

Н.В. Маркова, Н.А. Миклашевская, Л.В. Черкесов

Исследование пространственной структуры профиля свободной поверхности вынужденных кольцевых волн в ограниченном бассейне переменной глубины

С использованием численных методов анализируется влияние изменения геометрических характеристик кольцевого бассейна переменной глубины на пространственную структуру волновых движений, генерируемых периодическими по времени колебаниями атмосферного давления. В предположениях линейной теории длинных волн с учетом действия силы Кориолиса определены диапазоны периодов, внутри которых свободная поверхность жидкости имеет фиксированное число узловых точек. Найдена зависимость этих диапазонов от параметров бассейна и выполнено сравнение формы профилей свободной поверхности кольцевых и осесимметричных волн.

Введение

Результаты анализа свободных линейных колебаний однородной невязкой жидкости в невращающемся кольцевом бассейне, глубина которого постоянна, приведены в [1,2]. Решение аналогичной задачи для кругового бассейна с использованием теории длинных волн и общей линейной теории получено в [2–5]. Влияние силы Кориолиса и геометрических характеристик бассейна на свободные колебания невязкой жидкости в кольцевом бассейне исследовано в [6–8]. В данной работе с использованием численных методов изучаются вынужденные колебания в кольцевом бассейне переменной глубины. Анализируется влияние периода колебаний атмосферного давления, ширины кольца и глубины бассейна на форму профиля свободной поверхности.

Постановка задачи

Рассмотрим в цилиндрических координатах (r, θ, z) бассейн переменной глубины, заполненный однородной невязкой жидкостью. Бассейн имеет форму кольца: внутренняя граница кольца $r = a_1$, внешняя — $r = a_2$. Профиль дна зависит только от одной пространственной координаты r . На жидкость действуют периодические по времени возмущения атмосферного давления, которые в выбранной системе координат имеют вид

$$p(r, \theta, t) = p_0 \psi(r) \sin(s\theta + \sigma t). \quad (1)$$

Здесь p_0 — амплитуда возмущений атмосферного давления; $\max |\psi(r)| = 1$; s — волновое число ($s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$); σ — частота вынужденных колебаний; t — время.

Предполагаем, что возникающие под воздействием (1) волны являются длинными, колебания — малыми, учитываем действие силы Кориолиса. При

этих предположениях уравнения движения записываются следующим образом [3]:

$$u_t - fv = -g\zeta_r - \frac{1}{\rho} p_r, \quad (2)$$

$$v_t + fu = -\frac{1}{r} (g\zeta_\theta - \frac{1}{\rho} p_\theta), \quad (3)$$

$$\zeta_t = -\frac{1}{r} [(hur)_r + hv_\theta], \quad (4)$$

где ζ – возвышение свободной поверхности; u, v – нормальная и тангенциальная составляющие скорости; $h(r)$ – глубина бассейна; f – параметр Кориолиса; g – ускорение свободного падения; ρ – плотность жидкости; нижние индексы r, θ и t означают дифференцирование по пространственным координатам и времени.

Потребуем выполнения условий непротекания на вертикальных боковых стенках бассейна:

$$u(a_1, \theta, t) = 0, \quad u(a_2, \theta, t) = 0. \quad (5)$$

Будем искать решение системы уравнений (2)–(4) периодически зависящим от времени и угла θ :

$$\begin{aligned} \zeta(r, \theta, t) &= \bar{\zeta}(r) \sin(s\theta + \sigma t), \\ u(r, \theta, t) &= \bar{u}(r) \cos(s\theta + \sigma t), \\ v(r, \theta, t) &= \bar{v}(r) \sin(s\theta + \sigma t). \end{aligned} \quad (6)$$

