

Трансформация бароклинного прилива при движении над неровностью морского дна

В предположениях линейной теории длинных волн исследуется набегание бароклинного прилива на неровность морского дна типа океанического хребта. Жидкость предполагается стратифицированной, учитывается действие силы Кориолиса. Определены характеристики волновых возмущений в районе хребта, вызываемых набегающей бароклинной волной, в зависимости от параметров рельефа дна и периода прилива.

Получено, в частности, что над хребтом существуют области, где амплитуды внутренних волн значительно больше амплитуды набегающего бароклинного прилива, и области «тени», где имеет место обратное явление.

Волновые процессы в зонах протяженных неоднородностей рельефа дна вносят существенный вклад в динамику вод морей и океанов. Возникающие при набегании баротропных приливов на протяженные неоднородности дна волновые движения исследованы в [1 – 6]. В реальных условиях существуют и бароклинные приливы, которые распространяются в районах протяженных океанических хребтов, шельфов, желобов. В данной работе в рамках линейной теории длинных волн предпринята попытка изучить трансформацию внутренних и генерацию баротропных волн бароклиненным приливом при его набегании на протяженный хребет.

1. Рассмотрим неограниченный в горизонтальных направлениях бассейн, заполненный стратифицированной жидкостью, верхний слой которой имеет плотность ρ_1 и постоянную глубину h_1 , нижний слой — плотность ρ_2 ($\rho_2 > \rho_1$) и переменную глубину. В областях 1 ($x < -l_1$) и 3 ($x > l_2$) глубина бассейна постоянна ($H_1 = h_1 + h_2$, $H_3 = h_1 + h_4$ соответственно), в области 2 ($-l_1 \leq x \leq l_2$) — глубина переменная ($H_2 = h_1 + h_3(x)$). Ось y направлена вдоль хребта, ось x — перпендикулярна к ней. В области 1 под углом α к оси x на хребет набегают бароклинные волны вида

$$\zeta = D \sin(k_2 x + n y - \sigma t), \quad (1)$$

где D — амплитуда этой волны на границе раздела, k_2 и n — волновые числа, соответствующие осям x и y , σ — частота волны.

Поставим своей задачей определить характеристики волновых возмущений в области 2 (над хребтом), вызываемых волной (1), в зависимости от параметров рельефа дна и периода колебаний. Будем считать жидкость невязкой, а волновые возмущения малыми. Тогда в рамках линейной теории длинных волн систему уравнений, описывающих движение жидкости в области $x < -l_1$, запишем [7] так:

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} - f v_1 = -g \frac{\partial \zeta_1}{\partial x}, \quad \frac{\partial v_1}{\partial t} + f u_1 = -g \frac{\partial \zeta_1}{\partial y},$$

$$\begin{aligned}
h_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) &= \frac{\partial \zeta_2}{\partial t} - \frac{\partial \zeta_1}{\partial t}, \\
\frac{\partial u_2}{\partial t} - f v_2 &= -g \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} + \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} \right), \\
\frac{\partial v_2}{\partial t} + f u_2 &= -g \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{\partial \zeta_1}{\partial y} + \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} \frac{\partial \zeta_2}{\partial y} \right), \\
\frac{\partial (h_2 u_2)}{\partial x} + h_2 \frac{\partial v_2}{\partial y} &= - \frac{\partial \zeta_2}{\partial t}.
\end{aligned} \tag{2}$$

Здесь u_1, v_1 — горизонтальные составляющие вектора волновой скорости в верхнем слое, u_2, v_2 — горизонтальные составляющие вектора волновой скорости в нижнем слое, ζ_1 — отклонение свободной поверхности от невозмущенного состояния, ζ_2 — отклонение границы раздела двух слоев от невозмущенного состояния, f — параметр Кориолиса. В областях 2 и 3 система имеет такой же вид с заменой h_2 на h_3 и h_4 соответственно.

