

Научная статья

УДК 532.59:556.556.4
EDN: FXENYO

Синхронизация длинноволновых колебаний уровня моря в смежных бухтах на примере холмских бухт (остров Сахалин)

Д. П. Ковалев¹, П. Д. Ковалев¹, Ю. В. Манилюк², ✉

¹ Институт морской геологии и геофизики ДВО РАН, Южно-Сахалинск, Россия

² Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь, Россия

✉ uvmsev@yandex.ru

Поступила в редакцию 08.12.2025; одобрена после рецензирования 04.02.2026;
принята к публикации 16.03.2026.

Аннотация

Цель. Установить на основе модели осциллятора Ван дер Поля возможность синхронизации длинноволновых колебаний в смежных бухтах г. Холмск; с использованием данных натурных наблюдений определить возможность проникновения в прибрежную акваторию, примыкающую к г. Холмск, длинных волн из районов о. Монерон и акваторий вблизи городов Горнозаводск, Невельск, Чехов – цель настоящей работы.

Методы и результаты. Для получения натурных данных по колебаниям уровня моря использовались автономные регистраторы волнения АРВ-14К, установленные в бухтах Холмска, и регистраторы АРВ-10, расположенные в акваториях вблизи городов Горнозаводск, Невельск и Чехов. Дискретность измерений всех приборов составляет 1 с. Исследование временных рядов выполнялось с помощью спектрального анализа колебаний уровня моря с использованием программы *Кута*. Расчет дисперсионного соотношения для краевых волн Стокса в приближении плоского наклонного дна показал возможность генерации краевых волн с периодом 8–9 мин в акваториях вблизи населенных пунктов юго-западного побережья о. Сахалин. Анализ причин неограниченного роста разности фаз колебаний уровня моря на фазовой диаграмме для бухт Холмск-Северный и Торговый порт выполнен с использованием численного решения уравнения Ван дер Поля.

Выводы. Установлено, что хорошо выраженный волновой процесс с периодом колебаний 8,27 мин наблюдается только в акватории у г. Горнозаводск и эти волны не приходят к внешней акватории Холмска. Колебания уровня моря с периодом около 8 мин, регистрируемые на записях мареографа в Торговом порту, являются результатом взаимодействия колебаний в бухтах Торгового порта и Холмск-Северный. Численное решение задачи о принудительной синхронизации динамической системы под слабым периодическим воздействием с использованием уравнения Ван дер Поля показало возможность неограниченного роста разности фаз между фазой внешней силы (приходящих из соседней бухты Холмск-Северный волн с периодом 8,65 мин) и фазой собственных колебаний бухты Торгового порта с периодом 4,7 мин, наблюдаемых по натурным данным. При небольшом значении параметра нелинейности колебания осциллятора Ван дер Поля близки к гармоническим, а разность фаз колебаний в этом случае изменяется скачкообразно и непрерывно растёт.

Ключевые слова: колебания уровня моря, краевые волны, синхронизация колебаний, осциллятор Ван дер Поля

Благодарности: в рамках темы государственного задания ФГБУН ИМГиГ ДВО РАН № FWWM-2024-0002 осуществлены численные расчеты и сбор данных натурных наблюдений,

©, Ковалев Д. П., Ковалев П. Д., Манилюк Ю. В., 2026

их обработка и последующий анализ; в рамках темы государственного задания ФГБУН ФИЦ МГИ FNNN-2024-0016 выполнены анализ и интерпретация результатов обработки данных натурных наблюдений и численных расчетов.

Для цитирования: Ковалев Д. П., Ковалев П. Д., Манилюк Ю. В. Синхронизация длинноволновых колебаний уровня моря в смежных бухтах на примере холмских бухт (остров Сахалин) // Морской гидрофизический журнал. 2026. Т. 42, № 3. С. 365–381. EDN FXENYO.

Original article

Synchronization of Long-Wave Fluctuations of Sea Level in Adjacent Bays: The Example of the Kholmsk Bays (Sakhalin Island)

D. P. Kovalev¹, P. D. Kovalev¹, Yu. V. Manilyuk², ✉

¹ Institute of Marine Geology and Geophysics, Far Eastern Branch of Russian Academy of Sciences, Yuzhno-Sakhalinsk, Russia

² Marine Hydrophysical Institute, Russian Academy of Sciences, Sevastopol, Russia
✉ uvmsev@yandex.ru

Abstract

Purpose. The purpose of the study is to define the possibility of synchronizing long-wave fluctuations in the neighboring bays of the Kholmsk city based on the Van der Pol oscillator model, as well as the possibility for long waves to penetrate to the coastal waters adjacent to Kholmsk from the Moneron Island region and from the water areas nearby the cities of Gornozavodsk, Nevelsk, and Chekhov using *in-situ* observation data.

Methods and Results. The autonomous wave recorders ARW-14K installed in the Kholmsk bays, and the ARW-10 recorder located in the water areas nearby the cities of Gornozavodsk, Nevelsk, and Chekhov were used to obtain *in situ* data on sea level fluctuations. The measurement resolution of all the instruments is 1 s. The time series were researched through the spectral analysis of sea level fluctuations using the *Кыма* software. Calculation of the dispersion relation for the Stokes edge waves in the flat-sloping-bottom approximation has demonstrated the possibility of generating edge waves with the 8–9 min period in the water areas nearby the populated regions at the southwestern coast of Sakhalin Island. The reasons for unlimited growth of the phase difference of sea level fluctuations shown in the phase diagram for the Kholmsk-Severny and Trade Port bays were analyzed using a numerical solution of the Van der Pol equation.

Conclusions. It is established that a well pronounced wave process with the 8.27 min oscillation period is observed only in the water area nearby Gornozavodsk, and these waves do not reach the Kholmsk outer water area. The sea level fluctuations (period is approximately 8 min) recorded by the tide gauge at Torgovy Port are the result of fluctuation interactions in the bays Trade Port and Kholmsk-Severny. A numerical solution of the problem on forced synchronization of a dynamic system subjected to a weak periodic stimulus using the Van der Pol equation has shown the possibility of unlimited growth of the phase differences between the phase of external force, i. e. the waves incoming from the neighboring Kholmsk-Severny Bay (period is 8.65 min), and that of natural oscillations in the Trade Port Bay (period is 4.7 min), which are obtained from *in situ* data. At a small value of the nonlinearity parameter, the fluctuations of the Van der Pol oscillator are close to the harmonic ones, and in this case the phase difference of fluctuations changes abruptly and increases continuously.

Keywords: sea level fluctuations, edge waves, oscillation synchronization, Van der Pol oscillator

Acknowledgments: Numerical calculations, collection of *in situ* data, their processing, and subsequent analysis were carried within the framework of state assignment of the FSBSI IMGandG, FEB of RAS FWWW-2024-0002; analysis and interpretation of the results of *in situ* data processing, and numerical calculations were done within the framework of state assignment of the FSBSI FRC MHI FNNN-2024-0016.

For citation: Kovalev, D.P., Kovalev, P.D. and Manilyuk, Yu.V., 2026. Synchronization of Long-Wave Fluctuations of Sea Level in Adjacent Bays: The Example of the Kholmsk Bays (Sakhalin Island). *Physical Oceanography*, 33(3), pp. 404-419.

