ТЕРМОГИДРОДИНАМИКА ОКЕАНА И АТМОСФЕРЫ

Научная статья

УДК 551.466.8 EDN: WOJCXF

Вертикальный поток импульса, обусловленный внутренними волнами

А. А. Слепышев [⊠], А. В. Носова

Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь, Россия ⊠ slep55@mail.ru

Поступила в редакцию 12.11.2024; одобрена после рецензирования 28.02.2025; принята к публикации 11.07.2025.

Аннотация

Цель. Исследован вертикальный перенос импульса внутренними волнами при учете турбулентной вязкости и диффузии на выходе из Гибралтарского пролива в Средиземное море. Методы и результаты. В отличие от традиционного подхода, связывающего вертикальный перенос импульса с мелкомасштабной турбулентностью, в работе исследуется волновой механизм переноса. Волновое поле описывается классическими уравнениями гидродинамики стратифицированной несжимаемой жидкости со сдвиговым течением с учетом турбулентной вязкости и диффузии. Краевая задача для амплитуды вертикальной скорости внутренней волны, определяющая структуру моды, решается численно. В линейном приближении ее коэффициенты являются комплексными, что приводит к комплексному решению и, как следствие, к ненулевому вертикальному волновому потоку импульса. Исследуется влияние горизонтальной турбулентной вязкости и диффузии на этот поток. Проведено сравнение трех моделей: с постоянными коэффициентами обмена (базовый случай); с коэффициентами обмена, зависящими от масштаба явления по закону «4/3»; с коэффициентами горизонтального обмена, учитывающими стратификацию. Показано, что при учете зависимости коэффициентов обмена от масштаба явления по закону «4/3» поток импульса по модулю выше, чем при постоянном значении коэффициентов, но ниже потоков с учетом стратификации. Та же закономерность сохраняется и для вертикальной составляющей скорости стоксова дрейфа. Выбор коэффициентов обмена практически не влияет на горизонтальную составляющую скорости стоксова дрейфа. Выводы. Дисперсионные кривые внутренних волн не зависят от выбора коэффициентов обмена. Однако декремент затухания волны чувствителен к этому выбору: он выше по модулю, когда коэффициенты обмена зависят от масштаба явления по закону «4/3», по сравнению со случаем постоянных коэффициентов обмена, и еще выше по абсолютной величине при учете стратификации. Та же закономерность справедлива и для вертикального волнового потока импульса.

Ключевые слова: внутренние волны, волновой поток импульса, стоксов дрейф, турбулентная вязкость, турбулентная диффузия

Благодарности: работа выполнена в рамках темы государственного задания ФГБУН ФИЦ МГИ FNNN-2021-0004 «Фундаментальные исследования океанологических процессов, определяющих состояние и эволюцию морской среды под влиянием естественных и антропогенных факторов, на основе методов наблюдения и моделирования».

Для цитирования: *Слепышев А. А., Носова А. В.* Вертикальный поток импульса, обусловленный внутренними волнами // Морской гидрофизический журнал. 2025. Т. 41, № 5. С. 573–585. EDN WOJCXF.

© Слепышев А. А., Носова А. В., 2025

Vertical Momentum Transfer Due to Internal Waves

A. A. Slepyshev [⊠], A. V. Nosova

Marine Hydrophysical Institute, Russian Academy of Sciences, Sevastopol, Russia [™] slep55@mail.ru

Abstract

Purpose. The work is purposed at studying the vertical momentum transfer by internal waves at the exit from the Strait of Gibraltar to the Mediterranean Sea with due regard for turbulent viscosity and diffusion.

Methods and Results. In contrast to the traditional approach relating vertical momentum transfer to small-scale turbulence, the present study examines the wave transport mechanism. The wave field is described by the classical equations of hydrodynamics for a stratified incompressible fluid with a shear flow with due regard for turbulent viscosity and diffusion. The boundary value problem for the amplitude of the vertical velocity of internal wave, which conditions the mode structure, is solved numerically. In the linear approximation, its coefficients are complex that leads to a complex solution and, consequently, to a non-zero vertical wave momentum flux. The impact of horizontal turbulent viscosity and diffusion on this flux is investigated. Three models are compared: the first one - with the constant exchange coefficients (basic case), the second - with the exchange coefficients depending on phenomenon scale according to the "4/3" law, and the third – with the coefficients of horizontal exchange taking into account stratification. It is shown that when the dependence of exchange coefficients on the phenomenon scale according to the "4/3" law is taken into account, the momentum flux is higher in magnitude than that with constant coefficients, but lower than the fluxes taking into account stratification. The same pattern holds for the vertical component of the Stokes drift velocity. The choice of exchange coefficients has virtually no effect on the horizontal component of the Stokes drift velocity.

Conclusions. The dispersion curves of internal waves are independent of the choice of exchange coefficients. However, the wave attenuation decrement is sensitive to this choice: it is higher in magnitude when the exchange coefficients depend on the phenomenon scale according to the "4/3" law as compared to the case of constant exchange coefficients, and even higher in absolute value when stratification is taken into account. The same pattern holds true for the vertical wave momentum flux.

