

Накат одиночной волны цунами на наклонный берег

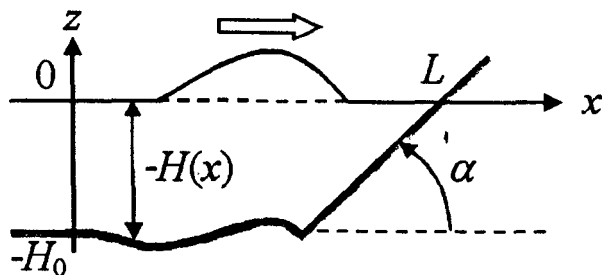
В рамках нелинейной теории длинных волн выполнен численный анализ одномерного наката одиночных волн цунами на плоский наклонный берег. Проведено исследование зависимости вертикальных заплесков волн от параметров волн на входе в шельф, а также от наклона берега. Получены оценки заплесков волн цунами в случае рельефа дна, характерного для южного побережья Крымского полуострова.

Введение. Накат волн на берег является наиболее важным этапом «жизни» цунами в океане с точки зрения оценки уровня цунамиопасности побережья. Сложность математического моделирования этого процесса определяется его нелинейностью и необходимостью воспроизведения движения жидкости по сухому берегу. Основные результаты в этой области динамики волновых процессов получены в рамках системы уравнений длинных поверхностных волн. Точные аналитические решения одномерной задачи наката волны и аналитические оценки вертикальных заплесков волн типа цунами представлены в работах [1 – 4]. Численные модели одномерного и двумерного наката длинных волн предложены в работах [5 – 9] и др. Экспериментальное изучение наката волн на берег и сопоставление экспериментальных данных с результатами математического моделирования проводились в работах [2, 3, 7, 10, 11].

Ниже в рамках нелинейной модели длинных волн выполнен численный анализ одномерного распространения одиночных волн типа цунами на шельфе с последующим накатом на плоский наклонный берег. Предшествующие исследования дополнены более детальным анализом зависимости вертикальных заплесков цунами от параметров волны на входе в шельфовую зону и угла наклона берега. Получены количественные оценки заплесков одиночных волн для условий, имитирующих южное побережье Крымского п-ова в районе Ялты. Оценки вертикальных заплесков волн цунами для Черноморского побережья ранее были получены в рамках модели отражения волны от вертикальной стенки, расположенной в прибрежной зоне Черного моря [12].

Математическая модель и метод решения задачи. Рассматривается одномерное распространение длинной одиночной волны в шельфовой зоне бассейна вдоль горизонтальной координаты x . Схема бассейна показана на рис. 1. Волна входит в шельфовую зону $0 \leq x \leq L$ через открытую левую границу $x = 0$, распространяется в бассейне переменной глубины $H = H(x)$ по направлению к берегу, затем над подводным участком откоса, накатывается на плоский берег при $x > L$ с углом наклона к горизонту α и, наконец, отражается от берега. Требуется описать распространение волны при подходе к

берегу, накат ее на берег и откат от берега, а в результате дать оценки максимальных подъемов воды на берегу (вертикальных заплесков), если высота и длина волны цунами на левой границе области $x = 0$ известны.



Р и с. 1. Схема рассматриваемого бассейна

Для моделирования процесса распространения одиночной волны на шельфе и ее выхода на сухой берег воспользуемся нелинейной моделью длинных волн. В этом случае движение жидкости в области $x \geq 0$ можно описать системой двух уравнений [7, 8]

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{U^2}{D} \right) = -gD \frac{\partial \zeta}{\partial x}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

где t — время, $U(x, t)$ — полный поток жидкости в поперечном сечении бассейна, $\zeta(x, t)$ — смещения свободной поверхности жидкости от горизонтального положения, $D(x, t) = H(x) + \zeta(x, t)$ — полная глубина жидкости, g — ускорение свободного падения.

В качестве начальных условий для системы уравнений (1), (2) примем

$$U = 0, \quad \zeta = 0 \quad (t = 0), \quad (3)$$

означающие отсутствие возмущений жидкости в области $x \geq 0$ при $t < 0$.

