

Математическое моделирование морских систем

УДК 551.46.001.57

И.Е. Тимченко, Е.М. Игумнова

Прогнозирование природных процессов методом адаптивного баланса влияний

Оценка будущих значений процессов рассмотрена как задача адаптации их к известным прошлым наблюдениям. Метод адаптивного баланса влияний (АВС-метод) применен для построения динамической модели коэффициентов влияний. Модель позволяет рассчитывать текущие значения этих коэффициентов по текущей корреляционной матрице, оцениваемой путем реанализа наблюдаемых процессов. Предложена АВС-модель с переменными коэффициентами влияния, обеспечивающая оптимальное по точности прогнозирование природного процесса. Приведен пример ее использования.

Введение

Метод адаптивного баланса влияний применяется для моделирования сложных систем, которые представляют собой совокупности большого количества процессов, взаимодействующих как между собой, так и с внешней средой [1]. В основе метода лежит предположение о том, что процессы, развивающиеся внутри системы, являются следствиями внешних влияний на систему. Система реагирует на переменное внешнее воздействие, сохраняя состояние динамического баланса с внешними силами. При этом происходит приспособление (адаптация) процессов друг к другу. Этот метод, сокращенно называемый АВС-метод, представляет собой развитие широко известного метода системной динамики, применяемого для моделирования причинно-следственных связей в экономике и многих других областях управления сложными системами [2].

Как показывают исследования, АВС-метод может быть успешно использован для моделирования морских экосистем [3, 4]. Преимущество метода состоит в том, что уравнения модели экосистемы принимают унифицированную форму, а это значительно упрощает их построение. Кроме того, существует возможность статистической оценки коэффициентов уравнений путем реанализа архивных данных о моделируемых процессах. В ряде случаев это свойство метода позволяет избавиться от необходимости задавать коэффициенты моделей эвристически, т.е. использовать для этого экспертные знания, которые обычно представляют собой гипотезы, основанные на лабораторных экспериментах [5, 6].

Располагая временными рядами наблюдений природных процессов, несложно организовать текущий реанализ их статистических характеристик: одноточечных и двухточечных моментов распределений вероятностей. Тогда текущие (частные) элементы корреляционной матрицы будут служить основанием для расчета переменных во времени коэффициентов, учитывающих причинно-следственные зависимости между процессами. Поскольку коэффи-

циенты вычисляются через элементы корреляционной матрицы, следует ожидать, что масштабы их изменчивости будут значительно больше, чем масштабы изменчивости самих процессов. Это открывает возможность прогнозирования значений процессов на некоторые интервалы времени вперед, причем заблаговременность прогноза будет соизмерима с масштабами изменчивости коэффициентов модели.

Проверка этой возможности представляет собой предмет настоящей статьи. Первоначально сведем задачу статистической оценки коэффициентов модели в *ABC*-методе к классической задаче оптимальной интерполяции стационарных случайных последовательностей, решенной А.Н. Колмогоровым [7]. Затем будет построена система динамических уравнений для расчета переменных коэффициентов влияния, связывающая эти коэффициенты причинно-следственными зависимостями. Иными словами, адаптации природных процессов в *ABC*-моделях предшествует адаптация коэффициентов влияний. В то время как сами процессы приходят в состояние баланса с внешними воздействиями на систему, коэффициенты взаимных влияний процессов приходят в равновесие друг с другом, подчиняясь текущим значениям корреляционных связей.

Взаимное приспособление коэффициентов влияния позволяет рассматривать задачу прогноза природного процесса как адаптацию будущих значений процесса, найденных *ABC*-методом, к тем его значениям, которые наблюдались в прошлом. Поэтому *ABC*-модель коэффициентов влияния дает возможность более наглядно представить роль корреляционной функции процесса при прогнозе его значений, чем это имеет место в методе оптимальной интерполяции [7,8]. Кроме того, использование переменных коэффициентов влияния, по существу, позволяет перейти к нелинейному (кусочно-линейному) варианту прогнозирования временных рядов наблюдений.

