

Математическое моделирование морских систем

УДК 551.465

В.В. Фомин, Л.Н. Репетин

Численное моделирование ветровых течений и распространения примеси в Балаклавской бухте

Представлены результаты численных экспериментов по моделированию циркуляции вод и переноса загрязняющих веществ в Балаклавской бухте для характерных ветровых ситуаций, выявленных в результате анализа натурных измерений. Течения рассчитываются с помощью нелинейной σ -координатной модели. Изучены особенности интегральной циркуляции и трехмерной структуры поля течений. Даны оценки статистических характеристик течений на основе натурных данных по ветру и модельных расчетов. Проанализированы сценарии распространения загрязняющих примесей от прибрежных источников при разных гидродинамических условиях. Показано, что локализованные вихревые структуры в поле течений в сочетании с зонами интенсивных вертикальных движений могут приводить к сложному характеру переноса веществ в бухте и возникновению локальных областей максимума концентрации загрязнений на границе между северной и центральной областями бухты.

Балаклавская бухта и прилегающая к ней часть Черного моря являются акваторией активного хозяйственного использования с многочисленными выпусками бытовых сточных и ливневых вод. Результаты мониторинга вод бухты указывают на повышенное содержание биогенных веществ и постоянное загрязнение вод и донных отложений токсичными химическими веществами [1, 2]. В связи с ориентацией рассматриваемого региона на создание рекреационно-туристического центра и восстановление рыбных запасов возрастают повышенные требования к экологическому состоянию бухты и сопредельной части Черного моря. По этой причине представляется важным оценить роль течений как одного из основных факторов, определяющих характер и интенсивность распространения загрязняющих примесей, поступающих в акваторию бухты, а из нее — в прибрежную зону моря.

До 1991 г. Балаклавская бухта была недоступна для исследований. Только в 1992 — 1993 гг. в южной части бухты и на взморье были проведены эпизодические измерения течений с помощью автономных буйковых станций (АБС) и поверхностных поплавков [3], а в 1996 г. на протяжении 20 сут — измерения течений с помощью АБС на трех горизонтах [4]. Учитывая малый объем и нерегулярность натурных данных, для изучения динамики течений и распространения загрязнений в Балаклавской бухте использовалось численное моделирование. Работы проводились по следующим направлениям:

- статистический анализ ветрового режима в районе бухты;
- исследование особенностей поля течений в бухте для наиболее вероятных ветровых ситуаций;

© В.В. Фомин, Л.Н. Репетин, 2005

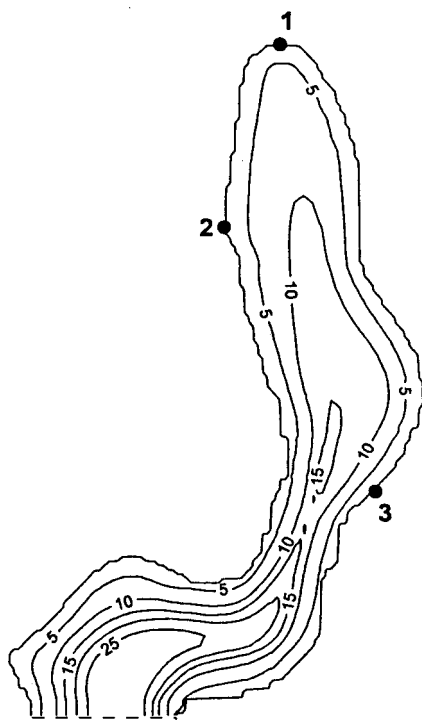
— расчет статистических характеристик ветровых течений на основе натурных данных по ветру и модельных скоростей течений;

— моделирование сценариев распространения по акватории бухты примеси от реально существующих источников загрязнения при различных полях течений.

Представленные ниже результаты получены в рамках прикладной тематики Морского отделения Украинского научно-исследовательского гидрометеорологического института.

Морфометрические характеристики и ветровой режим

Балаклавская бухта узкой полосой с юга на север вдается в сушу на 1,2 км и окружена возвышенностями, достигающими 200 — 250 м над уровнем моря. Глубины бухты монотонно увеличиваются с севера на юг от 2 — 5 м в вершинной части до 25 — 30 м в районе выхода из нее. По особенностям морфометрии дна и конфигурации берегов можно выделить следующие части бухты: северная мелководная оконечность; центральная часть; узкий канал; южное глубоководное расширение бухты (рис. 1). Указанные особенности морфометрии в значительной степени определяют характер циркуляции вод в бухте.



Р и с. 1. Рельеф дна Балаклавской бухты. Кружочками показано положение источников сбросов, для которых производились расчеты

Для анализа ветрового режима в районе Балаклавской бухты использовались ряды регулярных наблюдений за скоростью и направлением ветра в период с 1951 по 1964 гг., проведенных на морской гидрометеорологической станции Балаклава, расположенной на восточном входном мысу бухты.

Как оказалось, скорость ветра имеет хорошо выраженный годовой ход с максимумом в холодный и минимумом в теплый период. Зимой среднемесячные скорости ветра достигают 9 — 10 м/с, а летом уменьшаются до 2,0 — 2,5 м/с. Абсолютные значения максимальной скорости в холодный период достигают 34 м/с. В периоды летних штормов ветер может усиливаться до 20 — 24 м/с [5]. Летом на ветровой режим большое влияние оказывает море, формирующее бризовую циркуляцию, в результате которой днем направление ветра — с моря на берег, а ночью — с берега в море.

В районе Балаклавской бухты, вытянутой в меридиональном направлении и прикрытой с запада и востока

поднятиями рельефа, в целом преобладают ветры северных (29%), северо-восточных (22%) и южных (31%) румбов, направленные вдоль понижения рельефа (таблица). Этим же направлениям соответствует наибольшая повторяемость штормовых ветров со скоростями 10 — 34 м/с.