Keywords: internal waves, wave momentum flux, Stokes drift, turbulent viscosity, turbulent diffusion

Acknowledgments: The study was carried out within the framework of state assignment of FSBSI FRC MHI FNNN-2021-0004 "Fundamental research of oceanographic processes which determine the state and evolution of marine environment under the impact of natural and anthropogenic factors based on the observation and modeling methods".

For citation: Slepyshev, A.A. and Nosova, A.V., 2025. Vertical Momentum Transfer Due to Internal Waves. *Physical Oceanography*, 32(5), pp. 589-600.

Ввеление

Вертикальный перенос импульса обычно связывался с мелкомасштабной турбулентностью, которая генерируется под действием ветра и течений, а также вследствие обрушений поверхностных и внутренних волн 1 [1–8]. Помимо обрушений внутренних волн следует указать на «мягкий» режим поддержания турбулентности, уже сгенерированной сдвигом скорости течения [9] во внутренней волне. Аналогично в сдвиговых течениях поток с чис-

 $^{^1}$ *Монин А. С., Озмидов Р. В.* Океанская турбулентность. Ленинград : Гидрометеоиздат, 1981. 320 с.

лами Ричардсона, близкими к критическим, может не разрушаться и поддерживать турбулентность [10]. В придонном слое мелкомасштабная турбулентность может генерироваться в придонном пограничном слое в результате воздействия неоднородностей рельефа дна на течения и приливы [11]. Следует отметить захват трехмерной внутренней волны наклонным дном, когда угол наклона дна таков, что вектор групповой скорости отраженной волны параллелен дну. В этом случае энергия захваченной внутренней волны переходит в турбулентность [12].

В сдвиговых течениях на критических слоях, где скорость течения равна фазовой скорости внутренней волны, могут возникать вихревые структуры типа «кошачьих глаз» [13, 14]. Внутренние волны малых амплитуд затухают под воздействием мелкомасштабной турбулентности, волны больших амплитуд затухают незначительно, но способны усиливать турбулентность [15, 16]. При распространении внутренних волн в горизонтально-неоднородном океане в область малых глубин происходит увеличение их амплитуды с последующим проявлением нелинейных эффектов и диссипации энергии волны в турбулентность. Аналогичный механизм наблюдается в горизонтальнонеоднородном волноводе: распространение внутренней волны приводит к ее захвату и фокусировке с последующей диссипацией энергии в турбулентность [17]. Внутренние волны нередко распространяются в виде волновых пакетов [18, 19]. При распространении пакетов слабонелинейных внутренних волн генерируются средние течения, являющиеся эффектом второго порядка малости по амплитуде волны [20, 21]. На переднем и заднем фронтах волнового пакета вертикальная компонента скорости этого индуцированного течения имеет противоположные знаки, поэтому переноса по вертикали не происходит.

Внутренние волны даже без обрушений могут вносить вклад в вертикальный обмен. В диссипативной среде с учетом вязкости и диффузии внутренние волны затухают [22–24]. Фазовый сдвиг между колебаниями вертикальной и горизонтальной скоростей при учете турбулентной вязкости и диффузии отличен от $\pi/2$ и приводит к значениям вертикального волнового потока импульса, отличным от нуля [25–31]. Это обусловлено тем, что уравнение для собственной функции внутренних волн содержит комплексные коэффициенты, а решение соответствующей краевой задачи — комплексное [32, 33], при этом частота волны имеет малую мнимую часть 2 [34–39]. До недавнего времени считалось, что коэффициенты горизонтального турбулентного обмена постоянны и не зависят от масштаба явления [27–31]. В работе [26] учитывалась зависимость коэффициента горизонтального турбулентного обмена от масштаба явления по закону «4/3» $^{3, 4}$:

$$M = c_1 \cdot l^{4/3}. \tag{1}$$

² Воротников Д. И. Процессы переноса, обусловленные инерционно-гравитационными внутренними волнами : дисс. ... канд. физ.-мат. наук. Москва, 2024. 108 с.

³ *Озмидов Р. В.* Горизонтальная турбулентность и турбулентный обмен в океане. Москва : Наука, 1968. 200 с.

 $^{^4}$ *Озмидов Р. В.* Диффузия примесей в океане. Ленинград : Гидрометеоиздат, 1986. 278 с. МОРСКОЙ ГИДРОФИЗИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 41 № 5 2025 575

Коэффициент пропорциональности c_1 в этом законе никак не связывался со стратификацией; кроме того, рассматривался специальный случай, когда волна распространяется перпендикулярно потоку, с целью аналитического решения задачи при постоянной частоте плавучести.