Выберем $\psi(r)$ в виде линейной функции:

$$\psi(r) = (r - a_1)/(a_2 - a_1). \quad (7)$$

Введем обозначение

$$\bar{p}(r) = \frac{1}{\rho} p_0 \psi(r).$$

Тогда формула (1) принимает вид:

$$p(r, \theta, t) = \rho \bar{p}(r) \sin(s\theta + \sigma t). \quad (8)$$

Амплитуды нормальной и тангенциальной составляющих скорости жидкости находим, подставляя (6) и (8) в (2) и (3):

$$\begin{aligned} \bar{u}(r) &= \frac{g\sigma}{\sigma^2 - f^2} \left[\bar{\zeta}_r + \frac{sf}{r\sigma} \bar{\zeta} + d \left(\psi_r + \frac{sf}{r\sigma} \psi \right) \right] \\ \bar{v}(r) &= -\frac{g\sigma}{\sigma^2 - f^2} \left[\frac{f}{\sigma} \bar{\zeta}_r + \frac{s}{r} \bar{\zeta} + d \left(\frac{f}{\sigma} \psi_r + \frac{s}{r} \psi \right) \right] \end{aligned} \quad (9)$$

где $d = p_0/\rho g$.

Из (9) и (4) получаем уравнение для определения $\bar{\zeta}(r)$:

$$\begin{aligned} r^2 h \bar{\zeta}_{rr} + (r^2 h_r + rh) \bar{\zeta}_r + \frac{\sigma^2 - f^2}{g} r^2 \bar{\zeta} = \\ = -d \left[r^2 h \psi_{rr} + (r^2 h_r + rh) \psi_r + \left(\frac{f}{\sigma} sr h_r - s^2 h \right) \psi \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

Граничные условия (5) с учетом (6) и (9) перепишем так:

$$\left(\bar{\zeta}_r + \frac{sf}{r\sigma} \bar{\zeta} + d \left(\psi_r + \frac{sf}{r\sigma} \psi \right) \right)_{r=a_1} = 0, \quad \left(\bar{\zeta}_r + \frac{sf}{r\sigma} \bar{\zeta} + d \left(\psi_r + \frac{sf}{r\sigma} \psi \right) \right)_{r=a_2} = 0. \quad (11)$$

Общее решение уравнения (10) имеет вид

$$\bar{\zeta}(r) = c_1 \bar{\zeta}_1(r) + c_2 \bar{\zeta}_2(r) + \bar{\zeta}_3(r). \quad (12)$$

Здесь $\bar{\zeta}_1(r), \bar{\zeta}_2(r)$ – фундаментальные решения однородного дифференциального уравнения, соответствующего (10); c_1 и c_2 – произвольные постоянные, которые находятся из граничных условий (11); $\bar{\zeta}_3(r)$ – частное решение уравнения (10).

Численное моделирование

Функции $\bar{\zeta}_1(r), \bar{\zeta}_2(r)$ и $\bar{\zeta}_3(r)$ находим численно методом Рунге–Кутты 4-го порядка [9]. При этом используем следующие геометрические параметры бассейна. Профиль дна представляет собой параболу

$$h(r) = h_3(r-a_1)^2 + h_2(r-a_1) + h_1, \quad (13)$$

где h_1 – глубина при $r = a_1$ и $r = a_2$; h_2, h_3 – постоянные величины, определяемые из условий $h(a_1) = h(a_2) = h_1$ и $h((a_1+a_2)/2) = h_0$; h_0 – максимальная глубина бассейна.

С целью установления влияния ширины и глубины бассейна на волновой процесс рассмотрим следующие четыре бассейна, параметры которых a_1, h_1 выбираем одинаковыми, а максимальную глубину h_0 и координаты внешней границы a_2 – различными:

$$a_1 = 50 \text{ км}, \quad h_0 = 1000 \text{ м}, \quad h_1 = 1 \text{ м}, \quad a_2 = 1000 \text{ км}, \quad (14)$$

$$a_1 = 50 \text{ км}, \quad h_0 = 1000 \text{ м}, \quad h_1 = 1 \text{ м}, \quad a_2 = 3000 \text{ км}, \quad (15)$$

$$a_1 = 50 \text{ км}, \quad h_0 = 4000 \text{ м}, \quad h_1 = 1 \text{ м}, \quad a_2 = 1000 \text{ км}, \quad (16)$$

$$a_1 = 50 \text{ км}, \quad h_0 = 4000 \text{ м}, \quad h_1 = 1 \text{ м}, \quad a_2 = 3000 \text{ км}. \quad (17)$$