Для задания входящей одиночной волны, имеющей высоту a_0 и длину λ_0 , и обеспечения выхода из расчетной области отраженных от берега волн на левой границе $x = 0$ задавались комбинированные граничные условия

$$\zeta = \zeta_0(t), \quad U = C_0 \zeta_0(t) \quad (0 \leq t \leq T_0), \quad (4)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} - C_0 \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad (t > T_0), \quad (5)$$

где $C_0 = \sqrt{gH_0}$ — скорость распространения длинных волн в окрестности левой границы бассейна глубины H_0 , $T_0 = \lambda_0/C_0$ — длительность прохождения одиночной волной цунами открытой границы $x = 0$. Условия (4) означают задание изменений со временем смещений свободной поверхности и значений полного потока жидкости, вызванных входящей в область известной длинной волной, а условие (5), являющееся точным для длинных линейных волн в бассейне постоянной глубины, обеспечивает свободный выход отраженных волн из рассматриваемой области через левую границу.

На отрезке $0 \leq x \leq L$ начально-краевая задача (1) – (5) решалась методом направленных разностей по явно-неявной конечно-разностной схеме, как это реализовано в работах [7 – 9]. Для численного описания наката волны на сухой берег и ее отката был применен алгоритм, близкий к изложенному в работе [7]. Смещения поверхности жидкости $\zeta_0(t)$ в граничных условиях (4) на жидкой границе $x = 0$, моделирующие прохождение в расчетную область гладкой одиночной волны высоты a_0 и длины λ_0 , задавались в виде

$$\zeta_0(t) = \begin{cases} a_0 \cos^2(\pi C_0 t / \lambda_0 - \pi / 2), & 0 \leq t \leq T_0, \\ 0, & t \leq 0, t \geq T_0. \end{cases} \quad (6)$$

Формулы (6) соответствуют распространяющейся вправо без изменения формы в бассейне постоянной глубины H_0 одиночной знакопостоянной линейной волне $\zeta = a_0 \cos^2[\pi(C_0 t - x) / \lambda_0 - \pi / 2]$, сосредоточенной на отрезке $C_0 t - \lambda_0 \leq x \leq C_0 t$.

Численный анализ наката одиночных волн цунами на берег. Рассмотрим бассейн, глубина которого изменяется по закону

$$H = H_0 \quad (x < x_0), \quad H = H_0 - k(x - x_0) \quad (x \geq x_0), \quad (7)$$

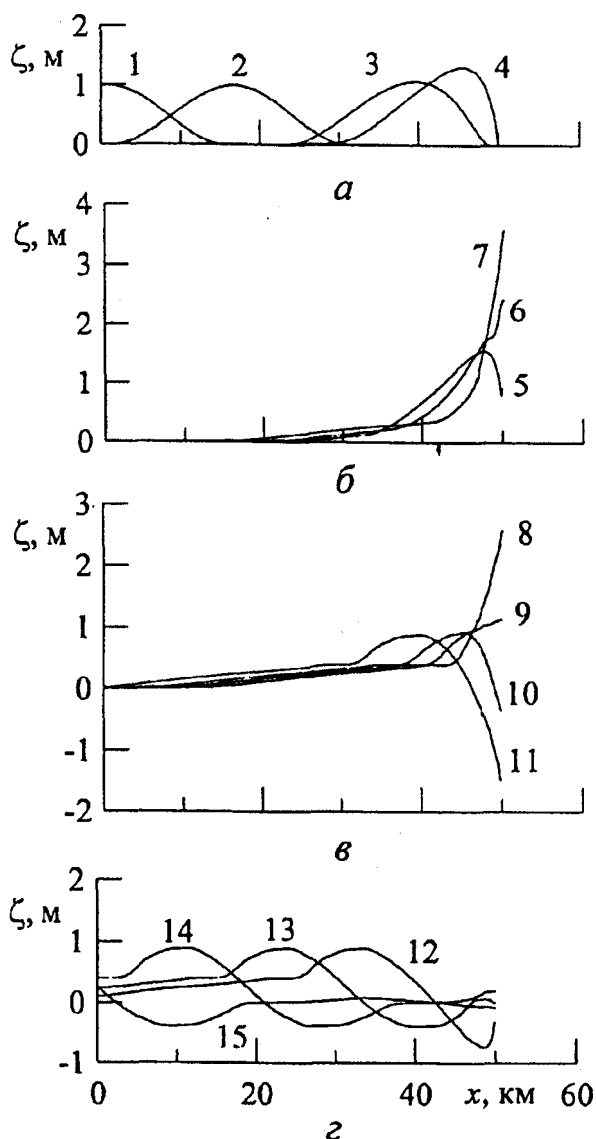
где $H_0 = 100$ м, $x_0 = 40$ км, $k = \operatorname{tg} \alpha = 0,01$. Он моделирует шельфовую зону постоянной глубины H_0 , переходящую в плоский береговой откос. При отсутствии волн береговая линия располагается в точке $x = 50$ км.