Статистическая оценка коэффициентов влияния в *ABC*-методе

Рассмотрим n процессов: $x_1, x_2, \dots, x_n$, которые характеризуют какое-либо природное явление и должны быть использованы для его описания. Поставленное условие объединяет эти процессы в единую систему и вводит между ними причинно-следственные отношения. Примем, что, по крайней мере на небольших интервалах времени, каждый из процессов может быть выражен линейной комбинацией остальных процессов. Тогда для процесса x_i справедливо представление

$$x_i = a_{i1} x_1 + a_{i2} x_2 + a_{i3} x_3 + \dots + a_{in} x_n, \quad \text{при } a_{ii} = 0, \quad (1)$$

в котором коэффициенты a_{ps} учитывают влияние процесса x_s на процесс x_p и сохраняют постоянные значения в пределах выбранного интервала времени.

Основное уравнение *ABC*-метода выражает баланс тенденций в изменении значений процесса, обусловленных влияниями на него со стороны других процессов [1]:

$$dx_i/dt = x_i [1 - 2 F^{(+)} (a_{i1} x_1 + a_{i2} x_2 + a_{i3} x_3 + \dots + a_{in} x_n + x_i)]. \quad (2)$$

В этом уравнении в качестве функции $F^{(+)}$, называемой базовой функцией влияния, может быть использована любая монотонно растущая функция. Ес-

вычислить коэффициенты влияния на процесс x_p , должны быть заданы все те коэффициенты корреляции, которые составляют строку с номером s в корреляционной матрице (6).

АВС-модель коэффициентов влияний

Схема причинно-следственных зависимостей, которые соединяют между собой процессы x_i в динамической модели природного объекта, устанавливает связи между коэффициентами влияний (8), которые можно интерпретировать как причинно-следственные отношения между коэффициентами a_{ps} . В соответствии с формулой (8) каждый из коэффициентов влияния a_{ps} можно рассматривать как результат воздействия на него других коэффициентов a_{pi} , а также внешнего источника (драйва) D_{ps} . Поскольку мы предполагаем, что элементы корреляционной матрицы (6) суть медленно меняющиеся функции (по сравнению с изменчивостью процессов x_i), коэффициенты влияния в ходе своего приспособления друг к другу также являются переменными величинами. Это позволяет ввести динамическую АВС-модель коэффициентов влияний.

На рис. 1, а изображена схема воздействий, которая формирует значения коэффициентов влияний. Заметим, что роль коэффициентов причинно-следственных зависимостей в этой схеме выполняют коэффициенты взаимной корреляции D_{ps} . Из общей формулы (8) вытекает, что в качестве индексов p и s у D_{ps} должны быть взяты вторые числа, стоящие в индексах тех двух коэффициентов влияния a_{pi} , которые связаны между собой стрелками на схеме. Например, стрелке, соединяющей между собой коэффициенты влияния a_{12} и a_{13} , соответствует элемент D_{23} в корреляционной матрице системы. Это существенно упрощает построение концептуальной модели процессов a_{ps} и ее формализацию АВС-методом [1].

Для использования метода выберем в качестве базовых влияющих функций зависимости типа (3)

$$F^{(+)}(a_{ps}) = 1 - 0,5(D_{ps} - a_{p1} D_{s1} - a_{p2} D_{s2} - \dots - a_{pn} D_{sn}) a_{ps}^{-1} \quad (9)$$