Перепад давления на границах бассейна равен 5 гПа ($d = 5$ см), параметр Кориолиса f соответствует 60° с.ш. (инерционный период равен 13 ч 51 мин 23 с). Для упрощения последующих записей опускаем черточки над амплитудными функциями $\bar{\zeta}(r), \bar{u}(r), \bar{v}(r)$.

Количество и расположение узловых точек профиля свободной поверхности
в бассейнах (14)-(17) для различных периодов ВК при $s = 1$

n	$h = 1000 \text{ м}, a_2 = 1000 \text{ км}$ (14)		$h = 1000 \text{ м}, a_2 = 3000 \text{ км}$ (15)		$h = 4000 \text{ м}, a_2 = 1000 \text{ км}$ (16)		$h = 4000 \text{ м}, a_2 = 3000 \text{ км}$ (17)	
	τ	$r, \text{ км}$	τ	$r, \text{ км}$	τ	$r, \text{ км}$	τ	$r, \text{ км}$
0	13 ч 00 мин 00 с	—	13 ч 00 мин 00 с	—	13 ч 00 мин 00 с	—	13 ч 00 мин 00 с	—
0	5 ч 48 мин 59 с	—	11 ч 43 мин 14 с	—	2 ч 57 мин 11 с	—	7 ч 29 мин 40 с	—
1	5 ч 48 мин 58 с	1000,0	11 ч 43 мин 13 с	2999,7	2 ч 57 мин 10 с	999,9	7 ч 29 мин 39 с	3000,0
1	5 ч 46 мин 00 с	985,0	10 ч 27 мин 00 с	2191,5	2 ч 20 мин 00 с	782,9	6 ч 28 мин 00 с	2405,6
1	3 ч 22 мин 00 с	673,1	8 ч 19 мин 00 с	1882,7	2 ч 00 мин 00 с	720,9	5 ч 29 мин 00 с	2130,1
1	2 ч 29 мин 37 с	715,5	7 ч 37 мин 03 с	2068,8	1 ч 32 мин 47 с	721,3	4 ч 27 мин 01 с	2103,3
2	2 ч 59 мин 36 с	50,2	7 ч 37 мин 02 с	51,5	1 ч 32 мин 46 с	50,6	4 ч 27 мин 00 с	50,6
2	2 ч 58 мин 00 с	715,5	7 ч 26 мин 00 с	2069,3	1 ч 25 мин 00 с	721,5	4 ч 00 мин 00 с	2103,4
2	2 ч 46 мин 17 с	120,4	7 ч 18 мин 35 с	1040,2	1 ч 21 мин 32 с	400,6	3 ч 47 мин 18 с	1249,7
2		728,2		2481,4		863,3		2582,6
2		467,2		1351,9		485,7		1495,3
2		999,9		2999,8		999,8		2999,8
2	2 ч 46 мин 16 с	467,5	7 ч 18 мин 34 с	1352,4	1 ч 21 мин 31 с	486,0	3 ч 47 мин 17 с	1495,5
2	2 ч 11 мин 14 с	568,7	6 ч 04 мин 06 с	1684,7	1 ч 06 мин 31 с	576,0	3 ч 19 мин 00 с	1679,9
2	2 ч 11 мин 13 с	64,6	6 ч 04 мин 05 с	50,7	1 ч 06 мин 30 с	53,3	3 ч 18 мин 59 с	50,6
2		577,2		1684,4		576,1		1679,9
2	2 ч 11 мин 11 с	116,3	6 ч 00 мин 22 с	376,0	1 ч 06 мин 10 с	111,9	3 ч 11 мин 57 с	381,4
2		579,5		1721,2		580,4		1743,1
3	2 ч 11 мин 10 с	141,3	6 ч 00 мин 21 с	377,5	1 ч 06 мин 09 с	114,7	3 ч 11 мин 56 с	382,4
3		581,0		1721,2		580,6		1743,3
3		980,7		2998,5		999,5		2999,8
3	2 ч 11 мин 03 с	337,7	5 ч 54 мин 35 с	952,2	1 ч 05 мин 04 с	343,6	3 ч 11 мин 16 с	1038,7
3		636,3		2128,3		677,0		2269,1
3		737,8		2179,9		739,9		2317,1