В настоящей работе рассматриваются реальные профили стратификации и течения по данным натурного эксперимента на выходе из Гибралтарского пролива в сторону Средиземного моря, учитывается зависимость коэффициента горизонтального обмена от масштаба явления по закону «4/3», однако коэффициент c_1 пропорциональности в этом законе связывается с частотой Брента — Вяйсяля. Основанием для этого служат данные дрифтерного эксперимента, приведенные в работах [40, 41]. Согласно этим данным, коэффициент горизонтального обмена пропорционален произведению масштаба скорости V и масштаба длины L. Масштаб длины пропорционален бароклинному радиусу деформации Россби, который пропорционален средней по глубине частоте плавучести 5 .

Целью настоящей работы является определение вертикального волнового потока импульса у внутренних волн при зависимости коэффициентов горизонтального обмена от масштаба явления по закону «4/3» и частоты плавучести.

Постановка задачи

В приближении Буссинеска рассматриваются свободные прогрессивные внутренние волны в безграничном море постоянной глубины при наличии сдвигового течения [25–31]. Если ранее коэффициенты горизонтального турбулентного обмена предполагались постоянными [25–31], то в настоящей работе они зависят от вертикальной координаты и горизонтального масштаба явления. В линейном приближении находятся амплитудные и дисперсионные характеристики внутренних волн, во втором порядке по амплитуде волны определяются вертикальный волновой поток импульса и компоненты скорости стоксова дрейфа [25–27].

Система уравнений гидродинамики для волновых возмущений имеет следующий вид [25–31]:

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} + w \frac{d\mathbf{U}^0}{dx_3} = -\frac{1}{\overline{\rho}_0} \nabla P + \mathbf{g} \frac{\rho}{\overline{\rho}_0} + K \Delta_h \mathbf{u} , \qquad (2)$$

$$\frac{D\rho}{Dt} + (\mathbf{u}\nabla)\rho_0 = M\Delta_h \rho , \qquad (3)$$

$$div\mathbf{u} = 0. (4)$$

где $\mathbf{u}(u,v,w)$ — вектор волновых возмущений скорости течения; ось x декартовой трехмерной системы координат направлена вдоль среднего плоскопараллельного течения, ось z направлена противоположно вектору ускорения свободного падения \mathbf{g} ; $\mathbf{U}^{\mathbf{0}}$ ($U_0(z), 0, 0$) — вектор скорости среднего течения;

 $^{^5}$ *Белоненко Т. В., Новоселова Е. В.* Метод оценки бароклинного радиуса деформации Россби : учебное пособие. Санкт-Петербург : СПбГУ, 2019. 25 с. МОРСКОЙ ГИДРОФИЗИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 41 № 5 2025

 ρ , P — волновые возмущения плотности и давления [25–39]; $\rho_0(z)$ — невозмущенная средняя плотность; K , M — коэффициенты горизонтальной турбулентной вязкости и диффузии; действие оператора $\frac{D}{Dt}$ раскрывается как $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \left((\mathbf{u} + \mathbf{U}^0) \nabla \right)$ [25–39]. Граничные условия на поверхности и на дне: условия «твердой крышки» [22, 25–39] и условие «гладкого скольжения» [23, 25–31].

Линейное приближение. Решения линейного приближения для прогрессивной волны имеют следующий вид [25–39]:

$$\{\mathbf{u}, P, \rho\} = A\{\mathbf{u}_1(z), P_1(z), \rho_1(z)\} \exp(i(kx - \omega t)) + \text{c.c.}$$
 (5)

Подстановка формулы (5) в систему (2)–(4) приводит к системе уравнений, связывающей амплитудные функции u_1 , ρ_1 , P_1 с w_1 [25–31]:

$$u_1 = \frac{i}{k} \frac{dw_1}{dz}, \qquad \Omega = \omega - k \cdot U_0,$$

$$\frac{P_1}{\rho_0(0)} = \frac{i}{k} \left[\frac{\Omega}{k} \frac{dw_1}{dz} + \frac{dU_0}{dz} w_1 + ikK \frac{dw_1}{dz} \right],$$

$$\rho_1 = \frac{w_1}{i\Omega - k^2 M} \frac{d\rho_0}{dz}, \qquad v_1 = 0.$$

Амплитудная функция вертикальной скорости $w_1(z)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{d^2w_1}{dz^2} + a(z)\frac{dw_1}{dz} + b(z)w_1 = 0, (6)$$

где

$$a(z) = \frac{ik^2}{\Omega + ik^2K} \cdot \frac{\partial K}{\partial z}, \quad b(z) = k^2 \left[\frac{N^2}{\left(\Omega + ik^2M\right)\left(\Omega + ik^2K\right)} + \frac{\frac{d^2U_0}{dz^2}}{k\left(\Omega + ik^2K\right)} - 1 \right],$$

 $N^2 = -\frac{g}{\rho_0(0)} \frac{d\rho_0}{dz}$ — квадрат частоты плавучести ² [25–39].

