

Научная статья

УДК 551.466.3  
EDN: ZNPAZD

## Соотношение глубины впадины и высоты гребня поверхностных волн в прибрежной зоне Черного моря

А. С. Запевалов , А. В. Гармашов

Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь, Россия  
 sevzepter@mail.ru

Поступила в редакцию 10.01.2023; одобрена после рецензирования 02.07.2023;  
принята к публикации 15.11.2023.

### Аннотация

**Цель.** Целью настоящей работы является анализ изменчивости отношения глубины впадины и высоты гребня поверхностных волн, а также связи этого отношения с асимметрией распределения возвышений морской поверхности.

**Методы и результаты.** Анализ проводится на основе данных волновых измерений со стационарной океанографической платформы, расположенной на Черном море в районе Южного берега Крыма. Глубина в том месте, где установлена платформа, составляет ~ 30 м. Анализируемый массив данных насчитывает 17083 20-минутных сеансов измерений. Аномальные волны выделялись по индексу аномальности  $AI$ , равному отношению максимальной за сеанс высоты волны и значительной высоты волн. Аномальные волны, у которых  $AI > 2$ , наблюдались в 562 сеансах измерений, что соответствует вероятности их появления, равной 3,3%. Значения  $AI$  лежат в пределах 1,16–2,79. Отношение глубины впадины  $Th$  наиболее высокой волны и высоты ее гребня  $Cr$  находится в диапазоне  $0,37 < Th/Cr < 1,47$  при среднем значении 0,79.

**Выводы.** Статистические характеристики волн, определенные в присутствии аномальных волн, заметно отличаются от характеристик, полученных при  $AI < 2$ . В ситуациях, когда  $AI < 2$ , вероятность события, при котором глубина впадины  $Th$  наиболее высокой волны больше высоты ее гребня  $Cr$ , составляет 10,9%. Событие  $Th/Cr > 1$  не наступает, если  $AI < 1,4$ . Когда присутствуют волны, удовлетворяющие условию  $AI > 2$ , вероятность события  $Th/Cr > 1$  составила 19,4%. Показано, что условие  $Th/Cr > 1$  не является необходимым для появления отрицательной асимметрии распределения возвышений морской поверхности. Вероятность больших отклонений асимметрии от нулевого значения как в сторону положительных, так и в сторону отрицательных значений при  $AI > 2$  выше, чем при  $AI < 2$ . Статистическая связь между асимметрией и отношением  $Th/Cr$  наблюдается только у аномальных волн.

**Ключевые слова:** морская поверхность, аномально высокие волны, индекс аномальности, асимметрия распределения возвышений, Черное море

**Благодарности:** работа выполнена в рамках темы государственного задания FNNN-2021-0004 «Фундаментальные исследования океанологических процессов, определяющих состояние и эволюцию морской среды под влиянием естественных и антропогенных факторов, на основе методов наблюдения и моделирования».

**Для цитирования:** Запевалов А. С., Гармашов А. В. Соотношение глубины впадины и высоты гребня поверхностных волн в прибрежной зоне Черного моря // Морской гидрофизический журнал. 2024. Т. 40, № 1. С. 78–86. EDN ZNPAZD.

## Ratio between Trough and Crest of Surface Waves in the Coastal Zone of the Black Sea

A. S. Zapevalov , A. V. Garmashov

Marine Hydrophysical Institute, Russian Academy of Sciences, Sevastopol, Russia  
 sevzepter@mail.ru

### Abstract

**Purpose.** The work is purposed at analyzing variability of the ratio between trough and crest of the sea surface waves, as well as the relationship of this ratio with the skewness of surface elevations.

**Methods and Results.** The analysis is based on the wave measurements performed from the stationary oceanographic platform located near the Southern coast of Crimea in the Black Sea. The depth at the place where the platform was installed is about 30 m. The analyzed data array totals 17083 twenty-minute measurement sessions. The freak waves were identified by the abnormality index  $AI$  equal to the ratio between the maximum wave height per session and the significant wave height. The freak waves with index  $AI > 2$  were observed in 562 measurement sessions that corresponds to a probability of their occurrence equal to 3.3%. The  $AI$  values range from 1.16 to 2.79. The ratio between the trough depth  $Th$  of the highest wave and its crest height  $Cr$  is in the range  $0.37 < Th/Cr < 1.47$ , at that the average value is 0.79.