Так как набегающая волна периодическая и коэффициенты в системе уравнений (2) от t и y не зависят, то решение можно искать в виде периодических функций времени t и координаты y :

$$\{\zeta_j, u_j, v_j\} = \{\bar{\zeta}_j, \bar{u}_j, \bar{v}_j\}(x) \exp[i(ny - \sigma t)]. \tag{3}$$

Подставляя (3) в (2), получим (далее у ζ_j, u_j, v_j ($j=1,2$) черта сверху опущена) такие уравнения для определения ζ_1 в областях 1 и 3:

$$\begin{aligned}
\frac{d^4 \zeta_1}{dx^4} - \left[2n^2 - \frac{(h_1 + h_m)(\sigma^2 - f^2)}{g \varepsilon h_1 h_m} \right] \frac{d^2 \zeta_1}{dx^2} + \\
+ \left[n^2 - \frac{(h_1 + h_m)(\sigma^2 - f^2)}{g \varepsilon h_1 h_m} n^2 + \frac{(\sigma^2 - f^2)^2}{g^2 \varepsilon h_1 h_m} \right] \zeta_1 = 0,
\end{aligned} \tag{4}$$

где $\varepsilon = (\rho_2 - \rho_1)/\rho_2$, $m = 2$ относится к области 1, $m = 4$ — к области 3.

Для определения ζ_1 в области 2 имеем такое обыкновенное дифференциальное уравнение 4-го порядка с переменными коэффициентами:

$$\begin{aligned}
\frac{d^4 \zeta_1}{dx^4} + \frac{1}{h_3} \frac{dh_3}{dx} \frac{d^3 \zeta_1}{dx^3} - \left[2n^2 + \frac{nf}{\sigma h_3} \frac{dh_3}{dx} - \frac{(\sigma^2 - f^2)(h_1 + h_3)}{h_1 h_3 \varepsilon g} \right] \frac{d^2 \zeta_1}{dx^2} - \\
- \left[\frac{n^2}{h_3} - \frac{(\sigma^2 - f^2)}{h_1 h_3 \varepsilon g} \right] \frac{dh_3}{dx} \frac{d \zeta_1}{dx} + \left[n^4 + \frac{n^3 f}{\sigma h_3} \frac{dh_3}{dx} - \frac{n^2 (\sigma^2 - f^2)(h_1 + h_3)}{h_1 h_3 \varepsilon g} - \right. \\
\left. - \frac{nf(\sigma^2 - f^2)}{\sigma h_1 h_3 \varepsilon g} \frac{dh_3}{dx} + \frac{(\sigma^2 - f^2)^2}{h_1 h_3 \varepsilon g^2} \right] \zeta_1 = 0.
\end{aligned} \tag{5}$$

При этом составляющие горизонтальных скоростей в верхнем и нижнем слоях и отклонение границы раздела от невозмущенного состояния выражаются через ζ_1 следующим образом:

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{ig}{\sigma^2 - f^2} \left[nf\zeta_1 - \sigma \frac{d\zeta_1}{dx} \right], \quad v_1 = \frac{g}{\sigma^2 - f^2} \left[n\sigma\zeta_1 - f \frac{d\zeta_1}{dx} \right], \\ u_2 &= \frac{ig}{\sigma^2 - f^2} \left\{ fn\zeta_1 - \sigma \frac{d\zeta_1}{dx} - \frac{\varepsilon h_1 g}{\sigma^2 - f^2} \left[\sigma \left(\frac{d^3\zeta_1}{dx^3} - n^2 \frac{d\zeta_1}{dx} \right) + f \left(n^3\zeta_1 - n \frac{d^2\zeta_1}{dx^2} \right) \right] \right\}, \\ v_2 &= \frac{g}{\sigma^2 - f^2} \left\{ n\sigma\zeta_1 - f \frac{d\zeta_1}{dx} - \frac{\varepsilon h_1 g}{\sigma^2 - f^2} \left[f \left(\frac{d^3\zeta_1}{dx^3} - n^2 \frac{d\zeta_1}{dx} \right) + \sigma \left(n^3\zeta_1 - n \frac{d^2\zeta_1}{dx^2} \right) \right] \right\}, \\ \zeta_2 &= \frac{h_1 g}{\sigma^2 - f^2} \frac{d^2\zeta_1}{dx^2} + \zeta_1 \left(1 - \frac{n^2 h_1 g}{\sigma^2 - f^2} \right). \end{aligned}$$