Анализ результатов

Для бассейнов с параболическим профилем дна в [7, 8] получены периоды первых трех мод свободных линейных колебаний (СЛК). В этом случае номер моды совпадает с количеством узловых точек профиля свободной поверхности. Исследование вынужденных колебаний (ВК) для $s = 0$ проведено в [10]. Поставим своей задачей выяснить, какое количество узлов имеют профили свободной поверхности ВК, а также расположение узловых точек на координатной оси r в зависимости от периода возмущающих давлений (1) для бассейнов (14)–(17) при $s = 1$.

В табл. 1 представлены результаты численных расчетов, относящиеся к бассейнам (14)–(17). Периоды ВК τ изменяются от 13 ч 00 мин 00 с (период, на 51 мин меньше инерционного) до периода, ограничивающего для каждого из бассейнов область τ , где ВК имеют такое же количество узлов профиля свободной поверхности, что и СЛК первой, второй, третьей мод. Здесь n – число узловых точек свободной поверхности, r – координаты узлов при данном значении τ . Приведем, к примеру, результаты анализа этих данных для бассейнов (14) и (15).

В бассейне (14) под действием поверхностных давлений с периодами τ , находящимися в диапазоне $\tau_2 < \tau \leq \tau_1$ ($\tau_1 = 13$ ч 00 мин 00 с, $\tau_2 = 5$ ч 48 мин 58 с), профиль свободной поверхности не имеет узловых точек. При $\tau = \tau_2$ у внешней границы бассейна появляется один узел ($r = 1000,0$ км). С убыванием τ в интервале $\tau_3 < \tau \leq \tau_2$ ($\tau_3 = 2$ ч 59 мин 36 с) данный узел смещается в направлении начала координат. Когда $\tau = \tau_3$, у внутренней стенки бассейна возникает вторая узловая точка ($r = 50,2$ км), координата первого узла равна 715,5 км. Оба узла при уменьшении τ в интервале $\tau_4 < \tau \leq \tau_3$ ($\tau_4 = 2$ ч 46 мин 17 с) перемещаются в направлении внешней границы. При $\tau = \tau_4$ один узел имеет координату $r = 467,5$ км, а другой узел «уходит» за пределы кольца. С убыванием τ в промежутке $\tau_5 < \tau \leq \tau_4$ ($\tau_5 = 2$ ч 11 мин 13 с) единственная узловая точка смещается по направлению к $r = a_2$. Когда $\tau = \tau_5$, вблизи $r = a_1$ снова появляется второй узел ($r = 64,6$ км). Обе узловые точки профиля свободной поверхности с уменьшением τ в области $\tau_6 < \tau \leq \tau_5$ ($\tau_6 = 2$ ч 11 мин 10 с) увеличивают свои координаты. При $\tau = \tau_6$ на свободной поверхности с наружной стороны кольца ($r = a_2$) возникает третий («новый») узел в точке $r = 980,7$ км, а два других узла имеют координаты $r = 141,3$ км и $r = 581,0$ км. С убыванием τ в диапазоне $\tau_7 \leq \tau \leq \tau_6$ ($\tau_7 = 2$ ч 11 мин 03 с) «старые» узлы продолжают приближаться к $r = a_2$, а координата «нового» уменьшается. Когда $\tau = 2$ ч 11 мин 02 с, остается только одна узловая точка $r = 388,7$ км.