Введение

Хорошо известно, что в прибрежной зоне морей могут генерироваться различные типы длинных волн – шельфовые сейши и краевые волны, а в бухтах, заливах и полузамкнутых акваториях – сейши. Изучением этих волн занимались многие исследователи^{1, 2} [1–6]. Каждая акватория имеет свои особенности: в ней могут генерироваться волны определенных периодов и по-разному усиливаться проникающие волны. Поэтому необходимо исследовать свойства каждой конкретной акватории, с которой связана хозяйственная деятельность человека.

Возбуждение сейш – собственных колебаний акваторий – в прибрежных гаванях часто связано с инфрагравитационными (ИГ) волнами [7] и реже – с колебаниями атмосферного давления [8, 9], цунами³ [10], землетрясениями [11] и внутренними волнами [12]. Отметим, что сейши с периодами в несколько минут, свойственными ИГ-волнам, часто доминируют в колебаниях уровня моря на океанских побережьях [7, 13, 14] и в гаванях, имеющих небольшие площади (менее одного квадратного километра) и глубину менее 12 м.

Волны, приходящие из открытого океана, могут отражаться от берега в виде излученных волн и генерировать шельфовые сейши в зоне шельфа, являющегося своеобразным резонатором². Эти волны наблюдаются достаточно часто в наших экспериментальных исследованиях [15, 16], их периоды составляют от нескольких минут до единиц часов.

Вблизи морской береговой границы наблюдается «захват» волновой энергии² [17], оказывающий существенное влияние на прибрежную динамику. При этом шельфовая зона играет роль волновода и захваченные волны могут распространяться по нему на большие расстояния без существенного затухания². Основным типом захвата баротропных волн является гравитационный захват в области мелководья вследствие уменьшения фазовой скорости гравитационных волн с уменьшением глубины моря¹, в результате происходит образование краевых волн.

Генерации рассматриваемых здесь волн в основном способствуют ИГ-волны, которые передают свою энергию другим типам прибрежных волн через разные механизмы. Сами ИГ-волны порождаются нелинейными взаимодействиями между ветровыми волнами, ветровыми волнами и зыбью, а также в результате отражения от берега. Их периоды составляют от 30 с до нескольких минут². Динамика ИГ-волн (напр., нелинейная генерация, диссипация, захват), определяющая уровни энергии инфрагравитации на пляжах и в гаванях,

¹ Волны в пограничных областях океана / В. В. Ефимов [и др.]. Ленинград : Гидрометеоздат, 1985. 280 с.

² Рабинович А. Б. Длинные гравитационные волны в океане: захват, резонанс, излучение. Санкт-Петербург : Гидрометеоздат, 1993. 324 с.

³ Lepelletier T. G. Tsunamis – harbor oscillations induced by nonlinear transient long waves. Report No. KH-R-41. W. M. Keck Laboratory of Hydraulics and Water Resources. California, Pasadena : California Institute of Technology, 1980.

изучена не полностью и пока не может быть точно предсказана теоретически, а нестационарные нелинейные модели Буссинеска еще находятся в разработке [7, 18].

По данным наших исследований в портовых бухтах г. Холмск обнаружены колебания уровня моря с периодом ~ 8 мин [19, 20], которые можно отнести к сейшевым колебаниям данных бухт. В работе [21] отмечается, что источником длинноволновых колебаний с указанным периодом являются длинноволновые резонаторы, аккумулирующие и усиливающие энергию захваченных волн в районе о. Монерон и на шельфе вблизи г. Чехов. Численное моделирование резонансных колебаний в гавани холмского Торгового порта не показало наличия интенсивных колебаний в указанном временном интервале [21].

Поэтому авторам работы [20] важно было уточнить, взаимодействуют ли сейшевые колебания в бухте Торгового порта с проходящими из района о. Монерон или г. Чехов. В данной работе также высказано предположение, что наблюдается эффект синхронизации колебаний в бухте Торгового порта с проходящими на ее вход колебаниями соседней бухты порта Холмск-Северный, т. е. осуществляется взаимодействие колебаний в бухтах. Эти предположения решено было проверить, результаты изложены в настоящем исследовании.

Для отображения рассматриваемых здесь волновых движений в смежных бухтах нами использовано хорошо известное уравнение Ван дер Поля, которое описывает колебания слабонелинейной динамической системы и является одной из основных моделей в нелинейной динамике.

Цель настоящей работы – исследовать возможность проникновения в прибрежную акваторию, примыкающую к г. Холмск, длинных волн из районов о. Монерон и акваторий вблизи городов Горнозаводск, Невельск, Чехов, а также изучить взаимодействие между холмскими бухтами и установить причины возникновения в них колебаний уровня моря с периодом около 8 мин.

Материалы и методы

Объект исследования. Акватория прибрежной части юга о. Сахалин от г. Горнозаводск до г. Чехов, включающая бухты порта Холмск, является объектом исследования. Карта акватории приведена на рис. 1.

Размеры портовых бухт приведены в работе [20], поэтому здесь укажем лишь расстояния между пунктами наблюдений за волнением, которые были выполнены в 2008 г. Приборы устанавливались вблизи Горнозаводска на глубине 2,5 м, Чехова и Невельска – на глубине ~ 15 м. Расстояние от о. Монерон до Горнозаводска 56,5 км, от Горнозаводска до Невельска 12,5 км, от Горнозаводска до Холмска 56,9 км, от Холмска до Чехова 42,8 км. Ширина шельфа в районах рассматриваемых населенных пунктов примерно одинаковая, ~ 40 км, с наклоном дна приблизительно 0,0078. Шельф в районе Холмска самый узкий и приглубый у западного берега Сахалина, он расширяется как в южном, так и в северном направлении.



Р и с. 1. Карта акватории прибрежной части юга о. Сахалин. Места установки приборов Т, Т2, Т4 в портовых бухтах Холмска отмечены черным ромбом

F i g. 1. Map of the coastal water area of the southern Sakhalin Island. Sites of installation of T, T2 and T4 instruments in the port bays of Kholmsk are marked with black diamonds

Наблюдения уровня моря. Исследование колебаний уровня моря проводилось в окрестности Чехова и Невельска с июня по сентябрь, а в Горнозаводске в июне – июле 2008 г. Использовались автономные измерители волнения модели АРВ-10. Измерения в районе Холмска выполнялись с сентября 2022 г. по май 2023 г. с использованием приборов АРВ-14К (Т, Т2, Т4 на рис. 1) с заводскими номерами 152, 142, 149. Точность измерения придонного гидростатического давления указанными приборами одинаковая, отличие заключается в источнике питания и размерах корпусов. Пределы датчика измерения уровня составляют 0,5–100 м водяного столба, датчика температуры –4 ... +40 С. Измеренное гидростатическое давление впоследствии пересчитывалось в колебания уровня моря (волнение) с учетом затухания коротких волн с глубиной. Погрешность составляет 0,06 % от верхнего предела измерения, разрешающая способность по давлению $\pm 0,0003$ %. Дискретность измерений уровня приборами 1 с.