Решая уравнения (4) и (5) и учитывая, что для $x > l_2$ нет отраженных волн, находим

$$\zeta_1(x) = \begin{cases} B_1 \exp(-ik_1 x) + D_1 \exp(ik_2 x) + C_1 \exp(-ik_2 x), & x < -l_1; \\ A_2 \varphi_1(x) + B_2 \varphi_2(x) + C_2 \varphi_3(x) + D_2 \varphi_4(x), & -l_1 \leq x \leq l_2; \\ A_3 \exp(ik_3 x) + C_3 \exp(ik_6 x), & x > l_2. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь

$$\begin{aligned} k_2 &= k_{12} \cos \alpha, \quad n = k_{12} \sin \alpha, \quad k_1^2 = k_{11}^2 - n^2, \quad k_5^2 = k_{31}^2 - n^2, \quad k_6^2 = k_{32}^2 - n^2, \\ k_{1j}^2 &= \frac{H_1(\sigma^2 - f^2)}{2g\varepsilon h_1(H_1 - h_1)} \left[1 + (-1)^j \sqrt{1 - \frac{4\varepsilon h_1(H_1 - h_1)}{H_1^2}} \right], \\ k_{3j}^2 &= \frac{H_3(\sigma^2 - f^2)}{2g\varepsilon h_1(H_3 - h_1)} \left[1 + (-1)^j \sqrt{1 - \frac{4\varepsilon h_1(H_3 - h_1)}{H_3^2}} \right], \quad (j = 1, 2). \end{aligned} \quad (7)$$

В выражении (6) $B_1, C_1, A_2, B_2, C_2, D_2, A_3, C_3$ — произвольные постоянные, $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \varphi_3(x), \varphi_4(x)$ — фундаментальная система решений уравнения (5), которую находим численно.

Для определения восьми произвольных постоянных (D_1 — амплитуда набегающей внутренней волны на свободной поверхности считается известной) имеем восемь алгебраических уравнений, представляющих собой условия непрерывности возвышений и потоков жидкости на границах областей ($x = -l_1, x = l_2$):

$$\begin{aligned} \zeta_{11}(-l_1) &= \zeta_{12}(-l_1), \quad u_{11}(-l_1) = u_{12}(-l_1), \quad \zeta_{21}(-l_1) = \zeta_{22}(-l_1), \quad u_{21}(-l_1) = u_{22}(-l_1), \\ \zeta_{12}(l_2) &= \zeta_{13}(l_2), \quad u_{12}(l_2) = u_{13}(l_2), \quad \zeta_{22}(l_2) = \zeta_{23}(l_2), \quad u_{22}(l_2) = u_{23}(l_2). \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь и далее в обозначениях первый номер в индексах указывает на номер слоя, второй — на номер области бассейна. Решая численно эту систему алгебраических уравнений, находим амплитуды волн и волновых скоростей.

Из (6) и (7) следует, что вид генерируемых баротропных волн в областях $x < -l_1$ и $x > l_2$, а также трансформируемой внутренней волны в области за хребтом ($x > l_2$) существенно зависит от параметров модели H_1, H_3, h_1 и ε .

2. Дальнейший анализ волнового движения выполнялся для следующего закона изменения глубины бассейна в области 2:

$$H_2(x) = \begin{cases} (H_1 - H_0)x^2 l_1^{-2} + H_0, & -l_1 \leq x \leq 0, \\ (H_3 - H_0)x^2 l_2^{-2} + H_0, & 0 < x \leq l_2. \end{cases}$$