Граничные условия для функции $w_1(z)$ [25–39]:

$$w_1(0) = w_1(-H) = 0. (7)$$

Нелинейные эффекты. Две компоненты скорости стоксова дрейфа определяются по формулам [42, 25–31])

$$u_{\rm s} = \frac{A_{\rm l}A_{\rm l}^*}{k} \left[\frac{1}{\omega} \frac{d}{dz} \left(w_{\rm l} \frac{dw_{\rm l}^*}{dz} \right) + \text{c.c.} \right], \tag{8}$$

$$w_{\rm s} = iA_{\rm l}A_{\rm l}^* \left[\frac{1}{\omega} - \frac{1}{\omega^*} \right] \frac{d}{dz} \left(w_{\rm l} w_{\rm l}^* \right), \tag{9}$$

где $A_{\rm l} = A \exp(\delta \omega \cdot t)$, $\delta \omega = {\rm Im}(\omega)$. Учет турбулентной вязкости и диффузии приводит к тому, что частота волны имеет малую мнимую часть и вертикальная составляющая скорости стоксова дрейфа (9) не равна нулю [25–31]. Влияние турбулентной вязкости и диффузии на горизонтальную компоненту скорости стоксова дрейфа (8) рассматривается ниже.

Вертикальный волновой поток импульса \overline{uw} определяется по формуле 2 [25–27, 29, 31–35, 38]

$$\overline{uw} = \frac{i}{k} |A_1^2| \left(w_1^* \frac{dw_1}{dz} - w_1 \frac{dw_1^*}{dz} \right). \tag{10}$$

Решение краевой задачи (6), (7) — комплексное, поэтому поток импульса \overline{uw} (10) отличен от нуля.

Результаты расчетов и их анализ

Для расчета вертикального волнового потока импульса используем данные натурного эксперимента в Гибралтарском проливе [43]. На полигоне эксперимента как дистанционными методами, так и с помощью контактных измерений регистрировали интенсивные внутренние волны с амплитудой до 16 м. Была выявлена первая мода с периодом 14 мин, причем оценка фазовой скорости по данным измерений и теоретические расчеты с помощью численного решения уравнения Тейлора — Гольдштейна для профилей скорости течения и частоты плавучести (рис. 1) продемонстрировали хорошее согласие [43].

Ранее нами предполагалось, что на рассматриваемых масштабах M=1 м² · с¹. В настоящей работе учитывается зависимость коэффициента горизонтального турбулентного обмена от масштаба явления и частоты Брента — Вяйсяля. Отметим, что стратификация препятствует вертикальному обмену и подавляет мелкомасштабную турбулентность, однако не препятствует горизонтальному обмену, а, напротив, даже усиливает его [44]. На это указывают данные натурного эксперимента по определению коэффициентов горизонтального турбулентного обмена [45]. Полученные вертикальные распределения этого коэффициента указывают на его увеличение в области пикноклина при отсутствии циклонов. Поэтому применим модифицированную формулу Райли [44]

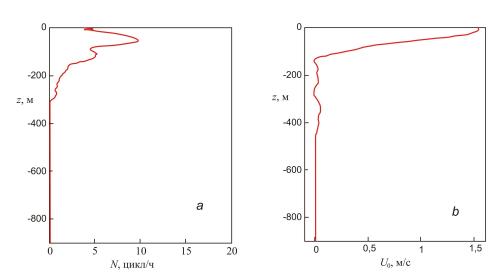
$$M = M_0 \left(1 + \frac{N(z)}{N_0} \right), \tag{11}$$

где M_0 — коэффициент горизонтального турбулентного обмена в однородной жидкости, зависящий от масштаба явления l по закону «4/3»:

$$M_0 = c_1 \cdot l^{4/3}, \tag{12}$$

здесь коэффициент c_1 по данным измерений в большом бассейне равен $0.01 \, \mathrm{cm}^{2/3} \cdot \mathrm{c}^{-1}$ (согласно работе ³). Из формул (11), (12) находим коэффициент горизонтального турбулентного обмена при наличии стратификации:

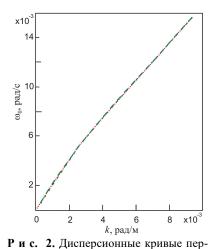
$$M = c_1 \left(1 + \frac{N(z)}{N_0} \right) \cdot l^{4/3} = C_1^{1/2} \cdot l^{4/3}.$$
 (13)



Р и с. 1. Зависимость частоты плавучести (a) и скорости течения (b) от вертикальной координаты **F i g. 1.** Dependence of buoyancy frequency (a) and current velocity (b) on the vertical coordinate

