

Транспортные свойства захваченных топографических волн

В приближении Буссинеска рассматриваются слабонелинейные топографические волны, захваченные плоским склоном произвольной ориентации. Рассчитываются средние течения, индуцированные волной за счет нелинейности в квадратичном по амплитуде волны приближении при наличии стока энергии волны в турбулентность. В диффузионном приближении определяется вертикальное распределение концентрации взвешенных волной наносов. Показано, что расход наносов поперек изобат направлен вниз по склону, вдоль изобат сонаправлен с проекцией горизонтального волнового вектора.

Исследование взвешивания и переосаждения донного осадочного материала приобрело особую актуальность в настоящее время в связи с освоением ресурсов шельфа, строительством и эксплуатацией донных коммуникаций и трубопроводов. Важный вклад в динамику придонного слоя вносят волновые процессы на шельфе и континентальном склоне. Ветровое волнение является важным фактором аккумуляции или размыва наносов непосредственно в прибрежной зоне моря [1, 2]. Влияние поверхностных волн прослеживается, как правило, до глубин, составляющих половину длины волны [3]. На больших глубинах преобладает влияние внутренних и топографических волн. Нелинейные эффекты при распространении как поверхностных, так и внутренних волн проявляются в генерации средних на временном масштабе волны течений, которые обусловлены действием в слабонелинейном пакете волновых напряжений [4 – 7]. В придонном слое моря на шельфе и континентальном склоне существует важный класс захваченных топографических волн типа волн Кельвина, нормальная ко дну компонента волновой орбитальной скорости у которых равна нулю [8 – 12]. Придонные волны, по-видимому, вносят важный вклад в транспорт наносов на шельфе.

Если турбулентные тангенциальные напряжения у дна превышают критические значения, соответствующие началу движения наносов, волна взмучивает донный осадочный материал, осуществляя его горизонтальный перенос средними течениями, индуцированными придонными топографическими волнами. В этой связи актуальным является определение средних течений, индуцированных придонными волнами за счет нелинейных эффектов при наличии турбулентной вязкости и диффузии над склоном произвольной ориентации. Исходные нелинейные уравнения гидродинамики для волновых возмущений решаются в слабонелинейном приближении методом возмущений [4]: в первом порядке малости по амплитуде волны находятся решения

линейного приближения и дисперсионное соотношение, во втором порядке малости — средние течения, индуцированные волнами после осреднения исходных уравнений по периоду волны.

Горизонтальным дном будем называть плоскость, перпендикулярную вектору ускорения свободного падения и параллельную свободной невозмущенной поверхности океана. Плоскость, касательную поверхности Земли и параллельную горизонтальному дну, обозначим R . Плоскость R_1 , соответствующую наклонному дну, получим из плоскости R поворотом ее на угол γ вокруг линии пересечения плоскостей R и R_1 (оси X). Условимся, что положительному значению угла γ соответствует поворот плоскости R против часовой стрелки (со стороны положительной полуоси X). Систему уравнений гидродинамики для волновых возмущений в приближении Буссинеска запишем в системе координат, плоскость XOY которой совпадает с плоскостью R_1 , ось X совпадает с линией пересечения плоскостей R и R_1 и составляет с западным направлением угол β , ось Z направлена от поверхности Земли перпендикулярно плоскости R_1 . Положительному значению угла β соответствует поворот параллели к оси X против часовой стрелки.

Вектор угловой скорости вращения Земли имеет проекции на оси Z , Y и X соответственно:

$$\Omega_z = \Omega (\sin \varphi \cos \gamma - \cos \varphi \cos \beta \sin \gamma),$$

$$\Omega_y = \Omega (\cos \varphi \cos \gamma \cos \beta + \sin \varphi \sin \gamma),$$

$$\Omega_x = \Omega \cos \varphi \sin \beta,$$

где $\Omega = 7,5 \cdot 10^{-5} \text{ 1/c}$ — угловая скорость вращения Земли, φ — широта.

Турбулентные напряжения в данной работе параметризуются через сдвиги волновых скоростей по гипотезе Сент-Гелли с введением коэффициентов горизонтальной и вертикальной турбулентной вязкости и диффузии [6]. В придонном слое (толщиной h) коэффициенты турбулентного обмена полагаем постоянными величинами, которые определяются через сдвиг волновых орбитальных скоростей и коэффициент донного трения. Выше придонного слоя коэффициенты турбулентного обмена полагаются равными фоновым значениям.

