

Анализ результатов наблюдений и методы расчета гидрофизических полей океана

УДК 534.231

Ю.И. Папкова, С.О. Папков, А.А. Ярошенко

Гидроакустическое поле точечного источника в неоднородной морской среде с плавающим на поверхности цилиндрическим телом

Рассматривается задача о вычислении звукового поля точечного гармонического источника в прибрежной зоне. Исследуется влияние плавающего над источником твердого тела цилиндрической формы на звуковое поле в морской среде. Предложен численно-аналитический метод нахождения потенциала скорости, при котором неопределенные коэффициенты в общем решении задачи определяются из соответствующей бесконечной системы линейных алгебраических уравнений методом редукции. Приведены результаты конкретных расчетов и их сравнительный анализ при вариации параметров волновода, характерных для прибрежной части моря.

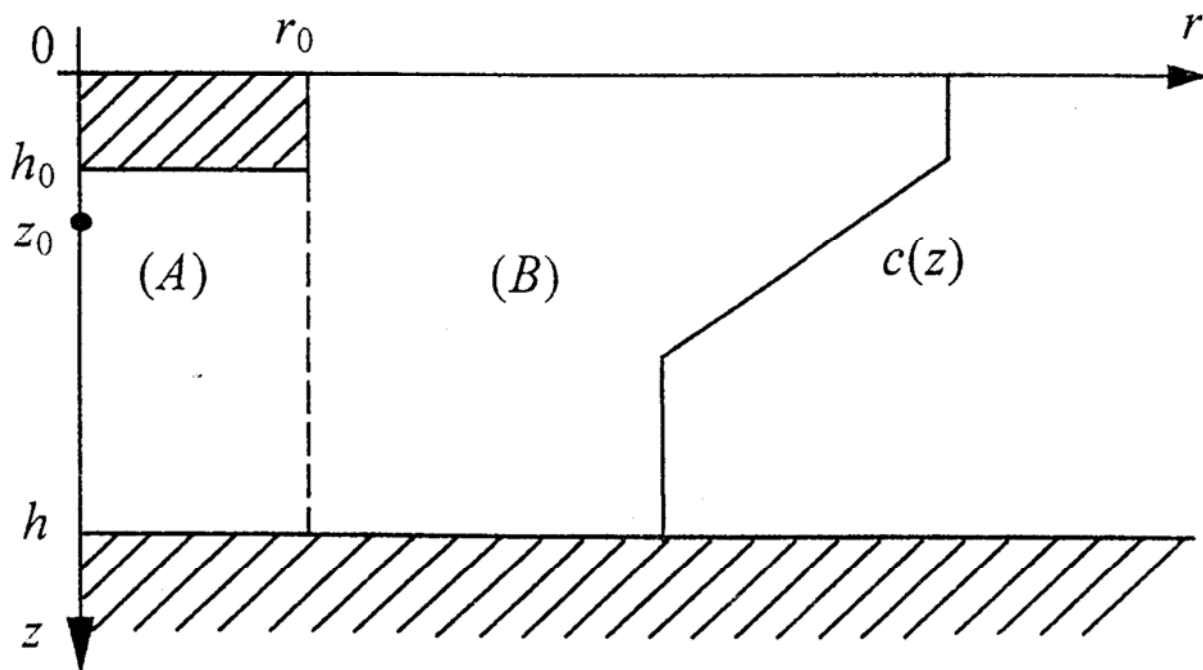
Введение. В настоящее время активно развивается освоение шельфовой зоны Мирового океана, поэтому исследование физических процессов и явлений, происходящих в данной области, представляет значительный интерес с точки зрения не только океанологии, но и других областей науки. Одним из аспектов данной проблемы является анализ звуковых полей, возникающих в геофизических волноводах на материковой отмели.

Расчет характеристик звукового поля, создаваемого гармоническим подводным источником, помещенным в геофизический волновод, является одной из фундаментальных задач гидроакустики. Наряду с получением точных решений, активно развиваются численные и численно-аналитические методы решения задач данного типа [1,2,3]. Здесь важным является анализ пространственной структуры звукового поля, его амплитудно-частотной характеристики. Актуален также вопрос о влиянии профиля скорости звука (в первом приближении — его рефракционного члена) на картину возникающих звуковых полей. Отметим, что для волноводов с границами, отличными от плоскопараллельных, или же имеющих локальные неоднородности в виде твердого тела, помещенного в волновод, анализ волновых полей опирается, как правило, на численные методы.

Исследованию явлений дифракции волн на цилиндре посвящена работа [4], в которой для получения численно-аналитического решения задачи используется аппарат бесконечных систем линейных алгебраических уравнений.

Ниже рассматривается задача о звуковом поле точечного гармонического источника, помещенного под абсолютно жестким цилиндром, который расположен на поверхности волновода (рис. 1). Поле скорости звука предполагается содержащим только рефракционный член $c = c(z)$.

© Ю.И. Папкова, С.О. Папков, А.А. Ярошенко, 2003



Р и с. 1. Гидроакустический волновод с плавающим на поверхности телом в форме вертикального кругового цилиндра

В данной работе потенциал скорости представлен в виде суммы распространяющихся и стоячих нормальных мод с неопределенными коэффициентами. Выполнение граничных условий на горизонтальных стенках волновода обеспечивается при построении общего решения. Условия непрерывности и отражения от абсолютно жесткой поверхности при $r = r_0$ приводят к бесконечным системам линейных алгебраических уравнений, которые решаются методом редукции.