Характер трансформации волны цунами на всех этапах ее эволюции показан на рис. 2. При достижении длинной волной подводного склона ее форма начинает трансформироваться, благодаря влиянию рельефа дна бассейна и нелинейности волнового процесса. Трансформация волны выражается в росте ее высоты, уменьшении скорости распространения, сжатии и усилении асимметрии относительно вершины, когда передний склон волны становится более крутым, чем задний (рис. 2, а). Эффект нелинейного укручения волны наиболее значителен вблизи береговой черты (кривая 4).

Стадию наката волны на наклонный берег иллюстрирует рис. 2, б. После максимального подъема уровня вдоль берегового откоса (кривая 7), начинается этап отката волны от берега (рис. 2, в). В результате отражения от берега (рис. 2, г) знакопостоянная волна трансформируется в знакопеременную (кривые 13, 14), что характерно для отражения волн от наклонных берегов [13]. Профиль волны 15 подтверждает, что краевое условие (5) правильно моделирует свободный выход неустановившихся длинных волн из расчетной области.

Для плоского наклонного берега горизонтальные Δx_s и вертикальные ζ_s смещения береговой границы связаны линейным соотношением

$$\zeta_s = k \Delta x_s, \quad k = \operatorname{tg} \alpha.$$

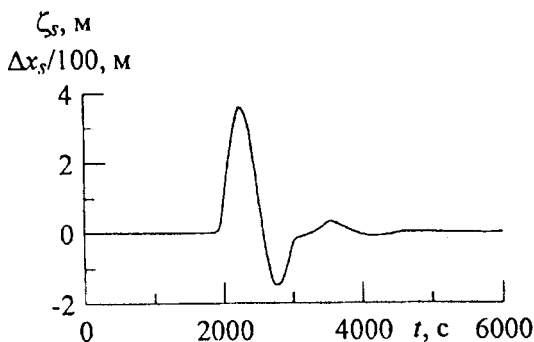


Р и с. 2. Трансформация волны высоты $a_0 = 1$ м и длины $\lambda_0 = 30$ км при распространении к берегу (а), накате на наклонный берег (б), откате (в) и выходе через левую границу (г). Профили волн соответствуют моментам времени: 1 – 500 с; 2 – 1000 с; 3 – 1700 с; 4 – 1900 с; 5 – 2000 с; 6 – 2100 с; 7 – 2270 с; 8 – 2400 с; 9 – 2500 с; 10 – 2600 с; 11 – 2800 с; 12 – 3000 с; 13 – 3300 с; 14 – 3700 с; 15 – 4300 с

В случае рельефа дна (7) $k = 0,01$. Изменение со временем вертикального и горизонтального смещений береговой черты для этого случая показано на рис. 3. Оно качественно аналогично описанному ранее в работе [1]. Для описания динамики береговой черты принципиальную роль играет нелинейность процесса. Положительные смещения границы соответствуют стадии наката волны на сухой берег, отрицательные — этапу отката волны от берега, сопровождающемуся осушением дна бассейна.