$(p, s = 1, 2, \dots, n; p \neq s).$

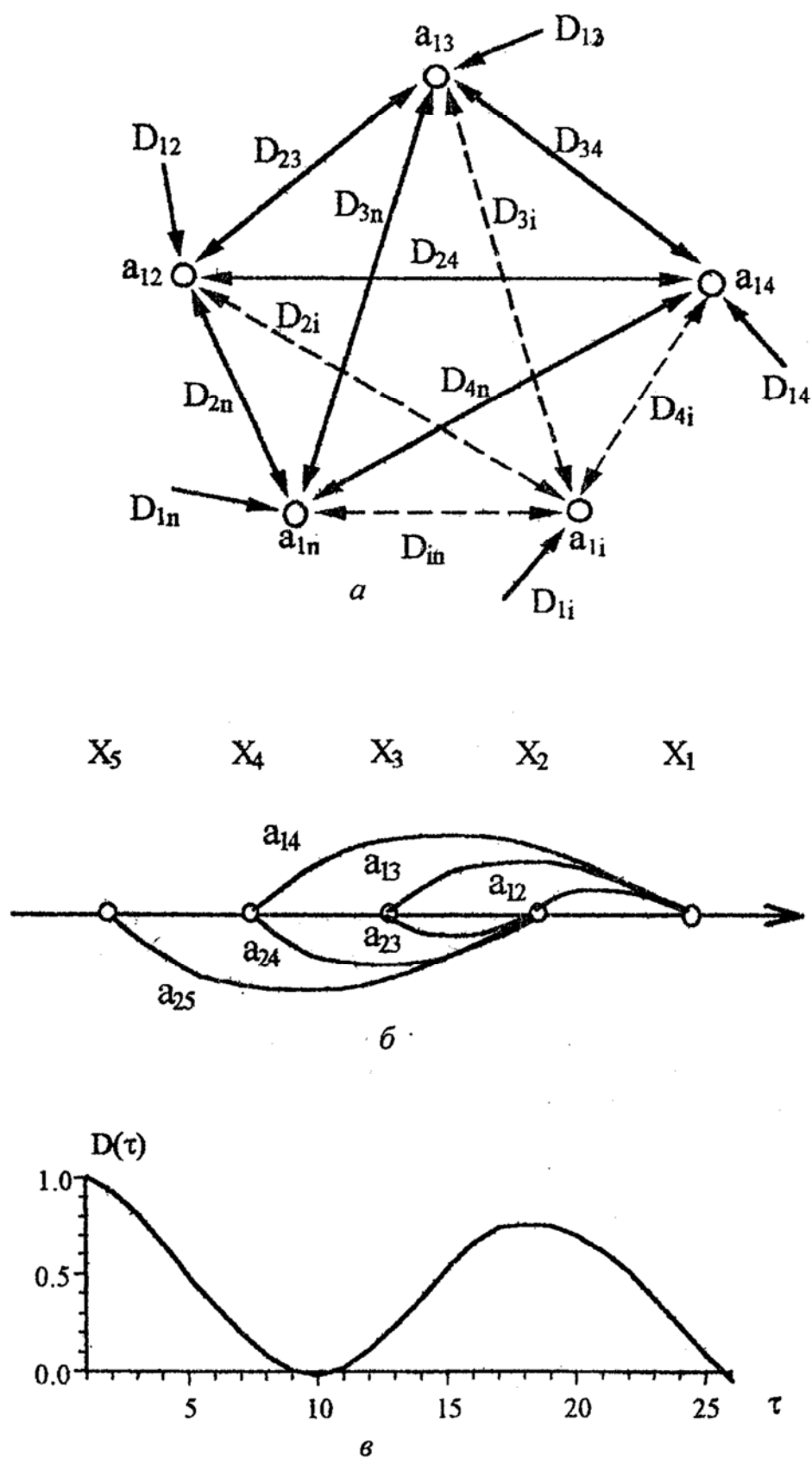
Тогда уравнения АВС-модели коэффициентов влияний принимают следующий вид:

$$da_{ps}/dt = D_{ps} - a_{p1} D_{s1} - a_{p2} D_{s2} - \dots - a_{pn} D_{sn} - a_{ps}. \quad (10)$$

$(p, s = 1, 2, \dots, n; p \neq s).$

Система (10) содержит $n(n-1)$ дифференциальных уравнений. Она дает возможность определить все неизвестные коэффициенты влияний в динамической модели (4). Условием баланса системы, как и следовало ожидать, являются уравнения (8).

Таким образом, для нахождения коэффициентов влияний существуют две эквивалентных друг другу задачи: система уравнений (8), состоящая из n систем линейных алгебраических уравнений порядка $n-1$, и система уравнений (10), состоящая из $n(n-1)$ линейных дифференциальных уравнений первого порядка. В этом проявляется органическая связь АВС-метода моделирования с методом оптимальной интерполяции. Эта связь обусловлена тем обстоятельством, что оба метода основаны на использовании корреляционных функций, которые определяют статистические свойства случайного процесса.