Общее решение. Рассмотрим гидроакустический волновод глубины h , на поверхности которого помещен абсолютно твердый цилиндр радиуса r_0 и высоты h_0 . Начало цилиндрической системы координат положим в центре верхнего основания цилиндра, ось Oz направлена вниз, а ось Or — горизонтально. Гармонический точечный источник звука находится в точке $(0; z_0)$ на продолжении осевой линии цилиндра (рис. 1).

Звуковое поле, возбуждаемое в волноводе, является осесимметричным и может быть полностью определено, если известен потенциал скоростей Φ , удовлетворяющий уравнению Гельмгольца:

$$\Delta \Phi + \frac{\omega^2}{c^2(z)} \Phi = -\frac{S(\omega) \delta(z - z_0) \delta(r)}{2\pi r}, \quad (1)$$

где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial r^2}$ — оператор Лапласа, δ — дельта-функция Дирака, ω — частота источника звука, $S(\omega)$ — сила источника, $c(z)$ — вертикальное распределение скорости звука в волноводе.

В качестве граничных условий используем условия полного поглощения звука свободной поверхностью волновода и полного отражения от дна и плавающего цилиндра:

$$\begin{aligned} \Phi|_{z=0} &= 0 (r > r_0); & \frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_{z=h} &= 0 (r > 0); \\ \frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_{z=h_0} &= 0 (0 < r < r_0); & \frac{\partial \Phi}{\partial r} \Big|_{r=r_0} &= 0 (0 < z < h_0). \end{aligned} \quad (2)$$

Зная потенциал скоростей Φ , можно рассчитать возникающее звуковое давление по формуле $P = i\omega\rho\Phi e^{i\omega t}$.

Сведение задачи (1), (2) к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений проведем на основе теории нормальных мод. Разобьем область волновода на две: область (A), расположенную под цилиндром, и область (B) — вне цилиндра. Пусть в каждой из областей потенциал скорости принимает значения Φ_A и Φ_B . Разделяя переменные в уравнении (1), используя граничные условия на горизонтальных стенках волновода и условия затухания при $r \rightarrow \infty$, определим введенные выше потенциалы [2]:

$$\begin{aligned} \Phi_A &= \frac{iS(\omega)}{4} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varphi_n^A(z) \varphi_n^A(z_0)}{\gamma_n^A} H_0^{(1)}(\xi_n^A r) + \sum_{n=0}^{\infty} A_n \varphi_n^A(z) J_0(\xi_n^A r), \\ \Phi_B &= \sum_{n=0}^{\infty} B_n \varphi_n^B(z) H_0^{(1)}(\xi_n^B r). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $\gamma_n^A = \int_{h_0}^h (\varphi_n^A(z))^2 dz$; H_0 и J_0 — функции Ханкеля и Бесселя нулевого порядка;

функции $\{\varphi_n^A(z)\}_{n=0}^{\infty}$, $\{\varphi_n^B(z)\}_{n=0}^{\infty}$ и числа ξ_n^A , ξ_n^B — собственные функции и числа следующих задач Штурма–Лиувилля:

$$(\varphi_n^A)'' + \left[\frac{\omega^2}{c^2(z)} - (\xi_n^A)^2 \right] \varphi_n^A = 0, \quad \frac{d\varphi_n^A}{dz} \Big|_{z=h_0} = 0, \quad \frac{d\varphi_n^A}{dz} \Big|_{z=h} = 0; \quad (4)$$

$$(\varphi_n^B)'' + \left[\frac{\omega^2}{c^2(z)} - (\xi_n^B)^2 \right] \varphi_n^B = 0, \quad (\varphi_n^B)|_{z=0} = 0, \quad \frac{d\varphi_n^B}{dz} \Big|_{z=h} = 0. \quad (5)$$

Неопределенные коэффициенты A_n и B_n в формулах (3) определяются из бесконечной системы линейных алгебраических уравнений, которая возникает из условий непрерывности и граничных условий на $r = r_0$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_B}{\partial r} &= \begin{cases} 0, & 0 < z \leq h_0, \\ \frac{\partial \Phi_A}{\partial r}, & h_0 < z \leq h, \end{cases} \\ \Phi_A &= \Phi_B, \quad h_0 < z \leq h. \end{aligned} \quad (6)$$

При выводе бесконечной системы, для ее успешного решения методом редукции, важно, чтобы функции, стоящие в обеих частях равенств (6), были из одного класса функций. В связи с этим доопределим второе из равенств (6):

$$\Phi_B = \begin{cases} \Phi_B, & 0 < z \leq h_0, \\ \Phi_A, & h_0 < z \leq h. \end{cases} \quad (7)$$

Тогда система функций $\{\varphi_n^B(z)\}_{n=0}^{\infty}$ является полной и ортогональной [5] для функций, стоящих в обеих частях равенств (6). Из равенства коэффициентов разложения по данной системе функций получаем бесконечную систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_{m,n} x_n + \sum_{n=0}^{\infty} \beta_{m,n} y_n + P_m = 0, \\ \sum_{n=0}^{\infty} k_{m,n} x_n - \sum_{n=0}^{\infty} \delta_{m,n} y_n + Q_m = 0, \end{cases} \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (8)$$