**Conclusions.** Statistical characteristics of the waves revealed in the presence of freak waves differ noticeably from those obtained at  $AI < 2$ . In the situations when  $AI < 2$ , the probability of an event when the trough depth  $Th$  of the highest wave exceeds its crest height  $Cr$  is 10.9%. The event with  $Th/Cr > 1$ , does not occur if  $AI < 1.4$ . When there are the waves satisfying condition  $AI > 2$ , the probability of an event with  $Th/Cr > 1$  is 19.4%. It is shown that condition  $Th/Cr > 1$  is not necessary for arising of a negative skewness in the distribution of sea surface elevations. The probability of large asymmetry deviations from a zero value both towards the positive values and towards the negative ones, is higher at  $AI > 2$  than at  $AI < 2$ . The statistical relationship between the skewness and the  $Th/Cr$  ratio is observed only for freak waves.

**Keywords:** sea surface, freak wave, abnormality index, skewness, Black Sea

**Acknowledgments:** The study was carried out within the framework of state assignment on theme FNNN-2021-0004 “Fundamental studies of oceanological processes which determine state and evolution of marine environment influenced by natural and anthropogenic factors, based on observation and modeling methods”.

**For citation:** Zapevalov, A.S. and Garmashov, A.V., 2024. Ratio between Trough and Crest of Surface Waves in the Coastal Zone of the Black Sea. *Physical Oceanography*, 31(1), pp. 71-78.

**Введение.** В классическом представлении морские поверхностные волны имеют трохoidalную форму: заостренная вершина и плоская впадина. Волнам подобной формы соответствует распределение возвышений морской поверхности с положительной асимметрией. В опубликованной в 1963 г. работе [1] было показано, что в случае, когда структуру морской поверхности формируют свободные незатухающие волны, асимметрия всегда положительна. В настоящее время для описания распределения слабо нелинейного волнового поля используются несколько типов моделей: построенные на основе разложения Стокса [2, 3], а также модели, в которых кумулянты возвышений морской поверхности описываются многомерными интегралами волновых спектров [4, 5]. Определенная в рамках указанных моделей асимметрия также всегда является положительной.

В то же время многочисленные измерения, проведенные в разных регионах Мирового океана, свидетельствуют о том, что существуют ситуации, когда асимметрия возвышений морской поверхности является отрицательной [6–10]. Возможная причина, объясняющая, почему слабо нелинейные модели случайных волн не описывают эти ситуации, заключается в том, что они построены для статистически однородного поля, в котором нелинейность проявляется в виде незначительных поправок [3]. В реальном волновом поле существуют механизмы, приводящие к локальным эффектам, которые нельзя считать слабо нелинейными. Такими, в частности, являются аномально высокие волны [11], в присутствии которых наблюдаются значительные отклонения асимметрии и эксцесса от нулевых значений. Асимметрия может достигать значения  $-0,4$ , эксцесс – превышать единицу [7, 8].

Выделяют несколько форм аномальных волн [12, 13] с разным соотношением высоты гребня и глубины впадины, в том числе волны, у которых глубина впадины больше высоты гребня. Присутствие подобных волн должно приводить к смещению асимметрии распределения возвышений морской поверхности в сторону отрицательных значений.

Целью настоящей работы является анализ изменчивости отношения глубины впадины и высоты гребня поверхностных волн, а также связь этого отношения с асимметрией распределения возвышений морской поверхности.

**Аппаратура и условия измерений.** Исследования поля морских поверхностных волн проводились на стационарной океанографической платформе, расположенной в прибрежной части Черного моря у Южного берега Крыма. Измерительная аппаратура, а также особенности проведения измерений со стационарной океанографической платформы описаны в работах [9, 14–16]. Глубина моря в точке, где установлена платформа, составляет  $\sim 30$  м. Для характерных черноморских волн указанная глубина соответствует условию глубокой воды.

Измерения с несколькими небольшими перерывами проводились в период с мая 2018 г. по январь 2019 г. Для статистического анализа непрерывные измерения разбивались на сеансы длительностью 20 мин каждый, из которых определялись характеристики волн.