Сильные ветры в Балаклаве наблюдаются ежегодно и во все сезоны года. Наиболее интенсивные и продолжительные усиления ветра отмечаются в холодную часть года с октября по март и продолжаются иногда 4 — 6 сут. Даже в летние месяцы сильный ветер может не ослабевать в течение 1 — 2 сут. Наибольшей устойчивостью во времени выделяются сильные ветры северного, северо-восточного и южного направлений. Средняя непрерывная продолжительность штормов составляет 15, 20 и 25 ч, соответственно. Наибольшая непрерывная продолжительность штормов может достигать 96 — 130 ч [6].

**Повторяемость скорости ветра по направлениям
на метеорологической станции Балаклава в 1951 — 1964 гг.**

Градации скорости, м/с	С	СВ	В	ЮВ	Ю	ЮЗ	З	СЗ	Повтора- емость, %	Обеспе- ченность, %
0									6,34	100
1 – 5	12,68	10,88	1,66	0,74	15,51	2,38	2,57	1,04	47,44	93,66
6 – 10	12,66	9,20	0,30	0,45	10,17	0,95	0,91	0,31	34,95	46,22
11 – 15	1,94	1,11	0,02	0,16	2,81	0,15	0,10	0,02	6,31	11,26
16 – 20	1,58	0,55	0,03	0,16	2,01	0,09	0,05	0	4,47	4,96
>20	0,16	0,06	0	0,01	0,24	0,01	0	0	0,48	0,48
Сумма	29,03	21,8	2	1,53	30,74	3,57	3,62	1,36	100	

Численная модель

Для исследования циркуляции вод Балаклавской бухты использовался баротропный вариант трехмерной модели циркуляции [7], основанной на примитивных уравнениях динамики вязкой несжимаемой жидкости в гидростатическом приближении. В модели применяется σ -преобразование вертикальной координаты вида $\sigma = (z - \eta)/(H + \eta)$, где $H(x, y)$ — глубина бассейна; $\eta(x, y, t)$ — уровень моря; x, y — горизонтальные координаты; z — вертикальная координата; t — время. Гидродинамическая задача представляется в виде двух систем уравнений. Первая система описывает осредненные по глубине горизонтальные составляющие скорости и уровень, вторая — трехмерные отклонения горизонтальных компонент скорости от осредненных значений и вертикальную скорость. Пространственная аппроксимация дифференциальных уравнений модели строится на сетке C . Используются равномерные шаги сетки по горизонтальным координатам $\Delta x, \Delta y$ и переменный шаг по вертикали. Полученные после этого системы интегрируются по времени методом расщепления. Причем система для осредненных скоростей и уровня решается с более мелким шагом по времени.

Кроме компонент скорости и уровня, в число неизвестных также входят кинетическая энергия турбулентных пульсаций скорости $q^2/2$ и макромасштаб турбулентности L , что дает возможность определить коэффициент вертикальной турбулентной вязкости K_M из выражения [8]: $K_M = c_\mu q L$, где c_μ — некоторая постоянная. Коэффициент горизонтальной турбулентной вязкости A_M рассчитывается по формуле Смагоринского $A_M = C_M \Delta x \Delta y |S|$, в которой S — тензор скоростей деформаций, а константа $C_M = 0,1$.

На твердых боковых границах области, на свободной поверхности и на дне задается условие равенства нулю нормальной составляющей скорости. На жидкой зональной границе (на входе в бухту) для неизвестных функций применяется приближенное условие $\partial \varphi / \partial y = 0$.

Касательные напряжения на свободной поверхности и на дне рассчитываются по квадратичной зависимости $\tau = \rho C_d W^2$, где ρ — плотность среды; C_d — коэффициент трения; W — скорость потока над поверхностью. Коэффициент трения на границе вода — воздух имеет вид [9]: $C_d = k^2 (14,56 - 2 \ln W_{10})^{-2}$, здесь $k = 0,4$ — постоянная Кармана, W_{10} — модуль скорости ветра на высоте $z_{10} = 10$ м над уровнем моря. Для вычисления коэффициента придонного трения применяется логарифмическая зависимость $C_d = k^2 / \ln^2(z_b / z_0)$, следующая из классической теории пограничного слоя. В этом выражении z_b — ближайшая ко дну точка расчетной сетки, $z_0 = 0,001$ м — масштаб шероховатости дна.

Для моделирования распространения примеси используется трехмерное уравнение переноса — диффузии. При этом коэффициенты турбулентной диффузии полагаются равными коэффициентам турбулентной вязкости, полученным в модели циркуляции. Алгоритм решения этого уравнения дан в конце статьи. В точках расположения источников загрязнения концентрация примеси считается известной [10]. На остальных участках границы, включая свободную поверхность и дно, ставится условие равенства нулю потоков примеси. На жидкой границе по аналогии с динамической задачей ставится условие: $\partial C / \partial y = 0$.

Модельные расчеты выполнялись на сетке размером 99×153 узла по горизонтали с шагами $\Delta x = 6$ м и $\Delta y = 7,5$ м и 16 равномерными уровнями по вертикали. Интегрирование по времени проводилось с шагом $\Delta t = 0,333$ с. Для анализа результатов расчетов на отдельных горизонтах применялась линейная интерполяция между декартовой и σ -координатной системами.