Максимальный подъем уровня — вертикальный заплеск волны цунами h . Он является важнейшей количественной характеристикой интенсивности цунами у берега, определяющей уровень цунамиопасности побережья. Заплеск волны зависит от параметров волны на входе в шельфовую зону и геометрии бассейна. В соответствии с рис. 4 и 5 увеличение первоначальной высоты волны и уменьшение угла наклона берега приводят к росту высоты наката волны [2, 5, 10]. Для крутых берегов (угол $\alpha \rightarrow 90^\circ$) вертикальный заплеск волн близок к удвоенной высоте волны цунами на

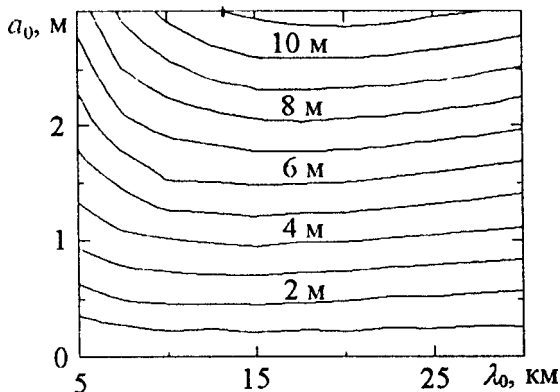
подходе к берегу [12 – 14]. Зависимость заплесков от длины волны особенно существенна для наиболее крутых коротких волн, что характеризуется уменьшением h с ростом λ_0 . В соответствии с рис. 4 и 5 при накате одиночной волны (6) на наклонный берег может происходить увеличение высоты волны в 2 – 4 раза.



Р и с. 3. Изменение со временем вертикальных отклонений уровня ζ_s и горизонтальных смещений береговой черты Δx_s от невозмущенных положений при накате одиночной волны с параметрами $a_0 = 1$ м, $\lambda_0 = 30$ км

$$H = 179,97 - 0,013 x, \quad (8)$$

где H и x задаются в метрах. При расчетах наката на побережье одиночных волн различной высоты и длины берег считался плоским, а распределение его высоты над уровнем моря также задавалось по формуле (8), что является весьма грубым приближением к реальной ситуации.



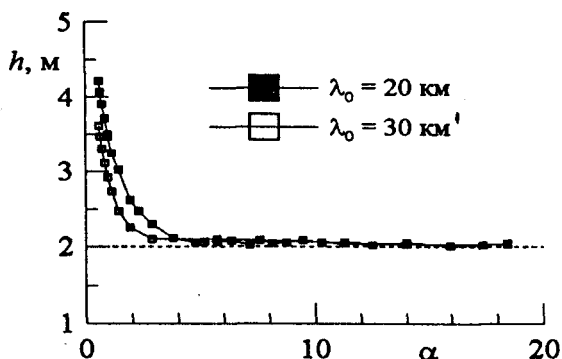
Р и с. 4. Вертикальные заплески волн на плоский берег для различных начальных длин λ_0 и высот a_0 цунами

Предварительные оценки вертикальных заплесков волн цунами для южного побережья Крыма. Рассмотрим накат волн цунами на берег, соответствующий прибрежной зоне Ялты на южном побережье Крымского п-ова. Заданное таблично распределение глубины бассейна в направлении берега показано на рис. 6, а. Линейная аппроксимация этого рельефа дна, найденная методом наименьших квадратов, описывается зависимостью