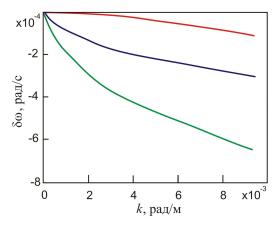
Здесь N(z) — частота Брента — Вяйсяля, цикл/ч, N_0 = 5 цикл/ч. Такое значение N_0 обеспечивает попадание эмпирических значений коэффициента c_1 (см. работу ³ и [46]) в законе «4/3» (1) в интервал изменения функции $C_1'(z)$. Под масштабом явления в формулах (1), (13) будем понимать длину волны, т. е. $l = 2\pi/k$. Краевая задача (6), (7) решается численно по неявной схеме Адамса второго порядка при K = 2M [26]. Для фиксированной действительной части частоты волны ω_0 волновое число и декремент затухания волны находятся методом пристрелки ² [25–31, 34–39]. Сравниваются результаты расчетов с коэффициентом турбулентного обмена — фиксированным $(M=1 \text{ м}^2 \cdot \text{c}^{-1})$ и зависящим от масштаба явления по закону «4/3», как при постоянном значении $c_1 = 0.01 \text{ см}^{2/3} \cdot \text{c}^{-1}$ в формуле (1), так и в случае зависимости (формула (13)) коэффициента обмена от стратификации.

На рис. 2 представлены дисперсионные кривые первой моды для этих трех случаев. Дисперсионные кривые почти совпадают, т. е. действительная часть частоты нечувствительна к зависимости (1) коэффициента обмена от масштаба l и зависимости (13) коэффициента обмена от частоты плавучести. Зато мнимая часть частоты волны заметно зависит от выбора коэффициента горизонтального турбулентного обмена (рис. 3).

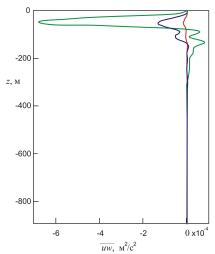


вариантах выбора коэффициента горизонтального турбулентного обмена

F i g. 2. Dispersion curves of the first mode of internal waves at three variants for choosing the coefficient of horizontal turbulent exchange



Р и с. 3. Зависимость декремента затухания волны от волнового числа при трех значениях коэффициента горизонтального обмена M: равного $1\,\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{c}^{-1}$ (красная кривая); рассчитанного по формуле (1) (синяя кривая) и по формуле (13) (зеленая кривая) **F i g. 3.** Dependence of the wave attenuation decrement on wave number for three values of the horizontal exchange coefficient M: $1\,\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{c}^{-1}$ (red curve); calculated using formula (1) (blue curve) and using formula (13) (green curve)



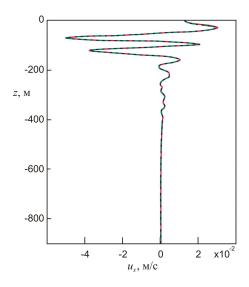
Р и с. 4. Профили вертикального волнового потока импульса \overline{uw} при коэффициентах обмена M: равного $1 \, \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{c}^{-1}$ (красная кривая); рассчитанного по формуле (1) (синяя кривая) и по формуле (13) (зеленая кривая)

 $\hat{\mathbf{F}}$ i g. 4. Profiles of the vertical wave momentum flux uw at the exchange coefficients M: $1 \,\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{c}^{-1}$ (red curve); calculated using formula (1) (blue curve) and using formula (13) (green curve)

Далее будем полагать, что постоянным коэффициентам обмена соответствует вариант 1, коэффициентам обмена, зависящим от масштаба явления по закону «4/3», соответствует вариант 2, а варианту 3 соответствует формула (13), учитывающая зависимость коэффициента горизонтального турбулентного обмена от частоты Брента – Вяйсяля. Декремент затухания волны в варианте 2 (синяя кривая) на рис. 3 больше по модулю, чем в варианте 1 (красная кривая), и меньше, чем в варианте 3 (зеленая кривая). Волновое число 14-минутных внутренних волн низшей моды составляет $3,96 \cdot 10^{-3}$ рад/м [27, 30]. Нормирующий множитель A_1 находится по известному значению максимальной амплитуды вертикальных смещений ² [25–39].

Аналогичные расчеты для трех вариантов выбора коэффициента турбулентного обмена выполнены для вертикального волнового потока импульса \overline{uw} (10) у 14-минутных внутренних волн первой моды (рис. 4).

В варианте 2, когда коэффициент турбулентного обмена зависит от масштаба явления по формуле (1), вертикальный волновой поток импульса заметно выше по абсолютной величине, чем в варианте 1, при M=1 м $^2 \cdot c^{-1}$, и меньше по модулю потока импульса в варианте 3. Аналогичным образом выполнены и расчеты для двух компонент скорости стоксова дрейфа для рассматриваемых трех вариантов выбора коэффициентов турбулентного обмена (рис. 5, 6).