где $x_n = A_n J_1(\xi_n^A r_0)$; $y_n = B_n H_0^{(1)}(\xi_n^B r_0)$;

$$\alpha_{m,n} = \left(\frac{H_1^{(1)}(\xi_m^B r_0)}{H_0^{(1)}(\xi_m^B r_0)} \frac{J_0(\xi_n^A r_0)}{J_1(\xi_n^A r_0)} - \frac{\xi_n^A}{\xi_m^B} \right) \int_{h_0}^h \varphi_n^A \varphi_m^B dz;$$

$$\beta_{m,n} = \frac{H_1^{(1)}(\xi_m^B r_0)}{H_0^{(1)}(\xi_m^B r_0)} \frac{H_0^{(1)}(\xi_n^B r_0)}{H_1^{(1)}(\xi_n^B r_0)} \int_0^{h_0} \varphi_n^B \varphi_m^B dz;$$

$$k_{m,n} = \frac{\xi_n^A}{\xi_m^B \gamma_m^B} \int_{h_0}^h \varphi_n^A \varphi_m^B dz; \quad \delta_{m,n} — \text{символ Кронекера};$$

$$P_m = \frac{iS(\omega)}{4} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{H_1^{(1)}(\xi_m^B r_0)}{H_0^{(1)}(\xi_m^B r_0)} H_0^{(1)}(\xi_n^A r_0) - \frac{\xi_n^A}{\xi_m^B} H_1^{(1)}(\xi_n^A r_0) \right) \frac{\varphi_n^A(z_0)}{\gamma_n^A} \int_{h_0}^h \varphi_n^A \varphi_m^B dz;$$

$$Q_m = \frac{iS(\omega)}{4 \xi_m^B \gamma_m^B} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\xi_n^A H_1^{(1)}(\xi_n^A r_0) \varphi_n^A(z_0)}{\gamma_n^A} \int_{h_0}^h \varphi_n^A \varphi_m^B dz, \quad \gamma_m^B = \int_{h_0}^h (\varphi_m^B(z))^2 dz.$$

Ряды в выражениях для свободных членов бесконечной системы сходятся экспоненциально, так как краевые задачи (4), (5) имеют конечное число вещественных собственных значений и бесконечное множество чисто мнимых [2].

Используя связь между краевой задачей (5) и соответствующим интегральным уравнением Вольтерра [5], можно получить для собственных функций этой задачи следующую асимптотическую формулу:

$$\varphi_n^B = \sin \lambda_n z + O\left(\frac{1}{\lambda_n}\right), \quad (9)$$

где $\lambda_n = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2 - (\xi_n^B)^2}$, $c_0 = \frac{\max c(z) + \min c(z)}{2}$ — среднее значение скорости звука в волноводе.

Тогда, согласно лемме Лебега – Римана [6], коэффициенты разложения некоторой функции по системе функций φ_n^B являются бесконечно малыми величинами при $n \rightarrow \infty$, что обосновывает применение метода редукции к решению бесконечной системы (8).

Построение собственных чисел и собственных функций краевых задач (4), (5). Профиль скорости звука в реальных геофизических волноводах является величиной рассчитываемой из экспериментальных данных [7]. Таким образом, можно принять, что рефракционный член скорости звука $c(z)$ задается некоторой системой опорных точек $c(z_i) = c_i$. Отрезок $z \in [0; h]$ разбивается на N частей системой точек $\{z_k\}_{k=0}^N$ ($z_0 = 0, z_N = h$); на каждой из частей профиль скорости звука допускает аппроксимацию $c(z) = c_k(z)$, $z \in [z_{k-1}; z_k]$, обеспечивающую существование аналитических решений дифференциальных уравнений (4), (5). Линейно независимые решения уравнения (4) для аппроксимации вида

$$\left(\frac{\omega}{c_k(z)} \right)^2 = a_k + b_k z, \quad (10)$$

$$a_k = \frac{\omega^2}{z_{k+1} - z_k} \left(\frac{z_{k+1}}{c_k^2} - \frac{z_k}{c_{k+1}^2} \right), b_k = \frac{\omega^2}{z_{k+1} - z_k} \left(\frac{1}{c_{k+1}^2} - \frac{1}{c_k^2} \right)$$

при $b_k \neq 0$ выражаются через функции Эйри:

$$\varphi_1^k(z; \xi) = \text{Ai} \left(\frac{\xi^2 - a_k}{\sqrt[3]{b_k^2}} - \sqrt[3]{b_k} z \right), \varphi_2^k(z; \xi) = \text{Bi} \left(\frac{\xi^2 - a_k}{\sqrt[3]{b_k^2}} - \sqrt[3]{b_k} z \right); \quad (11)$$

при $b_k = 0$ — через показательную и тригонометрические функции:

$$\varphi_1^k(z; \xi) = \begin{cases} \cos(\sqrt{a_k - \xi^2} z), & a_k - \xi^2 \geq 0, \\ e^{\sqrt{\xi^2 - a_k} z}, & a_k - \xi^2 < 0, \end{cases}$$

$$\varphi_2^k(z; \xi) = \begin{cases} \sin(\sqrt{a_k - \xi^2} z), & a_k - \xi^2 \geq 0, \\ e^{-\sqrt{\xi^2 - a_k} z}, & a_k - \xi^2 < 0. \end{cases} \quad (12)$$

Тогда на отрезке аппроксимации $z \in [z_k; z_{k+1}]$ профиля скорости звука общее решение дифференциального уравнения (4) имеет вид:

$$\psi^k(z; \xi) = C_1^k \varphi_1^k(z; \xi) + C_2^k \varphi_2^k(z; \xi). \quad (13)$$