**Соотношение впадина/гребень.** Для выявления аномально высоких волн используется индекс аномальности (*abnormality index* – *AI*) [17–19]

$$AI = H_{\max} / H_S,$$

где  $H_{\max}$  – максимальная в течение сеанса измерений высота волны;  $H_S$  – значимая высота волн, равная  $1/3$  части средней высоты самых высоких волн. Принято считать, что аномальными являются волны, высота которых более чем в два раза превышает значительную высоту волн, т. е. те волны, у которых  $AI > 2$ .

Еще один менее распространенный критерий для выделения аномальных волн построен на основе отношения [20]

$$CI = Cr / H_S,$$

где  $Cr$  – высота гребня максимальной волны. Аномальными считаются волны с  $CI$ , превышающим критическое значение, которое задается равным 1,2, 1,25 или 1,3. Связь параметров  $AI$  и  $CI$  анализировалась в работе [19]. Было показано, что использование критерия  $CI$  приводит к заниженной оценке числа ситуаций, в которых наблюдаются аномальные волны, по сравнению с оценкой, полученной по критерию  $AI > 2$ . Расхождение связано с существованием аномальных волн, у которых высота гребня меньше глубины впадины.

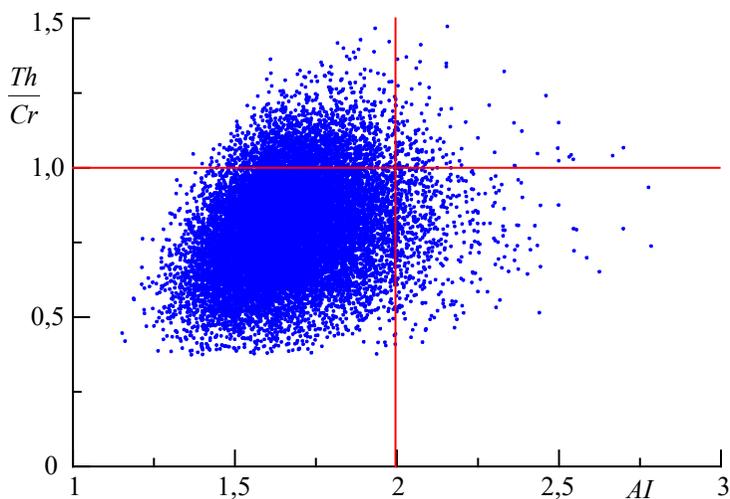
Анализируемый в настоящей работе массив данных составил 17083 сеанса измерений. Аномальные волны (по критерию  $AI > 2$ ) были зарегистрированы в 562 сеансах, что соответствует вероятности их появления, равной 3,3%. Для сравнения укажем, что при измерениях у западного черноморского побережья Турции (глубина 12,5 м) вероятность появления аномальных волн составила 2,6% [8].

Массив данных получен при скоростях ветра  $W_{10}$  от штиля (условно 0 м/с) до 26 м/с при средней за весь период измерений скорости 5,6 м/с. Здесь скорость ветра  $W_{10}$  приведена к горизонту 10 м. Значительная высота волн  $H_s$  в этот период менялась в диапазоне 0,04–2,27 м при среднем значении 0,55 м/с. Практически в тех же диапазонах происходило изменение  $W_{10}$  и  $H_s$  в ситуациях, когда наблюдались аномальные волны:  $W_{10}$  менялась в диапазоне 0–21,5 м/с при среднем значении 5,4 м/с;  $H_s$  – в диапазоне 0,06–2,1 м при среднем значении 0,52 м.

Согласно предложенной в работе [13] классификации, можно выделить три формы аномальных волн. Положительной является форма, при которой высота гребня  $Cr$  в полтора раза больше глубины впадины  $Th$ . Отрицательной является форма, при которой  $Th/Cr > 1,5$ . Третья форма – промежуточная. Вероятность появления этих трех форм составила 63, 17,5 и 19,5% соответственно. В наших измерениях волны второй формы не наблюдались, максимальное отношение  $Th/Cr$  равно 1,47. Можно предположить, что большие значения  $Th/Cr$  связаны с тем, что в работе [13] анализировались данные волновых измерений на малой глубине (2,7 м), где имеет место высокая нелинейность, вызванная взаимодействием поверхностных волн с дном.