Методы обработки данных натуральных наблюдений. Для анализа данных наблюдений использовалась программа *Кута*, разработанная для визуализации, комплексной обработки и спектрального анализа данных измерений уровня моря большого объема [22, 23]. Программа осуществляет расчет спектральной плотности колебаний уровня моря по временному ряду с использованием оконного преобразования Фурье.

При анализе короткопериодного волнения с минутными периодами из временных рядов вычитался предвычисленный прилив. Алгоритм расчета, основанный на методе наименьших квадратов, был разработан в лаборатории физики моря ИМГиГ ДВО РАН и неоднократно протестирован. Алгоритм учитывает 35 астрономических приливных гармоник, их вычитание из исходных временных рядов выполняется с использованием приложения *LSMTM.exe* в программе *Кута*.

Результаты и обсуждение

Поскольку в работе [21] сделано предположение о том, что длинноволновые колебания с периодом ~ 8 мин, регистрируемые в бухте холмского Торгового порта, являются захваченными волнами, приходящими из районов о. Монерон и шельфа вблизи Чехова, решено было проверить возможность генерации таких краевых волн. В 2008 г. один измеритель волнения размещался вблизи Чехова. Около о. Монерон приборы не устанавливались, поэтому были использованы результаты наблюдений у побережья о. Сахалин – вблизи Горнозаводска и Невельска, где в указанный период также проводились измерения волнения.

Краевые волны. Анализ возможности генерации краевых волн с периодами ~ 8 мин проведен с учетом того, что профиль дна на удалении от берега до 35 км достаточно плоский с приблизительно одинаковым углом наклона дна и периоды захваченных волн можно определить с использованием полученного в работе [24] дисперсионного соотношения

$$\omega_n^2 = gk \sin[(2n + 1)\beta], \quad (1)$$

где ω_n – частота n -й моды краевой волны; g – ускорение свободного падения; k – вдольбереговое волновое число; β – наклон дна. Нижний предел существования краевых волн ограничивается значением $k \geq \omega^2/g$ [25], а число мод этих волн при любом уклоне дна всегда ограничено значением $n \leq \pi/4\beta - 1/2$. Рассчитанная с использованием выражения (1) дисперсионная диаграмма для первых четырех мод краевых волн (рис. 2) показала возможность генерации таких волн с периодами ~ 8 мин вблизи Горнозаводска, Невельска и Чехова. Следовательно, если такие краевые волны в реальных условиях генерируются, то они могут распространяться до Холмска, проникать в бухты и передавать энергию сейшам.

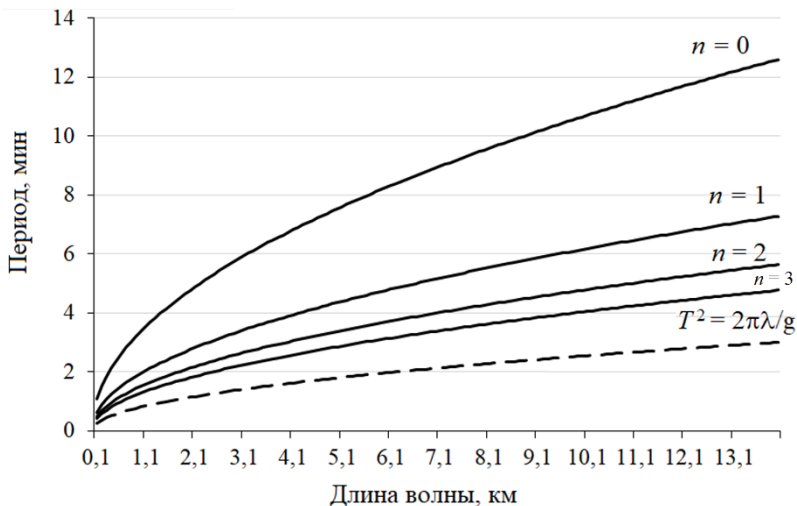


Рис. 2. Дисперсионная диаграмма краевых волн для первых четырех мод. Ниже кривой $T^2 = 2\pi\lambda/g$ находится континуум волн Пуанкаре

Fig. 2. Dispersion diagram of edge waves for the first four modes. Below the curve $T^2 = 2\pi\lambda/g$, there is a continuum of the Poincaré waves

Такая возможность проникновения в бухты краевой волны, распространяющейся вдоль восточного побережья о. Шикотан, показана по результатам исследования в работе [26]. Эта волна была зарегистрирована в бухтах Церковная и Димитрова с периодом, близким к периодам собственных колебаний этих бухт.

Проверим, происходит ли в действительности генерация краевых волн с периодом ~ 8 мин в акваториях вблизи указанных населенных пунктов. Это можно сделать, выполнив расчет спектральных плотностей колебаний уровня моря с использованием данных натуральных наблюдений. Рассчитанные спектральные плотности для минутного диапазона периодов приведены на рис. 3.

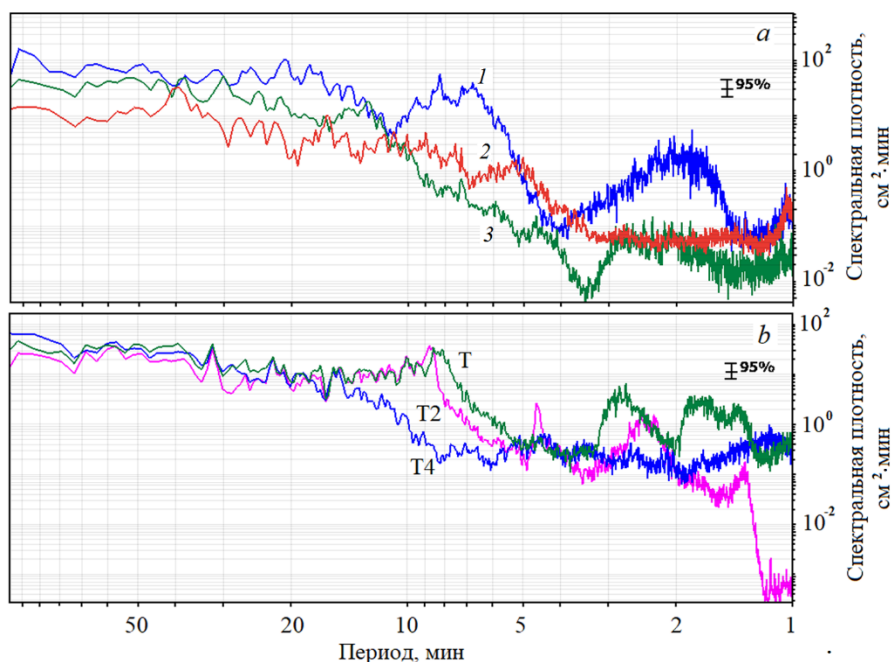


Рис. 3. Спектральные плотности измеренных колебаний уровня моря для минутного диапазона периодов в районе Горнозаводска (1), Чехова (2), Невельска (3) в 2008 г. – *a*; в районе Холмска в 2023 г. (измерения проводились приборами Т, Т2, Т4) – *b*

Fig. 3. Spectral densities of the measured sea level fluctuations with the periods of a minute range in the Gornozavodsk (1), Chekhov (2) and Nevelsk (3) regions in 2008 – *a*; in the Kholmok region in 2023 (measurements were carried out by instruments T, T2 and T4) – *b*

Анализ графиков спектральных плотностей колебаний уровня моря показывает, что только в акватории у Горнозаводска наблюдается хорошо выраженный волновой процесс с периодом колебаний 8,27 мин (рис 3, *a*). В акваториях других пунктов пики на периодах 7,5–9 мин, превышающие доверительный интервал, отсутствуют. Также отсутствуют значимые пики на этих периодах во внешней акватории Холмска (рис. 3, *b*, район Горнозаводска).