Введем безразмерные переменные $x = \tilde{x}/H$, $y = \tilde{y}/H$, $z = \tilde{z}/H$ (H — характерная глубина), $t = \tilde{t} \omega_*$ (ω_* — характерная частота волны), размерные величины отмечены волнистой чертой сверху. Определим безразмерные величины компонент волновых возмущений скорости u, v, w , давления P , плотности ρ , коэффициентов вертикальной K_3, M_3 и горизонтальной K_1, M_1 турбулентной вязкости и диффузии соответственно, а также компонент угловой скорости вращения Земли $\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$ следующим образом:

$$u = \tilde{u} / (\omega_* H), \quad v = \tilde{v} / (\omega_* H), \quad w = \tilde{w} / (\omega_* H);$$

$$P = \tilde{P} / (\rho_{01}(\omega_* H)^2), \quad \rho = \tilde{\rho} g / (\rho_{01} H \omega_*^2);$$

$$K_3 = \tilde{K}_3 / \mu, \quad M_3 = \tilde{M}_3 / \mu, \quad K_1 = \tilde{K}_1 / \mu, \quad M_1 = \tilde{M}_1 / \mu;$$

$$\Omega_x = \tilde{\Omega}_x / \omega_*, \quad \Omega_y = \tilde{\Omega}_y / \omega_*, \quad \Omega_z = \tilde{\Omega}_z / \omega_*$$

где $\mu = \tilde{K}_1$ — значение горизонтальной турбулентной вязкости в придонном слое, ρ_{01} — характерная средняя плотность воды.

Система уравнений гидродинамики для волновых возмущений в безразмерных переменных в приближении Буссинеска имеет вид:

$$\partial u / \partial t + 2(\Omega_y w - \Omega_z v) + (\vec{u} \vec{\nabla}) u = -\partial P / \partial x + \varepsilon^2 Q u, \quad (1a)$$

$$\partial v / \partial t + 2(\Omega_z u - \Omega_x w) + (\vec{u} \vec{\nabla}) v = -\partial P / \partial y - \rho \sin \gamma + \varepsilon^2 Q v, \quad (1б)$$

$$\partial w / \partial t + 2(\Omega_x v - \Omega_y u) + (\vec{u} \vec{\nabla}) w = -\partial P / \partial z + \varepsilon^2 Q w - \rho \cos \gamma, \quad (1в)$$

$$\partial u / \partial x + \partial v / \partial y + \partial w / \partial z = 0, \quad (1г)$$

$$\begin{aligned} \partial \rho / \partial t + (\vec{u} \vec{\nabla}) \rho + v \partial \rho_0 / \partial y + w \partial \rho_0 / \partial z = \varepsilon^2 (M_1 \partial^2 \rho / \partial x^2 + \\ + M_1 \partial^2 \rho / \partial y^2 + M_3 \partial^2 \rho / \partial z^2). \end{aligned} \quad (1д)$$

Здесь $\varepsilon^2 = \mu / (\omega_* H^2)$, $\rho_0(z \cos \gamma + y \sin \gamma)$ — средняя плотность, u, w, v — волновые возмущения скорости течения вдоль осей X, Z, Y соответственно, ρ, P — волновые возмущения плотности и давления. Оператор $(\vec{u} \vec{\nabla})$ раскрывается по формуле: $(\vec{u} \vec{\nabla}) = u \partial / \partial x + v \partial / \partial y + w \partial / \partial z$. Дифференциальный оператор Q определяется так: $Q = K_1 \partial^2 / \partial x^2 + K_1 \partial^2 / \partial y^2 + K_3 \partial^2 / \partial z^2$. В придонном слое K_3, M_3 — вертикальные, K_1, M_1 — горизонтальные коэффициенты турбулентной вязкости и диффузии соответственно, выше придонного слоя указанные коэффициенты обозначим как K_3', M_3' и K_1', M_1' .

В [12] получены решения линейного приближения для функции тока ψ и волновых возмущений плотности ρ , которые имеют вид:

$$\begin{aligned} \psi &= \psi_1(z) A \exp(ikx + i\gamma y - i\sigma t) + \text{к.с.}, \\ \rho &= \rho_1(z) A \exp(ikx + i\gamma y - i\sigma t) + \text{к.с.}, \\ \psi_1(z) &= \psi_{10}(z) + \varepsilon^2 \psi_{12}(z) + \psi_{11}(z/\varepsilon), \\ \rho_1(z) &= \rho_{10}(z) + \varepsilon^2 \rho_{12}(z) + \rho_{11}(z/\varepsilon), \\ \sigma &= \sigma_0 + \varepsilon^2 \sigma_2, \end{aligned} \quad (2)$$

где к.с. — комплексно сопряженные слагаемые, $A(x, y, t)$ — амплитудная функция, медленно меняющаяся на длине волны, $\psi_{10}(z)$ и $\rho_{10}(z)$ — «невязкие» решения, т. е. решения при $\varepsilon = 0$; $\psi_{11}(z/\varepsilon)$ и $\rho_{11}(z/\varepsilon)$ — «погран-

слоиные» решения, быстро убывающие (по сравнению с $\psi_{10}(z)$) при удалении от дна. Приведем выражения для $\psi_{10}(z), \psi_{11}(z/\varepsilon)$ и $\rho_{10}(z), \rho_{11}(z/\varepsilon)$, которые потребуются в дальнейшем:

$$\begin{aligned}\psi_{10}(z) &= \exp(mz), & \psi_{11}(\eta) &= -\exp(\lambda\eta); \\ \rho_{10}(z) &= N^2 k \sin \gamma \cdot \psi_{10}(z) / \sigma_0, \\ \rho_{11}(z) &= \exp(\lambda\eta) N^2 k \sin \gamma / \sigma_0.\end{aligned}\quad (3)$$