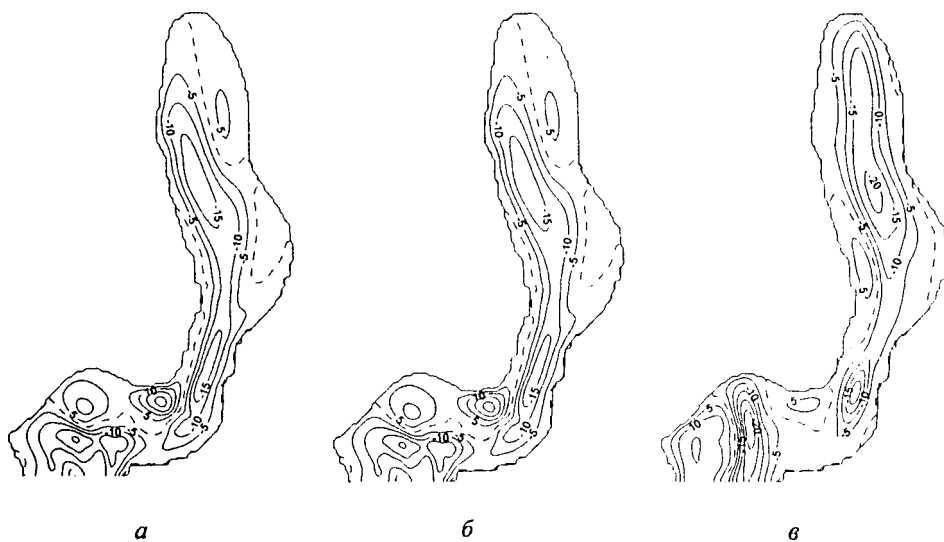
Моделирование ветровых течений

Ниже рассмотрены основные особенности трехмерной циркуляции вод Балаклавской бухты для наиболее характерных ветровых ситуаций. Сценарий расчетов течений заключался в следующем. В начальный момент времени

$t = 0$ движений в бухте нет. При $t > 0$ на водную поверхность начинает действовать однородный по пространству ветер заданного направления, который через 0,5 ч достигает своего предельного значения и далее остается неизменным. Как показали расчеты, установившийся режим циркуляции вод бухты достигается через 3 — 4 ч после начала действия ветра.

Для анализа суммарного переноса водных масс в бухте использовалась интегральная функция тока Ψ , удовлетворяющая двумерному уравнению Пуассона $\nabla^2 \Psi = \text{rot}_z \vec{M}$, где $\vec{M}$ — вектор полных потоков, рассчитываемый по известным значениям горизонтальных компонент скорости течений. Уравнение решалось методом последовательных приближений с нулевыми граничными условиями на береговом контуре бухты и условием $\partial \Psi / \partial y = 0$ на южной жидкой границе.

На рис. 2 показаны изолинии интегральной функции тока ($\text{м}^3/\text{с}$) для трех наиболее характерных направлений ветра при $W_{10} = 10 \text{ м/с}$. Положительные значения Ψ соответствуют антициклонической завихренности (движению по часовой стрелке), отрицательные значения — циклонической (движению против часовой стрелки). Изолинии проведены через $5 \text{ м}^3/\text{с}$. Пунктир соответствует нулевым значениям Ψ .



Р и с. 2. Интегральная функция тока ($\text{м}^3/\text{с}$) при $W_{10} = 10 \text{ м/с}$ для северного (а), северо-восточного (б) и южного (в) направлений ветра

При северном ветре (рис. 2, а) в бухте прослеживаются два циклонических круговорота. Первый из них вытянут в меридиональном направлении и имеет два локальных экстремума в своей южной и северной частях. Второй круговорот располагается на выходе из бухты. На фоне циклонических круговоротов также проявляются области антициклонической завихренности,

расположенные у восточного побережья северной и центральной частей бухты, а также в южном глубоководном расширении. При ветре северо-восточного направления (рис. 2, б) интегральная циркуляция во многом подобна предыдущему случаю, однако менее интенсивна. В северной и центральной части, а также в канале преобладает циклоническая завихренность. Циклоническое образование в южной части бухты прижимается к западному берегу, а с северо-востока к нему примыкает небольшой антициклонический вихрь. При южном ветре (рис. 2, в) весь северный район, включая северную мелководную оконечность, занят циклоническим круговоротом. Этот круговорот также имеет два локальных экстремума и наиболее четко выражен, чем при северном и северо-восточном ветрах. В южном расширении формируется пара интенсивных вихрей противоположного знака, которые в значительной мере препятствуют свободному водообмену бухты с открытым морем. На выходе из канала с южной стороны также образуется пара вихрей противоположного знака.

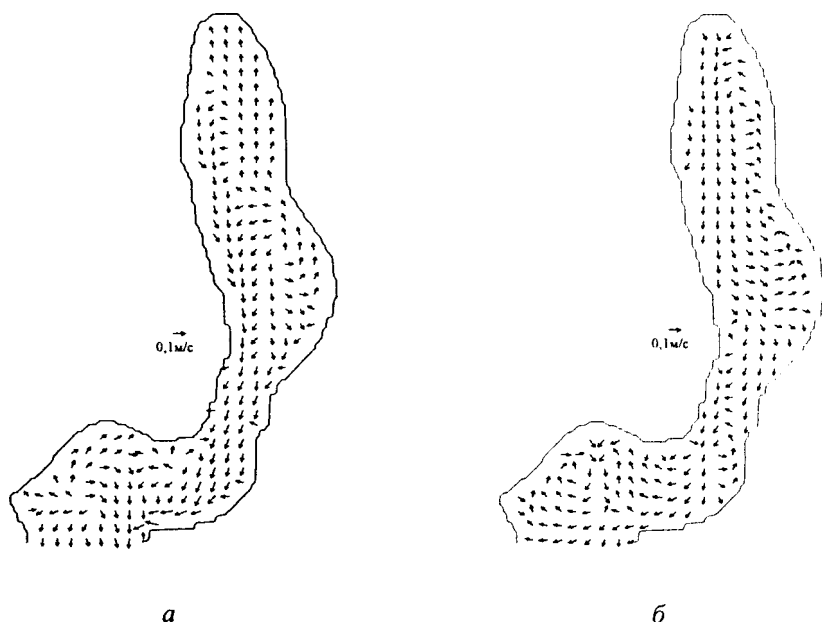
Анализ трехмерной структуры полей течений выявил следующие характерные особенности. В районах с глубинами 8 м и более, а также на удалении от боковых границ поверхностные течения отклоняются от направления ветра на $30 - 45^\circ$, что делает их похожими на классические дрейфовые течения. Однако вблизи берегов и на мелководье, где глубины составляют $2 - 5$ м, поверхностные течения направлены в основном вдоль берега. При северном ветре наиболее заметное усиление поверхностных течений ($\sim 0,25$ м/с при скоростях ветра $10 - 15$ м/с) происходит у западного берега северной и центральной частей бухты, а также на стенках канала. При южном ветре течения на поверхности в целом менее интенсивны и области максимумов их скорости локализованы теперь у восточного побережья северной и центральной частей бухты.