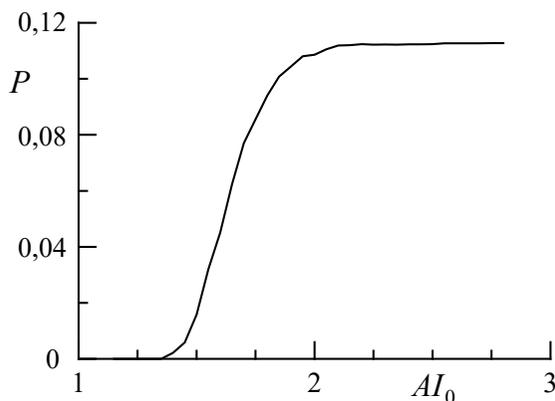
По данным измерений на стационарной океанографической платформе, как и по данным ранее проведенных исследований, преобладают аномальные волны, у которых  $Th/Cr < 1$ . Отношение  $Th/Cr$  находится в пределах 0,37–1,47, среднее значение равно 0,79. В ситуациях, когда  $AI > 2$ , вероятность появления волн, у которых  $Th/Cr < 1$ , составила 19,4%. Рассчитанная для условий, когда аномальные волны не наблюдаются, вероятность того, что  $Th/Cr > 1$ , составила 10,9%, средняя по ансамблю всех ситуаций вероятность равна 11,3%. Зависимость  $Th/Cr$  от индекса аномальности показана на рис. 1.

Условная вероятность события  $P(Th/Cr > 1 | AI < AI_0)$ , при котором  $Th/Cr > 1$ , если индекс аномальности не превышает некое критическое значение  $AI_0$ , показана на рис. 2. Видно, что событие  $Th/Cr > 1$  не наступает, если  $AI < AI_0 = 1,4$ . Условная вероятность построена для набора данных волновых измерений, в котором параметр  $AI$  менялся в пределах 1,16–2,79.



**Р и с. 1.** Зависимость отношения глубины впадины и высоты гребня  $Th/Cr$  от индекса аномальности  $AI$

**Fig. 1.** Dependence of the ratio between trough and crest  $Th/Cr$  on the abnormality index  $AI$



**Р и с. 2.** Условная вероятность  $P(Th/Cr > 1 | AI < AI_0)$

**Fig. 2.** Conditional probability  $P(Th/Cr > 1 | AI < AI_0)$

Условная вероятность  $P(Th/Cr > 1 | AI < AI_0)$  быстро растёт в области  $AI < 2$  и слабо меняется при  $AI > 2$ . На основе рис. 2 можно предположить, что статистические характеристики волн в присутствии аномальных волн отличаются от статистических характеристик в ситуациях, когда они не наблюдаются. Ниже будут приведены другие подтверждения справедливости этого предположения.

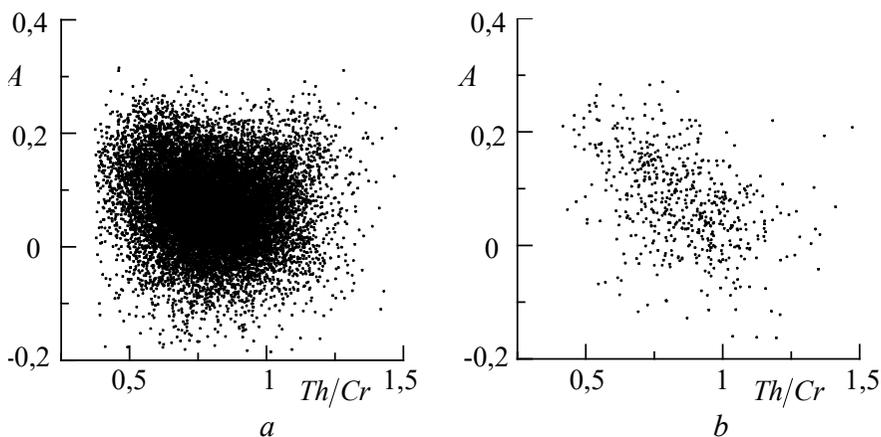
**Асимметрия.** Одним из основных критериев нелинейности поля морских поверхностных волн являются отклонения статистических моментов от значений, соответствующих распределению Гаусса [10, 21]. Полагая, что сред-

нее значение возвышения морской поверхности равно нулю, асимметрию  $A$  распределения возвышений морской поверхности можно определить как

$$A = \mu_3 / \mu_2^{1,5},$$

где  $\mu_n = \langle \xi^n \rangle$  – статистический момент порядка  $n$ ;  $\xi$  – возвышение поверхности; символ  $\langle \dots \rangle$  означает осреднение.