Ищем собственные функции краевых задач (4), (5) непрерывными вместе со своими первыми производными, что обеспечивает непрерывность полей звукового давления и колебательной скорости. Краевые условия задачи (5) примут вид (для задачи (4) аналогично):

$$\begin{cases} \psi^0(0; \xi) = 0, \\ \psi^k(z_{k+1}, \xi) = \psi^{k+1}(z_{k+1}, \xi), \\ \frac{d\psi^k}{dz}(z_{k+1}, \xi) = \frac{d\psi^{k+1}}{dz}(z_{k+1}, \xi), \\ \frac{d\psi^{N-1}}{dz}(h, \xi) = 0. \end{cases} \quad (k = 0, 1, \dots, N-2), \quad (14)$$

Используя представление (11) – (13), получаем из условий (14) следующую однородную систему линейных уравнений для определения волновых чисел ξ и постоянных в общем решении (13):

$$\begin{cases} C_1^0 \varphi_1^0(0; \xi) + C_2^0 \varphi_2^0(0; \xi) = 0, \\ C_1^k \varphi_1^k(z_{k+1}; \xi) + C_2^k \varphi_2^k(z_{k+1}; \xi) - C_1^{k+1} \varphi_1^{k+1}(z_{k+1}; \xi) + C_2^{k+1} \varphi_2^{k+1}(z_{k+1}; \xi) = 0, \\ C_1^k \frac{d\varphi_1^k}{dz}(z_{k+1}; \xi) + C_2^k \frac{d\varphi_2^k}{dz}(z_{k+1}; \xi) - C_1^{k+1} \frac{d\varphi_1^{k+1}}{dz}(z_{k+1}; \xi) + \\ + C_2^{k+1} \frac{d\varphi_2^{k+1}}{dz}(z_{k+1}; \xi) = 0, \\ C_1^{N-1} \frac{d\varphi_1^{N-1}}{dz}(h; \xi) + C_2^{N-1} \frac{d\varphi_2^{N-1}}{dz}(h; \xi) = 0. \end{cases} \quad (k = 0, 1, \dots, N-2), \quad (15)$$

Для существования нетривиального решения системы (15) необходимо равенство нулю ее определителя, что дает дисперсионное уравнение для определения собственных чисел $\{\xi_j\}$:

$$\begin{vmatrix} \varphi_1^0(0; \xi) & \varphi_2^0(0; \xi) & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \varphi_1^0(z_1; \xi) & \varphi_2^0(z_1; \xi) & -\varphi_1^1(z_1; \xi) & -\varphi_2^1(z_1; \xi) & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{d\varphi_1^0}{dz}(z_1; \xi) & \frac{d\varphi_2^0}{dz}(z_1; \xi) & -\frac{d\varphi_1^1}{dz}(z_1; \xi) & -\frac{d\varphi_2^1}{dz}(z_1; \xi) & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \varphi_1^{N-2}(z_{N-1}; \xi) & \varphi_2^{N-2}(z_{N-1}; \xi) & -\varphi_1^{N-1}(z_{N-1}; \xi) & -\varphi_2^{N-1}(z_{N-1}; \xi) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{d\varphi_1^{N-2}}{dz}(z_{N-1}; \xi) & \frac{d\varphi_2^{N-2}}{dz}(z_{N-1}; \xi) & -\frac{d\varphi_1^{N-1}}{dz}(z_{N-1}; \xi) & -\frac{d\varphi_2^{N-1}}{dz}(z_{N-1}; \xi) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \frac{d\varphi_1^{N-1}}{dz}(h; \xi) & \frac{d\varphi_2^{N-1}}{dz}(h; \xi) \end{vmatrix} = 0. \quad (16)$$

При небольших вариациях скорости звука собственные числа $\{\xi_j^B\}$ оказываются близкими к соответствующим собственным числам однородной крае-

вой задачи $\xi_j^0 = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2 - \left(\frac{\pi(j+1/2)}{h}\right)^2}$, которые можно принять в качестве начальных приближений при итерационном алгоритме решения уравнения (16).

После определения собственных чисел из однородной системы (15) находятся соответствующие им ненулевые решения $\{C_1^k(\xi_l), C_2^k(\xi_l)\}$, которые позволяют построить собственную функцию $\varphi_l^B(z; \xi_l)$ краевой задачи (5).

Аналогично находятся собственные значения и соответствующие им собственные функции краевой задачи (4).

Вычисление коэффициентов бесконечной системы линейных алгебраических уравнений (8). При вычислении коэффициентов бесконечной системы (8) основную трудность представляет вычисление следующих интегралов:

$$I_1(m, n) = \int_{h_0}^h \varphi_n^A \varphi_m^B dz, \quad I_2(m, n) = \int_0^{h_0} \varphi_n^B \varphi_m^B dz. \quad (17)$$

Интегралы (17) для постоянного профиля скорости звука $c = c_0$ вычисляются точно:

$$I_1^0(m, n) = \frac{1}{\pi h} \frac{(m+1/2) \cos \frac{\pi(m+1/2)h_0}{h}}{\left(\frac{m+1/2}{h}\right)^2 - \left(\frac{n}{h-h_0}\right)^2};$$

$$I_2^0(m, n) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(\frac{h}{\pi(n-m)} \sin \frac{\pi h_0(n-m)}{h} - \frac{h}{\pi(n+m+1)} \sin \frac{\pi h_0(n+m+1)}{h} \right), & n \neq m, \\ \frac{h_0}{2} - \frac{h}{4\pi(n+1/2)} \sin \frac{2\pi h_0(n+1/2)}{h}, & n = m. \end{cases} \quad (18)$$

В общем случае интегралы (17) не удастся получить в замкнутом виде. В принципе с помощью численных методов эти интегралы можно рассчитать с какой угодно точностью, однако так как подынтегральные выражения являются быстро осциллирующими, то более рациональным представляется следующий подход.