С глубиной течения перестраиваются и в них начинают проявляться круговороты (рис. 3), соответствующие вихревым структурам в поле интегральной функции тока. При этом в отдельных частях бухты возникают зоны компенсационных течений (КТ), направления которых противоположны направлению ветра. Наиболее отчетливо этот эффект проявляется в северной мелководной части бухты при южном ветре. Наличие КТ может быть одним из возможных объяснений результатов гидрохимических и гидрологических съемок [2], во время которых в центральной части бухты была обнаружена вертикальная структура вод, близкая к двухслойной. При этом незагрязненные придонные воды характеризовались пониженными значениями рН и увеличенным содержанием кислорода по сравнению с поверхностными водами.

Вертикальные движения в бухте имеют значительную пространственную неоднородность, проявляющуюся в виде зон подъема (ЗП) и опускания (ЗО) вод (рис. 4). Здесь значения вертикальной скорости могут достигать $\pm 0,01$ м/с.

При северном ветре ЗП наблюдаются в северной оконечности, в восточной половине центрального района, а также на большей части южного расширения. Обращают на себя внимание ЗП на севере и юге канала. Положение ЗО хорошо коррелируется с зонами усиления горизонтальных движений. Когда ветер имеет южное направление, ЗП преобладают в западной половине

северной оконечности и в центральной части бухты. В отличие от предыдущего случая, ЗО теперь локализованы у восточных берегов бухты. Как и при северном ветре, их положение согласуется с зонами максимумов горизонтальных течений.



Р и с. 3. Скорости течений на горизонте $z = 4$ м при $W_{10} = 10$ м/с для северного (а) и южного (б) направлений ветра

Таким образом, локализованные вихревые структуры в сочетании с зонами интенсивных вертикальных и горизонтальных движений могут привести к сложному характеру переноса веществ в бухте.

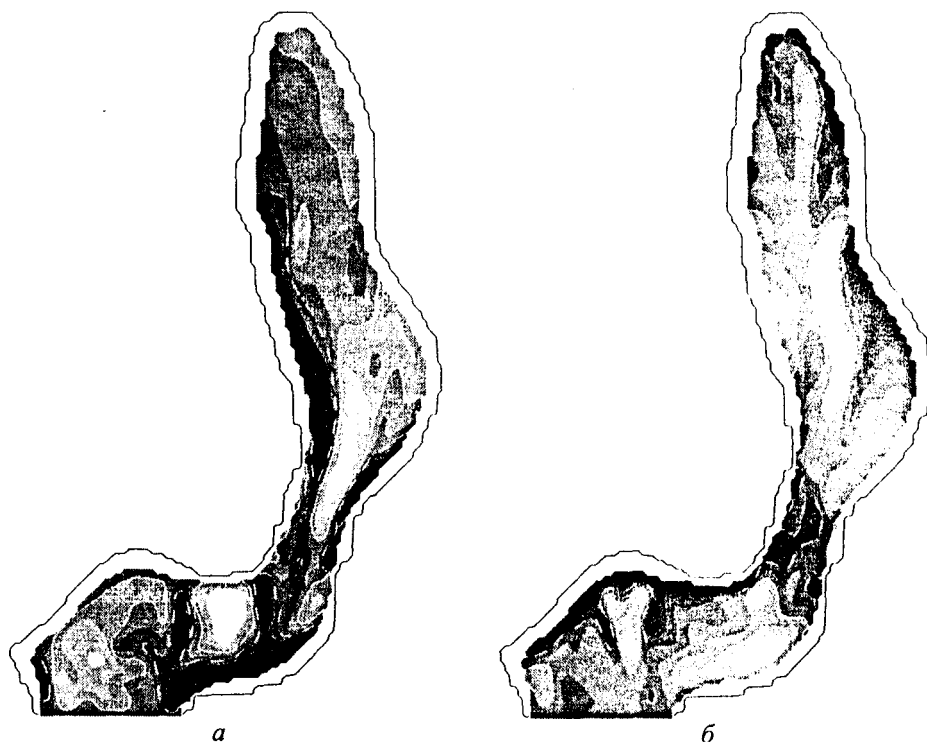
Оценка статистических характеристик ветровых течений

Для оценки статистических характеристик скорости и направления течений в заданных точках акватории бухты использовались наблюдаемые значения скорости и направления ветра на метеорологической станции Балаклава и данные модельных расчетов течений для тех градаций скорости и направлений ветра, которые реально наблюдались.

Массив данных, необходимых для расчета статистических характеристик течений, был сформирован на основе 115 численных экспериментов для 8 основных направлений ветра. Использовалась сетка размером 50×77 с шагами $\Delta x = 11,8$ м, $\Delta y = 14,8$ м и 8 уровнями по вертикали. Интервалы изменения направлений и скорости ветра, для которых проводились расчеты, были выбраны на основе анализа повторяемости характеристик реального ветра. Использовался ряд натурных измерений скорости и направления ветра годового цикла (730 измерений с дискретностью 6 ч по данным 1962 г.). Поскольку