Это опровергает вывод работы [21], согласно которому колебания с периодом ~ 8 мин, регистрируемые на записях прибора Т (рис. 1) в Торговом порту,

являются захваченными волнами из района вблизи Чехова. Также сомнительно, что краевые волны от о. Монерон могут подойти к акватории Горнозаводска, поскольку этот остров находится на большом расстоянии от о. Сахалин и не имеет с ним общего шельфа. Генерируемые в акватории Горнозаводска волны с периодом 8,27 мин являются краевыми, поскольку расчет сейш для открытой бухты здесь между м. Лопатина и м. Богдановича показал отсутствие мод собственных колебаний в диапазоне периодов 7–9 мин. Но эти краевые волны также не приходят в акваторию Холмска, поскольку в противном случае они регистрировались бы в промежуточной акватории Невельска. Возможно, распространению этих волн в направлении Холмска препятствует широкий м. Лопатина.

Можно сделать вывод, что в такой ситуации в акваторию Холмска краевые волны с периодом 8–9 мин не приходят и в ней не возбуждаются колебания с указанными периодами. Остается только один механизм генерации колебаний с таким периодом в бухтах Холмска – взаимодействие колебаний в бухтах Торгового порта и Холмск-Северный. Это подтверждается и выводами работы [20]. А именно наличием в спектральной плотности колебаний уровня в обеих бухтах биений с периодом 294,5 мин (4,91 ч), возникающих при взаимодействии мод с периодами 8,17 и 8,65 мин. И, кроме того, часто наблюдается синхронное увеличение амплитуд колебаний, совпадающих по фазе, в обеих бухтах (11 марта 2023 г.).

Собственные колебания, бухта Торгового порта. Согласно сайту http://retromap.ru/1419537_z7_46.335550,142.22351&h=0, размеры бухты холмского Торгового порта следующие: длина до причала паромы 732 м, длина от входа в бухту до стенки 556 м, ширина 422 м, ширина узкой кутовой части 109 м, ее длина 350 м, ширина входа в бухту 174 м, глубина у причала 2,9–9,5 м, средняя глубина 6,5 м. На основании этих данных получим оценки для периодов собственных колебаний данной акватории.

Теоретические периоды продольных собственных мод для прямоугольных бухт с открытым входом рассчитываются по формуле ²

$$T_n = \frac{4L}{(2n+1)\sqrt{gh}}, \quad (2)$$

где L – длина бухты; h – ее глубина; g – ускорение свободного падения; $n = 0, 1, 2, \dots$

Как видно из формулы (2), значение периода моды Гельмгольца (нулевой моды) можно оценить по времени T^* , за которое длинная волна проходит через бухту со скоростью \sqrt{gh} , оно равно $4T^*$. Некоторые исследователи полагают [27], что на практике период обычно несколько больше, и связывают это с отражением волн на открытой границе, которое происходит не так, как отражение от берега.

Рассчитанные значения времени распространения длинных волн T^* и $4T^*$ для разных частей акватории Торгового порта и разной средней глубины приведены в таблице. Первоначально время распространения рассчитывалось

(при средней глубине акваторий) от входа в бухту до противоположной стенки и для кутовой части акватории. При этом использовалось значение средней глубины, равное 6,5 м. Обращает на себя внимание, что для кутовой части время $4T^*$, соответствующее периоду нулевой моды T_0 , равно 3,76 мин. По натурным данным, полученным с помощью прибора, установленного в кутовой части бухты, выделен период, равный ~ 3 мин.

**Время распространения длинной волны T^* и $4T^*$
для разных частей акватории Торгового порта
Time of long wave propagation T^* and $4T^*$
for different parts of the Trade Port water area**

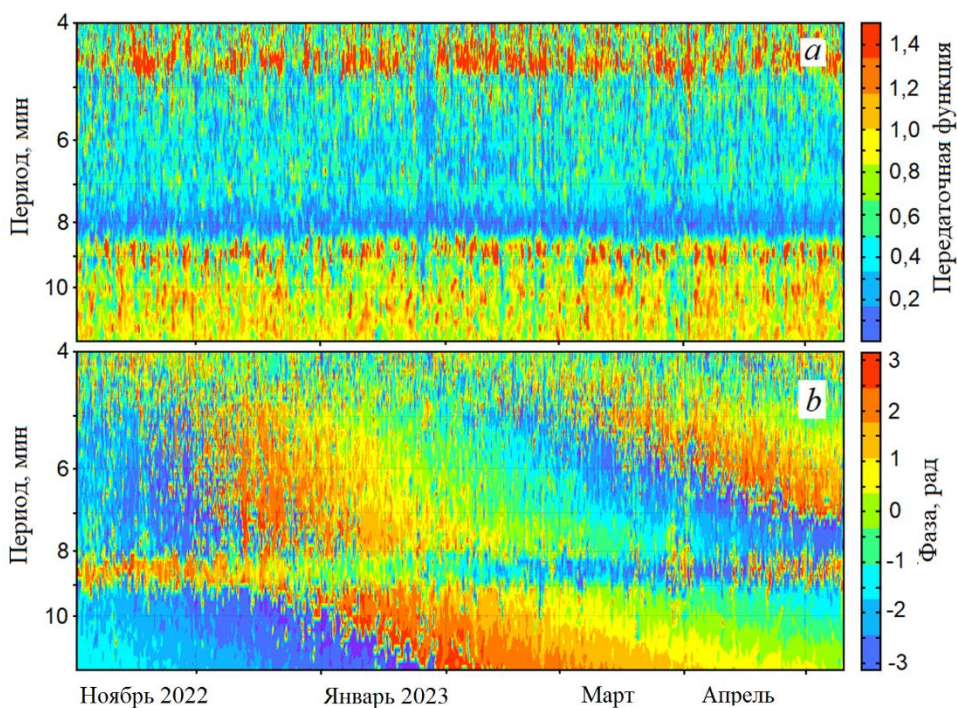
Акватория / Water area	Расстояние L, м / Distance L, m	Средняя глубина по данному сайту, м / Average depth according to the website, m	Средняя предполагае- мая глубина, м / Average assumed depth, m	Время рас- простране- ния T^* для глубины 6,2 м, мин / Propagation time T^* for a depth 6.2 m, min	Время рас- простране- ния T^* для глубины 7,6 м, мин / Propagation time T^* for a depth 7.6 m, min	$4T^*$ для глу- бины 6,2 м, мин / $4T^*$ for a depth 6.2 m, min	$4T^*$ для глубины 7,6 м, мин / $4T^*$ for a depth 7.6 m, min
От входа в бухту до стенки / From the bay en- trance to the wall	556	6,2	7,6	1,49	1,21	5,97	4,87
Кутовая часть / Apex part	350	6,2	7,6	0,94	0,76	3,76	3,07

С учетом периода колебаний 3 мин была скорректирована средняя глубина бухты, которая составила $\sim 7,6$ м. Период рассчитанной нулевой моды бухты для этой глубины равен 4,87 мин и близок к теоретически рассчитанному периоду 4,7 мин, приведенному в табл. 2 работы [20]. Таким образом, можно уверенно считать, что теоретическое значение периода нулевой моды собственных колебаний бухты Торгового порта составляет $\sim 4,9$ мин.