-200 - Z, M -400 - -600 - -800 - -2 0 2 4 x10⁻⁴

Р и с. 5. Вертикальное распределение горизонтальной составляющей скорости стоксова дрейфа

F i g. 5. Vertical distribution of horizontal component of the Stokes drift velocity

Р и с. 6. Зависимость вертикальной компоненты скорости стоксова дрейфа от глубины для трех значений коэффициента горизонтального обмена M: равного $1 \text{ м}^2 \cdot \text{c}^{-1}$ (красная кривая); рассчитанного по формуле (1) (синяя кривая) и по формуле (13) (зеленая кривая)

F i g. 6. Dependence of vertical component of the Stokes drift velocity on depth for three values of the horizontal exchange coefficient M: $1 \text{ m}^2 \cdot \text{c}^{-1}$ (red curve); calculated using formula (1) (blue curve) and using formula (13) (green curve)

Как видим, выбор коэффициента обмена почти не влияет на горизонтальную компоненту скорости стоксова дрейфа (8). На рис. 6 представлены результаты расчета вертикальной составляющей скорости стоксова дрейфа (9). Эта компонента скорости в варианте 1 выбора коэффициентов обмена по модулю меньше, чем в варианте 2, а в последнем, в свою очередь, меньше, чем в варианте 3.

Заключение

Вертикальный волновой поток импульса у внутренних волн при учете горизонтальной турбулентной вязкости и диффузии отличен от нуля. Это связано с тем, что уравнение для амплитуды вертикальной скорости содержит комплексные коэффициенты и решение краевой задачи (6), (7) - комплексное. Частота волны комплексная и имеет малую мнимую часть – декремент затухания волны, который находится в ходе решения этой краевой задачи. Между компонентами волновых возмущений скорости существует сдвиг фаз, отличный от $\pi/2$, что приводит к отличному от нуля значению вертикального волнового потока импульса. При постоянном коэффициенте турбулентного обмена $M=1 \text{ м}^2 \cdot \text{c}^{-1}$ вертикальный волновой поток импульса заметно меньше по модулю, чем при коэффициенте обмена, зависящем от масштаба явления по формуле (1). В свою очередь, в последнем случае поток импульса заметно меньше по абсолютной величине, чем при коэффициенте обмена, задаваемом формулой (13), учитывающей стратификацию. На дисперсионных кривых выбор коэффициента обмена почти не сказывается, однако декремент затухания волны чувствителен к этому выбору. Декремент затухания волны при $M = 1 \text{ м}^2 \cdot \text{c}^{-1}$ по модулю наименьший, Он увеличивается в случае, когда коэффициент обмена определяется по формуле (1), и становится наибольшим по абсолютной величине при расчете по формуле (13) при постоянном волновом числе. Горизонтальная компонента скорости стоксова дрейфа почти не зависит от выбора коэффициента турбулентного обмена, в то время как вертикальная компонента заметно выше по абсолютной величине, когда коэффициент турбулентного обмена зависит от масштаба явления по формуле (1), по сравнению с вариантом, когда постоянный коэффициент обмена $M = 1 \,\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{c}^{-1}$. Зависимость (13), учитывающая влияние стратификации на коэффициент вертикального турбулентного обмена, дополнительно увеличивает вертикальную компоненту скорости стоксова дрейфа. Вертикальная компонента скорости стоксова дрейфа играет существенную роль в вертикальном переносе тепла и соли.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Озмидов Р. В. О турбулентном обмене в устойчиво стратифицированном океане // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1965. Т. 1, № 8. С. 853–860.
- Wunsch C., Ferrari R. Vertical mixing, energy, and the general circulation of the ocean // Annual Review of Fluid Mechanics. 2004. Vol. 36, iss. 1. P. 281–314. https://doi.org/10.1146/annurev.fluid.36.050802.122121
- 3. *Holford J. M., Linden P. F.* Turbulent mixing in a stratified fluid // Dynamics of Atmosphere and Oceans. 1999. Vol. 30, iss. 2–4. P. 173–198. https://doi.org/10.1016/S0377-0265(99)00025-1
- Самодуров А. С., Любицкий А. А., Пантелеев Н. А. Вклад опрокидывающихся внутренних волн в структурообразование, диссипацию энергии и вертикальную диффузию в океане // Морской гидрофизический журнал. 1994. № 3. С. 14–27.
- 5. Подымов О. И., Зацепин А. Г., Островский А. Г. Вертикальный турбулентный обмен в черноморском пикноклине и его связь с динамикой вод // Океанология. 2017. Т. 57, № 4. С. 546–559. EDN ZCRXXJ. https://doi.org/10.7868/S0030157417040049
- 6. *Охотников И. Н., Пантелеев Н. А.* Сдвиговая неустойчивость внутренних волн и вертикальный обмен в океане // Морской гидрофизический журнал. 1985. № 3. С. 13–20.