Р и с. 1 Концептуальная модель корреляционных связей между коэффициентами влияний для $x_1(a)$, схема влияний на значения $x_1(б)$ и корреляционная функция имитированного процесса $x_1(в)$.

Прогнозирование временных рядов наблюдений

Будем рассматривать временной ряд наблюдений как результат дискретизации (выполнения отсчетов или измерений) значений отдельной реализации случайной функции, с помощью которой обычно моделируют непрерывные природные процессы [11]. Введем в рассмотрение группу n последовательных измерений процесса. Предположим, что интервал времени между отсчетами τ постоянный и что он значительно меньше интервала корреляции процесса l , в качестве которого обычно рассматривают величину интеграла от корреляционной функции процесса:

$$l = \int D(u) du.$$

Тогда группа n последовательных измерений процесса, которая занимает интервал времени $(n-1)\tau$, соизмеримый с интервалом корреляции, т.е. при условии $(n-1)\tau \leq l$, будет связана определенными корреляционными зависимостями.

В соответствии с формулой (8) между измерениями процесса, входящими в состав каждой конкретной группы отсчетов, установятся причинно-следственные связи, которые будут представлены коэффициентами влияний, как показано на рис. 1, б. Перемещая выделенную группу отсчетов вдоль временного ряда наблюдений, мы можем образовать n временных рядов наблюдений $x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj}$ ($j = 1, 2, \dots, m$), составленных из соответствующих значений исходного ряда. Эти ряды будут представлять собой исходный ряд со сдвигом на промежутки времени: $\tau, 2\tau, \dots, (n-1)\tau$.

Отнесем значения ряда x_{1j} к будущим (прогнозируемым) значениям процесса x_1 . Значения рядов $x_{2j}, \dots, x_{nj}$ будем рассматривать как известные из наблюдений значения других процессов, которые связаны с процессом x_1 общей системой причинно-следственных зависимостей. Тогда задача прогноза процесса x_1 будет сведена к задаче адаптации этого процесса к остальным процессам $x_2, \dots, x_n$, и мы получаем возможность использовать для ее решения полученные выше результаты.

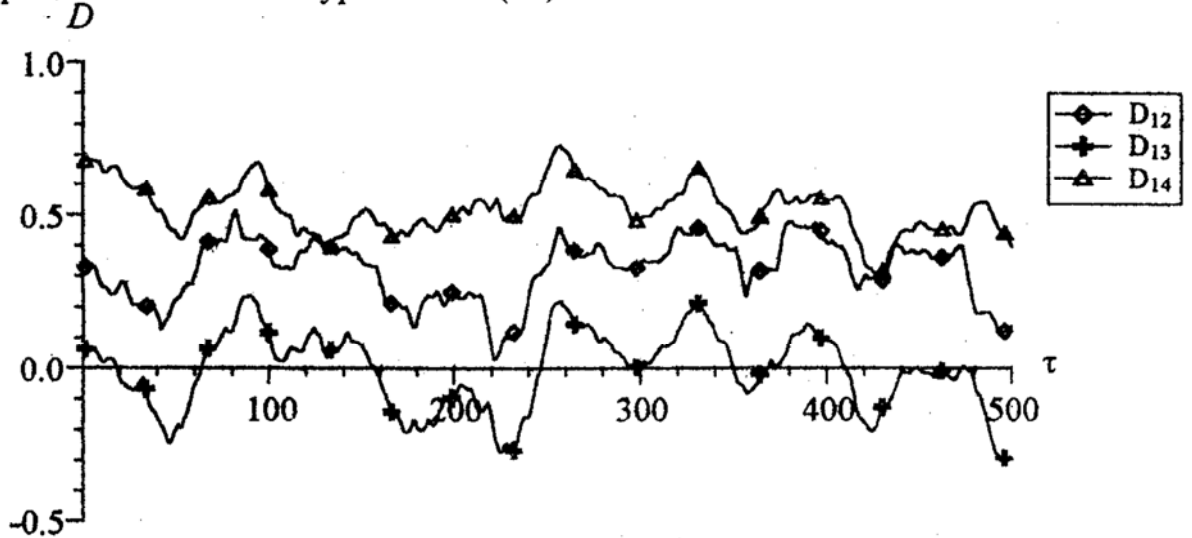
Для проверки качества прогнозирования целесообразно воспользоваться имитированными временными рядами наблюдений. В настоящей статье мы применили ABC-метод прогнозирования к временному ряду, который имел корреляционную функцию экспоненциально-косинусного типа, изображенную на рис. 1, в. Длина имитированного ряда наблюдений составляла 600 безразмерных единиц времени (интервал τ был принят за единичный), которые далее будем называть шагами по времени. Для вычисления текущих (частных) коэффициентов корреляции между процессами $x_1, x_2, \dots, x_n$ использовались отрезки соответствующих временных рядов длиной в 100 шагов.