В работе [21] на основании оценок спектрограмм в акваториях юго-западного побережья о. Сахалин сделано предположение, что на записях холмского мареографа должны проявляться колебания уровня моря с периодом ~ 8 мин, источником которых являются длинноволновые резонаторы, аккумулирующие и усиливающие энергию захваченных волн в районе о. Монерон и на шельфе вблизи Чехова. Это говорит о том, что колебания с указанным периодом проникают в бухту извне. И ссылок на наличие собственных колебаний в бухте Торгового порта с периодом ~ 8 мин не делается.

Анализ причин неограниченного роста фазы колебаний

Рассмотрим результаты расчета спектральных характеристик по данным приборов T и T2 в портовых бухтах Холмска. Диаграммы передаточной функции и разности фаз колебаний между станциями (рис. 4) показывают наличие интенсивных длинноволновых процессов с периодами $\sim 8,65$ мин. При этом колебания с отмеченными периодами регистрируются по данным наблюдений и в самой бухте Торгового порта, хотя по расчетам период собственных колебаний моды Гельмгольца составляет $\sim 4,9$ мин.



Р и с. 4. Диаграммы передаточной функции (a) и разности фаз (b) колебаний уровня моря на основании данных приборов T и T2

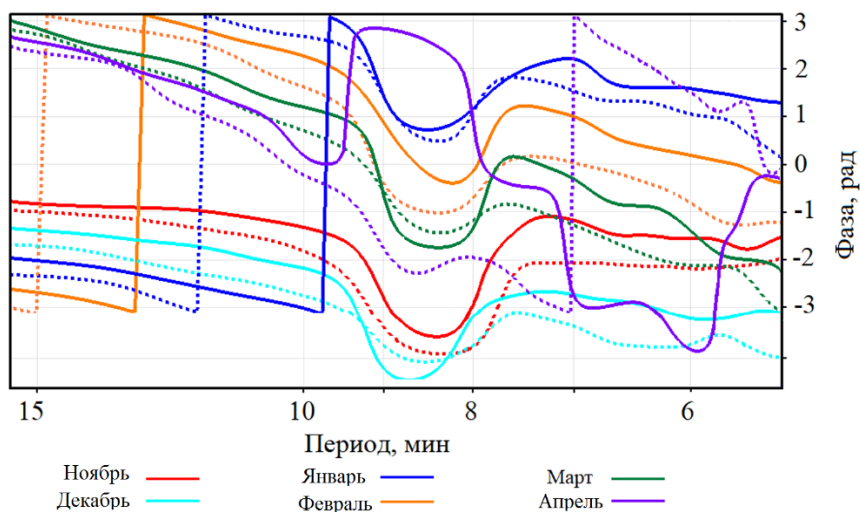
Fig. 4. Diagrams of transfer function (a) and phase differences (b) of sea level fluctuations based on the data of T and T2 instruments

На диаграмме передаточной функции (рис. 4, a) выделяются полосы на периодах $\sim 4,7$ и $\sim 8,65$ мин, которые соответствуют волновым процессам в бухтах. На диаграмме функции когерентности эти процессы слабо выделялись, поэтому авторы использовали передаточную функцию, которая, как показано в работе [28], предназначена для описания взаимосвязи между двумя рядами, когда один ряд приводит в действие другой. В таких случаях предпочтительно формировать функцию усиления или передачи от поперечного спектра к квадрату когерентности⁴. И, как видно на рис. 4, a, для рассматриваемого случая передаточная функция оказалась информативной.

⁴ Denman K. L. Spectral Analysis: A Summary of the Theory and Techniques. Environment Canada. Fisheries and Marine Service Technical Report No. 539. 1975. 37 p.

Передаточная функция, названная передаточной функцией оператора, является комплексной функцией частоты $k(j\omega) = K(\omega)e^{j\varphi}$. Ее модуль $K(\omega)$ и аргумент $\varphi(\omega)$ соответственно показывают, как изменяются амплитуда и фаза каждой гармонической составляющей спектра преобразуемой функции после действия на нее линейного оператора [29]. Модуль передаточной функции $K(\omega)$ в гармоническом анализе называют амплитудно-частотной, а аргумент $\varphi(\omega)$ – фазочастотной характеристикой оператора.

На диаграмме разности фаз колебаний между бухтами Холмск-Северный и Торговый порт (рис. 4, *b*) заметно выделяется полоса на периоде $\sim 8,65$ мин для всего интервала наблюдений. Видно, что изменение фазы этого волнового процесса происходит непрерывно. Следует отметить, что при двухсуточном осреднении рост разности фаз достаточно равномерный. При более детальном расчете по двухсуточным отрезкам через каждые 15 сут (декабрь 2022 г. – апрель 2023 г.) наблюдается постоянное увеличение разности фаз (рис. 5), за исключением графиков для середины марта и начала апреля. Было сделано предположение, что постоянный рост разности фаз связан, по-видимому, с тем обстоятельством, что осциллятор (резонансная акватория холмского Торгового порта) с периодом собственных колебаний 4,7 мин синхронизируется волнами с периодом 8,65 мин, приходящими из бухты порта Холмск-Северный. Других волновых процессов с периодами в диапазоне 7,5–9 мин вблизи портовых бухт, как показано выше, не обнаружено.



Р и с. 5. Разность фаз колебаний, рассчитанных по двухсуточным временным рядам с интервалом 15 сут на основании данных приборов T и T2. Сплошные линии относятся к началу месяца, пунктирные – к середине

F i g. 5. Difference of fluctuation phases calculated from the two-day time series with the 15-day interval based on the data from T and T2 instruments. Solid lines show the month beginning, and dashed ones – its middle

Модель

Согласно работам [30–34], анализ состояния современных исследований по динамическим системам и фазовой синхронизации показал, что для объяснения отмеченного неограниченного роста разности фаз необходимо рассмотреть синхронизацию регулярной автоколебательной системы (акватории бухты) внешней периодической силой – приходящей волной. Считается, что осциллятор синхронизируется внешним периодическим воздействием, если его наблюдаемая частота становится равной частоте внешнего сигнала ⁵.

Для объяснения обнаруженного непрерывного роста разности фаз была рассмотрена возможность описания такого явления с использованием уравнений Дюффинга, Матье и Ван дер Поля [35, 36]. Наиболее отвечающий рассматриваемому является случай слабого и произвольного периодического воздействия на регулярную автоколебательную систему – осциллятор Ван дер Поля. Проверка других вариантов описания подтвердила правильность сделанного выбора.