измеритель скорости ветра на метеорологической площадке расположен на высоте $z_{22} = 22$ м, то для расчета касательных напряжений в модели скорость ветра приводилась к необходимому уровню $z_{10} = 10$ м по формуле [9]:

$$W_{10} = W_{22} (z_{10}/z_{22})^{0,31}.$$

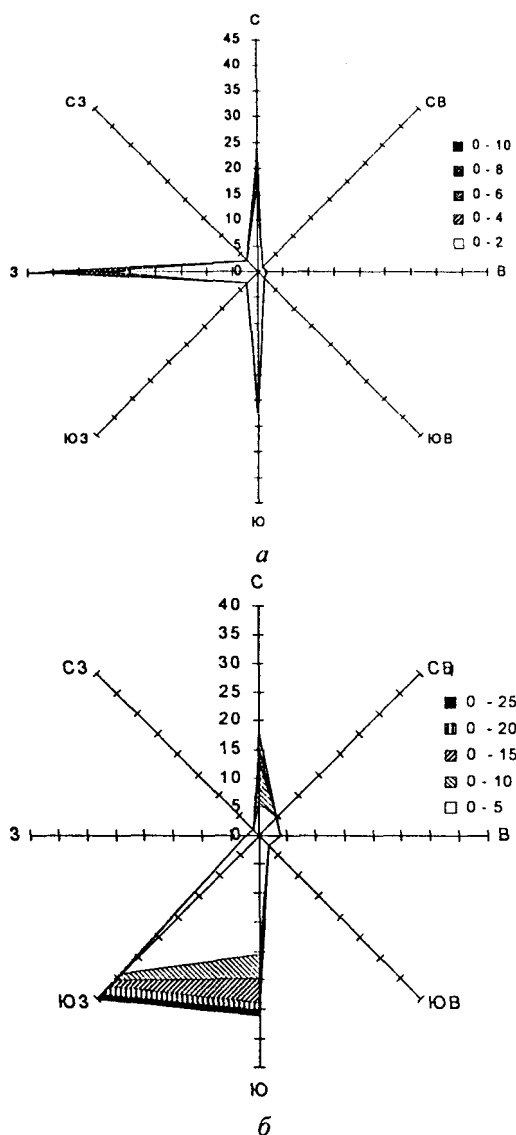


Р и с. 4. Вертикальная компонента скорости на горизонте $z = 4$ м при $W_{10} = 10$ м/с для северного (а) и южного (б) направлений ветра. Белые сплошные изолинии — границы зон подъема вод; белые пунктирные изолинии — границы зон опускания вод

Рассматривались две характерные точки — 1 и 3, положение которых показано на рис. 1. Точка 1 расположена у мелководной северной оконечности бухты (глубина ~ 2 м), в районе устья р. Балаклава и выпуска промышленных сточных вод завода «Металлист», точка 3 — в центральной части бухты около восточного берега (глубина ~ 10 м), в районе городского пляжа и плавучего дока.

На основе рядов расчетных значений скорости и направления течений были вычислены повторяемости (%) скорости течений по направлениям и построены розы повторяемости течений. Как показали расчеты, в вершинной части бухты преобладает циклоническая циркуляция. Скорости течения здесь наиболее слабые по сравнению с другими частями бухты. В точке 1 минимальная скорость составляет 1 см/с, максимальная 17 — 18 см/с, а средняя 1,5 — 2,1 см/с. Наибольшую повторяемость (80%) имеют скорости течения от 1 до 5 см/с. Роза повторяемости скорости течений (рис. 5, а) указывает на

преимущественное направление течения на запад (44%), что согласуется с преобладающей циклонической системой циркуляции в этой части бухты, а также на юг (28%) и на север (24%)



Р и с. 5. Розы повторяемости (%) скоростей течений по направлениям в точках 1 (а) и 3 (б). Градации легенды в см/с

которых показано на рис. 1. Расчеты выполнены для установившихся полей течений на срок 1 сут для северного и южного ветра, имеющего скорость 10 м/с. Действие каждого из источников моделировалось в отдельности. Предполагалось, что в начальный момент времени $C = 0$ во всей бухте. Непосредственно в источниках концентрация загрязнения C на поверхности

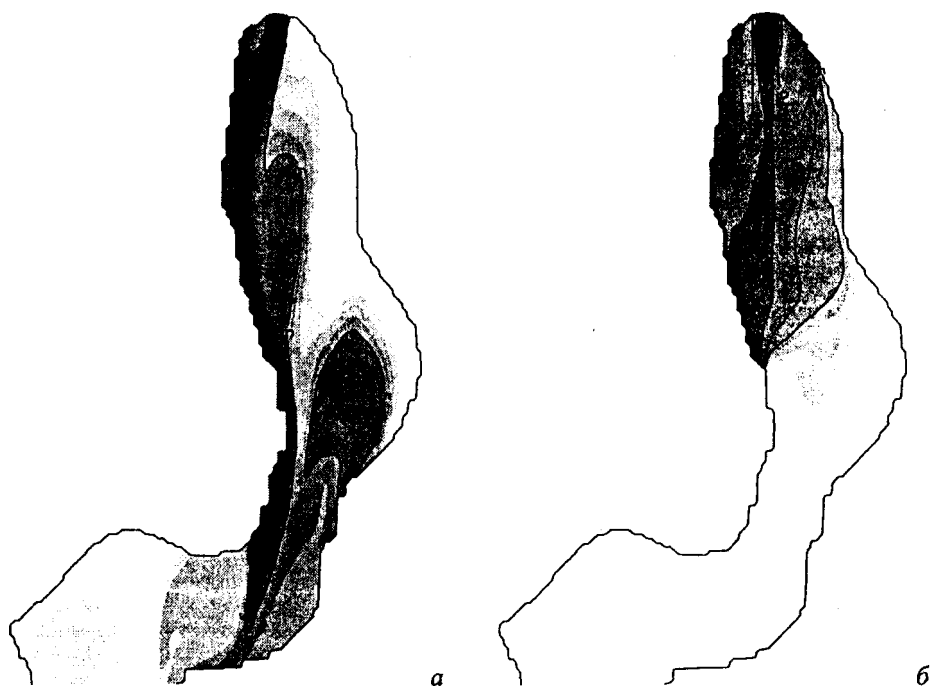
В точке 3 минимальные значения скорости течения на поверхности и у дна составляют 1 см/с, максимально возможная скорость на поверхности — 33 см/с, в придонном слое — 12 см/с, средняя скорость — соответственно 3,8 и 1,4 см/с. В поверхностном слое наибольшую повторяемость (более 80% значений ряда) имеют скорости течения от 1 до 6 см/с. В придонном слое около 90% значений скорости не превышают 2 см/с. Роза повторяемости течений для поверхностного горизонта (рис. 5, б) указывает на преобладание ветровых течений, направленных на юго-запад (40%) и юг (31%). В придонном слое компенсационные течения направлены вдоль восточного побережья бухты (41% — на северо-запад и 25% — север).