В проведенном вычислительном эксперименте ставилась задача выполнить прогноз ряда x_1 , используя для этой цели три предшествующих значения этого ряда (см. рис. 1, б). Заблаговременность прогноза, а также удаление трех известных отсчетов x_2, x_3, x_4 от прогнозируемого значения x_1 варьировались с учетом интервала корреляции процесса. Ниже приведены результаты экспериментов, соответствующие прогнозу на пять шагов вперед.

ABC-модель для прогноза процесса x_1 и связывающих его с процессами x_2, x_3, x_4 коэффициентов влияний a_{12}, a_{13}, a_{14} состояла из следующих четырех уравнений, полученных из общих формул (4) и (10):

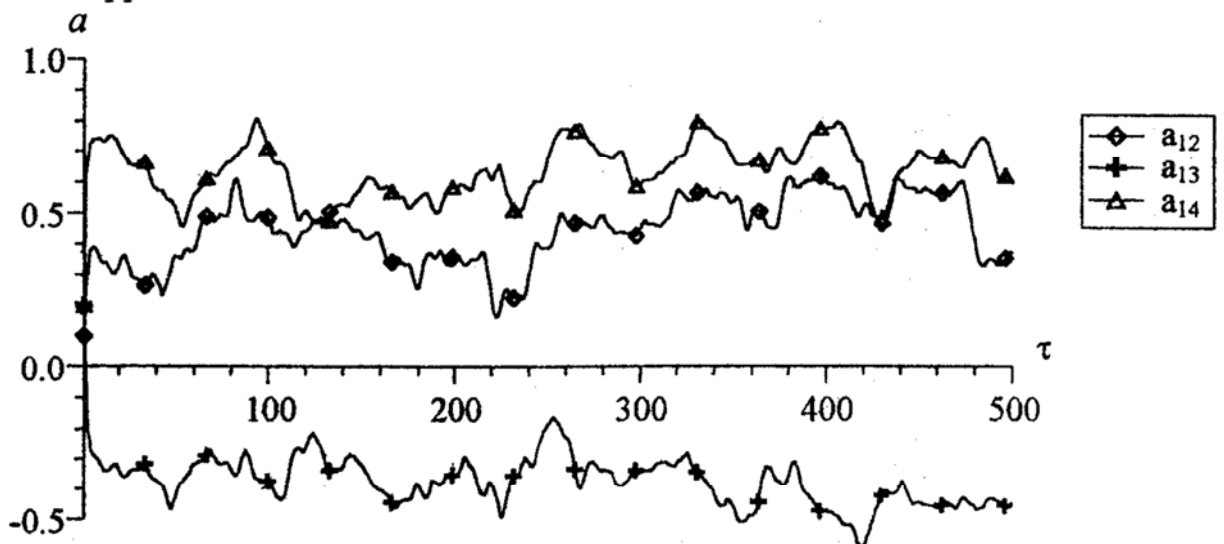
$$\begin{aligned}
dx_1/dt &= a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 - x_1; \\
da_{12}/dt &= D_{12} - a_{13}D_{23} - a_{14}D_{24} - a_{12}; \\
da_{13}/dt &= D_{13} - a_{12}D_{23} - a_{14}D_{34} - a_{13}; \\
da_{14}/dt &= D_{14} - a_{12}D_{24} - a_{13}D_{34} - a_{14}.
\end{aligned}
\tag{11}$$

Для решения этой системы первоначально рассчитывались текущие значения коэффициентов взаимной корреляции D_{ps} ($p, s = 1, 2, 3, 4$). Динамика трех из них для имитированного процесса x_1 представлена на рис. 2. Затем вычислялись коэффициенты влияния и находилась прогностическая оценка процесса из системы уравнений (11).