Аппроксимируем собственные функции краевых задач (4), (5) суммами, построенными по собственным функциям соответствующих однородных задач:

$$\varphi_n^B = \sin \frac{\pi z(n+1/2)}{h} + \sum_{j=\tilde{N}(n)}^{\tilde{N}(n)} K_j^n \sin \frac{\pi z(j+1/2)}{h}; \quad (19)$$

$$\varphi_n^A = \cos \frac{\pi n(z-h_0)}{h-h_0} + \sum_{j=\tilde{N}(n)}^{\tilde{N}(n)} L_j^n \cos \frac{\pi j(z-h)}{h-h_0},$$

где $\hat{N}(n) = \max\{0, n - N_1\}$, $\tilde{N}(n) = n + N_1$, N_1 — константа.

Коэффициенты разложения K_j^n , L_j^n можно вычислить, подставив формулы (19) в соответствующие дифференциальные уравнения, что приводит к системе линейных алгебраических уравнений. В целях краткости изложения математические выкладки здесь опускаем, отметим только, что данный подход при $N_1 = 25$ позволил аппроксимировать все собственные функции $\varphi_n^B(z)$ с точностью 10^{-7} во всех численных примерах и функции $\varphi_n^A(z)$ с точностью 10^{-6} при $n \geq 5$.

Тогда интегралы (17) представляются следующим образом:

$$I_1(m, n) = \sum_{j=\tilde{N}(n)}^{\tilde{N}(n)} \sum_{k=\tilde{N}(m)}^{\tilde{N}(m)} K_j^n L_k^m I_1^0(j, k); \quad I_2(m, n) = \sum_{j=\tilde{N}(n)}^{\tilde{N}(n)} \sum_{k=\tilde{N}(m)}^{\tilde{N}(m)} K_j^n K_k^m I_2^0(j, k). \quad (20)$$

Численный анализ показал, что формулы (20) дают такую же точность для интегралов (17), как и при аппроксимации собственных функций (19).

Численный алгоритм решения системы (8). Для нахождения решения бесконечной системы (8) применялся, как указывалось выше, метод редукции. Таким образом, бесконечная система усекалась, а полученная конечная система линейных алгебраических уравнений относительно первых неизвестных x_n , y_n ($n = 0, 1, \dots, N_r - 1$) решалась. Критерий точности состоял в том, чтобы невязка функциональных равенств (6) не превосходила определенной выбранной величины. Из расчетов следует, что наибольшая погрешность $\varepsilon_{\max}$ в выполнении равенств (6) всегда наблюдается вблизи угловой точки (r_0, h_0) . Сходимость численного решения с возрастанием N_r иллюстрирует табл. 1. При расчетах безразмерный параметр $S(\omega)$, характеризующий силу источника, полагался равным единице.

Т а б л и ц а 1.

Численная погрешность выполнения условий (6) при $h=100$ (м), $h_0=10$ (м), $r_0=50$ (м), $\omega=100$ (Гц), $z_0=50$ (м), $c_0=1550$ (м/с).

N_r	5	10	25	50	75
$\varepsilon_{\max}$	0,00040	0,00032	0,00016	0,00010	0,00006

Отметим, что с вариацией профиля скорости звука и других параметров задачи характер сходимости метода редукции практически не меняется.

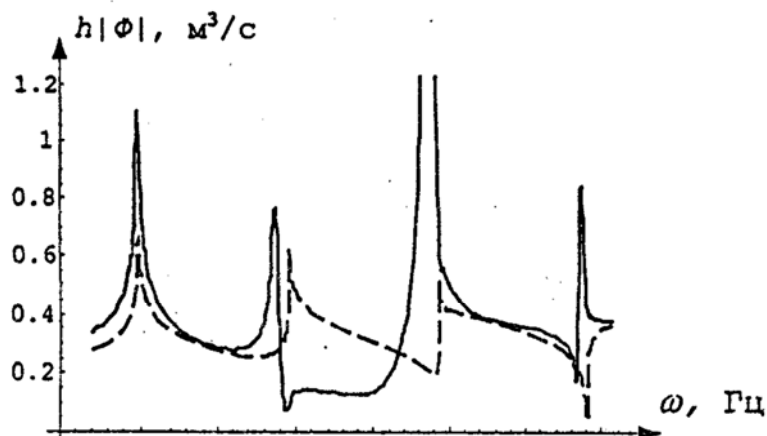
Неизвестные в бесконечной системе (8) являются убывающими величинами, что демонстрирует табл. 2.

Таблица 2.

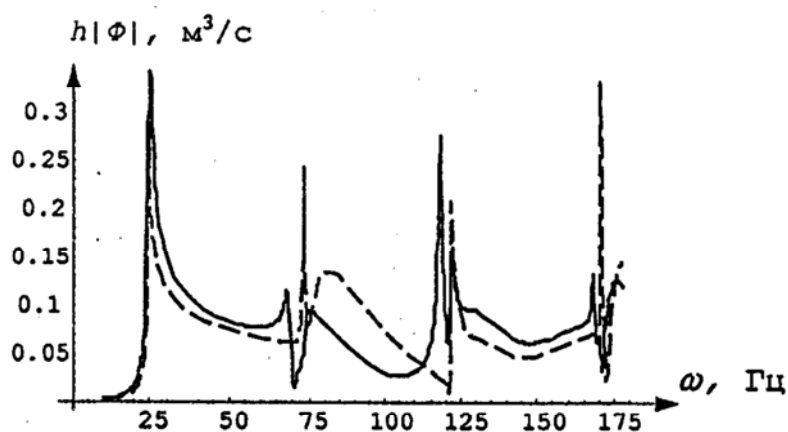
Решение бесконечной системы (8) при $h=100$ (м), $h_0=10$ (м), $r_0=50$ (м),
 $\omega=100$ (Гц), $z_0=50$ (м), $c_0=1550$ (м/с), $N_r=150$.