В формулах (2), (3) $\sigma_0^2 = N^2 k^2 \sin^2 \gamma / (k^2 + l^2)$ — дисперсионное соотношение при отсутствии турбулентной вязкости и диффузии, N — частота Брента-Вайся; $\varepsilon^2 \sigma_2$ — поправка к частоте, обусловленная турбулентной вязкостью и диффузией [13,14]; k, l — проекции горизонтального волнового вектора на оси X и Y ;

$$m = \frac{2\sigma_0(k\Omega_x + l\Omega_y) + i0,5N^2 k \sin 2\gamma}{2i\sigma_0\Omega_z + k(N^2 \sin^2 \gamma - \sigma_0^2)/l}, \quad (4)$$

$$\eta = z/\varepsilon, \lambda = -\sqrt{0,5\sigma_0 M_3^{-1}}(1-i), \quad (5a)$$

$$\sigma_2 = i[m^2(K_3 + M_3) - (k^2 + l^2)(M_1 + K_1)]/2. \quad (5b)$$

Условие захвата $\text{Re}(m) < 0$ имеет вид

$$\sigma_0 \cos(\varphi - \gamma) k [k^2 / k_h^2 + \text{tg}(\varphi - \gamma) \text{ctg} \gamma] < 0. \quad (6)$$

При $|\text{ctg} \gamma \text{tg}(\varphi - \gamma)| > k^2 / k_h^2$ условие (6) сводится к виду

$$\sigma_0 k \text{ctg} \gamma \sin(\varphi - \gamma) < 0. \quad (7)$$

У захваченной наклонным дном фаза распространяется, оставляя более мелкую воду справа в Северном полушарии. Амплитудная функция $A(x, y, t)$ является медленно меняющейся функцией на масштабах волны.

Умножим обе части уравнения (1a) на u , уравнения (1б) на v и сложим эти уравнения; после осреднения по периоду волны и интегрирования по глубине от 0 до H в линейном приближении получим уравнение для огибающей $A(x, y, t)$:

$$\partial |A^2| / \partial t + Cg_x \cdot \partial |A^2| / \partial x + Cg_y \cdot \partial |A^2| / \partial y = \alpha |A^2|, \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned}Cg_x &= l^2 / k \left\{ \int_0^h \left[(\sigma + \varepsilon^2 k_h^2 K_1) \psi_1 \psi_1^* - \frac{\varepsilon^2}{2} K_3 \left(\psi_1 \frac{\partial^2 \psi_1^*}{\partial z^2} + \psi_1^* \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial z^2} \right) \right] dz + \right. \\ &+ \left. \int_h^H \left[(\sigma_0 + \varepsilon^2 k_h^2 K_1') \psi_1 \psi_1^* - \frac{\varepsilon^2}{2} K_3' \left(\psi_1 \frac{\partial^2 \psi_1^*}{\partial z^2} + \psi_1^* \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial z^2} \right) \right] dz \right\} \left(k_h^2 \int_0^H \psi_1 \psi_1^* dz \right)^{-1}, \\ Cg_y &= -Cg_x k / l —\end{aligned}$$

компоненты групповой скорости волны,

$$\alpha = - \left\{ \int_0^h [2k_h^4 K_1 \psi_1 \psi_1^* - k_h^2 K_3 (\psi_1 \frac{\partial^2 \psi_1^*}{\partial z^2} + \psi_1^* \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial z^2}) + k^2 N^2 \frac{\sin^2 \gamma}{\sigma_0^2} (2k_h^2 M_1 \psi_1 \psi_1^* - M_3 (\psi_1 \frac{\partial^2 \psi_1^*}{\partial z^2} + \psi_1^* \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial z^2}))] dz + \int_h^H [2k_h^4 K_1' \psi_1 \psi_1^* - k_h^2 K_3' (\psi_1 \frac{\partial^2 \psi_1^*}{\partial z^2} + \psi_1^* \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial z^2}) + k^2 N^2 \frac{\sin^2 \gamma}{\sigma_0^2} (2k_h^2 M_1' \psi_1 \psi_1^* - M_3' (\psi_1 \frac{\partial^2 \psi_1^*}{\partial z^2} + \psi_1^* \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial z^2}))] dz \right\} \cdot \left(k_h^2 \int_0^H \psi_1 \psi_1^* dz \right)^{-1} \quad (9)$$

коэффициент затухания волны, $k_h^2 = k^2 + l^2$.

В стационарном случае уравнение (8) преобразуется к виду

$$Cg \partial |A^2| / \partial \xi = \alpha |A^2|, \quad (10)$$

где ξ — координата вдоль луча, Cg — групповая скорость.