Р и с. 2. Частные коэффициенты корреляции, рассчитанные путем реанализа сценариев процессов

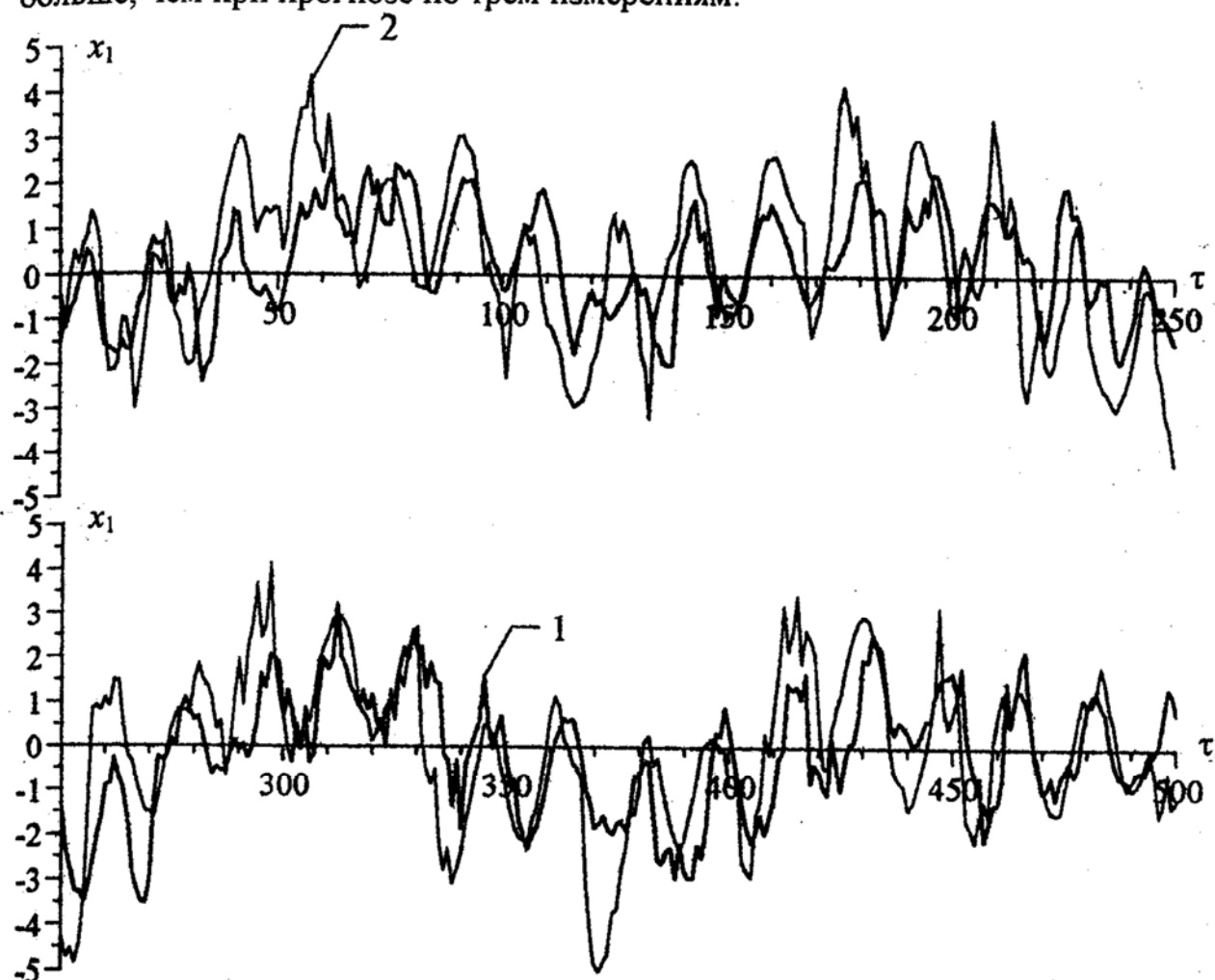
На рис. 3 показана изменчивость коэффициентов влияния. Сравнивая ход графиков коэффициентов влияния с динамикой частных коэффициентов корреляции (см. рис. 2), можно сделать вывод о том, что коэффициенты влияния не являются постоянными, хотя и меняются более медленно, чем коэффициенты корреляции.



