УДК 551.465

Г.К. Коротаев

Интенсификация глубинной циркуляции в мезомасштабном бассейне под влиянием рельефа дна

Общепринятым является мнение, что стационарная ветровая циркуляция в нижнем слое двухслойного моря пренебрежимо мала даже при учете рельефа дна. Такое мнение обоснованно применительно к океанским масштабам, где топография дна не имеет глобального уклона вдоль меридиана. Однако если рассматривать циркуляцию в замкнутых или полузамкнутых морях, то котловинообразная структура рельефа дна совместно с бета-эффектом способна существенно повлиять на интенсивность течений в нижнем слое моря. В настоящей работе в рамках простой модели рассматривается пример интенсификации глубинной ветровой циркуляции под влиянием меридионального уклона дна. Обнаруженный эффект позволяет, в частности, предположить, что глубинная циркуляция в Черном море значительно интенсивней, чем считалось ранее.

Вопрос о влиянии рельефа дна на глубинную циркуляцию в морях и океанах интенсивно обсуждается в литературе и имеет разнообразное толкование [1, 2]. Существенное влияние рельефа дна на циркуляцию в однородном океане не вызывает сомнения. Особенности рельефа дна могут привносить как локальные, так и глобальные изменения в структуре циркуляции. Однако при учете стратификации океана по плотности вопрос о влиянии рельефа дна на интегральную циркуляцию и на глубинные течения уже не столь очевиден. Диагностические расчеты в целом указывают на существенное значение так называемого СЭБИР (совместного эффекта бароклинности и рельефа дна). Вместе с тем считается более или менее установленным отсутствие заметной стационарной глубинной циркуляции в бассейнах с резкой стратификацией. По крайней мере, исследования ветровой циркуляции в двухслойном океане вроде бы обосновывают такую точку зрения [3].

В то же время следует заметить, что при проведении исследований глубинной циркуляции в двухслойном океане рассматривались только такие формы рельефа дна, которые характерны для океанов, где, как правило, не наблюдаются протяженные наклоны морского дна в меридиональном направлении. Однако если иметь в виду замкнутые водоемы, имеющие котловинообразную форму рельефа дна, то становится ясным, что в таких бассейнах могут наблюдаться значительные изменения глубины вдоль меридиана. Примером такого бассейна может служить Черное море. Его глубина, очевидно, существенно зависит от широты, причем наряду с резким свалом глубин в районе континентального шельфа в Черном море наблюдаются также заметные, но относительно плавные изменения рельефа дна вдоль меридиана на масштабах, соответствующих ширине бассейна. Такие изменения приводят, как известно, к появлению так называемого гамма-эффекта, направление которого может быть противоположным бета-эффекту. В частности, в Чер-

© Г.К. Коротаев, 2005

ном море гамма-эффект в южной части бассейна как раз и должен быть противоположен бета-эффекту. Черное море к тому же имеет чрезвычайно резко выраженный пикноклин, и его стратификация очень хорошо описывается двухслойной моделью. В силу таких особенностей Черного моря есть основание провести дополнительное изучение стационарной ветровой циркуляции в двухслойном бассейне, несмотря на уже существующие довольно подробные исследования этой проблемы.

Итак, рассмотрим стационарную ветровую циркуляцию в глубоком (в том смысле, что толщина каждого слоя существенно больше экмановской глубины трения) двухслойном по плотности бассейне. Пусть полная глубина бассейна $z = H(x, y)$, где координата x, как обычно, направлена на восток, координата y — вдоль меридиана на север, а координата z — вертикально вниз. Среднюю толщину верхнего слоя положим равной $h = \text{const}$. В дальнейшем будем считать, что как средняя глубина верхнего слоя, так и ее возмущенное значение $h + \xi$ всюду меньше полной глубины бассейна. Будем рассматривать бассейн прямоугольной конфигурации, вытянутый в зональном направлении наподобие Черного моря. Пусть длина бассейна равна L, а ширина — B.