Пространственные производные функции $|A^2|$ выражаются через градиент $\partial |A^2| / \partial \xi$ следующим образом:

$$\begin{aligned} \partial |A^2| / \partial x &= Cg_x / Cg \cdot \partial |A^2| / \partial \xi, \\ \partial |A^2| / \partial y &= Cg_y / Cg \cdot \partial |A^2| / \partial \xi. \end{aligned} \quad (11)$$

Осредним исходные уравнения движения (3) по периоду волны и получим с точностью до членов, квадратичных по амплитуде волны, уравнения для средних полей, индуцированных волной в слабонелинейном приближении (черта сверху означает осреднение по периоду волны):

$$\partial \bar{u} / \partial t + (\bar{u} \bar{\nabla}) u + 2\Omega_y \bar{w} - 2\Omega_z \bar{v} = -\partial \bar{P} / \partial x + \varepsilon^2 Q \bar{u}, \quad (12a)$$

$$\partial \bar{v} / \partial t + (\bar{u} \bar{\nabla}) v + 2\Omega_z \bar{u} - 2\Omega_x \bar{w} = -\partial \bar{P} / \partial y + \varepsilon^2 Q \bar{v} - \bar{\rho} \sin \gamma, \quad (12b)$$

$$\partial \bar{w} / \partial t + (\bar{u} \bar{\nabla}) w + 2\Omega_x \bar{v} - 2\Omega_y \bar{u} = -\partial \bar{P} / \partial z - \bar{\rho} \cos \gamma + \varepsilon^2 Q \bar{w}, \quad (12b)$$

$$\begin{aligned} \partial \bar{\rho} / \partial t + (\bar{u} \bar{\nabla}) \rho - N^2 (\bar{v} \sin \gamma + \bar{w} \cos \gamma) &= M_1 \varepsilon^2 \partial^2 \bar{\rho} / \partial x^2 + M_1 \varepsilon^2 \partial^2 \bar{\rho} / \partial y^2 + \\ &+ M_3 \varepsilon^2 \partial^2 \bar{\rho} / \partial z^2, \end{aligned} \quad (12g)$$

$$\partial \bar{u} / \partial x + \partial \bar{v} / \partial y + \partial \bar{w} / \partial z = 0. \quad (12d)$$

Система уравнений (12) для индуцированных полей выписана для придонного слоя, выше придонного слоя уравнения те же, только коэффициенты K_i, M_i следует заменить на K_i', M_i' . Волновые напряжения $(\bar{u} \bar{\nabla}) u$, $(\bar{u} \bar{\nabla}) v$, $(\bar{u} \bar{\nabla}) w$ выражаются через ψ_1, ρ_1 :

$$(\bar{u} \bar{\nabla}) u = l^2 \psi_1 \psi_1^* \partial(AA^*) / \partial x - kl \psi_1 \psi_1^* \partial(AA^*) / \partial y, \quad (13a)$$

$$(\bar{u} \bar{\nabla}) v = -kl \psi_1 \psi_1^* \partial(AA^*) / \partial x + k^2 \psi_1 \psi_1^* \partial(AA^*) / \partial y, \quad (13b)$$

$$(\bar{u} \bar{\nabla}) w = i(\rho_1 \psi_1^* - \rho_1^* \psi_1)(k \partial(AA^*) / \partial y - l \partial(AA^*) / \partial x) / 2. \quad (13b)$$

Из анализа системы (12) с учетом (11), (13) следует, что индуцируемые волной средние поля плотности $\bar{\rho}$, давления $\bar{P}$ и скорости течения следует искать в виде:

$$\begin{aligned}\bar{\rho} &= \rho_{20}(z)AA^*, \quad \bar{P} = P_{20}(z)AA^*, \\ \bar{u} &= u_{20}(z)AA^*, \quad \bar{v} = v_{20}(z)AA^*, \quad \bar{w} = w_{20}(z)\partial(AA^*)/\partial\xi.\end{aligned}\quad (14)$$

Система уравнений для функций $P_{20}(z), \rho_{20}(z), u_{20}(z), v_{20}(z), w_{20}(z)$ следует из (12) и после подстановки (14) и (13) при использовании соотношений (10), (11) сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений восьмого порядка

$$dY/dz = AY + F, \quad (15)$$

где A — матрица размерностью 8×8 , элементы которой являются постоянными (не зависящими от z величинами):

$$\begin{aligned}a_{41} &= -Cg_x/Cg, a_{42} = -Cg_y/Cg, a_{15} = 1, a_{26} = 1, a_{37} = 1, a_{54} = 2\Omega_y\alpha/(CgK_3), \\ a_{52} &= -2\Omega_z/K_3, a_{58} = \alpha Cg_x/(K_3Cg^2), a_{51} = a_{62} = -(K_1/K_3)(\alpha/Cg)^2, \\ a_{61} &= 2\Omega_z/K_3, a_{63} = \sin(\gamma)/K_3, a_{64} = -2\Omega_x\alpha/(K_3Cg), \\ a_{68} &= \alpha Cg_y/(K_3Cg^2), a_{72} = -N^2 \sin(\gamma)/M_3, \\ a_{73} &= -(M_1/M_3)(\alpha/Cg)^2, a_{84} = K_1(\alpha/Cg)^3, \\ a_{74} &= -N^2 \cos(\gamma)\alpha/(M_3Cg), a_{81} = 2\Omega_y, a_{82} = -2\Omega_x, a_{83} = -\cos(\gamma), \\ a_{85} &= -\alpha K_3 Cg_x/Cg^2, a_{86} = -\alpha K_3 Cg_y/Cg^2.\end{aligned}\quad (16)$$