Из анализа результатов, приведенных в табл. 1 для бассейна (15), видно, что под действием возмущения атмосферного давления (1) с периодами τ , находящимися в промежутке $\tau_2 < \tau \leq \tau_1$ ($\tau_1 = 13$ ч 00 мин 00 с, $\tau_2 = 11$ ч 43 мин 13 с), свободная поверхность узловых точек не имеет. При $\tau = \tau_2$ у границы бассейна $r = a_2$ появляется первый узел ($r = 2999,7$ км), и с дальнейшим убыванием τ в интервале $\tau_3 < \tau \leq \tau_2$ ($\tau_3 = 7$ ч 37 мин 02 с) он смещается

в направлении внутренней стенки ($r = a_1$). При $\tau = \tau_3$ возникает вторая узловая точка ($r = 51,5$ км), а координата первого узла равна 2069,3 км. С уменьшением τ в области $\tau_4 < \tau \leq \tau_3$ ($\tau_4 = 7$ ч 18 мин 34 с) оба узла перемещаются в направлении внешней границы ($r = a_2$). Когда $\tau = \tau_4$, один узел «уходит» за пределы кольца, а другой узел имеет координату $r = 1352,4$ км. В промежутке $\tau_5 < \tau \leq \tau_4$ ($\tau_5 = 6$ ч 04 мин 05 с) с убыванием τ единственная узловая точка смещается по направлению к $r = a_2$. При $\tau = \tau_5$ вблизи $r = a_1$ снова появляется второй узел ($r = 50,7$ км). Обе узловые точки профиля свободной поверхности с уменьшением τ в области $\tau_6 < \tau \leq \tau_5$ ($\tau_6 = 6$ ч 00 мин 21 с) увеличивают свои координаты. Когда $\tau = \tau_6$, с наружной стороны кольца появляется третий («новый») узел в точке $r = 2998,5$ км, а два других узла имеют координаты $r = 377,5$ км и $r = 1721,2$ км. С уменьшением τ в диапазоне $\tau_7 \leq \tau \leq \tau_6$ ($\tau_7 = 5$ ч 54 мин 35 с) продолжают увеличиваться координаты «старых» узлов, координата «нового» (третьего) узла становится меньше. При $\tau = 5$ ч 54 мин 34 с остается только одна узловая точка $r = 954,2$ км.

Т а б л и ц а 2

Интервалы постоянства количества узлов профиля свободной поверхности
 $\Delta \tau_i$ для бассейнов (14)–(17) при $s = 1$ и их соотношение a_i

i	h_0	n	$\Delta \tau_i$		a_i
			$a_2 = 1000$ км	$a_2 = 3000$ км	
1	1000 м	0	7 ч 11 мин 02 с	1 ч 16 мин 47 с	0,178
2		1	3 ч 19 мин 22 с	4 ч 06 мин 11 с	1,235
3		2	0 ч 13 мин 20 с	0 ч 18 мин 28 с	1,389
4		1	0 ч 35 мин 04 с	1 ч 14 мин 29 с	2,128
5		2	0 ч 00 мин 03 с	0 ч 03 мин 44 с	76,923
6		3	0 ч 00 мин 07 с	0 ч 05 мин 46 с	50,000
1	4000 м	0	10 ч 02 мин 49 с	5 ч 30 мин 20 с	0,548
2		1	1 ч 24 мин 23 с	3 ч 02 мин 38 с	2,164
3		2	0 ч 11 мин 14 с	0 ч 39 мин 42 с	3,534
4		1	0 ч 15 мин 00 с	0 ч 28 мин 17 с	1,886
5		2	0 ч 00 мин 20 с	0 ч 07 мин 02 с	21,100
6		3	0 ч 01 мин 05 с	0 ч 10 мин 40 с	9,846