- 7. Desabies Y., Smith W. K. Statistics of Richardson number and instability in oceanic internal waves // Journal of Physical Oceanography. 1982. Vol. 12, № 11. P. 1245–1269. https://doi.org/10.1175/1520-0485(1982)012<1245:SORNAI>2.0.CO;2
- 8. Влияние динамики течений на гидрологическую структуру вод и вертикальный обмен в деятельном слое Черного моря / А. Г. Зацепин [и др.] // Океанология. 2007. Т. 47, № 3. С. 327–339. EDN IAFSJJ.
- 9. Interaction of internal waves and turbulence in the upper layer of the ocean / A. V. Ivanov [et al.] // Dynamics of Atmosheres and Ocean. 1984. Vol. 7, № 4. P. 221–232. EDN XMUZZM. https://doi.org/10.1016/0377-0265(83)90006-4
- Простое описание турбулентного переноса в стратифицированном сдвиговом потоке применительно к описанию термогидродинамики внутренних водоемов / И. А. Соустова [и др.] // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2020. Т. 56, № 6. С. 689–699. EDN FCUZWC. https://doi.org/10.31857/S0002351520060103
- 11. Itsweire E. C., Helland K. N., Van Atta C. W. The evolution of grid-generated turbulence in a stably stratified fluid // Journal of Fluid Mechanic. 1986. Vol. 162, iss. 2. P. 299–338. https://doi.org/10.1017/S0022112086002069
- 12. Role of internal waves in the generation of nepheloid layers on the northwestern Alboran slope: Implication for continental margin shaping / P. Puig [et al.] // Journal of Geophysical Research. 2004. Vol. 109, iss. C9. C09011. https://doi.org/10.1029/2004JC002394
- 13. Kelly R. E., Maslowe S. A. The non-linear critical layer in a slightly stratified shear flow // Studies in Applied Mathematics. 1970. Vol. 49, iss. 4. P. 301–326.
- 14. Robinson J. L. The inviscid nonlinear instability of parallel shear flows // Journal of Fluid Mechanics. 1974. Vol. 63, iss. 4. P. 723–752.
- Ostrovsky L. A., Zaborskikh D. V. Damping of internal gravity waves by small-scale turbulence // Journal of Physical Oceanography. 1996. Vol. 26, iss. 3. P. 388–397.
- Druzhinin O. A., Ostrovsky L. A. Dynamics of turbulence under the effect stratification and internal waves // Nonlinear Processes in Geophysics. 2015. Vol. 22, iss. 3. P. 337–348. https://doi.org/10.5194/npg-22-337-2015
- 17. *Бадулин С. И., Цимринг Л. Ш., Шрира В. И.* Захват и вертикальная фокусировка внутренних волн в пикноклине горизонтальными неоднородностями стратификации и течений // Доклады АН СССР. 1983. Т. 273, № 2. С. 459–463.
- 18. *Булатов В. В., Владимиров Ю. В.* Волны в стратифицированных средах. Москва : Наука, 2015. 735 с.
- 19. Внутренние волны в районе Гераклейского полуострова: моделирование и наблюдение / В. А. Иванов [и др.] // Морской гидрофизический журнал. 2019. Т. 35, № 4. С. 322–340. EDN SOBBLG. https://doi.org/10.22449/0233-7584-2019-4-322-340
- 20. К теории нестационарных слабонелинейных внутренних волн в стратифицированной жидкости / Ю. Д. Борисенко [и др.] // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1976. Т. 12, № 3. С. 293–301.
- 21. *Grimshaw R*. The modulation of an internal gravity wave packet and the resonance with the mean motion // Studies in Applied Mathematics. 1977. Vol. 56, iss. 3. P. 241–266. https://doi.org/10.1002/sapm1977563241
- 23. Le Blond P. H. On damping of internal gravity waves in a continuously stratified ocean // Journal of Fluid Mechanics. 1966. Vol. 25, iss. 1. P. 121–142. https://doi.org/10.1017/S0022112066000089
- 24. Островский Л. А., Соустова И. А. Верхний перемешанный слой как сток энергии внутренних волн // Океанология. 1979. Т. 19, вып. 6. С. 973–981.
- Слепышев А. А. Вертикальные перенос импульса внутренними волнами при учете турбулентной вязкости и диффузии // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2016.
 Т. 52, № 3. С. 342–350. EDN WALSFX. https://doi.org/10.7868/S0002351516030111