Моделирование распространения примеси

Для изучения особенностей пространственно-временного распределения возможного загрязнения Балаклавской бухты, обусловленного трехмерным характером циркуляции, была выполнена серия численных экспериментов по моделированию сценариев загрязнения от трех реально существующих источников сбросов [1], положение ко-

принималась равной 10^3 условных единиц и поддерживалась постоянной в течение всего времени расчетов.

Источник *1* расположен в северной оконечности бухты. При северном ветре примесь под влиянием прибрежного течения распространяется от источника вдоль западного побережья в виде струи. На границе между северным и центральным районами некоторое количество примеси захватывается циклоническим возмущением, что приводит к возникновению здесь области максимумов концентрации, которая с течением времени увеличивается в размерах и распространяется в северном направлении. У входа в канал струя опускается в глубинные слои и, прижимаясь к западному берегу, проникает в южную оконечность. При этом часть струи, из-за наличия ЗП, поднимается к поверхности моря в центральной части бухты, а затем смещается к восточному берегу и далее переносится в северном направлении, что в итоге приводит к постепенному накоплению примеси в северной оконечности бухты. Описанные выше особенности распределения примеси показаны на рис 6, *а*. В целом можно отметить, что при северном ветре наиболее загрязненной оказывается западное побережье северной и центральной частей бухты. При южном ветре струя загрязнения распространяется от выпуска *1* по поверхности бухты на юго-запад в виде факела. По обе стороны струи возникают гребни, которые смещаются к источнику так, что со временем примесью заполняется вся северная часть бухты (рис. 6, *б*).



Р и с. 6. Распределение концентрации примеси на поверхности бухты при северном (*а*) и южном (*б*) ветрах после 7 ч действия выпуска *1*

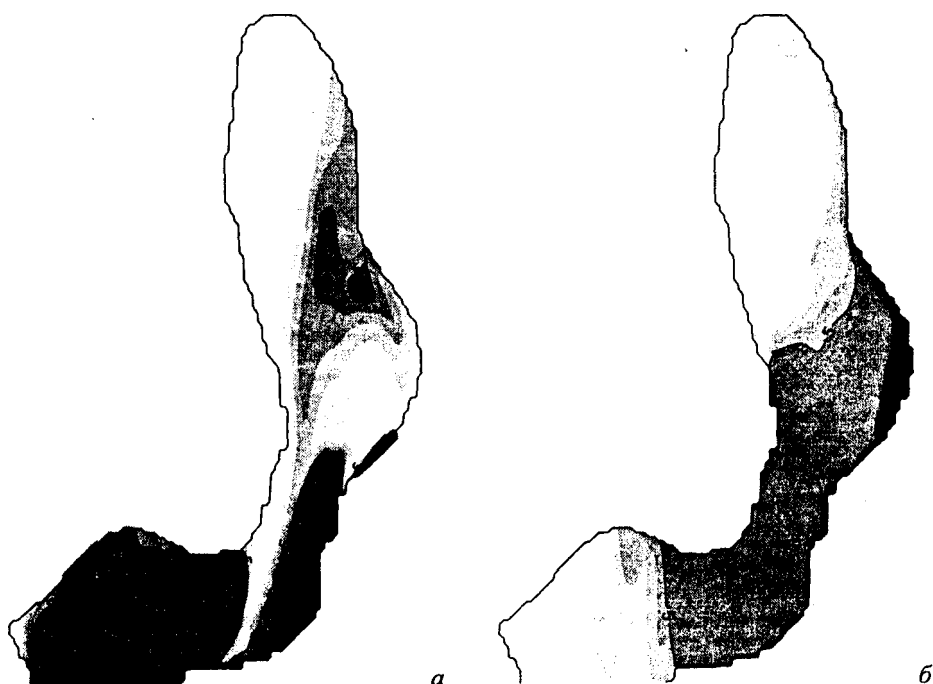
Источник 2 расположен на западном берегу между северной и центральной частями бухты. Характер распространения примеси во многом аналогичен рассмотренному выше случаю с выпуском 1. При северном ветре образуется струя загрязнения вдоль западного берега и две области максимумов концентрации. Первая — на границе северного и центрального районов, вторая — в центральном районе (рис. 7, а). При южном ветре струя первые 2 ч распространяется в северную оконечность бухты, а после этого начинает возвращаться к источнику (рис. 7, б), постепенно растекаясь по поверхности.



Р и с. 7. Распределение концентрации примеси на поверхности бухты при северном ветре после 5 ч (а) и при южном ветре после 8 ч (б) действия выпуска 2

Выпуск 3 находится на восточном берегу центральной части бухты. При северном ветре в непосредственной близости от источника происходит опускание части примеси в нижние слои и дальнейшее ее распространение вдоль восточного берега через канал в южную оконечность бухты. Перед входом в канал примесь попадает в ЗП, где поднимается к поверхности и соединяется с основной струей. Как показывают расчеты, основному загрязнению подвержен район к югу от выпуска. Однако из-за наличия ЗП перед каналом некоторое количество вещества поднимается в поверхностные слои и перемещается горизонтальными потоками к восточному берегу и далее на север, образуя на поверхности бухты локальную область повышенной концентрации (рис. 8, а). В южной части бухты на выходе из канала также возникает локальная область повышенной концентрации, связанная с антициклоническим вихрем и ЗП. Напротив, когда циркуляция вызвана южным ветром, выпуск 3 находится под воздействием ЗП. Примесь распространяется по поверхности бухты

вдоль восточного берега к северу, а затем опускается вниз под влиянием ЗО. При этом область поверхностного загрязнения в течение первых 12 ч не увеличивается в размерах и сосредоточена вблизи источника. Из-за хорошо выраженных КТ на глубинах 5 м и ниже часть примеси в итоге проникает через канал в южную оконечность бухты (рис. 8,б).