n	hx_n	hy_n
0	$0,002781 - i 0,008459$	$-0,118139 + i 0,078311$
1	$-0,008520 - i 0,035075$	$-0,057504 + i 0,046362$
2	$-0,018167 + i 0,018957$	$0,011766 + i 0,096080$
5	$-0,001320 + i 0,004090$	$-0,001533 + i 0,002203$
10	$-0,000251 + i 0,001338$	$-0,000373 - i 0,002937$
20	$-0,000050 + i 0,000441$	$0,000074 + i 0,000911$
50	$-6,1 \cdot 10^{-6} + i 0,000106$	$-8,4 \cdot 10^{-6} - i 0,000191$
75	$-2,2 \cdot 10^{-6} + i 0,000063$	$3,2 \cdot 10^{-6} - i 0,000049$

С увеличением числа N_r найденных неизвестных удастся уточнить звуковое поле вблизи угловой точки, так как увеличивается число слагаемых в формулах (3). Вне окрестности угловой точки уже десяти первых слагаемых в формулах (3) достаточно для получения практически точного результата.



а

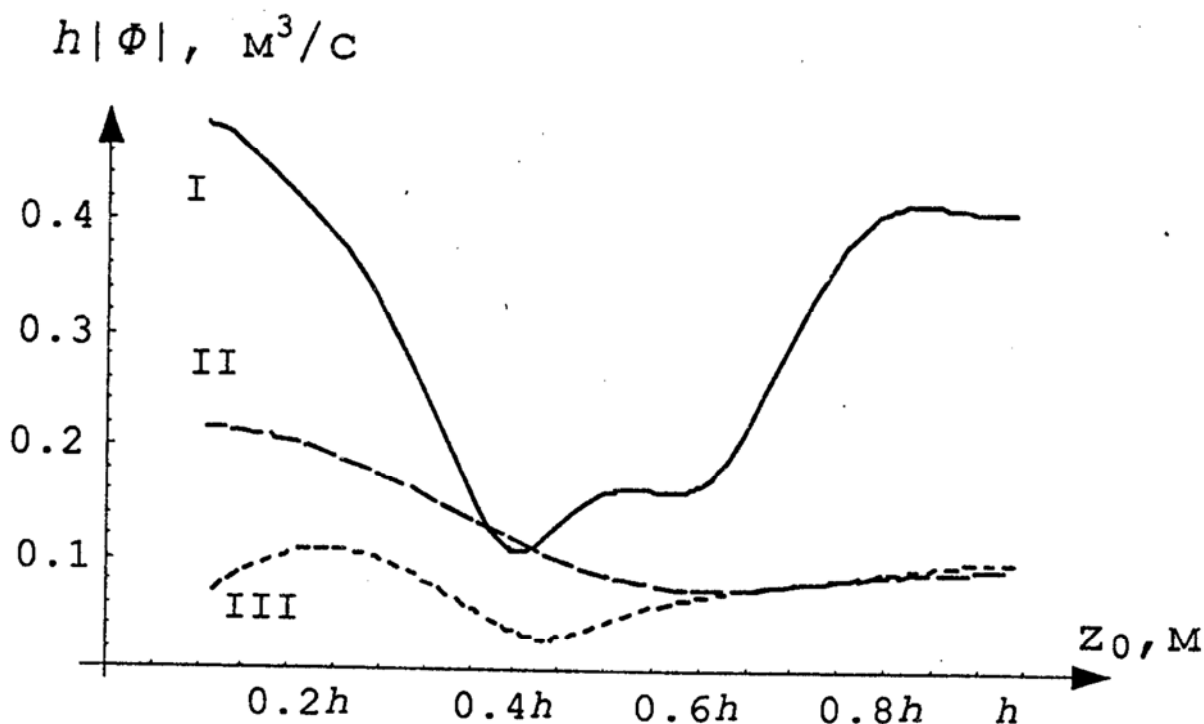


б

Р и с. 2. Амплитудно-частотная характеристика волновода: а — в точке $M_1(0,5r_0; z_0)$, б — в точке $M_2(5r_0; z_0)$ (сплошная линия — волновод с цилиндром на поверхности, штриховая — идеальный волновод)

Численные результаты. Важной физической характеристикой распространения звукового поля точечным источником является его амплитудно-частотная характеристика в некоторых фиксированных точках. На рис. 2, а, б представлена зависимость $h|\Phi|$ от частоты звука ω в точках $M_1(0,5r_0; z_0)$, $M_2(5r_0; z_0)$ при $h=100$ (м), $h_0=10$ (м), $r_0=50$ (м), $z_0=50$ (м), $c_0=1550$ (м/с).