Если амплитуда внешней силы мала ($\varepsilon \ll 1$), то задача о принудительной синхронизации системы может быть решена в рамках следующей модели ⁵:

$$\dot{\varphi} = \omega_0 + \varepsilon q(\varphi - \omega t), \quad (3)$$

где φ – фаза колебаний системы; t – время; $\omega_0 = 2\pi/T_0$ – частота периодических колебаний осциллятора (T_0 – предельный цикл автономной системы); q – периодическая функция; $\omega = 2\pi/T$ – частота внешней силы с амплитудой ε .

Если ввести новую переменную θ (разность между фазой внешней силы ωt и флуктуационной фазой φ), выполнить усреднение уравнения (3) за период колебаний внешней силы, получим, согласно ⁵,

$$\dot{\theta} = \delta - \varepsilon q(\theta), \quad (4)$$

где частотная расстройка $\delta = \omega_0 - \omega$. В простейшем случае квазигармонических колебаний $q(\theta) = \sin \theta$, тогда уравнение (4) будет иметь вид

$$\dot{\theta} + \varepsilon \sin \theta = \delta. \quad (5)$$

Если ввести параметр $\Delta = \delta/\varepsilon$ и новое время $t' = \varepsilon t$, то уравнение (5) можно представить в виде

$$\dot{\theta} + \sin \theta = \Delta. \quad (6)$$

Анализ уравнения (6) показал, что при $\Delta = 1$ происходит бифуркация [37], равновесные состояния сливаются и существует одно состояние равновесия с координатой $\bar{\theta} = \pi/2$. В области $|\Delta| > 1$ равновесных состояний нет и разность фаз возрастает неограниченно. Характер нарастания разности фаз зависит от параметра $\gamma = |\Delta| - 1$. Если $|\Delta|$ чуть больше 1, то рост $\theta(t)$ представляет собой чередование относительно длинных участков почти не изменяющейся разности фаз с сохранением синхронного режима на некоторое время с короткими

⁵ Осипов Г. В., Половинкин А. В. Синхронизация внешним периодическим воздействием : учебное пособие. Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2005. 78 с.

участками его быстрого роста. В этом случае рост фазы значительно неравномерен на разных временных интервалах. С ростом γ длина интервалов почти постоянной фазы становится меньше и при достаточно большом значении γ фаза увеличивается существенно равномерно.

Полученное численное решение уравнения (6) приведено на рис. 6, с. Оно показывает неограниченный рост разности фаз между фазой внешней силы (волн, приходящих из соседней б. Холмск-Северный с периодом 8,65 мин) и фазой собственных колебаний воды в бухте Торгового порта с периодом 4,9 мин. Рост разности фаз происходит линейно, а небольшие перескоки связаны с дискретностью расчета.

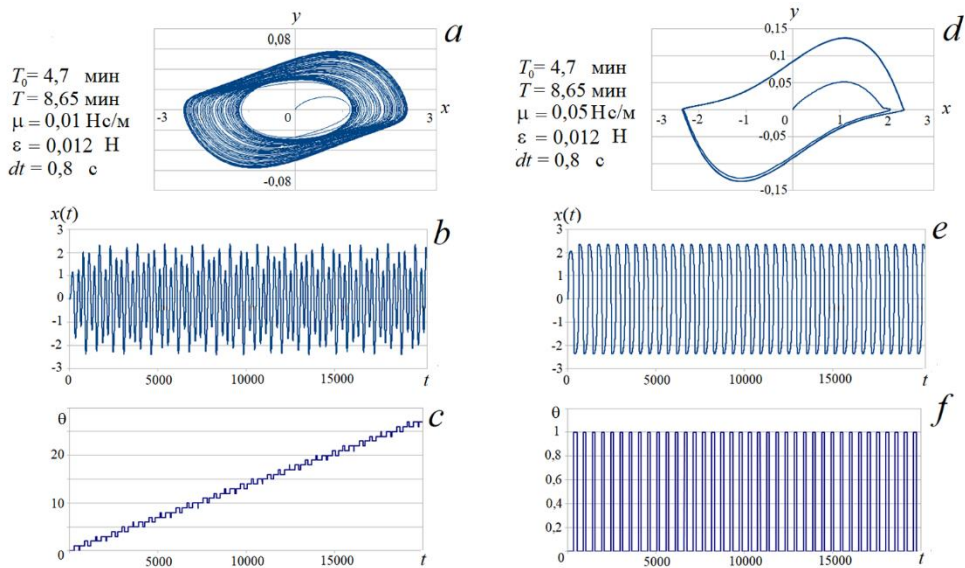


Рис. 6. Фазовые портреты (a, d), временной ход колебаний осцилляторов (b, e) и разность фаз (c, f) для системы, описываемой уравнением (6) для коэффициентов вязкого трения $\mu = 0,01$ H c/m (a, b, c) и $\mu = 0,05$ H c/m (d, e, f)

Fig. 6. Phase portraits (a, d), time series of oscillator vibrations (b, e) and phase difference (c, f) for the system described by equation (6) for the coefficient of viscous friction $\mu = 0.01$ H s/m (a, b, c) and $\mu = 0.05$ H s/m (d, e, f)

Также для полученных из натуральных экспериментов параметров был выполнен численный расчет осциллятора Ван дер Поля, описываемый системой обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y, \\ \dot{y} &= -\omega_0^2 x + \mu[(1 - x^2)y + 2\varepsilon \sin \omega t], \end{aligned} \quad (7)$$

где ω_0 – собственная частота осциллятора; $\mu \geq 0$ – параметр нелинейности (вязкого трения системы), управляющий формой колебаний; ε и ω – амплитуда и частота внешней силы соответственно.

Для расчетов использовались значения периодов колебаний, полученные из натуральных наблюдений: $\omega_0 = 0,0223$ рад/с ($T_0 = 4,7$ мин); $\omega = 0,0121$ рад/с ($T = 8,65$ мин); $\mu = 0,01$ Н с/м и $\mu = 0,05$ Н с/м; $\varepsilon = 0,012$ Н (0,5 амплитуды силы внешнего генератора); шаг интегрирования 0,8 с. На рис. 6 приведены результаты расчетов для двух значений параметра нелинейности μ . В легенде приведены следующие параметры: T_0 – период колебаний акватории; T – период колебаний приходящих волн; ε – амплитуда силы внешнего генератора; dt – шаг интегрирования. На шкалах разности фаз цена деления $2,5 \cdot 10^{-4}$ рад.

В обоих случаях на фазовой плоскости существует единственный аттрактор с предельными циклами, отличающимися по форме. При меньшем значении параметра нелинейности ($\mu = 0,01$ Н с/м) колебания осциллятора Ван дер Поля достаточно близки к гармоническим (рис. 6, а), при этом разность фаз колебаний непрерывно растет (рис. 6, с). Для большего в пять раз значения параметра нелинейности ($\mu = 0,05$ Н с/м) форма фазового портрета (рис. 6, d) соответствует сильно нелинейному осциллятору и при дальнейшем увеличении μ форма колебаний осциллятора меняется от гармонического типа до релаксационного. Разность фаз колебаний при этом не растет (рис. 6, f).

Отметим существенное различие в скорости приближения к предельному циклу для слабой и сильной нелинейности. При сильной нелинейности наблюдается быстрая сходимость колебаний к предельному циклу (рис. 6, d), в то время как при слабой нелинейности сходимость медленная и толщина линии аттрактора при этом больше (рис. 6, а). Это свойство обуславливает различия во времени наступления синхронизации в этих системах.