Для описания ветровой циркуляции в бассейне используем простую линейную модель, уравнения которой имеют вид:

$$-fv_1 = g\frac{\partial\zeta}{\partial x} + A\frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2}, \tag{1}$$

$$fu_1 = g\frac{\partial\zeta}{\partial y} + A\frac{\partial^2 v_1}{\partial z^2}, \tag{2}$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} + \frac{\partial w_1}{\partial z} = 0, \tag{3}$$

$$-fv_2 = g\frac{\partial\zeta}{\partial x} + g'\frac{\partial\xi}{\partial x} + A\frac{\partial^2 u_2}{\partial z^2}, \tag{4}$$

$$fu_2 = g\frac{\partial\zeta}{\partial y} + g'\frac{\partial\xi}{\partial y} + A\frac{\partial^2 v_2}{\partial z^2}, \tag{5}$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} + \frac{\partial w_2}{\partial z} = 0. \tag{6}$$

В уравнениях (1) – (6) u_1, v_1, w_1, u_2, v_2, w_2 — зональная, меридиональная и вертикальная составляющие скорости течения в верхнем и нижнем слоях соответственно, ζ и ξ — уровень моря и отклонение поверхности раздела от его невозмущенного значения, $f = f_0 + \beta y$ — параметр Кориолиса, g — ускорение силы тяжести, $g' = \dfrac{g\,\Delta\rho}{\rho}$, $\Delta\rho$ — разница плотности нижнего и верхнего слоев, ρ — средняя плотность морской воды, A — коэффициент вертикального турбулентного обмена.

Система уравнений (1) – (6) решается со следующими граничными условиями:
при $z = 0$

$$A\frac{\partial u_1}{\partial z} = -\frac{T_x}{\rho}, \qquad A\frac{\partial v_1}{\partial z} = -\frac{T_y}{\rho}, \tag{7}$$

$$w_1 = 0; \tag{8}$$

при $z = h$

$$A\frac{\partial u_1}{\partial z} = -r(\bar{u}_1 - \bar{u}_2), \qquad A\frac{\partial v_1}{\partial z} = -r(\bar{v}_1 - \bar{v}_2), \tag{9}$$

$$A\frac{\partial u_2}{\partial z} = -r(\bar{u}_2 - \bar{u}_1), \qquad A\frac{\partial v_2}{\partial z} = -r(\bar{v}_2 - \bar{v}_1), \tag{10}$$

$$w_1 = w_2 = 0; \tag{11}$$

при $z = H(x, y)$

$$A\frac{\partial u_2}{\partial z} = -r\bar{u}_2, \qquad A\frac{\partial v_2}{\partial z} = -r\bar{v}_2, \tag{12}$$

$$w_2 = u_2\frac{\partial H}{\partial x} + v_2\frac{\partial H}{\partial y}. \tag{13}$$

В формулах (7) – (13) T_x и T_y — составляющие тангенциального напряжения трения ветра, r — коэффициент трения, а черта над компонентой скорости течения означает среднюю по слою величину. Граничные условия скольжения с трением на границе раздела слоев жидкости и на дне бассейна поставлены для упрощения дальнейших выкладок. Ортодоксальное применение теории Экмана, как известно, дает такой же окончательный результат.

Проинтегрируем теперь уравнения движения и уравнения неразрывности в пределах каждого слоя. Вводя полные потоки в соответствии с формулами

$$S_x^1 = \int_0^h u_1 dz, \qquad S_y^1 = \int_0^h v_1 dz, \tag{14}$$

$$S_x^2 = \int_h^{H-h} u_2 dz, \qquad S_y^2 = \int_h^{H-h} v_2 dz, \tag{15}$$

получим следующую систему уравнений:

$$-fS_y^1 = gh\frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{T_x}{\rho} - r\left(\frac{S_x^1}{h} - \frac{S_x^2}{(H_0 - h)}\right), \tag{16}$$

$$fS_x^1 = gh\frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{T_y}{\rho} - r\left(\frac{S_y^1}{h} - \frac{S_y^2}{(H_0 - h)}\right), \tag{17}$$

$$\frac{\partial S_x^1}{\partial x} + \frac{\partial S_y^1}{\partial y} = 0, \tag{18}$$

$$-fS_y^2 = g(H-h)\frac{\partial\zeta}{\partial x} + g'(H-h)\frac{\partial\xi}{\partial x} + r\left(\frac{S_x^1}{h} - \frac{S_x^2}{(H_0-h)}\right) - r\frac{S_x^2}{(H_0-h)}, \quad (19)$$

$$fS_x^2 = g(H-h)\frac{\partial\zeta}{\partial y} + g'(H-h)\frac{\partial\xi}{\partial y} + r\left(\frac{S_y^1}{h} - \frac{S_y^2}{(H_0-h)}\right) - r\frac{S_y^2}{(H_0-h)}, \quad (20)$$

$$\frac{\partial S_x^2}{\partial x} + \frac{\partial S_y^2}{\partial y} = 0. \quad (21)$$

В формулах (16) – (21) в выражениях для трения на поверхности раздела и на дне бассейна полная глубина заменена ее средним значением. Такую замену можно произвести без существенного ущерба для точности окончательного решения.