Отметим, что цилиндр над источником звука приводит к изменению амплитудно-частотной характеристики волновода практически во всем диапазоне частот. Так, на рис. 2 до второй резонансной частоты идеального волновода $\omega_2^* = \frac{3\pi}{2h} c_0 \approx 73,042$ Гц модуль потенциала скоростей для волновода с цилиндром всюду больше, чем для идеального волновода. На отрезке от второй резонансной частоты до третьей ($\omega_3^* = \frac{5\pi}{2h} c_0 \approx 121,787$ Гц) наблюдается противоположная картина. С ростом частоты звуковых колебаний ω растет количество незатухающих мод, и дать сравнительную характеристику волновода с цилиндром на поверхности уже оказывается затруднительным.



Р и с. 3. Зависимость амплитудной характеристики звукового поля от положения источника звука (I — приемник в точке $(0,25h; 0,5h)$, II — в точке $(1,5h; 0,9h)$, III — в точке $(2,5h; 0,5h)$)

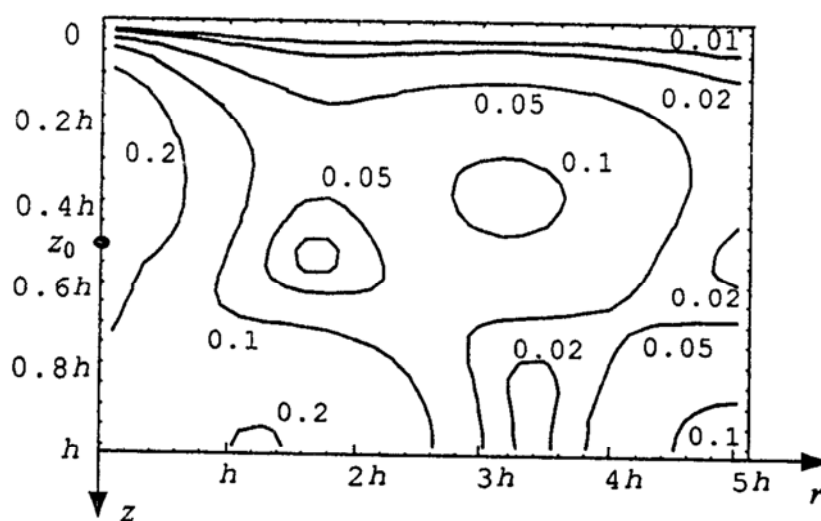
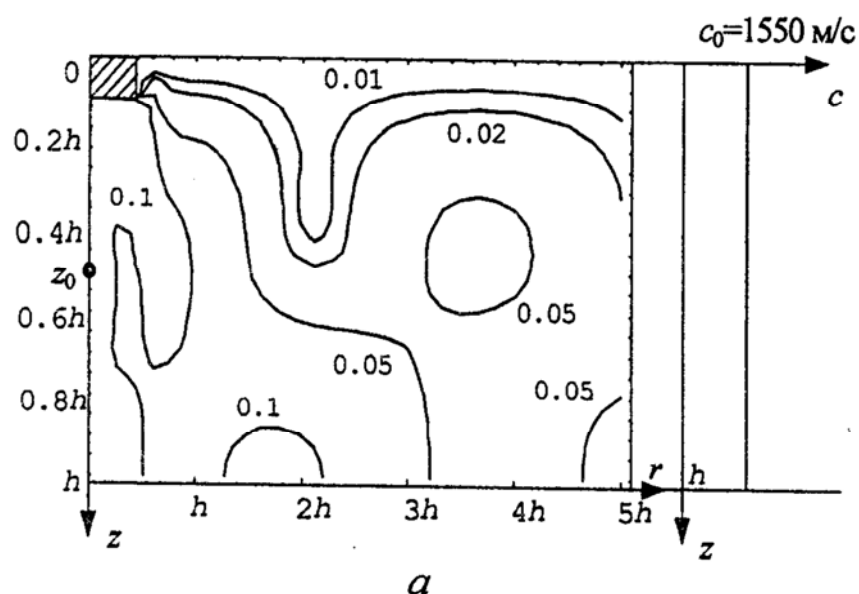
На рис. 3 показана амплитудная характеристика акустических волн для различных положений источника звука z_0 в волноводе при тех же значениях параметров задачи, что и для рис. 2.