Р и с. 8. Распределение концентрации примеси на поверхности бухты при северном (а) и южном (б) ветрах после 15 ч действия выпуска 3

Заключение

Над акваторией Балаклавской бухты преобладают ветры северных, северо-восточных и южных румбов. На их долю приходится более 80% всех случаев. Этим же направлениям соответствует наибольшая повторяемость штормовых ветров со скоростями более 10 м/с.

Интегральная циркуляция вод Балаклавской бухты характеризуется наличием локализованных вихревых структур, конфигурация и количество которых определяется направлением ветра. В целом преобладает циклоническая завихренность и наиболее устойчивой вихревой структурой является вытянутый в меридиональном направлении циклонический вихрь с двумя максимумами. Поле течений имеет существенно трехмерный характер. В верхнем слое течения максимальны и достигают 25 — 30 см/с для скоростей ветра 10 — 15 м/с. Если на мелководье течения направлены в основном вдоль берега, то в центральной части бухты они могут отклоняться от направления ветра на 30 — 45°. Начиная с глубин 4 — 5 м, в отдельных районах образуются

направленные против ветра компенсационные течения. Этот эффект отчетливо прослеживается в северной и центральной частях бухты. В отдельных районах возникают локализованные зоны подъема и опускания вод, в которых величина вертикальной скорости может достигать 0,005 — 0,01 м/с.

Распространение загрязнения (примеси) от постоянно действующих прибрежных выпусков (рис. 1) определяется трехмерными особенностями циркуляции вод. Загрязнение вод бухты носит неравномерный характер. На начальном этапе действия выпусков (~ 3 — 5 ч) загрязненные участки акватории имеют вид струй, распространяющихся от источников в узкой вдольбереговой полосе. В дальнейшем происходит их постепенное растекание по всей акватории бухты и проникновение в глубинные слои. При северном ветре между центральной частью бухты и каналом происходит опускание струи в нижние слои и вынос вещества в южную часть бухты, а также подъем части примеси в поверхностные слои с последующим перемещением вдоль восточного берега в противоположном направлении, что ускоряет загрязнение северной оконечности бухты. Кроме того, на границе между северной и центральной частями бухты возникает локальная область максимумов концентрации, обусловленная наличием здесь циклонического вихря.

Располагая фактическими данными о сбросах загрязненных вод в различные районы Балаклавской бухты, с помощью предложенной гидродинамической модели можно оценить характер и интенсивность распространения загрязняющих примесей и получить количественные характеристики загрязнения отдельных районов водоема и бухты в целом.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Численный алгоритм решения уравнения распространения примеси

Распространение примеси в σ -координатной системе может быть описано уравнением [8]:

$$\partial(JC)/\partial t + \Lambda_1 C - (\Lambda_2 + \Lambda_3)C = 0, \quad (1)$$

здесь $\Lambda_1 C = \partial(wJC)/\partial x + \partial(wC)/\partial y + \partial(\bar{w}JC)/\partial \sigma$ — оператор переноса; $\Lambda_2 C = \partial(A_H J \partial C / \partial x) / \partial x + \partial(A_H J \partial C / \partial y) / \partial y$ — оператор горизонтальной диффузии; $\Lambda_3 C = \partial(K_H J^{-1} \partial C / \partial \sigma) / \partial \sigma$ — оператор вертикальной диффузии; $J = H + \eta$ — динамическая глубина; $\bar{w}$ — вертикальная скорость.

Уравнение (1) интегрируется по времени с помощью схемы расщепления:

$$\frac{(JC)^{n+1/2} - (JC)^n}{\Delta t} + (\Lambda_1^n - \Lambda_2^n)C^n = 0, \quad (2)$$

$$\frac{(JC)^{n+1} - (JC)^{n+1/2}}{\Delta t} - \Lambda_3^n C^{n+1} = 0, \quad (3)$$

где n — номер шага по времени. На первом полушаге явно учитывается трехмерный перенос и горизонтальная диффузия, на втором — неявно верти-

кальная диффузия. Задача (3) решается прогонкой. Аппроксимации операторов Λ_2, Λ_3 строятся интегро-интерполяционным методом.

Оператор переноса Λ_1 аппроксимируется монотонной разностной схемой, использующей принцип уменьшения общей вариации (*Total Variation Diminishing – TVD*) [11]. Построения TVD-схемы продемонстрируем на примере одномерного уравнения переноса ($F = uC$ — поток вещества, u — скорость переноса):

$$\partial C / \partial t + \partial F / \partial x = 0. \quad (4)$$

Введем равномерную сетку с шагом Δx по пространству и Δt по времени. Решение определим в целочисленных узлах сетки $C_i^n = C(x_i, t_n)$, а скорость и поток — в узлах с дробными индексами $u_{i+1/2}^n = u(x_{i+1/2}, t_n)$, $F_{i+1/2}^n = F(x_{i+1/2}, t_n)$, где $x_{i+1/2} = (x_{i+1} + x_i) / 2$. В дальнейшем несущественные для понимания индексы в записи разностных выражений опускаются. Для решения уравнения (4) воспользуемся явной схемой

$$C_i^{n+1} = C_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_{i+1/2}^n - F_{i-1/2}^n). \quad (5)$$

Введем две схемы аппроксимации для потоков в уравнении (4).