Естественно предположить, что появление отрицательных значений асимметрии статистически связано с отношением  $Th/Cr$ . Рассмотрим два массива данных волновых измерений. Первый массив включает все данные, второй – только данные, полученные в присутствии аномальных волн. Если проводить анализ для всего диапазона изменения  $AI$ , то связь между  $A$  и  $Th/Cr$  не наблюдается (рис. 3, *a*), коэффициент корреляции  $\rho$  между этими параметрами равен  $-0,1$ . Статистическая связь между  $A$  и  $Th/Cr$  появляется только в ситуациях, когда  $AI > 2$  (рис. 3, *b*), для второго массива данных коэффициент корреляции  $\rho = -0,42$ .



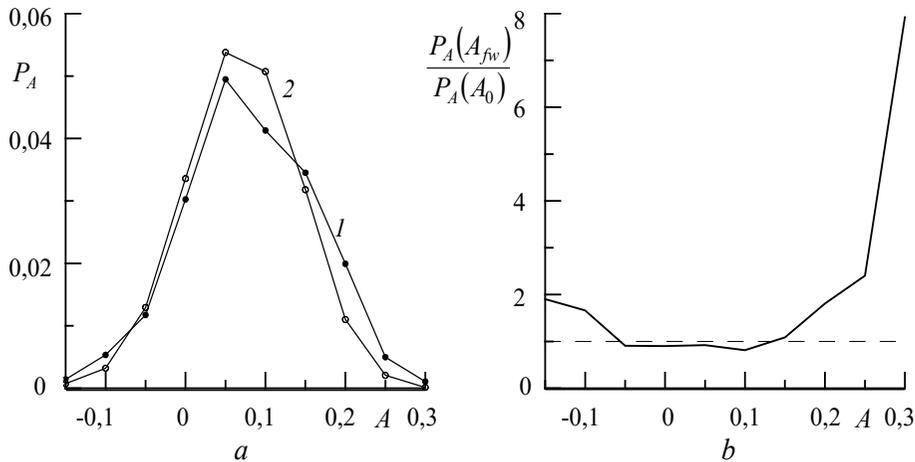
**Р и с. 3.** Зависимость асимметрии  $A$  от отношения глубины впадины и высоты гребня  $Th/Cr$ : *a* – во всем диапазоне изменения  $AI$ ; *b* – при  $AI > 2$

**F i g. 3.** Dependence of skewness  $A$  on the ratio between trough and crest  $Th/Cr$ : *a* – within the entire range of  $AI$  variation; *b* – at  $AI > 2$

Обращает на себя внимание, что отрицательные значения асимметрии могут появляться при одновременном выполнении двух условий,  $Th/Cr < 1$  и  $AI < 2$ .

Рассмотрим две группы оценок асимметрии. Оценки  $A_{fw}$  получены в ситуациях, когда наблюдались аномальные волны ( $AI > 2$ ), оценки  $A_0$  – в ситуациях, когда аномальные волны отсутствовали ( $AI < 2$ ). Функции плотности вероятностей оценок  $A_{fw}$  и  $A_0$  (обозначим их как  $P_A(A_{fw})$  и  $P_A(A_0)$  соответственно), а также отношение  $P_A(A_{fw}) / P_A(A_0)$  показаны на рис. 4. Функции

плотности вероятностей рассчитывались как гистограммы, нормированные на длину выборки и ширину интервала, в который попадали оценки асимметрии. Вероятность появления больших отклонений асимметрии от нулевого значения при  $AI > 2$  выше, чем при  $AI < 2$ . Это относится к отклонениям в сторону как положительных, так и отрицательных значений.