Кроме того, поскольку на рассчитанных по натурным данным фазовой диаграмме (рис. 4, b) и графиках разности фаз колебаний (рис. 5) виден постоянный рост фазы, то можно заключить, что для реально наблюдаемой синхронизации в бухте Торгового порта колебания динамической системы близки к гармоническим, слабо нелинейным с неограниченным ростом разности фаз.

Заключение

Выполнена проверка ранее сделанного предположения, что длинноволновые колебания с периодом около 8 мин, регистрируемые на записях мареографа в бухте Торгового порта Холмска, могут быть захваченными волнами, приходящими из районов о. Монерон и шельфа вблизи Чехова.

Расчет дисперсионного соотношения для краевых волн Стокса в приближении плоского наклонного дна показал возможность генерации краевых волн с периодом 8–9 мин в акваториях вблизи населенных пунктов Горнозаводска, Невельска и Чехова. В то же время анализ спектральных плотностей колебаний уровня моря вблизи этих пунктов позволил обнаружить хорошо выраженный волновой процесс с периодом колебаний 8,27 мин только в акватории у Горнозаводска. Также отсутствуют значимые спектральные пики на периодах 8–9 мин во внешней акватории Холмска. Таким образом, было установлено, что колебания с периодом около 8 мин, регистрируемые на записях мареографа в Торговом порту, являются результатом взаимодействия колебаний в бухтах Торгового порта и Холмск-Северный.

Проведен анализ причин неограниченного роста разности фаз колебаний уровня моря, наблюдаемого на фазовой диаграмме для бухт Торгового порта и Холмск-Северный. Было сделано предположение, что рост фазы связан, вероятнее всего, с тем, что осциллятор – резонансная акватория холмского Торгового порта, имеющая период собственных колебаний 4,7 мин – синхронизируется волнами, приходящими из бухты порта Холмск-Северный с периодом 8,65 мин, так как других волновых процессов с близкими периодами вблизи портовых бухт не обнаружено.

Рассмотрена задача принудительной синхронизации динамической системы под слабым периодическим воздействием. Численное решение дифференциального фазового уравнения показало неограниченный рост разности фаз между фазой внешней силы – приходящих из соседней бухты Холмск-Северный волн с периодом 8,65 мин – и фазой собственных колебаний бухты Торгового порта с периодом 4,7 мин. При этом рост разности фаз происходит линейно с сохранением синхронного режима.

Выполнен численный расчет осциллятора Ван дер Поля с использованием полученных в натуральных экспериментах данных для двух значений параметра нелинейности: $\mu = 0,01 \text{ Н с/м}$ и $\mu = 0,05 \text{ Н с/м}$. В обоих случаях фазовые портреты представляют собой единственный аттрактор с предельными циклами, отличающимися по форме. При меньшем значении параметра нелинейности колебания осциллятора Ван дер Поля близки к гармоническим, и разность фаз колебаний в этом случае непрерывно растет. Для большего значения параметра нелинейности форма фазового портрета соответствует нелинейному осциллятору. Это позволяет заключить, что для реально наблюдаемой синхронизации колебания динамической системы близки к гармоническим, слабо нелинейным.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Rabinovich A. B.* Seiches and Harbor Oscillations // Handbook of Coastal and Ocean Engineering / Ed. Y. C. Kim. Singapore : World Scientific Publ., 2009. P. 193–236. EDN WWGXHT. https://doi.org/10.1142/9789812819307_0009
2. *Rabinovich A. B., Kovalev P. D., Kovalev D. P.* The Noto Peninsula tsunamis of 1 January 2024 as observed in the northern Sea of Japan // Ocean Engineering. 2025. Vol. 327. 120892. EDN ZGYFVR. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2025.120892>
3. *Манилюк Ю.В., Черкесов Л.В.* Исследование сейшевых колебаний в бухте со свободным входом // Морской гидрофизический журнал. 2017. № 4. С. 16–25. EDN ZMNTTL. <https://doi.org/10.22449/0233-7584-2017-4-16-25>
4. *Манилюк Ю. В., Лазоренко Д. И., Фомин В. В.* Исследование сейшевых колебаний в смежных бухтах на примере Севастопольской и Карантинной бухт // Морской гидрофизический журнал. 2020. Т. 36, № 3. С. 261–276. EDN QEFCWJ. <https://doi.org/10.22449/0233-7584-2020-3-261-276>
5. Собственные колебания уровня воды в бухтах залива Посьета Японского моря / Г. И. Долгих [и др.] // Метеорология и гидрология. 2016. № 8. С. 57–63. EDN WIMTMB.
6. *Медведев И. П., Архипкин В. С.* Колебания уровня моря в Голубой бухте (Геленджик) // Вестник Московского университета. Серия 5: География. 2015. № 3. С. 70–78. EDN UJXNYZ.