Интегральные уравнения неразрывности позволяют, как обычно, ввести в каждом из слоев функции тока:

$$S_x^1 = -\frac{\partial\Psi_1}{\partial y}, \qquad S_y^1 = \frac{\partial\Psi_1}{\partial x}, \quad (22)$$

$$S_x^2 = -\frac{\partial\Psi_2}{\partial y}, \qquad S_y^2 = \frac{\partial\Psi_2}{\partial x}. \quad (23)$$

Подставляя формулы (22), (23) в (16), (17) и (19), (20) соответственно, выражая затем градиенты давления через функцию тока и исключая их перекрестным дифференцированием, получаем окончательно два уравнения для функций тока в каждом из слоев:

$$\frac{r}{h}\nabla^2\Psi_1 - \frac{r}{H_0-h}\nabla^2\Psi_2 + \beta\frac{\partial\Psi_1}{\partial x} = \frac{1}{\rho}\mathrm{rot}_z\vec{T}, \quad (24)$$

$$\frac{r}{(H_0-h)^2}\nabla^2\Psi_2 - \frac{r}{H_0-h}\left(\frac{1}{h}\nabla^2\Psi_1 - \frac{1}{H_0-h}\nabla^2\Psi_2\right) + \frac{\partial(\Psi_2, f/H-h)}{\partial(x,y)} = 0, \quad (25)$$

где $\mathrm{rot}_z\vec{T} = \frac{\partial T_y}{\partial x} - \frac{\partial T_x}{\partial y}$, а последнее слагаемое в правой части уравнения (25) есть якобиан функции тока в нижнем слое и отношения параметра Кориолиса к толщине нижнего слоя. Отметим, что в якобиане H — полная глубина бассейна, тогда как при слагаемых, описывающих трение о дно и на поверхности раздела, реальная глубина бассейна еще раз была заменена ее средним значением.

Граничные условия на боковых границах для уравнений (24), (25) вытекают из условия обращения в нуль нормальной к берегу составляющей полного потока и сводятся к равенству нулю обеих функций тока.

В дальнейшем для упрощения выкладок сделаем насколько непринципиальных предположений, которые позволят проиллюстрировать эффект усиления глубинных течений под влиянием рельефа дна. Прежде всего, будем считать, что $H = H(y)$, причем $\frac{d}{dy}\left(\frac{f}{H-h}\right) = -\frac{\gamma}{H_0-h}$, где $\gamma = \mathrm{const}$. При выбранном законе изменения глубины бассейна система уравнений (24), (25) имеет постоянные коэффициенты. Далее, как часто делается в теории течений, положим $T_y = 0$, а $T_x = -T_0 \cos\frac{\pi y}{B}$. При таком выборе составляющих тангенциального напряжения трения ветра переменные в системе уравнений (24), (25) разделяются и ее решение находится в элементарных функциях.

Приведем теперь систему уравнений (24), (25) к безразмерному виду. В качестве масштаба длины возьмем зональный размер бассейна, а масштаб функций тока примем равным $\frac{\pi T_0 L}{\beta B}$. Вводя безразмерные параметры $\varepsilon = \frac{r}{\beta L h}$, $\delta = \frac{h}{H_0 - h}$, $\mu = \frac{\gamma}{\beta}$ и $\lambda = \frac{\pi L}{B}$, уравнения (24), (25) запишем в виде

$$\varepsilon \nabla^2 \psi_1 - \delta\varepsilon \nabla^2 \psi_2 + \frac{\partial \psi_1}{\partial x} = \sin \lambda y, \qquad (26)$$

$$-\varepsilon \nabla^2 \psi_1 + 2\delta\varepsilon \nabla^2 \psi_2 - \mu \frac{\partial \psi_2}{\partial x} = 0, \qquad (27)$$

где ψ_1 и ψ_2 — безразмерные функции тока в верхнем и нижнем слоях, причем $\psi_1 = \psi_2 = 0$ при $x = 0;\ 1$ и $y = 0;\ \pi/\lambda$.