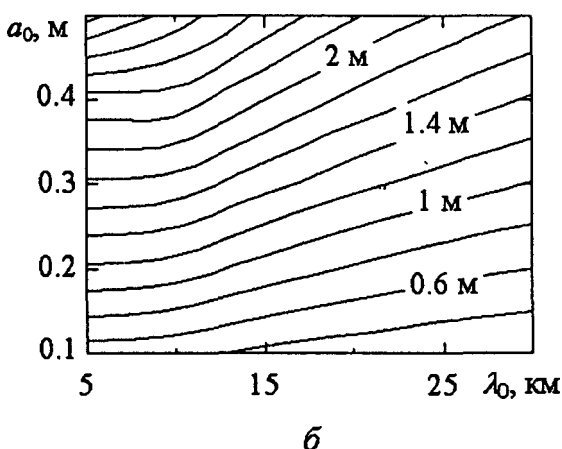
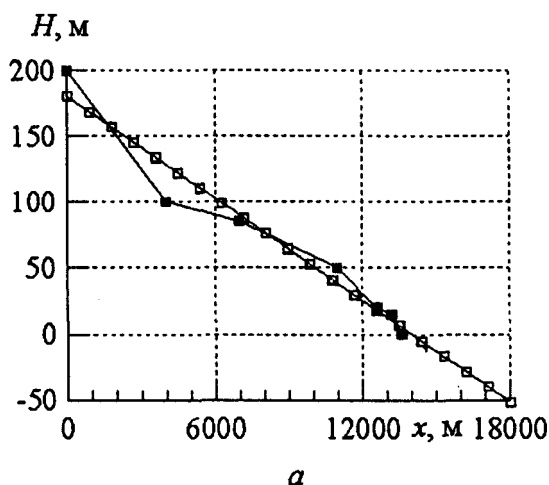
Найденные численно вертикальные заплески длинных волн типа цунами для этого случая даны на рис. 6, б. Они превышают первоначальные высоты волн в 4 – 6 раз и возрастают как при увеличении высоты волны на входе в шельфовую зону, так и при уменьшении ее длины.

Для определения высоты заплеска h уединенной волны на плоский берег в работе [2] получено выражение

$$\frac{h}{H_0} = 2,831(\text{ctg} \alpha)^{1/2} \left(\frac{a_0}{H_0} \right)^{5/4} \quad (9)$$



Р и с. 5. Зависимости вертикальных заплесков волны h от угла наклона α берега (в градусах) для двух значений длины волны λ_0 и $a_0 = 1$ м



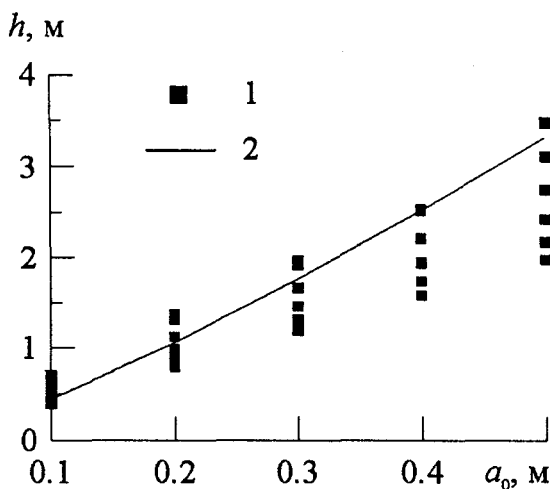
Р и с. 6. Линейная аппроксимация (а) распределения глубины моря (■) в районе Ялты (а) и рассчитанные вертикальные заплески цунами (б) для различных длин λ_0 и высот a_0 распространяющихся к берегу одиночных волн

Рис. 7 позволяет сопоставить найденные численно и по формуле (9) вертикальные заплески волн цунами в диапазоне высот $0,1 \leq a_0 \leq 0,5$ м, что характерно для относительно слабых черноморских цунами. Формула (9) наиболее приемлема для оценки заплесков на берег коротких волн цунами ($\lambda_0 = 5$ км), но она дает завышенные значения h при накате более длинных волн.

Выводы. Нелинейная модель длинных волн без дисперсии применена для численного анализа одномерного распространения одиночных волн типа цунами в шельфовой зоне с последующим накатом на плоский наклонный берег. Для описания распространения волны по сухому берегу и осушения дна бассейна при откате волны применен метод работы [7]. Выполненный анализ позволил дополнить предшествующие исследования более детальным анализом зависимости вертикальных заплесков длинных волн от параметров падающей волны и угла наклона берега.

Показано, что заплеск волны зависит от ее параметров на входе в шельфовую зону и геометрии бассейна. Увеличение первоначальной высоты волны и уменьшение угла наклона берега приводят к росту заплесков волн. Для крутых берегов вертикальный заплеск близок к удвоен-

ной высоте волны цунами на подходе к берегу. При накате одиночной волны на наклонный берег может происходить подъем уровня на берегу, превышающий исходную высоту волны в 2 – 4 и более раз.