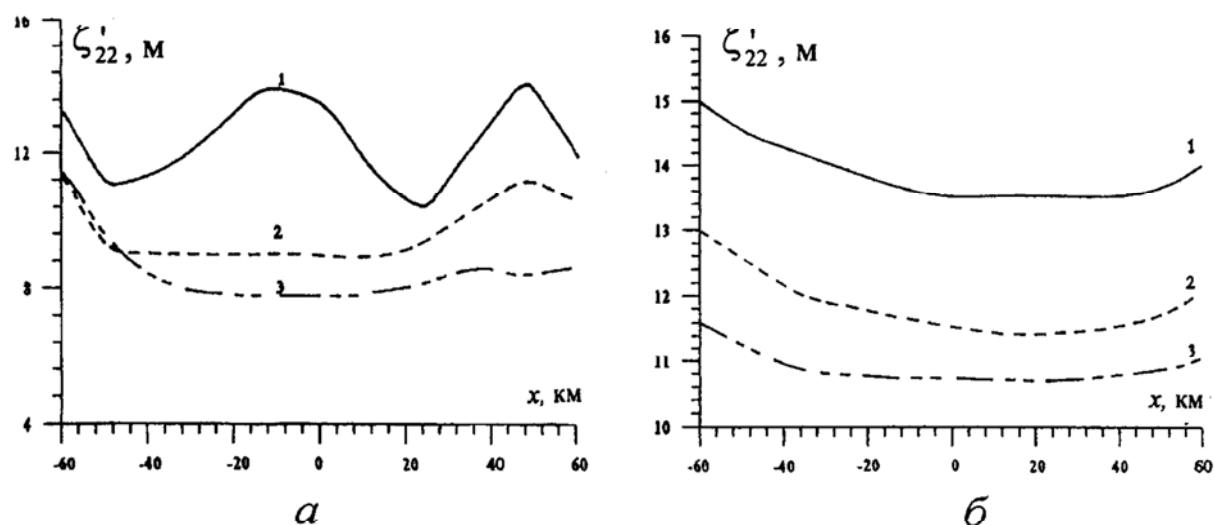
Здесь H_0 — глубина бассейна над гребнем хребта, а склоны хребта имеют параболическую форму. Расчеты проводились для значений параметров, характерных для района Срединно-Атлантического хребта [8]:

$$H_1 = 3 \cdot 10^3 \text{ м}, H_3 = 4 \cdot 10^3 \text{ м}, h_1 = 8 \cdot 10^2 \text{ м}, \varepsilon = 1 \cdot 10^{-3}, l_1 = l_2 = 6 \cdot 10^4 \text{ м}, \varphi = 20^\circ,$$

где φ — широта в точке $x = 0, y = 0$.

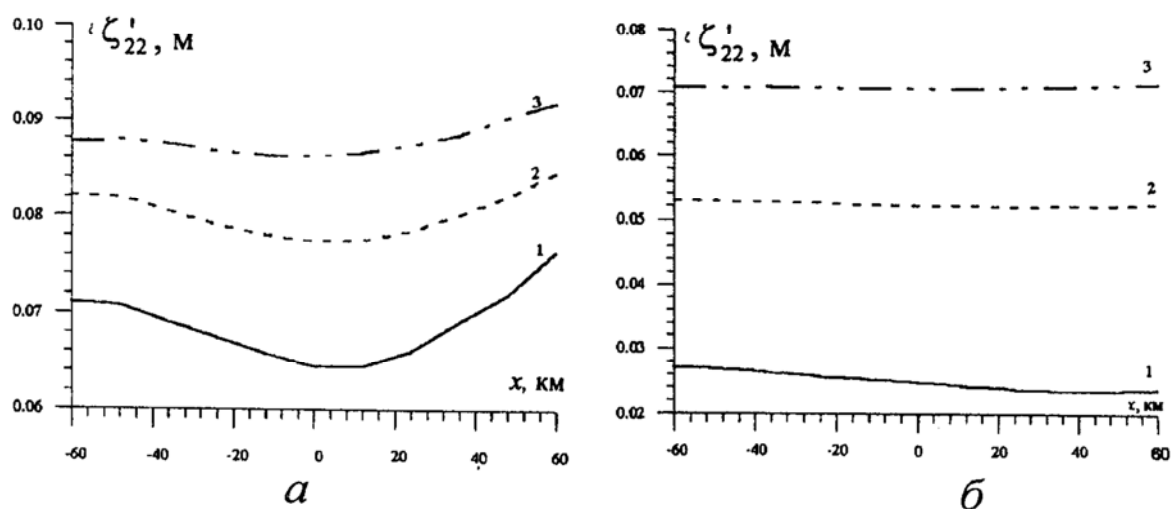
Исследовались зависимости амплитуд волн и волновых скоростей в районе неровности дна при нормальном набегаании ($\alpha = 0$) полусуточного и суточного бароклинных приливов с амплитудой 10 м на поверхности раздела для различных значений H_0 .