Все остальные элементы матрицы A равны 0. Столбцы Y и F имеют вид:

$$Y = \begin{pmatrix} u_{20} \\ v_{20} \\ \rho_{20} \\ w_{20} \\ \partial u_{20}/\partial z \\ \partial v_{20}/\partial z \\ \partial \rho_{20}/\partial z \\ P_{20} \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ q_{10}\psi_1\psi_1^* \\ q_{20}\psi_1\psi_1^* \\ q_{30}(\rho_1\psi_1^* - \rho_1^*\psi_1) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (17)$$

где $q_{10} = \alpha l(Cg_x - kCg_y)/(Cg^2 K_3)$, $f_{20} = \alpha k(kCg_y - lCg_x)/(Cg^2 K_3)$, $q_{30} = \alpha i(kCg_y - lCg_x)/(2Cg^2 M_3)$. Система дифференциальных уравнений (15) решается аналитически при следующих граничных условиях: $u_{20}(0) = v_{20}(0) = w_{20}(0) = \rho_{20}(0) = 0$; $u_{20}, v_{20}, w_{20}, \rho_{20} \rightarrow 0$ при $z \rightarrow \infty$; при условии непрерывности решения $Y(z)$ на границе раздела слоев при $z = h$.

Окончательно индуцируемые волной поля скорости течения $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ и плотности $\bar{\rho}$ определяются по формулам:

$$\bar{u}(z) = |A^2|y_1(z), \quad \bar{v}(z) = |A^2|y_2(z),$$

$$\bar{w}(z) = |A^2|_z y_4(z), \quad \bar{\rho}(z) = |A^2| y_3(z). \quad (18)$$

Амплитудный множитель $|A^2|$ найдем из условия нормировки, которое состоит в следующем. Пусть U_0 — максимальная амплитуда волновой орбитальной скорости.

Тогда

$$|A^2| = U_0^2 / J, \quad (19)$$

где $J = 4k_h^2 \max(\psi_1 \psi_1^*)$. Пусть

$$\tau = \rho_0 K_3 \sqrt{(\partial u / \partial z)^2 + (\partial v / \partial z)^2} \quad (20)$$

— осредненное за период волны тангенциальное напряжение у дна. Следуя [15, 16], введем коэффициент донного трения $f = \tau / (\rho_0 U_0^2 / 2)$. При заданном f коэффициент вертикального турбулентного обмена для данной волны находится из (20).

Если тангенциальное напряжение у дна превышает критическое значение τ_0 , соответствующее началу движения наносов, то волна взмучивает наносы, осуществляя их горизонтальный перенос. В стационарном и горизонтально-однородном случаях уравнение вертикальной диффузии для средней концентрации наносов имеет вид [15]:

$$\partial(C(\bar{w} - w_s)) / \partial z = M_3 \partial^2 C / \partial z^2, \quad (21)$$

где $w_s = w_{so} \cos \gamma$, w_{so} — скорость гравитационного оседания наносов [15]. Решение уравнения (21), затухающее при удалении от дна, имеет вид:

$$C(z) = C_0 \exp\left(\int_0^z (\bar{w} - w_s) / M_3 dz'\right). \quad (22)$$

Здесь C_0 — концентрация наносов у дна, которая находится из следующего граничного условия. Пусть Φ — вертикальный поток наносов у дна, тогда, следуя работе [15],

$$\Phi = M(\tau - \tau_0) - w_s C_0. \quad (23)$$

Вместе с тем вертикальный поток наносов $\Phi = (\bar{w} - w_s) C_0 - M_3 \partial C_0 / \partial z$.

При том, что у дна $\bar{w} = 0$, найдем $\partial C_0 / \partial z$:

$$\partial C_0 / \partial z = -M(\tau - \tau_0) / M_3. \quad (24)$$

Из (23) и (24) найдем C_0 :

$$C_0 = M(\tau - \tau_0) / w_s. \quad (25)$$

Учитывая, что $C_0 = B \nu_*^3 g^{-1} (\nu^2 / g)^{-1/3} s^{-4/3} p_i / w_{si}$ при $\tau \gg \tau_0$ [16], величина M для i -й фракции определяется по формуле $M_i = B \tau^{1/2} \rho_0^{-3/2} g^{-1} (\nu^2 / g)^{-1/3} s^{-4/3} p_i$, где ν_* — динамическая скорость у дна, $\nu_*^2 = \tau / \rho_0$, $s = (\rho_n - \rho_0) / \rho_0$, ρ_n — плотность материала нано-

сов, ν – кинематическая вязкость жидкости, p_i – содержание частиц i -й фракции в материале дна, $B = 3,4 \cdot 10^{-5} \text{ г/см}^3$ [16]. Для смеси фракций вертикальное распределение концентрации наносов имеет вид

$$C(z) = B \rho_0^{-3/2} g^{-1} (\nu^2 / g)^{-1/3} s^{-4/3} \sum_{i=1}^n \tau_i^{1/2} (\tau_i - \tau_{0i}) p_i / w_{si} \exp\left(\int_0^z (\bar{w} - w_{si}) / M_3 dz'\right). \quad (26)$$

Найдем расход наносов вдоль и поперек изобат:

$$G_x = \int_0^H \bar{u}(z) C(z) dz, \quad (27)$$

$$G_y = \int_0^H \bar{v}(z) C(z) dz - \sum_{i=1}^n \int_0^H c_i(z) w_{si} \sin \gamma dz,$$

где $C(z) = \sum_{i=1}^n c_i(z)$, $c_i(z)$ – распределение массовой концентрации i -й фракции, w_{si} – скорость гравитационного осаждения i -й фракции.