Р и с. 7. Сопоставление вертикальных заплесков цунами для района Ялты, найденных численно для волн длины $\lambda_0 = 5, 10, 15, 20, 25, 30$ км (квадраты 1) и по аналитической зависимости (2) из работы [2] для уединенных поверхностных волн (кривая 2)

Получены предварительные оценки вертикальных заплесков волн для условий, моделирующих южное побережье Крымского п-ова (район Ялты). Эти заплески превышают первоначальные высоты волн в 4 – 6 раз и возрастают как при увеличении высоты падающей волны цунами, так и при уменьшении ее длины. Получено удовлетворительное соответствие рассчитанных вертикальных заплесков волн на наклонный берег при набегании на берег относительно коротких одиночных волн и найденных по

формуле работы [2] для уединенных поверхностных волн.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Carrier G.F., Greenspan H.P. Water waves of finite amplitude on a sloping beach // J. Fluid Mech. — 1958. — 4, № 1. — P. 97 – 109.
2. Synolakis C.E. The runup of solitary waves // Ibid. — 1987. — 185. — P. 523 – 545.
3. Massel S.R., Pelinovsky E.N. Run-up of dispersive and breaking waves on beaches // Oceanologia. — 2001. — 43, № 1. — P. 61 – 97.
4. Carrier G.F., Wu T.T., Yeh H. Tsunami run-up and draw-down on a plane beach // J. Fluid Mech. — 2003. — 475. — P. 79 – 99.
5. Марчук Ан. Г. Метод расчета наката длинных гравитационных волн на наклонный берег // Эволюция цунами от очага до выхода на берег. — М.: Радио и связь, 1982. — С. 64 – 68.
6. Шокин Ю.И., Чубаров Л.Б., Марчук Ан. Г., Симонов К.В. Вычислительный эксперимент в проблеме цунами. — Новосибирск: Наука, 1989. — 167 с.
7. Liu P.L.-F., Cho Y.-S., Briggs M.J. et al. Runup of solitary waves on a circular island // J. Fluid Mech. — 1995. — 302. — P. 259 – 285.
8. Kowalik Z. Basic relations between tsunamis calculations and their physics // Sci. Tsunami Hazards. — 2001. — 19, № 2. — P. 99 – 115.
9. Marchuk An.G., Anisimov A.A. A method for numerical modeling of tsunami run-up on the coast of arbitrary profile // ITS 2001 Proceeding. — Session 7, № 7-27. — 2001. — P. 933 – 940.
10. Кононкова Г.Е., Показеев К.В. Динамика морских волн. — М.: Изд-во МГУ, 1985. — 298 с.
11. Chanson H., Aoki S.-i., Maruyama M. An experimental study of tsunami runup on dry and wet horizontal coastlines // Sci. Tsunami Hazards. — 2002. — 20, № 5. — P. 278 – 293.

12. Доценко С. Ф. Анализ усиления волн цунами в прибрежной зоне Южного берега Крыма // Морской гидрофизический журнал. — 1998. — № 6. — С. 3 – 10.
13. Вольцингер Н. Е., Клеванный К. А., Пелиновский Е. И. Длинноволновая динамика прибрежной зоны. — Л.: Гидрометеиздат, 1989. — 272 с.
14. Мирчина Н.Р., Пелиновский Е.Н. Возрастание амплитуды длинной волны вблизи вертикальной стенки // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. — 1984. — 20, № 3. — С. 330 – 331.

Морской гидрофизический институт НАН Украины,
Севастополь

Материал поступил
в редакцию 11.05.04

ABSTRACT One-dimensional run-up propagation of solitary tsunami waves on the sloping plane coast is numerically analyzed within the framework of the long wave theory. Dependence of wave vertical run-ups upon the wave height and length at the entrance to the shelf and the coast inclination is studied. The estimates of tsunami wave vertical run-ups are obtained for the case when the bottom relief is typical for the southern coast of the Crimean peninsula.