На рис. 1, а изображены зависимости $\zeta'_{22} = \zeta'_{22}(x)$ ($\zeta'_{22} = |\zeta_{22}(x)|$) амплитуд отклонений границы раздела от невозмущенного состояния в районе неровности дна для разных значений глубины жидкости над гребнем хребта при $T = T_1 = 12 \text{ ч } 25 \text{ мин}$ (здесь T — период набегающего прилива). На этом и последующих рисунках кривая 1 соответствует глубине $H_0 = 1 \cdot 10^3 \text{ м}$, кривая 2 — $H_0 = 2 \cdot 10^3 \text{ м}$, кривая 3 — $H_0 = 2,8 \cdot 10^3 \text{ м}$. Из рис. 1, а видно, что в этом районе существуют области значительных амплитуд внутренних волн (15 м) и области, где амплитуды этих волн меньше амплитуды набегающего бароклинного прилива (8 м). Так, при $H_0 = 1 \cdot 10^3 \text{ м}$ (кривая 1) наибольшее значение $\zeta'_{22} = 15 \text{ м}$ достигается в центральной части хребта при $x = -10 \text{ км}$, а наименьшее $\zeta'_{22} = 10,6 \text{ м}$ — при $x = 24 \text{ км}$. С увеличением глубины бассейна над хребтом (кривые 2, 3) амплитуды трансформируемой бароклинной волны уменьшаются и достигают наибольших значений (11,2 и 11,3 м соответственно) в граничной точке неровности ($x = -60 \text{ км}$). При этом наименьшее значение ($\zeta'_{22} = 8 \text{ м}$) функция $\zeta'_{22}(x)$ принимает в центральной части хребта.



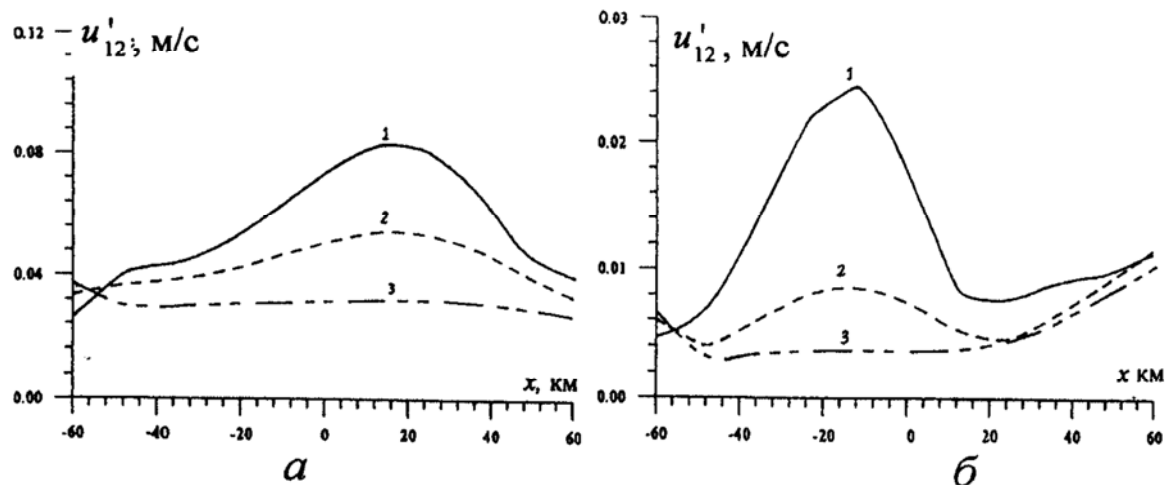
Р и с. 1. Амплитуды колебаний границы раздела двух слоев над неровностью дна при набегаании бароклинных полусуточного (а) и суточного (б) приливов

На рис. 1, б представлены аналогичные зависимости $\zeta'_{22}(x)$ при таких же значениях параметров за исключением периода набегающей волны. В данном случае рассматривался период $T = T_2 = 23$ ч 56 мин (для данной широты места инерционным является период $T_{ин} = 24$ ч 56 мин). Анализируя поведение кривых, изображенных на рис. 1, а, б, видим, что амплитудные значения колебаний границы раздела над хребтом для суточного прилива превышают соответствующие значения для полусуточного практически во всем диапазоне изменения x . При этом наибольшие значения $\zeta'_{22}(x)$ для всех рассмотренных H_0 достигаются в граничной точке области неровности дна $x = -60$ км, а наименьшие — в центральной ее части.