1. Схема направленных разностей:

$$F_{i+1/2}^G = \begin{cases} u_{i+1/2} C_i, & u_{i+1/2} \geq 0, \\ u_{i+1/2} C_{i+1}, & u_{i+1/2} < 0. \end{cases} \quad (6)$$

2. Схема Лакса — Вендроффа:

$$F_{i+1/2}^L = u_{i+1/2} \left[\frac{1}{2} (C_{i+1} + C_i) - \frac{\lambda_{i+1/2}}{2} (C_{i+1} - C_i) \right], \quad (7)$$

где $\lambda_{i+1/2} = u_{i+1/2} \Delta t / \Delta x$ — число Куранта.

Решение разностной задачи (5) обладает свойством монотонности, если с течением времени не возникает новых экстремумов; значения существующих локальных минимумов не уменьшаются; значения существующих локальных максимумов не увеличиваются. Схема (6) является монотонной, но имеет первый порядок аппроксимации и большую счетную вязкость. В свою очередь, схема (7) обладает вторым порядком аппроксимации, однако немонотонна.

Идея построения TVD-схем состоит в использовании для расчета потоков комбинации схем (6) и (7):

$$F_{i+1/2} = F_{i+1/2}^G + \psi_{i+1/2} (F_{i+1/2}^L - F_{i+1/2}^G), \quad (8)$$

где весовой множитель ψ , обычно называемый ограничителем, в общем случае зависит от градиентов решения и определяется из условия TVD:

$$TV(C^{n+1}) \leq TV(C^n), \quad (9)$$

где $TV(C) = \sum_{i=1}^M |C_i - C_{i-1}|$ — общая вариация численного решения. Согласно [11], выполнение этого условия для всех $n \geq 0$ гарантирует монотонность численного решения задачи (5). В данной работе используется наиболее распространенный в приложениях ограничитель *Superbee*:

$$\psi(r) = \max(0, \min(1, 2r), \min(2, r)). \quad (10)$$

Аргумент r имеет вид

$$r_{i+1/2} = \frac{(|u_{i+1/2-m}| - \lambda_{i+1/2-m} u_{i+1/2-m})(C_{i+1-m} - C_{i-m})}{(|u_{i+1/2}| - \lambda_{i+1/2} u_{i+1/2})(C_{i+1} - C_i)}, \quad m = \begin{cases} 1, & u_{i+1/2} \geq 0, \\ -1, & u_{i+1/2} < 0. \end{cases}$$

При $\psi = 0$ TVD-схема переходит в схему (6), а при $\psi = 1$ — в схему (7). Необходимое условие устойчивости TVD-схемы: $\max|\lambda| < 1$. Описанный алгоритм аппроксимации оператора переноса очевидным образом обобщается на трехмерный случай.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мезенцева И.В., Чайкина А.В., Клименко И.П. Современный уровень загрязнения вод акватории Балаклавской бухты // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа. — Севастополь: ЭКОСИ-Гидрофизика, 2003. — Вып. 8. — С. 115 – 118.
2. Ковригина Н.П., Попов М.А., Лисицкая Е.В. и др. Оценка антропогенного воздействия и сгонно-нагонных явлений на экологическое состояние вод Балаклавской бухты // Там же. — С. 105 – 114.
3. Ациховская Ж.М., Субботин А.А. Динамика вод Балаклавской бухты и прилегающей акватории Черного моря // Экология моря. — 2000. — Вып. 50. — С. 5 – 8.
4. Gawarkiewicz G., Korotaev G., Stanichny S., Repetin L., Solovyov D. Synoptic upwelling and cross-shelf transport processes along the Crimean coast in the Black Sea // Continent. Shelf Res. — 1999. — 19. — P. 977 – 1005.
5. Репетин Л.Н., Белокопытов В.Н., Липченко М.М. Ветры и волнение в прибрежной зоне юго-западной части Крыма // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа. — Севастополь: ЭКОСИ-Гидрофизика, 2003. — Вып. 9. — С. 13 – 28.
6. Гидрометеорология и гидрохимия морей СССР. Т. IV. Черное море. Вып. 1. Гидрометеорологические условия. — Л.: Гидрометеоиздат, 1991. — 429 с.
7. Фомин В.В. Численная модель циркуляции вод Азовского моря // Научные труды УкрНИГМИ. — 2002. — Вып. 249. — С. 246 – 255.
8. Mellor G.L., Blumberg A.F. Modeling of vertical and horizontal diffusivities with the sigma coordinate system // Mon. Weath. Rev. — 1985. — 113. — P. 1380 – 1388.
9. Hsu S.A. A mechanism for the increase of wind stress coefficient with wind speed over water surface: A parametric model // J. Phys. Oceanogr. — 1986. — 16. — P. 144 – 150.

10. Михайлова Э.Н., Шапиро Н.Б., Ющенко С.А. Моделирование распространения пассивной примеси в севастопольских бухтах // Морской гидрофизический журнал. — 1999. — № 3. — С. 29 – 41.
11. Harten A. On a class of high resolution total-variation-stable finite-difference schemes // J. Numer. Phys. — 1984. — 24. — P. 1 – 23.

Морское отделение Украинского
научно-исследовательского
гидрометеорологического института,
Севастополь

Материал поступил
в редакцию 20.11.03
После доработки 10.03.04

ABSTRACT Results of numerical experiments on modeling water circulation and transport of contaminating substances in the Balaklava bay for the characteristic wind situations revealed from the analysis of field measurements are represented. The currents are calculated by a non-linear σ -coordinate model. The peculiarities of integral calculation and three-dimensional structure of the current field are studied. Current statistical characteristics are estimated based on field data on wind and model calculations. The scenarios of the contaminating impurity propagation from the coastal sources under various hydrodynamic conditions are analyzed. It is shown that being combined with the zones of intensive vertical motions, the localized vortex structures in the current field can result in a complex character of the substance transport in the bay and occurrence of local areas with contamination maximum concentration on the boundary between the northern and the central parts of the bay.