По характеру изменения количества узлов профиля свободной поверхности (расположение точки возникновения узла относительно координат других узлов, направление его перемещения, расположение точки исчезновения по отношению к другим узлам) внутри указанных выше интервалов периодов ВК для бассейнов (14)–(17) существенных отличий нет. Различие состоит в местоположении узловых точек и величине интервала постоянства количества узлов. В табл. 2 приведены результаты сравнения данных о количестве узловых точек профиля свободной поверхности для бассейнов (14), (15) и

(16), (17) при $s = 1$. Даны величины промежутков $\Delta\tau_i = \tau_i - \tau_{i+1}$ ($i = 1..6$), внутри которых количество узлов остается постоянным. Указаны соотношения размеров соответствующих промежутков α_i в более широком и более узком бассейнах, имеющих одинаковую глубину. Диапазон периодов ВК, внутри которого свободная поверхность не имеет узловых точек, для бассейна (14) составляет 7 ч 11 мин 01 с, а для более широкого бассейна (15) – 1 ч 16 мин 46 с. Следовательно, область периодов ВК с нулевым количеством узлов для бассейна (15) значительно меньше и составляет только 17,8% ($\alpha_1 = 0,178$) от соответствующего диапазона для бассейна (14). Аналогичным образом выяснено, что соотношение величин интервалов периодов ВК с нулевым количеством узлов профиля свободной поверхности (α_1) для бассейнов (16) и (17) равно 0,548. Таким образом, и при максимальной глубине 4000 м интервал $\Delta\tau_1$ больше для более узкого бассейна. Остальные величины интервалов периодов ВК $[\tau_i, \tau_{i+1}]$ при $i = 2, \dots, 6$ для бассейнов (15) и (17) превышают ($\alpha_i > 1$) соответствующие значения $\Delta\tau_i$ для бассейнов (14) и (16).

Т а б л и ц а 3

Соотношение (β_i) интервалов постоянства количества узлов профиля свободной поверхности $\Delta\tau_i$ для бассейнов (14)-(17) при $s = 1$

i	h_0	n	$\Delta\tau_i$		β_i
			$h_0 = 1000$ м	$h_0 = 3000$ м	
1	$a_2 = 1000$ км	0	7 ч 11 мин 02 с	10 ч 02 мин 49 с	0,715
2		1	3 ч 19 мин 22 с	1 ч 24 мин 23 с	2,363
3		2	0 ч 13 мин 20 с	0 ч 11 мин 14 с	1,187
4		1	0 ч 35 мин 04 с	0 ч 15 мин 00 с	2,338
5		2	0 ч 00 мин 03 с	0 ч 00 мин 20 с	0,150
6		3	0 ч 00 мин 07 с	0 ч 01 мин 05 с	0,108
1	$a_2 = 3000$ км	0	1 ч 16 мин 47 с	5 ч 30 мин 20 с	0,232
2		1	4 ч 06 мин 11 с	3 ч 02 мин 38 с	1,348
3		2	0 ч 18 мин 28 с	0 ч 39 мин 42 с	0,465
4		1	1 ч 14 мин 29 с	0 ч 28 мин 17 с	2,633
5		2	0 ч 03 мин 44 с	0 ч 07 мин 02 с	0,531
6		3	0 ч 05 мин 46 с	0 ч 10 мин 40 с	0,541

В табл. 3 приведены результаты анализа влияния глубины бассейна на количество узлов профиля свободной поверхности. Указаны соотношения β_i ($i = 1, \dots, 6$) между размерами соответствующих промежутков в более мелком ($h_0 = 1000$ м) и более глубоком ($h_0 = 4000$ м) бассейнах при одинаковой ширине кольца. Отсюда видно, что независимо от ширины кольца интервал $\Delta\tau_1$ больше для более глубокого бассейна (при $a_2 = 1000$ км $\beta_1 = 0,715$, при $a_2 = 3000$ км $\beta_1 = 0,232$). Диапазоны $\Delta\tau_5$ и $\Delta\tau_6$, полученные для бассейнов (16) и (17), также шире ($\beta_5 = 0,150$; $0,531$, $\beta_6 = 0,108$; $0,541$) соответствующих $\Delta\tau_5$ и $\Delta\tau_6$ для бассейнов (14) и (15). Величины $\Delta\tau_2$ и $\Delta\tau_4$, найденные для бассейнов