Расчет индуцируемых полей скорости $\bar{u}$, $\bar{v}$, $\bar{w}$ проводился для континентального склона Южного берега Крыма между мысами Сарыч и Ай-Тодор, где $\varphi = 44^\circ 20'$ с. ш., $\beta = 9^\circ 24'$ в. д., средний уклон дна $\gamma = 0,1$, типичное значение частоты Брента–Вяйсяля глубже главного пикноклина $\sim 2,5$ цикл/ч [1], $k = -0,005 \text{ 1/м}$, $l = 0,002 \text{ 1/м}$. Коэффициент придонного трения f принимался равным $0,0035$ [1], что соответствует наиболее типичным условиям шероховатости морского дна на рассматриваемых масштабах. Нормирующий множитель A определялся таким образом, чтобы максимальная амплитуда горизонтальной скорости $U_0 \sim 0,17 \text{ м/с}$, т.е. A находился из соотношения (19). При $k = -0,005 \text{ 1/м}$, $l = 0,002 \text{ 1/м}$ максимальное значение $\psi_1 \psi_1^*$ достигается при $z_0 = 2,8 \text{ м}$. Коэффициент вертикального турбулентного обмена в придонном слое определялся из соотношения (20) при $U_0 \sim 0,17 \text{ м/с}$ и составил $K_3 \sim M_3 \sim 4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$. Коэффициент горизонтального турбулентного обмена выразили через K_3 , следуя эмпирической зависимости коэффициента обмена от масштаба явления $\sim L^{1,1}$ [17]:

$$M_1 \sim K_1 \sim K_3 |m/k_h|^{1,1},$$

$$K_1 \sim M_1 \sim 2,6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}.$$

Толщина придонного слоя определялась через нормированную на величину ρ_0 скорость диссипации волновой энергии $\mathcal{E}_s$ на единицу площади [18]: $h \approx 2,3 \mathcal{E}_s^{1/3} N^{-1}$. Скорость диссипации волновой энергии в результате трения о дно $\mathcal{E}_s = 4 f U_0^3 / 3\pi$ [19].

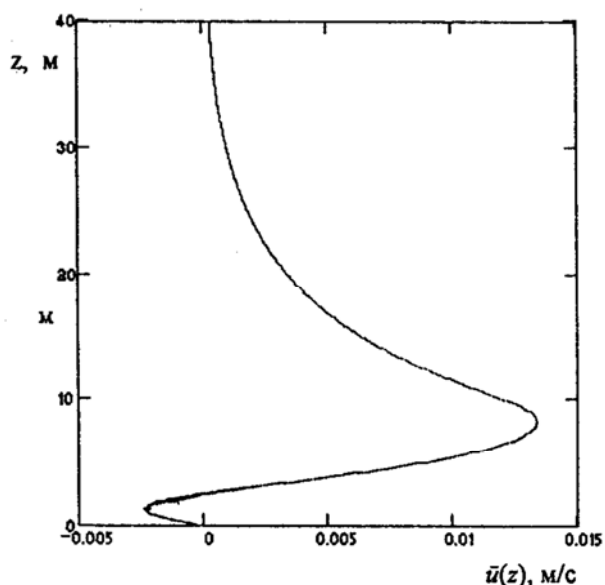
Выше придонного слоя коэффициент вертикального обмена полагался равным фоновому значению $K_3' \sim M_3' \sim 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$. Частота волны $\sigma_0 = 4,04 \cdot 10^{-4} \text{ 1/с}$, декремент затухания волны равен $-3,8 \cdot 10^{-6} \text{ 1/с}$. Толщина придонного слоя $h = 10 \text{ м}$. При столь значительном уклоне дна необходим учет в тангенциальном напряжении гравитационной составляющей, обусловленной наклоном дна в выражении для потока Φ (23):

$$\tau = \rho_0 \sqrt{(gd(\rho_n / \rho_0 - 1) \sin(\gamma))^2 + K_3 ((\partial u / \partial z)^2 + (\partial v / \partial z)^2)}. \quad (28)$$