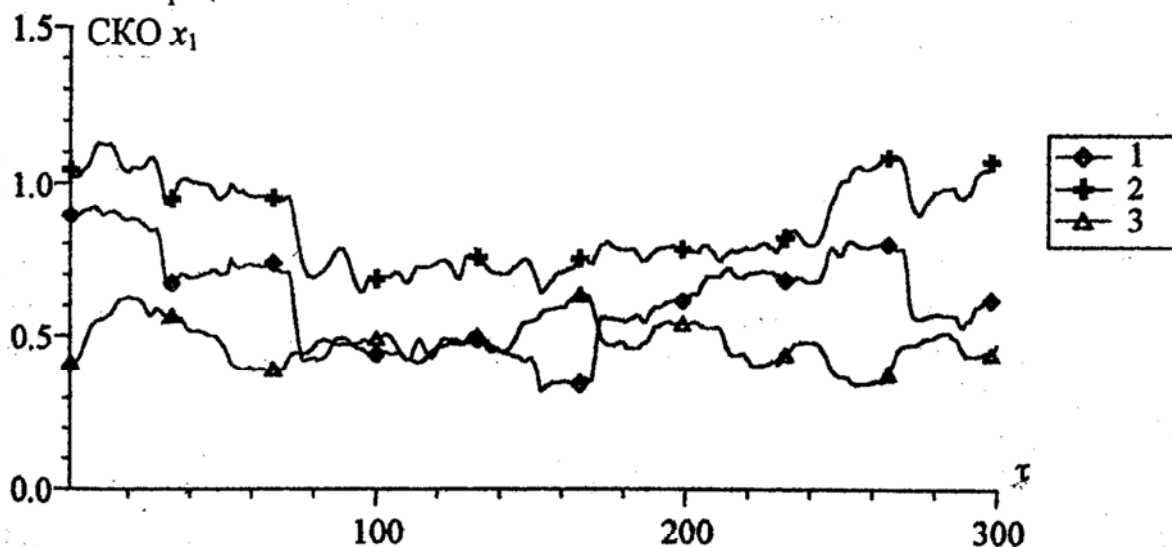
Р и с. 3. Результаты идентификации текущих коэффициентов влияния

Результаты прогнозирования процесса x_1 приведены на рис. 4, где показаны также для сравнения и истинные значения процесса. Сопоставление этих двух рядов выявляет их качественное сходство. Для количественной оценки погрешности прогнозирования было вычислено среднеквадратичное

отклонение прогноза, т.е. нормированная на дисперсию ряда x_1 дисперсия ошибки прогноза. Поведение этой величины демонстрирует ее график на рис. 5. Поскольку количество используемых для прогноза измерений процесса должно влиять на его точность, был проведен эксперимент, в котором вместо трех участвовало только одно измерение x_2 . Среднеквадратичное отклонение прогноза (см. рис. 5), как и следовало ожидать, оказалось заметно больше, чем при прогнозе по трем измерениям.



Р и с. 4. Результаты прогнозирования процесса *ABC*-методом на 5 шагов вперед: 1 – прогноз; 2 – истинный процесс



Р и с. 5. Среднеквадратичные ошибки прогнозирования: 1 – инерционный прогноз по формуле Лагранжа (уменьшено в 10 раз); 2 – *ABC*-прогноз по одному измерению; 3 – *ABC*-прогноз по трем измерениям

Представляло интерес сравнить качество прогноза *ABC*-методом с одним из традиционных методов экстраполяции графиков функций. Для примера мы применили градиентный метод прогноза, основанный на формуле конечных приращений Лагранжа [12]:

$$x_1 \approx 2x_2 - x_3. \quad (12)$$

Ошибка прогнозирования по формуле (12) оказалась выше в среднем в 10 раз (см. рис. 5) по сравнению с *ABC*-прогнозом по трем точкам.