Полагая далее

$$\psi_{1,2}(x, y) = \varphi_{1,2}(x) \sin \lambda y, \qquad (28)$$

для нахождения $\phi_{1,2}(x)$ получаем систему уравнений

$$\varepsilon(\varphi_1'' - \lambda^2 \varphi_1) - \delta\varepsilon(\varphi_2'' - \lambda^2 \varphi_2) + \varphi_1' = 1, \qquad (29)$$

$$-\varepsilon(\varphi_1'' - \lambda^2 \varphi_1) + 2\delta\varepsilon(\varphi_2'' - \lambda^2 \varphi_2) - \mu\varphi_2' = 0, \qquad (30)$$

которая должна решаться с граничными условиями

$$\varphi_{1,2}(0) = \varphi_{1,2}(1) = 0. \qquad (31)$$

Отметим, что при реальных значениях коэффициента трения параметр ε является малым.

Характерной особенностью решения системы уравнений (29), (30) с граничными условиями (31) является наличие пограничных слоев, если параметр μ имеет порядок единицы. Однако расположение пограничных слоев существенно зависит от знака параметра μ. В случае постоянной глубины бассейна этот параметр отрицателен и в основном приближении течения в нижнем слое возникают только у западного берега в пределах пограничного слоя. Если же параметр μ положителен, то пограничный слой возникает как у западной, так и у восточной границы. Рассмотрим далее именно этот случай и найдем приближенное решение системы уравнений (29), (30) разложением по малому параметру, используя метод пограничного слоя. Вне пограничных слоев основное приближение имеет вид

$$\varphi_1 = -(1-x) + C_1, \tag{32}$$

$$\varphi_2 = C_2, \tag{33}$$

где постоянные C_1 и C_2 находятся из анализа пограничных слоев.

Погранслойные добавки у западного берега $\tilde{\varphi}_{1,2}$ удовлетворяют уравнениям

$$\varepsilon\tilde{\varphi}_1' - \varepsilon\delta\tilde{\varphi}_2' + \tilde{\varphi}_1 = 0, \tag{34}$$

$$-\varepsilon\tilde{\varphi}_1' + 2\varepsilon\delta\tilde{\varphi}_2' - \mu\tilde{\varphi}_2 = 0 \tag{35}$$

и граничным условиям

$$\tilde{\varphi}_1(0) + C_1 - 1 = 0, \tag{36}$$

$$\tilde{\varphi}_2(0) + C_2 = 0, \tag{37}$$

$$\tilde{\varphi}_{1,2} \to 0 \text{ при } x \to \infty. \tag{38}$$

Решение системы уравнений (34), (35) с граничными условиями (38) имеет вид

$$\tilde{\varphi}_1 = \delta\varepsilon k_- A \exp(k_- x), \tag{39}$$

$$\tilde{\varphi}_2 = (1 + \varepsilon k_-) A \exp(k_- x), \tag{40}$$

где $k_- < 0$ удовлетворяет уравнению

$$\varepsilon^2 k^2 + \left(2 - \frac{\mu}{\delta}\right)\varepsilon k - \frac{\mu}{\delta} = 0, \tag{41}$$

т.е. при $\mu > 0$

$$\varepsilon k_- = -1 + \frac{\mu}{2\delta} - \sqrt{1 + \frac{\mu^2}{4\delta^2}}. \tag{42}$$

Погранслойные добавки $\tilde{\tilde{\varphi}}_{1,2}$ у восточного берега удовлетворяют тем же уравнениям (34), (35) и граничным условиям

$$\tilde{\tilde{\varphi}}_1(1) + C_1 = 0, \tag{43}$$

$$\tilde{\tilde{\varphi}}_2(1) + C_2 = 0, \tag{44}$$

$$\tilde{\tilde{\varphi}}_{1,2} \to 0 \text{ при } x \to -\infty. \tag{45}$$

Удовлетворяя уравнениям (34), (35) и граничным условиям (45), находим

$$\tilde{\tilde{\varphi}}_1 = \delta\varepsilon k_+ B \exp\big(k_+(x-1)\big), \tag{46}$$

$$\tilde{\tilde{\varphi}}_2 = (1 + \varepsilon k_+) B \exp\big(k_+(x-1)\big), \tag{47}$$

$$\varepsilon k_+ = -1 + \frac{\mu}{2\delta} + \sqrt{1 + \frac{\mu^2}{4\delta^2}}\,. \qquad (48)$$