7. *Cuomo G., Guza R. T.* Infragravity Seiches in a Small Harbor // *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*. 2017. Vol. 143. iss. 5. 04017032. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)ww.1943-5460.0000392](https://doi.org/10.1061/(asce)ww.1943-5460.0000392)
8. Harbor resonance induced by pressure-forced surface waves / C. Vidal [et al.] // *Coastal Engineering 2000. Proceedings of 27th International Conference on Coastal Engineering*. Vol. 27 / Ed. B. L. Edge. 2000. P. 3615–3628. [https://doi.org/10.1061/40549\(276\)282](https://doi.org/10.1061/40549(276)282)
9. *De Jong M. P. C., Battjes J. A.* Seiche characteristics of Rotterdam Harbour // *Coastal Engineering*. 2004. Vol. 51, iss. 5–6. P. 373–386. <https://doi.org/10.1016/j.coastaleng.2004.04.002>
10. *Lepelletier T. G., Raichlen F.* Harbor oscillations induced by nonlinear transient long waves // *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*. 1987. Vol. 113, iss. 4. P. 381–400. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-950X\(1987\)113:4\(381\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-950X(1987)113:4(381))
11. The potential hazard from tsunami and Seiche waves generated by large earthquakes within Lake Tahoe, California-Nevada / G. A. Ichinose [et al.] // *Geophysical Research Letters*. 2000. Vol. 27, iss. 8. P. 1203–1206. <https://doi.org/10.1029/1999GL011119>
12. Causation of Large-Amplitude Coastal Seiches on the Caribbean Coast of Puerto Rico / G. Graham [et al.] // *Journal of Physical Oceanography*. 1990. Vol. 20, iss. 9. P. 1449–1458. [https://doi.org/10.1175/1520-0485\(1990\)020<1449:COLACS>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0485(1990)020<1449:COLACS>2.0.CO;2)
13. *Bowers E. C.* Low Frequency Waves in Intermediate Water Depths // *Coastal Engineering 1992. Proceedings of 23rd International Conference on Coastal Engineering*. Vol. 23 / ed. B. L. Edge. ASCE, 1992. P. 832–845.
14. Field Measurements of Harbour Resonance at Marina di Carrara / I. Melito [et al.] // *Coastal Engineering*. 2006. Proceedings of 30th International Conference on Coastal Engineering. Vol. 30 / Ed. J. M. Smith. World Scientific, 2006. P. 1280–1292. https://doi.org/10.1142/9789812709554_0109
15. *Ковалев П. Д., Ковалев Д. П.* Длинноволновые процессы на юго-восточном шельфе острова Сахалин // *Экологические системы и приборы*. 2018. № 8. С. 36–41. EDN OYOGRY.
16. On the trapping of energy from storm surges on the coasts of the Sea of Okhotsk / V. A. Squire [et al.] // *Estuarine, Coastal and Shelf Science*. 2021. Vol. 250. 107136. EDN EUGFOZ. <https://doi.org/10.1016/j.ecss.2020.107136>
17. *Clarke D. J.* High frequency edge waves on an exponential shelf // *Deutsche Hydrografische Zeitschrift*. 1974. Vol. 26, iss. 6. P. 265–271. <https://doi.org/10.1007/BF02226668>
18. Numerical modelling of long waves amplification at Marina di Carrara Harbour / M. Guerrini [et al.] // *Applied Ocean Research*. 2014. Vol. 48. P. 322–330. <https://doi.org/10.1016/j.apor.2014.10.002>
19. *Ковалев П. Д., Шевченко Г. В., Ковалев Д. П.* Экспериментальные исследования цунами в порту г. Холмск // *Известия АИН им. А. М. Прохорова. Прикладная математика и механика*. Н. Новгород : НГТУ, 2007. Т. 20. С. 68–79.
20. *Ковалев Д. П., Манилюк Ю. В., Ковалев П. Д.* Колебания уровня моря в смежных бухтах Торгового порта и Холмск-Северный (остров Сахалин) // *Морской гидрофизический журнал*. 2024. Т. 40, № 3. С. 450–468. EDN XVLLYV.
21. Исследование гидродинамического режима на акватории Холмского морского порта / А. С. Втюрина [и др.] // *Вестник Дальневосточного отделения Российской академии наук*. 2004. № 1. С. 40–51. EDN GRFHIL.
22. *Плеханов Ф. А., Ковалев Д. П.* Программа комплексной обработки и анализа временных рядов данных уровня моря на основе авторских алгоритмов // *Геоинформатика*. 2016. № 1. С. 44–53. EDN VQZVLF.
23. *Ковалев Д. П.* Кума [Электронный ресурс]. Электрон. прогр. Южно-Сахалинск : ИМГиГ ДВО РАН, 2018. № гос. регистрации RU2018618773.
24. *Ursell F.* Edge Waves on a Sloping Beach // *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*. 1952. Vol. 214, iss. 1116. P. 79–97. <https://doi.org/10.1098/rspa.1952.0152>

25. *Holman R. A., Bowen A. J.* Longshore structure of infragravity wave motions // *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 1984. Vol. 89, iss. C4. P. 6446–6452. <https://doi.org/10.1029/JC089iC04p06446>
26. *Ковалев П. Д., Ковалев Д. П., Шишкин А. А.* Особенности режима волнения в бухтах и на побережье острова Шикотан Малой Курильской гряды // *Геосистемы переходных зон*. 2020. Т. 4, № 2. С. 250–258. EDN VGND0X. <https://doi.org/10.30730/gtr.2020.4.2.250-258>
27. Невельское землетрясение и цунами 2 августа 2007 года, о. Сахалин / Под ред. Б. В. Левина, И. Н. Тихонова. Москва : Янус-К, 2009. 204 с.
28. *Yaffee R. A., McGee M.* Introduction to Time Series Analysis and Forecasting: With Applications of SAS and SPSS. New York : Academic Press, Inc., 2000. 513 p.
29. *Marple S. L.* Digital Spectral Analysis: With Applications. Upper Saddle River, New Jersey : Prentice-Hall, 1987. 492 p.
30. *Ott E.* Chaos in Dynamical Systems. Second edition. Cambridge : Cambridge University Press, 2002. 490 p. <https://doi.org/10.2277/0521811961>
31. Stochastic Model of Chaotic Phase Synchronization. II / T. Horita [et al.] // *Progress of Theoretical Physics*. 2008. Vol. 119, iss. 2. P. 223–235. EDN MMTVZZ. <https://doi.org/10.1143/PTP.119.223>
32. *Fujiwara N., Kurths J.* Spectral universality of phase synchronization in non-identical oscillator networks // *The European Physical Journal B*. 2009. Vol. 69, iss. 1. P. 45–49. EDN MFFYDP. <https://doi.org/10.1140/epjb/e2009-00078-6>
33. Transition to chaotic phase synchronization through random phase jumps / D. Pazó [et al.] // *International Journal Bifurcation and Chaos*. 2000. Vol. 10, iss. 11. P. 2533–2539. EDN SSJHJ. <https://doi.org/10.1142/S0218127400001699>
34. *Vadivasova T. E., Strelkova G. I., Anishchenko V. S.* Phase-frequency synchronization in a chain of periodic oscillators in the presence of noise and harmonic forcings // *Physical Review E*. 2001. Vol. 63, iss. 3. 036225. EDN LGLHYF. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.63.036225>
35. The Duffing Equation: Nonlinear Oscillators and their Behaviour / Eds. I. Kovacic, M. J. Brennan. Hoboken : John Wiley & Sons, 2011. 369 p. <https://doi.org/10.1002/9780470977859>
36. *Ruby L.* Applications of the Mathieu equation // *American Journal of Physics*. 1996. Vol. 64, iss. 1. P. 39–44. <https://doi.org/10.1119/1.18290>
37. *Zaks M. A., Park E.-H., Kurths J.* On Phase Synchronization by Periodic Force in Chaotic Oscillators with Saddle Equilibria // *International Journal Bifurcation and Chaos*. 2000. Vol. 10, iss. 11. P. 2649–2667. EDN SSPAIZ. <https://doi.org/10.1142/S0218127400001626>

Об авторах:

Ковалев Дмитрий Петрович, главный научный сотрудник, руководитель лаборатории волновой динамики и прибрежных течений, Институт морской геологии и геофизики ДВО РАН (693022, Россия, г. Южно-Сахалинск, ул. Науки, д. 16), доктор физико-математических наук, **ORCID ID: 0000-0002-5184-2350**, **ResearchID: A-9300-2016**, **Scopus Author ID: 26032627700**, **SPIN-код: 8343-8577**, d.kovalev@imgg.ru

Ковалев Петр Дмитриевич, ведущий научный сотрудник, лаборатория волновой динамики и прибрежных течений, Институт морской геологии и геофизики ДВО РАН (693022, Россия, г. Южно-Сахалинск, ул. Науки, д. 16), доктор технических наук, **ORCID ID: 0000-0002-7509-4107**, **ResearchID: V-8662-2018**, **Scopus Author ID: 16429135400**, **SPIN-код: 7465-3828**, p.kovalev@imgg.ru

Манилюк Юрий Владимирович, научный сотрудник, отдел теории волн, ФГБУН ФИЦ МГИ (299011, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), кандидат физико-математических наук, **ORCID ID: 0000-0002-5752-7562**, **ResearchID: P-6662-2017**, **Scopus Author ID: 6602563261**, **SPIN-код: 4548-0051**, uvmsev@yandex.ru