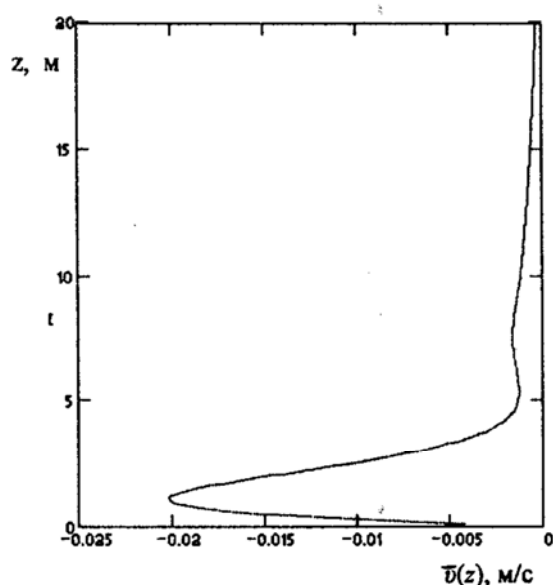
Для алевроитовой фракции с размером частиц $0,03-0,1 \text{ мм}$ величина $\rho_n \sim 2,65 \text{ г/см}^3$, критическое тангенциальное напряжение, соответствующее началу движения наносов, $\tau_0 \sim 1 \text{ дин/см}^2$ [20, 21]. У фракций $0,06-0,1 \text{ мм}$ величина $\tau > \tau_0$. Доля частиц указанных размеров составляет в донных осадках континентального склона $p \sim 10\%$ [22]. Доля фракций $> 0,1 \text{ мм}$ не превышает 1% [22, 23]. Скорости гравитационного осаждения частиц фракций $0,06-0,1 \text{ мм}$ находились по формуле Гибсона [24] и составили:

$$w_{0,06} = 0,298 \text{ см/с}; w_{0,07} = 0,398 \text{ см/с}; w_{0,08} = 0,508 \text{ см/с}; w_{0,09} = 0,629 \text{ см/с}; \\ w_{0,1} = 0,758 \text{ см/с}.$$

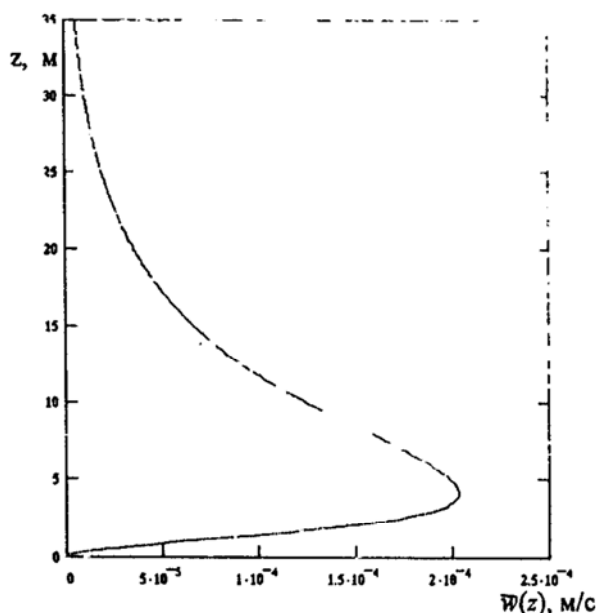
Донная концентрация взвешенных волной наносов $C_0 \sim 16,9 \text{ г/м}^3$ (или мг/л) при равномерном распределении рассматриваемых частиц по размерам $p_i = p/5$.



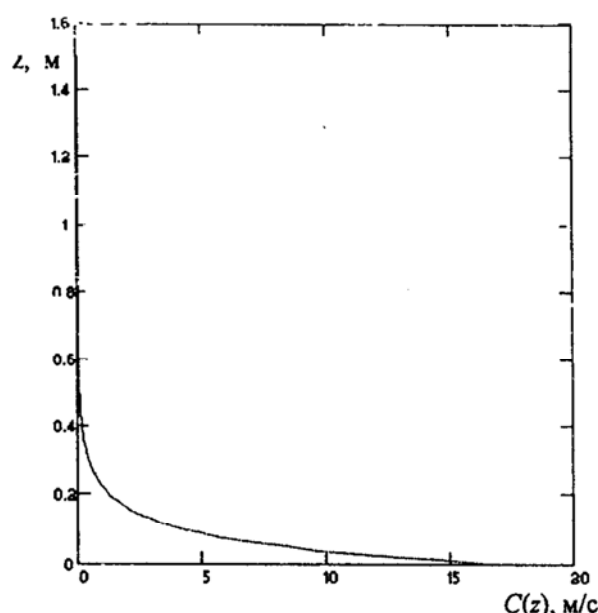
Р и с. 1. Вертикальный профиль индуцированного за счет нелинейности среднего течения $\bar{u}(z)$



Р и с. 2. Вертикальный профиль индуцированного за счет нелинейности среднего течения $\bar{v}(z)$



Р и с. 3. Вертикальный профиль индуцированного за счет нелинейности среднего течения $\bar{w}(z)$