**Р и с. 4.** Изменения распределения асимметрии возвышений поверхности в присутствии аномальных волн:  $a$  – функции плотности вероятностей асимметрии, кривая 1 –  $P_A(A_{fw})$ , кривая 2 –  $P_A(A_0)$ ;  $b$  – отношение  $P_A(A_{fw})/P_A(A_0)$

**F i g. 4.** Changes in the distribution of skewness of surface elevations in the presence of abnormal waves:  $a$  – probability density functions of skewness, curve 1 –  $P_A(A_{fw})$ , curve 2 –  $P_A(A_0)$ ;  $b$  – ratio  $P_A(A_{fw})/P_A(A_0)$

Средние значения, рассчитанные для двух групп оценок асимметрии, близки:  $\langle A_{fw} \rangle = 0,079$  и  $\langle A_0 \rangle = 0,072$ .

**Заклучение.** Вероятность появления аномальных (по критерию  $AI > 2$ ) волн в Черном море у Южного берега Крыма в условиях, когда выполняется условие глубокой воды, составляет 3,3%. Показано, что статистические характеристики волн, определенные в присутствии аномальных волн, заметно отличаются от характеристик, полученных при  $AI < 2$ . Установлено, что вероятность события, при котором глубина впадины  $Th$  наиболее высокой волны больше высоты ее гребня  $Cr$ , составляет 10,9%. В ситуациях, когда присутствуют волны с индексом аномальности  $AI > 2$ , вероятность события  $Th/Cr > 1$  составила 19,4%. Событие  $Th/Cr > 1$  не наступает, если  $AI < 1,4$ .

Вероятность больших отклонений асимметрии от нуля в сторону как положительных, так и отрицательных значений при  $AI > 2$  выше, чем при  $AI < 2$ . Условие  $Th/Cr > 1$  не является необходимым для появления отрицательной асимметрии распределения возвышений морской поверхности. Отрицательные значения асимметрии могут наблюдаться при одновременном

выполнении двух условий:  $Th/Cr < 1$  и  $AI < 2$ . Статистическая связь между асимметрией и отношением  $Th/Cr$  наблюдается только при  $AI > 2$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Longuet-Higgins M. S. The effect of non-linearities on statistical distributions in the theory of sea waves // Journal of Fluid Mechanics. 1963. Vol. 17, iss. 3. P. 459–480. <https://doi.org/10.1017/S0022112063001452>
2. Statistical distribution of nonlinear random water wave surface elevation / H. Yijun [et al.] // Chinese Journal of Oceanology and Limnology. 2006. Vol. 24, iss. 1. P. 1–5. <https://doi.org/10.1007/BF02842767>
3. Tayfun M. A., Alkhalidi M. A. Distribution of Surface Elevations in Nonlinear Seas // Offshore Technology Conference Asia, Kuala Lumpur, Malaysia, March 2016. OTC, 2016. 14 p. <https://doi.org/10.4043/26436-ms>
4. Janssen P. A. E. M. Nonlinear four-wave interactions and freak waves // Journal of Physical Oceanography. 2003. Vol. 33, iss. 4. P. 863–884. [https://doi.org/10.1175/1520-0485\(2003\)33<863:NFIAFW>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0485(2003)33<863:NFIAFW>2.0.CO;2)
5. Annenkov S. Y., Shrira V. I. Evaluation of skewness and kurtosis of wind waves parameterized by JONSWAP Spectra // Journal of Physical Oceanography. 2014. Vol. 44, iss. 6. P. 1582–1594. doi:10.1175/JPO-D-13-0218.1
6. Jha A. K., Winterstein S. R. Nonlinear random ocean waves: prediction and comparison with data // Proceedings of the 19th International Offshore Mechanics and Arctic Engineering Symposium. ASME, 2000. Paper No. OMAE 00-6125.
7. Guedes Soares C., Cherneva Z., Antão E. M. Steepness and asymmetry of the largest waves in storm sea states // Ocean Engineering. 2004. Vol. 31, iss. 8–9. P. 1147–1167. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2003.10.014>
8. Bilyay E., Ozbahceci B. O., Yalciner A. C. Extreme waves at Filyos, southern Black Sea // Natural Hazards and Earth System Sciences. 2011. Vol. 11, iss. 3. P. 659–666. doi:10.5194/nhess-11-659-2011
9. Запелалов А. С., Гармаилов А. В. Асимметрия и эксцесс поверхностных волн в прибрежной зоне Черного моря // Морской гидрофизический журнал. 2021. Т. 37, № 4. С. 447–459. EDN SKHDZD. doi:10.22449/0233-7584-2021-4-447-459
10. Запелалов А. С., Гармаилов А. В. Появление отрицательных значений коэффициента асимметрии морских поверхностных волн // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 2022. Т. 58, № 3. С. 310–317. EDN JHQGDE. doi:10.31857/S0002351522030130
11. Kharif C., Pelinovsky E., Slunyaev A. Rogue Waves in the Ocean. Berlin ; Heidelberg : Springer, 2009. 216 p. (Advances in Geophysical and Environmental Mechanics and Mathematics). doi:10.1007/978-3-540-88419-4
12. Freak waves off Ratnagiri, west coast of India / J. Glejin [et al.] // Indian Journal of Geomarine Sciences. 2014. Vol. 43, iss. 7. P. 1339–1342.
13. Didenkulova I., Anderson C. Freak waves of different types in the coastal zone of the Baltic Sea // Natural Hazards and Earth System Sciences. 2010. Vol. 10, iss. 9. P. 2021–2029. <https://doi.org/10.5194/nhess-10-2021-2010>
14. Толочков Ю. Н., Коровушкин А. И. Система сбора гидрометеорологической информации // Системы контроля окружающей среды. 2010. Вып. 13. С. 50–53.
15. Соловьев Ю. П., Иванов В. А. Предварительные результаты измерений атмосферной турбулентности над морем // Морской гидрофизический журнал. 2007. № 3. С. 42–61. EDN YOVLFR.
16. Ефимов В. В., Комаровская О. И. Возмущения, вносимые Крымскими горами в поля скорости ветра // Морской гидрофизический журнал. 2019. Т. 35, № 2. С. 134–146. EDN WEALEB. doi:10.22449/0233-7584-2019-2-134-146