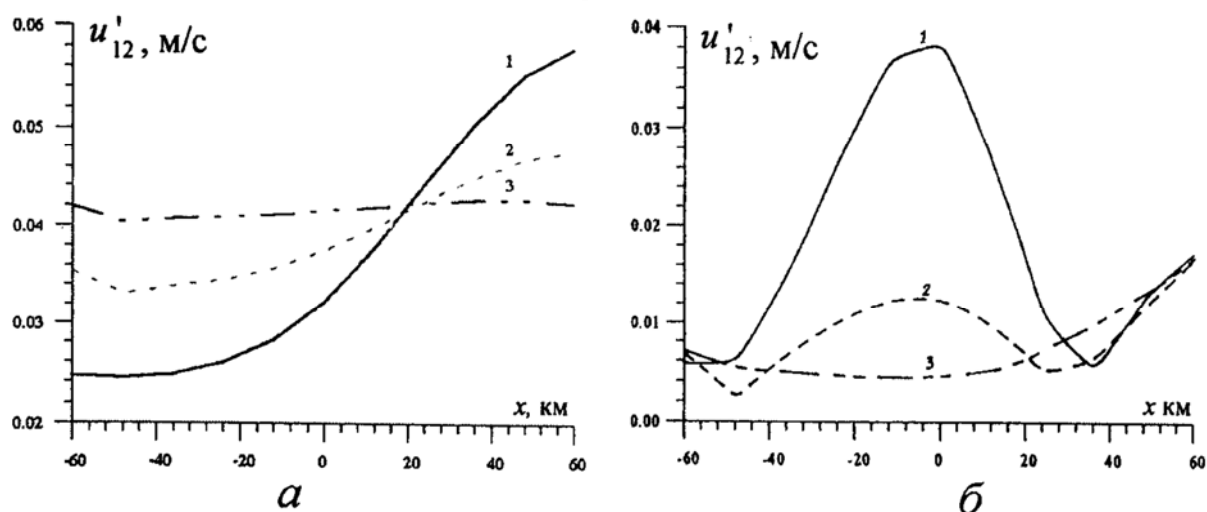
Р и с. 2. Амплитуды отклонений свободной поверхности при набегаании бароклинных полусуточного (а) и суточного (б) приливов

Интересно проследить изменения амплитуд отклонений свободной поверхности. На рис. 2, а представлены графики $\zeta'_{12} = \zeta'_{12}(x)$ ($\zeta'_{12} = |\zeta_{12}(x)|$) амплитуд отклонений свободной поверхности от невозмущенного состояния над неровностью дна для полусуточной составляющей прилива, а на рис. 2, б — аналогичные зависимости для суточной составляющей. Из рис. 2, а следует, что $\zeta'_{12}(x)$ для всех рассмотренных величин H_0 имеет вид кривой с минимальными значениями 6,5; 7,8; и 8,6 см соответственно для кривых 1, 2, 3, имеющими место в центральной области неровности дна. Наибольшие значения $\zeta'_{12}(x)$ 7,8; 8,6; и 9,4 см, отвечающие кривым 1, 2, 3, достигаются в граничной точке $x = 60$ км. Отметим также, что для данных параметров модели с уменьшением высоты хребта или, что то же самое, с увеличением глубины жидкости над гребнем хребта амплитуда отклонения свободной поверхности увеличивается. Для суточного прилива (рис. 2, б) амплитуда отклонения свободной поверхности слабо меняется по всей ширине неровности дна (изменения составляют не более 3%), и ее наибольшие значения составляют 2,6; 5,3 и 7,2 см для H_0 равных 1; 2 и 2,8 км соответственно.