Удовлетворяя теперь граничным условиям (36), (37), (43), (44) и учитывая выражения (42), (48), найдем

$$C_1 = -\frac{1 + \frac{\mu}{2\delta} - \sqrt{1 + \frac{\mu^2}{4\delta^2}}}{2\sqrt{1 + \frac{\mu^2}{4\delta^2}}}, \qquad (49)$$

$$\delta C_2 = -\frac{1}{2\sqrt{1 + \frac{\mu^2}{4\delta^2}}}\,. \qquad (50)$$

Найденное решение системы уравнений (29), (30) с граничными условиями (31) показывает, прежде всего, что течение в верхнем слое отлично от свердруповского уже в основном приближении. Согласно формуле (32) к обычной циркуляции Свердрупа (первое слагаемое) добавляется аддитивно дополнительная циркуляция. Поскольку при положительном значении параметра μ постоянная C_1 отрицательна, то дополнительная циркуляция имеет тот же знак, что и свердруповская. То есть, если ветер имеет циклоническую завихренность, то как свердруповская циркуляция, так и дополнительная циркуляция в верхнем слое бассейна будут циклоническими. Интенсивность дополнительной циркуляции определяется величиной параметра $\frac{\mu}{2\delta}$, причем при всех значениях этого параметра она менее интенсивна, чем свердруповская. Максимальная интенсивность дополнительной циркуляции, составляющая примерно 20% свердруповской, достигается при $\frac{\mu}{2\delta} = 1$.

Наличие дополнительной циркуляции приводит также к качественным изменениям структуры течений в верхнем слое. Если при постоянной глубине бассейна интенсификация течений наблюдается только у западного берега, то в рассматриваемом случае пограничное течение, хотя и более слабое, нежели у западного берега, возникает и у восточного побережья.

Однако наиболее существенные отличия по сравнению с циркуляцией в бассейне постоянной глубины наблюдаются в нижнем слое. Наличие меридионального наклона дна, изменяющего знак градиента планетарной завихренности, приводит к существенной интенсификации течений в нижнем слое. Течения в нижнем слое теперь охватывают весь бассейн в основном приближении. Интегральная циркуляция в нижнем слое бассейна имеет тот же знак, что и в верхнем. Интенсивность интегрального переноса в нижнем слое убывает с ростом параметра $\frac{\mu}{2\delta}$, но всегда имеет большую амплитуду, чем дополнительный интегральный перенос в верхнем слое. В нижнем слое, так же как и в верхнем, течения интенсифицируются как у восточной, так и у западной границы бассейна.

Таким образом, рассмотренная простая модель течений в замкнутом двухслойном бассейне с меридиональным уклоном дна показывает, что под воздействием рельефа дна глубинная ветровая интегральная циркуляция может быть сопоставима по интенсивности со свердруповской циркуляцией верхнего слоя. Влияние рельефа дна при этом проникает и в верхний слой моря, изменяя классическую свердруповскую структуру интегрального переноса. Характерной особенностью влияния рельефа дна на течения как в верхнем, так и в нижнем слое моря является существование двух пограничных слоев у западного и восточного берегов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Саркисян А.С., Иванов В.Ф.* Совместный эффект бароклинности и рельефа дна как важный фактор в динамике морских течений // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. — 1971. — 7, № 2. — С. 173 – 188.
2. *Зырянов В.Н.* Теория установившихся океанических течений. — Л.: Гидрометеоиздат, 1985. — 248 с.
3. *Коротаев Г.К., Шапиро Н.Б.* К вопросу о влиянии рельефа дна на океаническую циркуляцию (двухслойная модель) // Мор. гидрофиз. исслед. — Севастополь: МГИ АН УССР, 1971. — №5 (55). — С. 58 – 72.

Морской гидрофизический институт НАН Украины,
Севастополь

Материал поступил
в редакцию 17.11.03

ABSTRACT Current opinion is that the stationary wind-driven circulation in the lower layer of the two-dimensional basin is negligible even if the bottom topography is not uniform. This opinion is true being applied to the oceanic scales where the bottom topography does not manifest global meridian slope. However being considered for the closed or semi-closed basins, the circulation shows that the hollow-like bottom topography together with the beta-effect is able to influence significantly the intensity of the lower layer currents. The example of intensification of the deep-layer wind circulation under the influence of the meridian bottom slope is demonstrated. The revealed phenomenon permits to assume, in particular, that the deep layer circulation in the Black Sea is much more intensive than it was thought before.