Р и с. 4. Вертикальное распределение концентрации взвешенных волной наносов

На рис. 1, 2, 3 даны вертикальные профили индуцированного за счет нелинейности компонент скорости среднего течения $\bar{u}(z)$, $\bar{v}(z)$, $\bar{w}(z)$. Вертикальное распределение концентрации взвешенных волной наносов показано на рис. 4. Расход наносов (27) вдоль и поперек склона соответственно равен: $G_x = -3,3 \cdot 10^{-7} \text{ кг/(м} \cdot \text{с)}$, $G_y = -4,9 \cdot 10^{-6} \text{ кг/(м} \cdot \text{с)}$. Поперечный расход наносов отрицателен, т.е. наносы переносятся вниз по склону. Вдоль изобат поток наносов также отрицателен, сонаправлен с проекцией горизонтального волнового вектора и меньше поперечного расхода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Блатов А.С., Иванов В.А. Гидрология и гидродинамика шельфовой зоны Черного моря. — К.: Наук. думка, 1992. — 237 с.
2. Михинов А.Е. Транспорт донных наносов в волновом потоке // Моделирование гидрофизических процессов в замкнутых водоемах и морях. М.: Наука, 1989. — С. 139 – 149.
3. Ястребов В.С., Парамонов А.Н., Онищенко Э.Л. и др. Исследование придонного слоя буксируемыми аппаратами. М.: Изд-во ИО АН СССР, 1989. — 128 с.
4. Борисенко Ю.Д., Воронович А.Г., Леонов А.И. и др. К теории нестационарных слабонелинейных внутренних волн в стратифицированной жидкости // Изв. АН СССР. ФАО. — 1976. — 12, № 3. — С. 293 – 301.
5. Grimshaw R. The modulation of an internal gravity wave packet and the resonance with the mean motion // Stud. In Appl. Math. — 1977. — 56. — P. 241 – 266.
6. Дворянинов Г.С. Эффекты волн в пограничных слоях атмосферы и океана. — Киев: Наук. думка, 1982. — 176 с.
7. Слепых А.А. Процессы переноса, обусловленные слабонелинейными внутренними волнами при наличии турбулентности // Изв. РАН. ФАО. — 1997. — 33, № 4. — С. 536 – 548.
8. Ле Блон П., Майсек Л. Волны в океане. Т.1. — М.: Мир, 1981. — 478 с.
9. Brink K.H. A comparison of long coastal trapped waves theory with observation off Peru // J. Phys. Oceanogr. — 1982. — 12, № 8. — P. 897 – 913.
10. Rhines P. Edge-, bottom-, and Rossby waves in a rotating stratified fluid // Geophys. Fluid Dyn. — 1970. — 1. — P. 273 – 302.

11. *Ou H.-W.* On the propagation of free topographic Rossby waves near continental margins. P. 1 Analytical model for a wedge // *J. Phys. Oceanogr.* — 1980. — 10, № 7. — P. 1051 – 1060.
12. *Пантелеев Н.А., Слепышев А.А.* Воздействие мелкомасштабной турбулентности на придонные топографические волны // *Морской гидрофизический журнал.* — 2000. — № 1 — С. 3 – 18
13. *Задорожный А.И.* Затухание длинных волн в экспоненциально стратифицированном море // *Мор. гидрофиз. исслед.* — Севастополь: МГИ АН УССР, 1975. — №3. — С. 96 – 110.
14. *Черкесов Л.В.* Гидродинамика волн. — Киев: Наук. думка, 1980. — 259 с.
15. *Шапиро Г.И., Аквис Т.М., Пыхов Н.В. и др.* Перенос мелкодисперсного осадочного материала мезомасштабными течениями в шельфово-склоновой зоне моря // *Океанология.* — 2000. — 40, № 3. — С. 333 – 339.
16. *Анциферов С.М., Дебольский В.К.* Распределение концентрации взвесей в стационарном потоке над размываемым дном // *Водные ресурсы.* — 1997. — 24, № 3. — С. 270 – 276.
17. *Озмидов Р.В.* Диффузия примесей в океане. — Л.: Гидрометеиздат, 1986. — 280 с.
18. *Самодуров А.С., Любичкий А.А., Пантелеев Н.А.* Вклад опрокидывающихся внутренних волн в структурообразование, диссипацию энергии и вертикальную диффузию в океане // *Морской гидрофизический журнал.* — 1994. — №3. — С. 14 – 27.
19. *Бюден К.* Физическая океанография прибрежных вод. — М.: Мир, 1988. — 324 с.
20. *Uncles R.J., Stephens J.A.* Distribution of suspended sediment at high water in a macrotidal estuary // *J. Geophys. Res.* — 1989. — 94. — P. 14395 – 14405.
21. *Van Rijn L.* Principles of sediment transport in rivers, estuaries and coastal seas. Aqual Publ. — 1993. — 720 p.
22. *Щербаков Ф.А., Куприн П.Н., Потапова Л.И. и др.* Осадконакопление на континентальной окраине Черного моря. — М.: Наука, 1978. — 210 с.
23. *Айтбулатов Н.А.* Динамика твердого вещества в шельфовой зоне. — Л.: Гидрометеиздат. — 1990. — 271 с.
24. *Онищенко Э.Л., Ямпольский В.А.* Современное состояние вопроса определения гидравлической крупности // *Современные процессы осадконакопления на шельфах мирового океана.* — М.: Наука. — 1990. — С. 193 – 207.

Морской гидрофизический институт НАН Украины,
Севастополь

Материал поступил
в редакцию 11.07.02
После доработки 26.07.02

ABSTRACT Weak-nonlinear topographic waves trapped by a flat slope of arbitrary orientation are examined in the Boussinesque approximation. Mean flows induced by a wave due to the non-linearity are calculated in the approximation quadratic over the wave amplitude, and with allowance for the wave energy dissipating to turbulence. Vertical distribution of the concentration of the wave-suspended sediments is determined in the diffusion approximation. It is shown that the sediment consumption across the isobaths is directed downward along the slope, and along the isobaths it is co-directed with the projection of the horizontal wave vector.