Р и с. 3. Амплитуды составляющей горизонтальной скорости вдоль оси x для полусуточного бароклинного прилива в верхнем (а) и нижнем (б) слоях

Рассматривались также амплитуды компонент горизонтальной скорости в верхнем и нижнем слоях. На рис. 3, а для $T = T_1$ представлены графики зависимостей составляющей горизонтальной скорости по оси x ($u'_{12}(x) = |u'_{12}(x)|$) в верхнем слое, а на рис. 3, б — графики аналогичных зависимостей в нижнем слое ($u'_{22}(x) = |u'_{22}(x)|$). Из анализа поведения кривых, приведенных на рис. 3, а следует, что для $H_0 = 1$ км $u'_{12 \max} = 8,5$ см/с при $x = 20$ км (область $0 \leq x \leq l_2$), а наименьшее значение достигается в области $-l_1 \leq x < 0$ ($u'_{12 \min} = 2,2$ см/с). С увеличением H_0 (кривые 2 и 3) амплитуда компоненты скорости $u'_{12}(x)$ уменьшается во всем диапазоне изменения x , исключение представляет малая окрестность в области $-l_1 \leq x < 0$. Для амплитуд составляющей горизонтальной скорости по оси y в верхнем слое ($v'_{12}(x)$) имеют место (качественно) те же закономерности, что и для амплитуд $u'_{12}(x)$. Однако величины u'_{12} в 2 – 3 раза больше соответствующих значений v'_{12} . Что же касается амплитуд скоростей в нижнем слое, то, как видно из рис. 3, б, для принятых значений параметров модели амплитуды волновых скоростей в верхнем слое значительно превосходят амплитуды волновых скоростей в нижнем слое, наибольшие значения которых достигаются не в области $0 \leq x \leq l_2$ (как для верхнего слоя), а при $-l_1 \leq x < 0$.



Р и с. 4. Амплитуды составляющей горизонтальной скорости вдоль оси x для суточного бароклинного прилива в верхнем (а) и нижнем (б) слоях

При $T = T_2$ максимальные значения составляющих горизонтальной скорости в верхнем слое будут достигаться не над гребнем хребта (как в случае $T = T_1$), а при $0 \leq x \leq l_2$ (рис. 4, а). Также получено, что при набегании суточного прилива в 1,5 – 2 раза увеличиваются максимальные значения амплитуд составляющих горизонтальной скорости в нижнем слое (рис. 4, б).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Волны в пограничных областях океана / Под ред. В.В. Ефимова. — Л.: Гидрометеониздат, 1984. — 280 с.
2. Baines P.G. The generation of internal tides by flatbump topography // Deep-Sea Res. — 1973. — 20, № 2. — P. 179 – 206.
3. Sandstrom H. On topographic generation and coupling of internal waves // Geophys. Fluid. Dyn. — 1976. — 7, № 3/4. — P. 271 – 297.
4. Show R.P., New W. Long-wave trapping by ocean ridges // J. Phys. Oceanogr. — 1981. — 11, № 10. — P. 1334 – 1344.
5. Бабий М.В., Черкесов Л.В. Генерация внутренних волн баротропной волной в области океанического хребта // Докл. АН УССР. Сер. А. — 1982. — 4, № 9. — С. 49 – 52.
6. Довгая С.В. Исследование внутренних волн, генерируемых баротропным приливом, набегавшим под произвольным углом на океанический хребет // Морской гидрофизический журнал. — 2000. — № 4. — С. 11 – 19.
7. Черкесов Л.В., Иванов В.А., Хартиев С.М. Введение в гидродинамику и теорию волн. — С.-Пб.: Гидрометеониздат, 1992. — 264 с.
8. Fuglister F.C. Atlantic Ocean Atlas. — Woods Hole, Massachusetts: Woods Hole Oceanogr. Inst., 1960. — 210 p.

Морской гидрофизический институт НАН Украины,
Севастополь

Материал поступил
в редакцию 12.12.02
После доработки 26.04.03

ABSTRACT Within the framework of the linear theory of long waves studied is the surging of a baroclinic tide on the sea bottom unevenness of the oceanic ridge type. The fluid is assumed stratified; the effect of the Coriolis force is taken into account. The characteristics of wave disturbances in the ridge region induced by a surging baroclinic wave depending on the bottom relief parameters and the tide period are determined.

It is revealed, in particular, that above the ridge there are the areas where the amplitudes of internal waves considerably exceed those of surging baroclinic tides and the «shade» areas where the inverse phenomena is observed.