. 10, iss. 4. P. 496–508. doi:10.1017/S0022112061000305
22. *Jones W. L.* Propagation of internal gravity waves in fluids with shear flow and rotation // *Journal of Fluid Mechanics*. 1967. Vol. 30, iss. 3. P. 439–448. doi:10.1017/S0022112067001521
23. *Grimshaw R.* Internal gravity waves: critical layer absorption in a rotating fluid // *Journal of Fluid Mechanics*. 1975. Vol. 70, iss. 2. P. 287–304. doi:10.1017/S0022112075002030
24. *Слепышев А. А., Воротников Д. И.* Вертикальный перенос импульса инерционно-гравитационными внутренними волнами в бароклинном потоке // *Морской гидрофизический журнал*. 2017. № 4. С. 3–15. doi:10.22449/0233-7584-2017-4-3-15
25. *Du Y., Rotunno R., Zhang F.* Impact of Vertical Wind Shear on Gravity Wave Propagation in the Land–Sea-Breeze Circulation at the Equator // *Journal of the Atmospheric Sciences*. 2019. Vol. 76, iss. 10. P. 3247–3265. doi:10.1175/JAS-D-19-0069.1

Об авторах:

Шокуров Михаил Викторович, ведущий научный сотрудник, отдел взаимодействия атмосферы и океана, ФГБУН ФИЦ МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), доктор физико-математических наук, **SPIN-код: 9445-5295, ORCID ID: 0000-0003-1595-8281, ResearcherID: V-7160-2017**, shokurov.m@gmail.com

Краевская Наталья Юрьевна, младший научный сотрудник, отдел взаимодействия атмосферы и океана, ФГБУН ФИЦ МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), **SPIN-код: 7325-9858, ORCID ID:0000-0002-9031-2985, ResearcherID: ABA-1822-2020**, krayevskaja_n@mhi-ras.ru