- 26. Слепышев А. А. Вертикальный перенос импульса внутренними волнами в сдвиговом потоке при учете турбулентной вязкости и диффузии // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2022. Т. 58, № 5. С. 504–511. EDN OSUVED. https://doi.org/10.31857/S000235152205011X
- Слепышев А. А., Носова А. В. Вертикальный перенос импульса внутренними волнами в западной части Средиземного моря // Морской гидрофизический журнал. 2022. Т. 38, № 4. С. 358–371. EDN XJNRJF. https://doi.org/10.22449/0233-7584-2022-4-358-371
- 28. *Слепышев А. А.* Генерация вертикальной тонкой структуры внутренними волнами на морском шельфе // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2023. № 3. С. 111–124. EDN TMNYOX. https://doi.org/10.31857/S1024708422600749
- 29. Слепышев А. А. Вертикальный перенос импульса инерционно-гравитационными внутренними волнами на течении при учете турбулентной вязкости и диффузии // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2022. № 2. С. 77–86. EDN OYOVJK. https://doi.org/10.31857/S0568528122020098
- 30. *Слепышев А. А., Носова А. В.* Генерация вертикальной тонкой структуры внутренними волнами при учете турбулентной вязкости и диффузии // Морской гидрофизический журнал. 2020, Т. 36, № 1. С. 5–19. EDN IZIVIK. https://doi.org/10.22449/0233-7584-2020-1-5-19
- 31. *Слепышев А. А.* Вертикальные потоки, обусловленные слабонелинейными внутренними волнами в бароклинном течении // Морской гидрофизический журнал. 2015. № 1. С. 64–78. EDN VBUSOD.
- 32. *Слепышев А. А., Лактионова Н. В.* Вертикальный перенос импульса внутренними волнами в сдвиговом потоке // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2019. Т. 55, № 6. С. 194–200. EDN ZDIYNO. https://doi.org/10.31857/S0002-3515556194-200
- 33. Слепышев А. А., Шадт М. А. Влияние нетрадиционного приближения на перенос импульса внутренними волнами в сдвиговом потоке // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2024. Т. 60, № 5. С. 601–610. EDN HYEKQK. https://doi.org/10.31857/S0002351524050035
- 34. *Слепышев А. А.* Вертикальный перенос импульса инерционно-гравитационными внутренними волнами на двумерном сдвиговом течении // Морской гидрофизический журнал. 2021. Т. 37, № 4. С. 279–287.
- 35. *Анкудинов Н. О., Слепьшев А. А.* Вертикальный перенос импульса в двумерном потоке // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2021. № 3. С. 39–47. EDN UADMVN. https://doi.org/10.31857/S0568528121030026
- 36. Слепышев А. А., Воротников Д. И. Вертикальные потоки тепла и соли, обусловленные инерционно-гравитационными внутренними волнами на морском шельфе // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2017. Т. 53, № 4. С. 532–541. EDN ZBPXRX. https://doi.org/10.7868/S0003351517040110
- 37. Багатинский В. А., Слепышев А. А. Вертикальный перенос импульса слабонелинейными инерционно-гравитационными внутренними волнами // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2016. № 5. С. 17–28. EDN WRJJGL. https://doi.org/10.7868/S0568528116050042
- 38. *Слепышев А. А.*, *Анкудинов Н. О.* Генерация вертикальной тонкой структуры внутренними волнами на сдвиговом течении // Морской гидрофизический журнал. 2024. Т. 40, № 2. С. 180–197. EDN HTYLSO.
- 39. Slepyshev A. A., Vorotnikov D. I. Generation of Vertical Fine Structure by internal waves in a Shear Flow // Open Journal of Fluid Dynamics. 2019. Vol. 9. P. 140–157. https://doi.org/10.4236/ojfd.201992010
- Zhurbas V., Oh I. S. Lateral diffusivity and Lagrangian scales in the Pacific ocean as derived from drift data // Journal of Geophysical Research: Oceans. 2003. Vol. 108, iss. C5. 3141. https://doi.org/10.1029/2002JC001596
- 41. Циркуляция вод и характеристики разномасштабных течений в верхнем слое Черного моря по дрифтерным данным / В. М. Журбас [и др.] // Океанология. 2004. Т. 44, № 1. С. 34–48. EDN OWJSRJ.

- 42. Longuet-Higgins M. S. On the transport of mass by time varying ocean current // Deep-Sea Research. Vol. 16, iss. 5. P. 431–447. https://doi.org/10.1016/0011-7471(69)90031-X
- 43. Watson G. Internal waves in a stratified shear flow: the Strait of Gibraltar // Journal of Physical Oceanography. 1994. Vol. 24, iss. 2. P. 509–517. https://doi.org/10.1175/1520-0485(1994)024<0509:IWIASS>2.0.CO;2
- 44. *Riley G.* Parameters of turbulence in the sea // Journal of Marine Research. 1951. Vol. 10, iss. 3. P. 267–287.
- Пермяков М. С., Тархова Т. И., Сергиенко А. С. Оценка горизонтальных коэффициентов турбулентного обмена в северо-западной части Тихого океана // Исследовано в России. 2005. Т. 8. С. 860–869. EDN MESHKZ. URL: http://zhurnal.ape.relan.ru/articles/2005/082.pdf (дата обращения: 20.09.2025).
- 46. *Немченко В. И.* Исследование горизонтальной турбулентной диффузии в Атлантическом океане // Океанология. 1964. Т. 4, вып. 5. С. 805–808.

Об авторах:

Слепышев Александр Алексеевич, ведущий научный сотрудник отдела турбулентности, ФГБУН ФИЦ МГИ (Россия, 299011, Севастополь, ул. Капитанская, 2), доктор физикоматематических наук, ResearcherID: V-6948-2017, ORCID ID: 0000-0002-9259-7558, SPIN-код: 8742-9970, slep55@mail.ru

Носова Анна Владимировна, ведущий инженер-исследователь отдела турбулентности, ФГБУН ФИЦ МГИ (Россия, 299011, Севастополь, ул. Капитанская, 2), **SPIN-код: 9710-0310**