Заключение

В этой статье нам удалось показать, что при определенном выборе базовой функции влияния в *ABC*-методе моделирования сложных систем задача идентификации коэффициентов *ABC*-модели становится эквивалентной задаче определения коэффициентов оптимальной интерполяции стационарных случайных функций. Поэтому практически важная проблема нахождения коэффициентов модели относительно легко решается при наличии архивных данных о моделируемых процессах. *ABC*-метод моделирования позволяет ввести в рассмотрение системы дифференциальных уравнений относительно неизвестных коэффициентов влияния. Этот новый результат *ABC*-моделирования был использован нами для пересчета (текущей идентификации) коэффициентов влияния, что позволило применить нелинейный (кусочно-линейный) вариант моделирования, пригодный для процессов с меняющимися во времени частными корреляционными функциями.

Полученные в статье общие результаты *ABC*-моделирования были применены для прогнозирования временных рядов наблюдений. По существу, нами проверялась следующая логическая схема: отправным фактором, определяющим качество прогнозов, служат корреляционные связи между известными и прогнозируемыми процессами. Они устанавливают взаимные зависимости между коэффициентами влияния в *ABC*-моделях. Последние в свою очередь приводят в состояние динамического баланса все процессы в модели, как известные, так и прогнозируемые. Поэтому прогнозирование отдельно взятого процесса можно рассматривать как адаптацию его будущих значений к уже известным прошлым значениям. Проведенные вычислительные эксперименты с имитированным природным процессом подтвердили справедливость этой логики. Полученные результаты могут быть использованы при построении моделей морских систем и создании новых информационных технологий для прогноза природных процессов по данным наблюдений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тимченко И.Е., Изумнова Е.М., Тимченко И.И. Системный менеджмент и *ABC*-технологии устойчивого развития. – Севастополь: ЭКОСИ-Гидрофизика, 2000. – 225 с.
2. Forrester J. System dynamics and the lessons of 35 years // The systemic basis of policy making in 1990 s. – MIT Press. Boston. – 1991. – 24 p.
3. Тимченко И.Е., Изумнова Е.М., Тимченко И.И. Динамика эколого-экономических систем // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа. – Севастополь: МГИ НАНУ, 2001. – С. 62–77.
4. Тимченко И.Е., Изумнова Е.М., Солодова С.М. Управление природными ресурсами. Имитационная технология *ABC AGENT*. – Севастополь, 2001. – 95 с. – (Препринт / НАН Украины. Морской гидрофизический институт).

5. *Математические модели в биологической океанографии* / Т. Платт, К.Х. Манн, Р.Е. Уланович и др. – Париж: ЮНЕСКО, 1984. – 195 с.
6. *Моисеев Н.Н., Александров В.В., Тарко А.М. Человек и биосфера.* – М.: Наука, 1985. – 270 с.
7. *Колмогоров А.Н. Интерполирование и экстраполирование стационарных случайных последовательностей* // Изв. АН СССР. Серия матем. – 1941. – 5. – С. 3–11.
8. *Тимченко И.Е. Системные методы в гидрофизике океана.* – Киев: Наук. думка, 1988. – 240 с.
9. *Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения.* – М.: Физматгиз., 1961. – 315 с.
10. *Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа.* – М.: Наука, 1981. – 490 с.
11. *Timchenko I.E. Stochastic modelling of ocean dynamics* / Harwood Acad. Publ. Chur-London-Paris-New-York. – 1984. – 240 p.
12. *Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа.* – М.: Наука, 1982. – 630 с.

Морской гидрофизический институт НАН Украины,
Севастополь

Материал поступил
в редакцию 18.02.03

ABSTRACT Estimation of future values of the processes is considered as a problem of their adaptation to the known past observations. The method of adaptive balance of causes (ABC) is applied for constructing the dynamic model of the influence coefficients. The method permits to calculate the current values of these coefficients using the current correlation matrix evaluated by the reanalysis of the observed processes. ABC-model with variable influence coefficients is proposed. It assures optimally accurate prediction of a natural process. The example of its application is supplied.