(14) и (15), больше соответствующих $\Delta\tau_2$ и $\Delta\tau_4$ для бассейнов (16) и (17) в 1,3–2,6 раза. Для пары бассейнов с шириной кольца 1000 км значение $\Delta\tau_3$ больше при $h_0 = 1000$ м ($\beta_3 = 1,187$), а для бассейнов с $a_2 = 3000$ км – при $h_0 = 4000$ м ($\beta_3 = 0,465$).

В табл. 4 представлены результаты расчетов количества и расположения на координатной оси r узловых точек профилей свободной поверхности ВК в зависимости от периода возмущающих давлений (1) для бассейнов (14) и (15) при $s = 0$. Сравним данные вычислений для бассейна (14), приведенные в табл. 4 ($s = 0$) и в табл. 1 ($s = 1$). Из анализа данных табл. 4 видно, что для осесимметричных волн в рассматриваемом диапазоне периодов отсутствуют ВК, у которых нет узлов на свободной поверхности. Для кольцевых волн этот промежуток равен 7 ч 11 мин. Кроме того, в интервале периодов ВК, где происходит смена количества узлов от $n = 1$ до $n = 3$, у кольцевых волн существует «переходная» область ($n = 2$), в то время как для осесимметричных волн этот переход скачкообразный: при $\tau = 2$ ч 18 мин 30 с свободная поверхность имеет один узел, а при $\tau = 2$ ч 18 мин 29 с количество узлов равно трем.

Таблица 4

Расположение и количество узловых точек профиля свободной поверхности в бассейнах (14), (15) для различных периодов ВК при $s = 0$

n	$a_2 = 1000$ км		$a_2 = 3000$ км	
	τ	r , км	τ	r , км
1	13 ч 00 мин 00 с	668,2	13 ч 00 мин 00 с	1999,8
1	9 ч 00 мин 00 с	667,5	8 ч 00 мин 00 с	1784,4
1	3 ч 09 мин 41 с	483,4	7 ч 51 мин 36 с	1475,0
2	3 ч 09 мин 40 с	483,1	7 ч 51 мин 35 с	1473,9
		999,9		2999,6
2	3 ч 05 мин 00 с	379,5	7 ч 40 мин 00 с	180,1
		864,3		2270,6
2	2 ч 53 мин 47 с	50,2	7 ч 39 мин 10 с	52,0
		755,4		2254,6
1	2 ч 53 мин 46 с	755,2	7 ч 39 мин 09 с	2254,4
1	2 ч 25 мин 00 с	746,2	6 ч 14 мин 00 с	2463,0
1	2 ч 18 мин 30 с	832,0	6 ч 13 мин 32 с	2496,5
3	2 ч 18 мин 29 с	365,1	6 ч 13 мин 32 с	1211,8
		393,0		1218,3
		832,3		2497,9
3	2 ч 16 мин 00 с	196,8	6 ч 08 мин 00 с	370,1
		572,7		1845,6
		908,3		2938,5
3	2 ч 13 мин 11 с	127,7	6 ч 07 мин 10 с	311,6
		624,0		1865,7
		999,9		2999,6

В табл. 5 при значении параметра $s = 0$ даны величины промежутков $\Delta\tau_i = \tau_i - \tau_{i+1}$ (для бассейна (14)) и $\Delta\tau'_i = \tau'_i - \tau'_{i+1}$ (для бассейна (15)), $i = 1, 2, 3$, внутри которых количество узлов остается постоянным. Также определено соотношение размеров соответствующих промежутков α_i ($\alpha_i = \Delta\tau'_i / \Delta\tau_i$). Из анализа данных табл. 5 видно, что для $n = 1, i = 1$ и $n = 2, i = 2$ величины $\Delta\tau_i$ больше ($\alpha_i < 1$) соответствующих $\Delta\tau'_i$, а для $n = 1, i = 3$ и $n = 3, i = 4$ большими величинами являются $\Delta\tau'_i$ (значения α_i превышают единицу).