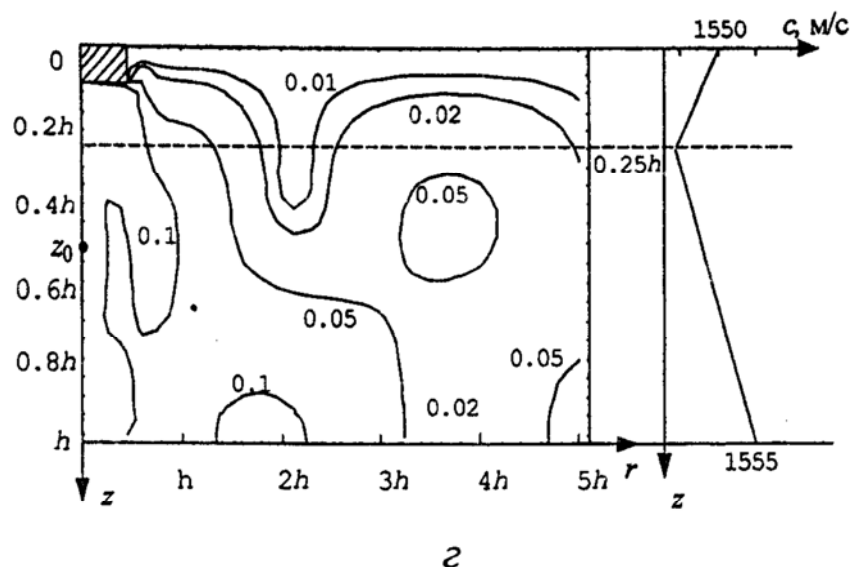
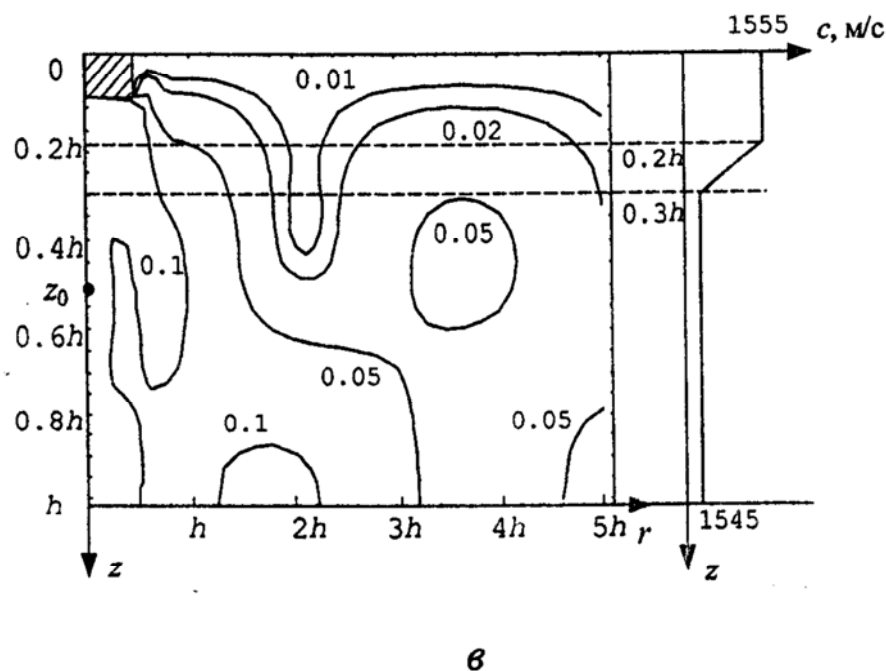
Модуль потенциала скорости достигает максимальных значений у поверхности и дна бассейна, в середине волновода имеется четко выраженный минимум. Таким образом, чем ближе источник звука к абсолютно отражаю-

шей поверхности (ко дну или цилиндру), тем больше амплитуда возникающего звукового давления.

На рис. 4, а, в, г представлены изолинии модуля потенциала скорости $h|\Phi|$ при рассмотренных выше параметрах волновода $h=100$ м, $h_0=10$ м, $r_0=50$ м, $\omega=100$ Гц, $z_0=50$ м и различных зависимостях скорости звука от глубины. Для сравнения на рис. 4, б приводятся изолинии модуля потенциала скорости для идеального волновода при тех же параметрах задачи и постоянной скорости звука $c_0=1550$ м/с.

Небольшие вариации профиля скорости звука изменяют звуковое поле в основном у дна в диапазоне $0 < r < 2h$. Одинаковый качественный характер изолиний на рис. 4, а, в, г позволяет сделать вывод о близости звуковых полей в однородном и неоднородном волноводах при небольших вариациях фонового распределения скорости звука по глубине.





Р и с. 4. Изолинии модуля потенциала скорости

Заключение. Разработанный в представленной работе численно–аналитический алгоритм позволяет рассчитать звуковые поля в неоднородном гидроакустическом волноводе с плавающим на поверхности волновода цилиндром. Сравнительный анализ численных результатов показывает, что картина звуковых полей качественно меняется, если над источником звука расположено твердое тело. На низких частотах звуковое давление оказывается выше, при этом оно тем больше, чем ближе источник расположен к отражающей поверхности (ко дну или плавающему телу). Развитые в работе теоретические методы имеют общий характер и могут быть использованы для решения других задач подводной акустики, в частности, для расчета волноводов с неровным дном или имеющих локальные неоднородности в виде акустически жестких или импедансных тел, помещенных внутрь волновода. Ограничением служит требование радиальной симметрии поставленной задачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Акустика океана* / Под ред. Дж. Де Санто. – М.: Мир, 1982. – 320 с.
2. *Бреховских Л.М., Гордин О.А.* Акустика слоистых сред. – М.: Наука, 1989. – 416 с.
3. *Булдырев В.С., Григорьева Н.С.* Акустическое поле, порождаемое в водном слое переменной глубины движущимся в атмосфере источником // *Акуст. журн.* – 1993. – 39, № 5. – С. 782–792, № 6. – С. 1014–1024.
4. *Шендеров Е.Л.* Волновые задачи гидроакустики. – Л.: Судостроение, 1972. – 352 с.
5. *Камке Э.* Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1976. – 576 с.
6. *Федорюк М.В.* Асимптотика: Интегралы и ряды. – М.: Наука, 1987. – 544 с.
7. *Физика океана. Т.2* / Под ред. В.М. Каменковича, А.С. Мониной. – М.: Наука, 1978. – 456 с.

Севастопольский национальный
технический университет

Материал поступил
в редакцию 24.01.02
После доработки 25.03.02

ABSTRACT Problem of calculation of a sound field of a point harmonic source in the coastal area is considered. The effect of a rigid cylinder floating above the source upon the sound field in the sea medium is studied. The numerical-analytical method is proposed for calculating the velocity potential. In so doing uncertain coefficients in the general solution of the problem are determined from the corresponding infinite system of linear algebraic equations using the method of reduction. Presented are the results of concrete calculations and their comparative analysis under the variation of the waveguide parameters characteristic of the coastal part of the sea.