17. Risk assessment of encountering killer waves in the Black Sea / V. A. Ivanov [et al.] // *Geography, Environment, Sustainability*. 2012. Vol. 5, iss. 1. P. 84–111. <https://doi.org/10.24057/2071-9388-2012-5-1-84-111>
18. Discussions on the occurrence probabilities of observed freak waves / A.-F. Tao [et al.] // *Journal of Marine Science and Technology*. 2015. Vol. 23, iss. 6. P. 923–928. doi:10.6119/JMST-015-0610-10
19. *Запевалов А. С., Гармашов А. В.* Вероятность появления аномальных волн в прибрежной зоне Черного моря у Южного берега Крыма // *Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон моря*. 2022. № 3. С. 6–15. EDN CCZQGI. doi:10.22449/2413-5577-2022-3-6-15
20. *Lixmoore J. F., Ilie S., Mori N.* On kurtosis and extreme waves in crossing directional seas: a laboratory experiment // *Journal of Fluid Mechanics*. 2019. Vol. 876. P. 792–817. <https://doi.org/10.1017/jfm.2019.575>
21. Real world ocean rogue waves explained without the modulational instability / F. Fedele [et al.] // *Scientific Reports*. 2016. Vol. 6. 27715. <https://doi.org/10.1038/srep27715>

*Об авторах:*

**Запевалов Александр Сергеевич**, главный научный сотрудник, отдел дистанционных методов исследований, ФГБУН ФИЦ МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), доктор физико-математических наук, **SPIN-код: 6784-7782**, **ORCID ID: 0000-0001-9942-2796**, **Scopus Author ID: 7004433476**, **WoS ResearcherID: V-7880-2017**, [sevzepter@mail.ru](mailto:sevzepter@mail.ru)

**Гармашов Антон Викторович**, старший научный сотрудник, отдел океанографии, ФГБУН ФИЦ МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), кандидат географических наук, **SPIN-код: 8941-9305**, **Scopus Author ID: 54924806400**, **WoS ResearcherID: P-4155-2017**, [ant.gar@mail.ru](mailto:ant.gar@mail.ru)