Таблица 5

Интервалы постоянства количества узлов профиля свободной поверхности в бассейнах (14), (15) при $s = 0$

i	n	$\Delta\tau_i$	$\Delta\tau'_i$	α_i
1	1	9 ч 50 мин 19 с	5 ч 29 мин 24 с	0,558
2	2	0 ч 15 мин 53 с	0 ч 12 мин 25 с	0,782
3	1	0 ч 35 мин 16 с	1 ч 25 мин 37 с	2,428
4	3	0 ч 05 мин 18 с	0 ч 06 мин 21 с	1,198

Выводы

С увеличением ширины кольца бассейна уменьшается интервал периодов ВК, внутри которого свободная поверхность не имеет узловых точек в области $a_1 < r < a_2$, в то же время растет диапазон изменений периодов ВК, внутри которого свободная поверхность имеет фиксированное (ненулевое) количество узловых точек.

С изменением максимальной глубины бассейна от 1000 до 4000 м увеличивается интервал периодов ВК, внутри которого свободная поверхность не имеет узловых точек.

С ростом глубины уменьшаются диапазоны изменений периодов ВК, внутри которых свободная поверхность имеет один узел, и увеличиваются те диапазоны, где свободная поверхность имеет три узловые точки.

В отличие от свободных колебаний в случае вынужденных волн свободная поверхность имеет фиксированное число узлов не при одном значении периода, а в определенном диапазоне.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Geppert H. Die permanenten wellen in ringförmigen Kanälen. Mathematische Annalen. – 1929. – 101. – С. 424-445.
2. Срепенский Л.Н. Теория волновых движений жидкости. – М. – Л.: ОНТИ, 1936. – 304 с.
3. Ламб Г. Гидродинамика. – М. – Л.: Гостехиздат, 1947. – 928 с.
4. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика: В 2-х тт. – М.: Гостехиздат, 1955. – 560 с.
5. Ле Блон П., Майсек Л. Волны в океане. Т.1. – М.: Мир, 1981. – 680 с.
6. Миклашевская Н.А., Черкесов Л.В. Сейши в кольцевом бассейне переменной глубины//Морской гидрофизический журнал. – 1999. – №1. – С. 11-20.
7. Губанова О.В., Миклашевская Н.А., Черкесов Л.В. Исследование пространственной структуры и изменчивости сейшевых колебаний в бассейне переменной глубины// Доповіді Національної Академії наук України. – 2000. – №5. – С. 114-118.

8. *Маркова Н.В., Миклашевская Н.А., Черкесов Л.В.* Влияние геометрии кольцевого бассейна на характеристики сейш// Морской гидрофизический журнал. – 2001. – №3. – С. 16–23.
9. *Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М.* Численные методы. – М.: Наука, 1987. – 600 с.
10. *Маркова Н.В., Миклашевская Н.А., Черкесов Л.В.* Исследование пространственной структуры профиля свободной поверхности вынужденных осесимметричных волн в кольцевом бассейне// Системы контроля окружающей среды: Доклады Международного научно-технического семинара «Системы контроля окружающей среды – 2002». Часть 2. – Севастополь: МГИ НАН Украины, 2003. – С. 30–32.

Морской гидрофизический институт НАН Украины,
Севастополь

Материал поступил
в редакцию 21.02.03

ABSTRACT Variation geometric characteristics of a ring basin affecting the spatial structure of the wave motions generated by temporally periodic oscillations of the atmosphere pressure is analyzed using the numerical methods. Period ranges within which the fluid free surface has a fixed number of knot points are determined within the framework of the linear theory of long waves and with regard to the Coriolis force. The dependence of these ranges upon the basin parameters is found. Profile forms of free surfaces of ring waves and axially symmetric ones are compared.